

Kompetenzcheck Mathematik (AHS)

Jänner 2016

Teil-1-Aufgaben

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Die Aufgaben dieses Kompetenzchecks haben einerseits **freie Antwortformate**; dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Weitere Antwortformate, die zum Einsatz kommen können, werden im Folgenden vorgestellt:

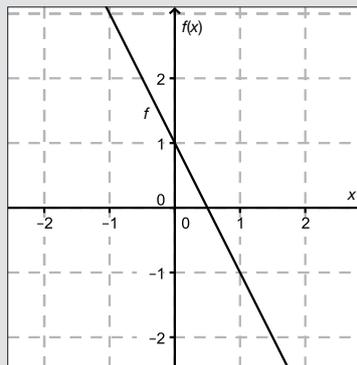
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:

Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung _____ ① _____ wird als Zusammenzählung oder _____ ② _____ bezeichnet.

①	
$1 - 1 = 0$	<input type="checkbox"/>
$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$1 \cdot 1 = 1$	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichung ist korrekt?

1 + 1 = 1	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 2	<input type="checkbox"/>
3 + 3 = 3	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 8	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 5	<input type="checkbox"/>
6 + 6 = 6	<input type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichungen sind korrekt?

1 + 1 = 1	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 3	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 8	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 5	<input type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgabe 1

Aussagen über Zahlen

Gegeben sind Aussagen über Zahlen.

Aufgabenstellung:

Welche der im Folgenden angeführten Aussagen gelten? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Jede reelle Zahl ist eine irrationale Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede reelle Zahl ist eine komplexe Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede rationale Zahl ist eine ganze Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede ganze Zahl ist eine natürliche Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede natürliche Zahl ist eine reelle Zahl.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 2

Quadratische Gleichung

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Unbekannten x über der Grundmenge \mathbb{R} :

$$4x^2 - d = 2 \quad \text{mit } d \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung:

Geben Sie denjenigen Wert für $d \in \mathbb{R}$ an, für den die Gleichung genau eine Lösung hat!

$d =$ _____

Aufgabe 3

Gleichungssystem

Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen $x, y \in \mathbb{R}$.

$$2x + 3y = 7$$

$$3x + by = c \text{ mit } b, c \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie diejenigen Werte für b und c , für die das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

$$b = \underline{\hspace{15em}}$$

$$c = \underline{\hspace{15em}}$$

Aufgabe 4

Normalvektoren

Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabenstellung:

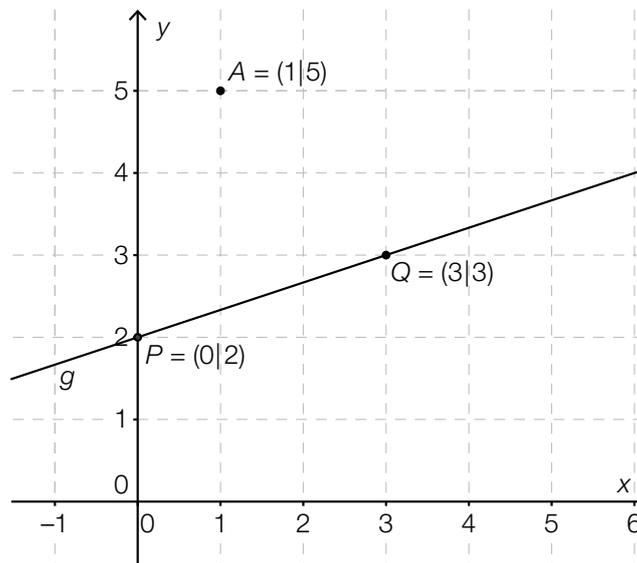
Bestimmen Sie die Koordinate z_b des Vektors $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ z_b \end{pmatrix}$ so, dass \vec{a} und \vec{b} aufeinander normal stehen!

$z_b =$ _____

Aufgabe 5

Gleichung einer Geraden

In der nachstehenden Abbildung sind eine Gerade g durch die Punkte P und Q sowie der Punkt A dargestellt.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie eine Gleichung der Geraden h , die durch A verläuft und normal zu g ist!

Aufgabe 6

Standseilbahn Salzburg

Die *Festungsbahn Salzburg* ist eine Standseilbahn in der Stadt Salzburg mit konstanter Steigung. Die Bahn auf den dortigen Festungsberg ist die älteste in Betrieb befindliche Seilbahn dieser Art in Österreich. Die Standseilbahn legt eine Wegstrecke von 198,5 m zurück und überwindet dabei einen Höhenunterschied von 96,6 m.



Bildquelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Festungsbahn_Salzburg#/media/File:Festungsbahn_salzburg_20100720.jpg [27.05.2015]
(Urheber: Herbert Ortner, Lizenz: CC BY 3.0)

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Winkel α , unter dem die Gleise der Bahn gegen die Horizontale geneigt sind!

Aufgabe 7

Asymptotisches Verhalten

Gegeben sind fünf Funktionsgleichungen.

Aufgabenstellung:

Welche dieser Funktionen besitzt/besitzen eine waagrechte Asymptote?
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Funktionsgleichung(en) an!

$f_1(x) = \frac{2}{x}$	<input type="checkbox"/>
$f_2(x) = 2^x$	<input type="checkbox"/>
$f_3(x) = \frac{x}{2}$	<input type="checkbox"/>
$f_4(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	<input type="checkbox"/>
$f_5(x) = x^{\frac{1}{2}}$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 8

Gleichung einer Funktion

Der Graph der Funktion f ist eine Gerade, die durch die Punkte $P = (2|8)$ und $Q = (4|4)$ verläuft.

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Funktionsgleichung der Funktion f an!

$f(x) =$ _____

Aufgabe 9

Heizungstage

Die Anzahl der Heizungstage, für die ein Vorrat an Heizöl in einem Tank reicht, ist indirekt proportional zum durchschnittlichen Tagesverbrauch x (in Litern).

Aufgabenstellung:

In einem Tank befinden sich 1 500 Liter Heizöl. Geben Sie einen Term an, der die Anzahl $d(x)$ der Heizungstage in Abhängigkeit vom durchschnittlichen Tagesverbrauch x bestimmt!

$d(x) =$ _____

Aufgabe 10

Eigenschaften von Polynomfunktionen 3. Grades

Eine Polynomfunktion 3. Grades hat allgemein die Form $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Eigenschaften treffen für Polynomfunktionen 3. Grades zu? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an!

Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die keine lokale Extremstelle haben.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die keine Nullstelle haben.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die mehr als eine Wendestelle haben.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die keine Wendestelle haben.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die genau zwei verschiedene reelle Nullstellen haben.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 11

Eigenschaften einer Exponentialfunktion

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 50 \cdot 1,97^x$.

Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Aussagen trifft/treffen auf diese Funktion zu?

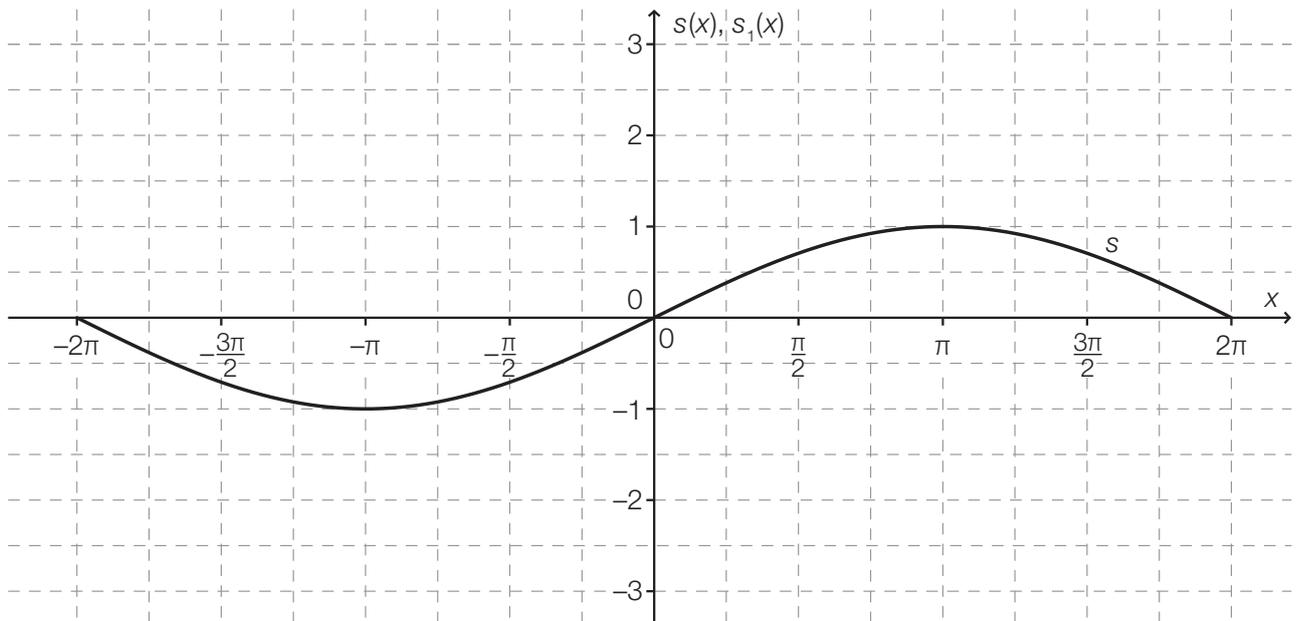
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Der Graph der Funktion f verläuft durch den Punkt $P = (50 0)$.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f ist im Intervall $[0; 5]$ streng monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
Wenn man den Wert des Arguments x um 5 vergrößert, wird der Funktionswert 50-mal so groß.	<input type="checkbox"/>
Der Funktionswert $f(x)$ ist positiv für alle $x \in \mathbb{R}$.	<input type="checkbox"/>
Wenn man den Wert des Arguments x um 1 vergrößert, wird der zugehörige Funktionswert um 97 % größer.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 12

Parameter einer Sinusfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion s mit der Gleichung $s(x) = c \cdot \sin(d \cdot x)$ mit $c, d \in \mathbb{R}^+$ im Intervall $[-2\pi; 2\pi]$.



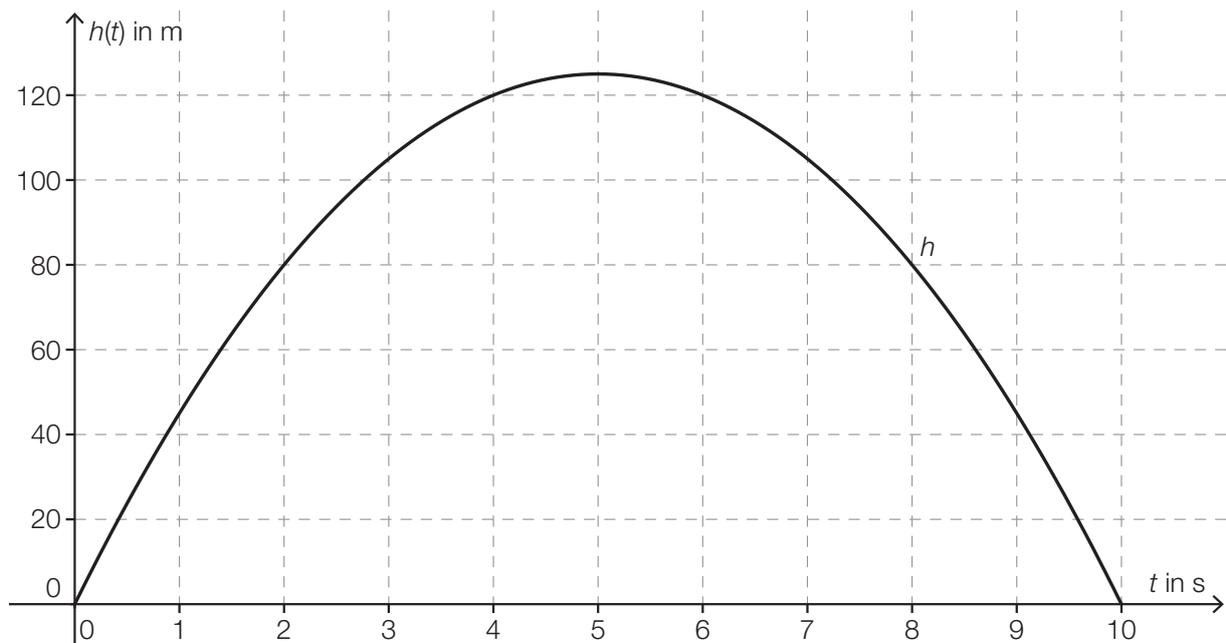
Aufgabenstellung:

Erstellen Sie im obigen Koordinatensystem eine Skizze eines möglichen Funktionsgraphen der Funktion s_1 mit $s_1(x) = 2c \cdot \sin(2d \cdot x)$ im Intervall $[-2\pi; 2\pi]$.

Aufgabe 13

Mittlere Geschwindigkeit

Die Funktion h , deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist, beschreibt näherungsweise die Höhe $h(t)$ eines senkrecht nach oben geschossenen Körpers in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Sekunden, $h(t)$ in Metern).



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie anhand des Graphen die mittlere Geschwindigkeit des Körpers in Metern pro Sekunde im Zeitintervall $[2 \text{ s}; 4 \text{ s}]$!

Aufgabe 14

Reelle Funktion

Eine reelle Funktion f ist durch die Funktionsgleichung $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5x - 2$ gegeben.

Aufgabenstellung:

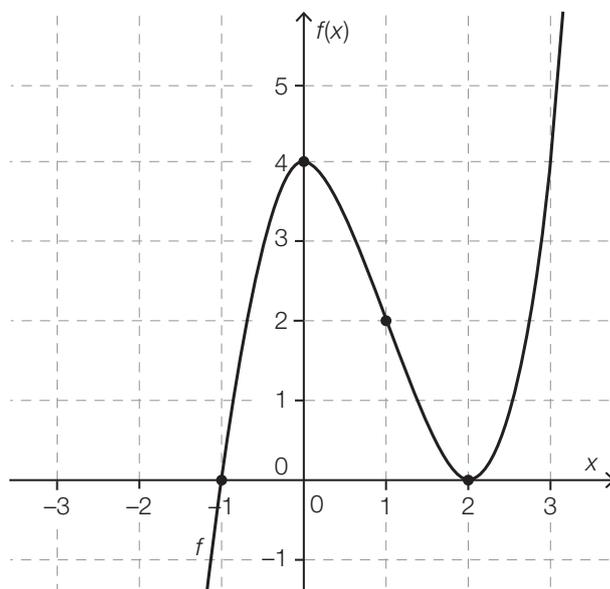
Geben Sie eine Funktionsgleichung der Ableitungsfunktion f' der Funktion f an!

$f'(x) =$ _____

Aufgabe 15

Eigenschaften der Ableitungsfunktion einer Polynomfunktion 3. Grades

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion f dritten Grades. Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Aussagen treffen auf die Ableitungsfunktion f' der Funktion f zu? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Funktionswerte der Funktion f' sind im Intervall $(0; 2)$ negativ.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f' ist im Intervall $(-1; 0)$ streng monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f' hat an der Stelle $x = 2$ eine Wendestelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f' hat an der Stelle $x = 1$ ein lokales Maximum.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f' hat an der Stelle $x = 0$ eine Nullstelle.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 16

Lokale Extremstellen

In der nachstehenden Tabelle sind Funktionswerte einer Polynomfunktion f dritten Grades sowie ihrer Ableitungsfunktionen f' und f'' angegeben.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-2	2	0	-2	2
$f'(x)$	9	0	-3	0	9
$f''(x)$	-12	-6	0	6	12

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, an welchen Stellen des Intervalls $(0; 4)$ die Funktion f jedenfalls lokale Extremstellen besitzt!

Aufgabe 17

Stammfunktion

Gegeben ist eine Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = e^{2 \cdot x}$.

Aufgabenstellung:

Welche von den unten durch ihre Funktionsgleichungen angegebenen Funktionen F ist Stammfunktion von f und verläuft durch den Punkt $P = (0|1)$?

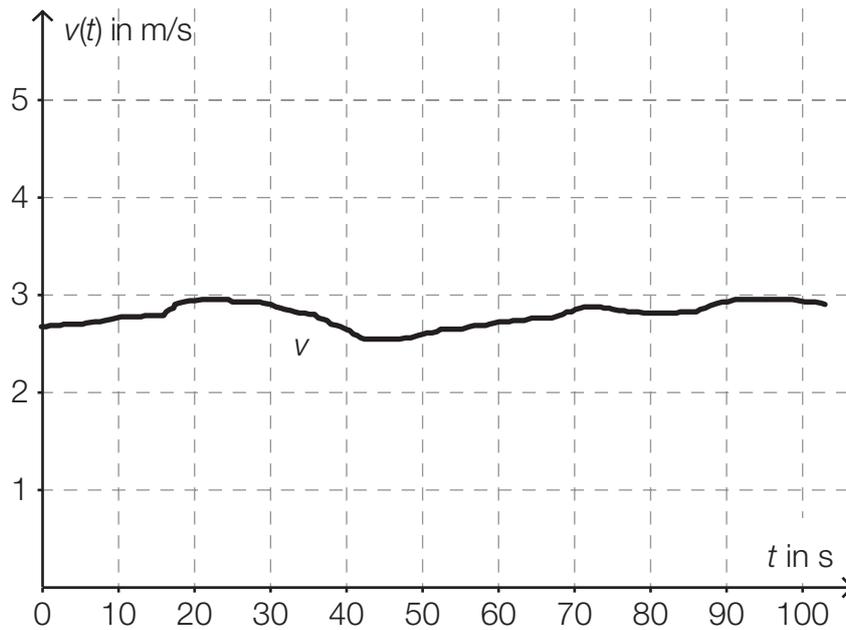
Kreuzen Sie die zutreffende Antwort an!

$F(x) = e^{2 \cdot x} + \frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>
$F(x) = 2 \cdot e^{2 \cdot x} - 1$	<input type="checkbox"/>
$F(x) = 2 \cdot e^{2 \cdot x}$	<input type="checkbox"/>
$F(x) = \frac{e^{2 \cdot x}}{2} + \frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>
$F(x) = e^{2 \cdot x}$	<input type="checkbox"/>
$F(x) = \frac{e^{2 \cdot x}}{2}$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 18

Wasserversorgung

Wasser fließt durch eine Wasserleitung, wobei $v(t)$ die Geschwindigkeit des Wassers zum Zeitpunkt t ist. Die Geschwindigkeit $v(t)$ wird in m/s, die Zeit t in s gemessen, der Inhalt der Querschnittsfläche Q des Rohres wird in m^2 gemessen. Im nachstehenden Diagramm ist die Abhängigkeit der Geschwindigkeit $v(t)$ von der Zeit t dargestellt.



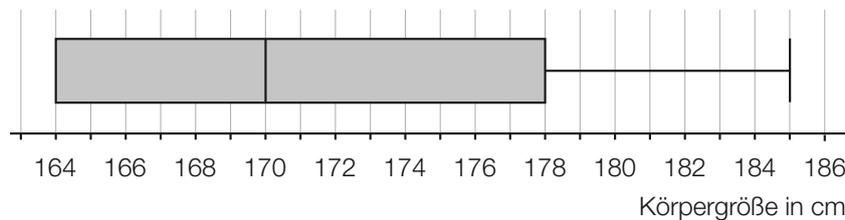
Aufgabenstellung:

Geben Sie an, welche Größe durch den Ausdruck $Q \cdot \int_{10}^{40} v(t) dt$ in diesem Zusammenhang berechnet werden kann!

Aufgabe 19

Körpergrößen

Die Körpergrößen der 450 Schüler/innen einer Schulstufe einer Gemeinde wurden in Zentimetern gemessen und deren Verteilung wurde in einem Kastenschaubild (Boxplot) grafisch dargestellt.



Aufgabenstellung:

Zur Interpretation dieses Kastenschaubilds werden verschiedene Aussagen getätigt. Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

60 % der Schüler/innen sind genau 172 cm groß.	<input type="checkbox"/>
Mindestens eine Schülerin bzw. ein Schüler ist genau 185 cm groß.	<input type="checkbox"/>
Höchstens 50 % der Schüler/innen sind kleiner als 170 cm.	<input type="checkbox"/>
Mindestens 75 % der Schüler/innen sind größer als 178 cm.	<input type="checkbox"/>
Höchstens 50 % der Schüler/innen sind mindestens 164 cm und höchstens 178 cm groß.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 20

Median und Modus

Gegeben ist eine ungeordnete Liste von 19 natürlichen Zahlen:

5, 15, 14, 2, 5, 13, 11, 9, 7, 16, 15, 9, 10, 14, 3, 14, 5, 15, 14

Aufgabenstellung:

Geben Sie den Median und den Modus dieser Liste an!

Median: _____

Modus: _____

Aufgabe 21

Augensumme

Zwei unterscheidbare, faire Spielwürfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 werden geworfen und die Augensumme wird ermittelt. (Ein Würfel ist „fair“, wenn die Wahrscheinlichkeit, nach einem Wurf nach oben zu zeigen, für alle sechs Seitenflächen gleich groß ist.)

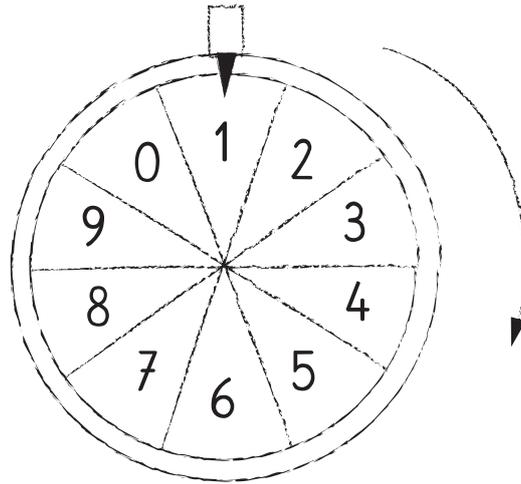
Aufgabenstellung:

Jemand behauptet, dass die Ereignisse „Augensumme 5“ und „Augensumme 9“ gleichwahrscheinlich sind. Geben Sie an, ob es sich hierbei um eine wahre oder eine falsche Aussage handelt, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Aufgabe 22

Maturaball-Glücksspiele

Bei einem Maturaball werden zwei verschiedene Glücksspiele angeboten: ein Glücksrad und eine Tombola, bei der 1 000 Lose verkauft werden. Das Glücksrad ist in zehn gleich große Sektoren unterteilt, die alle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten können. Man gewinnt, wenn der Zeiger nach Stillstand des Rades auf das Feld der „1“ oder der „6“ zeigt.



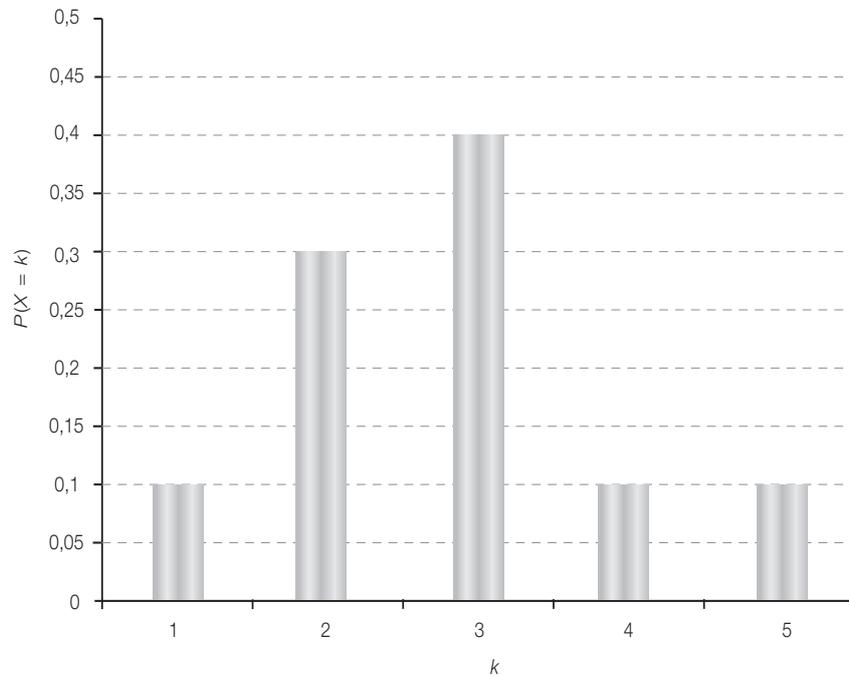
Aufgabenstellung:

Max hat das Glücksrad einmal gedreht und als Erster ein Los der Tombola gekauft. In beiden Fällen hat er gewonnen. Die Maturazeitung berichtet darüber: „Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis beträgt 3 %.“ Berechnen Sie die Anzahl der Gewinn-Lose!

Aufgabe 23

Erwartungswert

Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X , die die Werte $k = 1, 2, 3, 4, 5$ annehmen kann.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$!

Aufgabe 24

Breite eines Konfidenzintervalls

Bei einer Meinungsbefragung wurden 500 zufällig ausgewählte Bewohner/innen einer Stadt zu ihrer Meinung bezüglich der Einrichtung einer Fußgängerzone im Stadtzentrum befragt. Es sprachen sich 60 % der Befragten für die Einrichtung einer solchen Fußgängerzone aus, 40 % sprachen sich dagegen aus.

Als 95-%-Konfidenzintervall für den Anteil der Bewohner/innen dieser Stadt, die die Einrichtung einer Fußgängerzone im Stadtzentrum befürworten, erhält man mit Normalapproximation das Intervall [55,7 %; 64,3 %].

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Das Konfidenzintervall wäre breiter, wenn man einen größeren Stichprobenumfang gewählt hätte und der relative Anteil der Befürworter/innen gleich groß geblieben wäre.	<input type="checkbox"/>
Das Konfidenzintervall wäre breiter, wenn man ein höheres Konfidenzniveau (eine höhere Sicherheit) gewählt hätte.	<input type="checkbox"/>
Das Konfidenzintervall wäre breiter, wenn man die Befragung in einer größeren Stadt durchgeführt hätte.	<input type="checkbox"/>
Das Konfidenzintervall wäre breiter, wenn der Anteil der Befürworter/innen in der Stichprobe größer gewesen wäre.	<input type="checkbox"/>
Das Konfidenzintervall wäre breiter, wenn der Anteil der Befürworter/innen und der Anteil der Gegner/innen in der Stichprobe gleich groß gewesen wären.	<input type="checkbox"/>