

|         |
|---------|
| Name:   |
| Klasse: |

Modellschularbeit

# Mathematik

März 2014

Teil-1-Aufgaben

# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Schülerin! Sehr geehrter Schüler!

Das vorliegende Aufgabenpaket zu Teil 1 enthält 10 Aufgaben. Die Aufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen dafür *50 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Anschließend erhalten Sie ein Aufgabenpaket zu Teil 2, das 2 Aufgaben mit je 2 bis 3 Teilaufgaben enthält. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Es stehen Ihnen dafür insgesamt 50 Minuten an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift. Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenpakets in das dafür vorgesehene Feld.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen im Aufgabenpaket durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die aus dem Unterricht gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Das Aufgabenpaket und alle von Ihnen verwendeten Blätter sind abzugeben.

## Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 7 von 10 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 7 von 10 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.  
Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 7 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.  
Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 7 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 7 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

|              |              |
|--------------|--------------|
| Genügend     | 7–9 Punkte   |
| Befriedigend | 10–13 Punkte |
| Gut          | 14–17 Punkte |
| Sehr gut     | 18–20 Punkte |

## Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits **freie Antwortformate**, die Sie aus dem Unterricht kennen. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

**Zuordnungsformat:** Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

**Beispiel:**

Gegeben sind zwei Gleichungen.

|                 |   |
|-----------------|---|
| $1 + 1 = 2$     | A |
| $2 \cdot 2 = 4$ | C |

|   |                |
|---|----------------|
| A | Addition       |
| B | Division       |
| C | Multiplikation |
| D | Subtraktion    |

**Aufgabenstellung:**

Ordnen Sie den Gleichungen die entsprechenden Bezeichnungen zu!

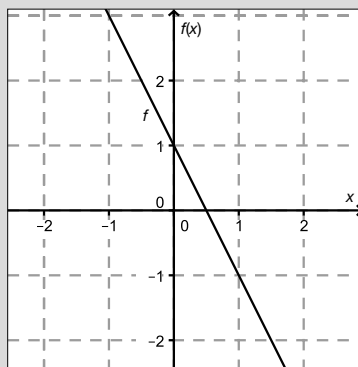
**Konstruktionsformat:** Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven.

**Beispiel:**

Gegeben ist eine lineare Funktion  $f$  mit  $f(x) = k \cdot x + d$ .

**Aufgabenstellung:**

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen  $k = -2$  und  $d > 0$  in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



**Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichung ist korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

|             |                                     |
|-------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 1$ | <input type="checkbox"/>            |
| $2 + 2 = 2$ | <input type="checkbox"/>            |
| $3 + 3 = 3$ | <input type="checkbox"/>            |
| $4 + 4 = 8$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $5 + 5 = 5$ | <input type="checkbox"/>            |
| $6 + 6 = 6$ | <input type="checkbox"/>            |

**Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichungen sind korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

|             |                                     |
|-------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 1$ | <input type="checkbox"/>            |
| $2 + 2 = 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $3 + 3 = 3$ | <input type="checkbox"/>            |
| $4 + 4 = 8$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $5 + 5 = 5$ | <input type="checkbox"/>            |

**Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**  
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

|              |                                     |
|--------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 2$  | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $2 + 2 = 4$  | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $3 + 3 = 6$  | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $4 + 4 = 4$  | <input type="checkbox"/>            |
| $5 + 5 = 10$ | <input checked="" type="checkbox"/> |

**Aufgabenstellung:**  
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

**Lückentext:** Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

**Beispiel:**  
Gegeben sind 3 Gleichungen.

**Aufgabenstellung:**  
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung                     ①                     wird als Zusammenzählung oder                     ②                     bezeichnet.

| ①               |                                     | ②              |                                     |
|-----------------|-------------------------------------|----------------|-------------------------------------|
| $1 - 1 = 0$     | <input type="checkbox"/>            | Multiplikation | <input type="checkbox"/>            |
| $1 + 1 = 2$     | <input checked="" type="checkbox"/> | Subtraktion    | <input type="checkbox"/>            |
| $1 \cdot 1 = 1$ | <input type="checkbox"/>            | Addition       | <input checked="" type="checkbox"/> |

**So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:**

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

|             |                                     |
|-------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 3$ | <input type="checkbox"/>            |
| $2 + 2 = 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $3 + 3 = 5$ | <input type="checkbox"/>            |
| $4 + 4 = 4$ | <input type="checkbox"/>            |
| $5 + 5 = 9$ | <input checked="" type="checkbox"/> |

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

**So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:**

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

|             |                                     |
|-------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 3$ | <input type="checkbox"/>            |
| $2 + 2 = 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $3 + 3 = 5$ | <input type="checkbox"/>            |
| $4 + 4 = 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $5 + 5 = 9$ | <input type="checkbox"/>            |

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalt und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!  
Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung!**

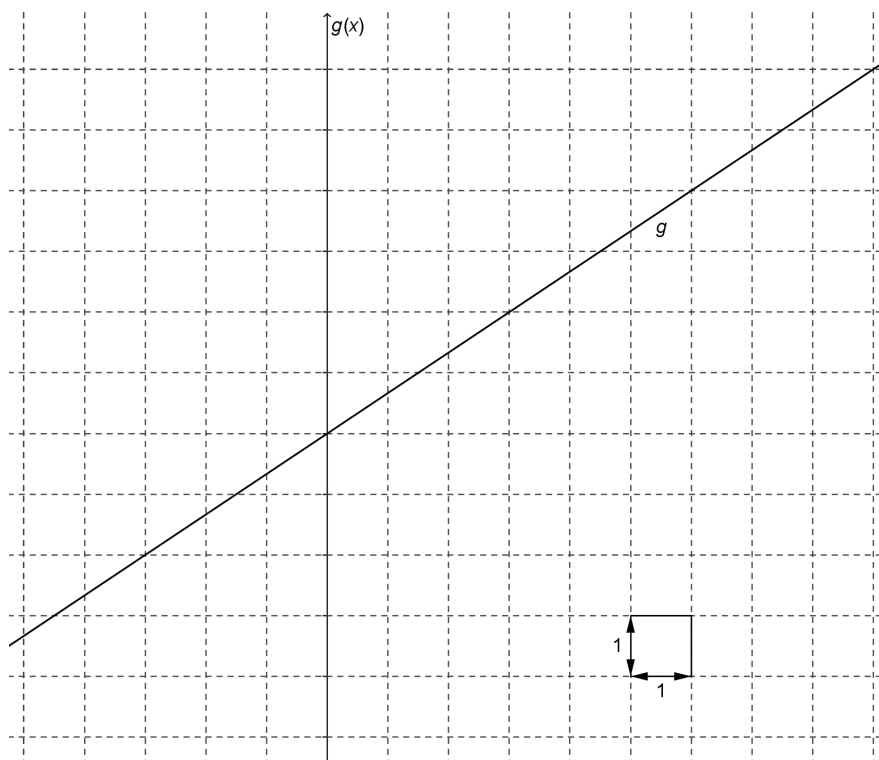
# Aufgabe 1

## Graph einer linearen Funktion

Gegeben ist eine lineare Funktion  $g$  mit der Gleichung  $g(x) = \frac{2}{3} \cdot x - 1$ .

### Aufgabenstellung:

Im nachstehenden Koordinatensystem ist der Graph einer linearen Funktion, nicht aber die  $x$ -Achse dargestellt. Zeichnen Sie die  $x$ -Achse so ein, dass der dargestellte Graph dem Funktionsgraphen der Funktion  $g$  entspricht! Die Längeneinheit ist dem Diagramm zu entnehmen.



# Aufgabe 2

## Lotrechter Wurf nach oben

Ein Körper wird zum Zeitpunkt  $t = 0$  lotrecht nach oben geworfen. Die Funktion  $h$  beschreibt die Wurfhöhe  $h(t)$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ . Die Höhe  $h(t)$  wird in Metern, die Zeit  $t$  in Sekunden angegeben. Für die erste Ableitungsfunktion  $h'$  der Funktion  $h$  gilt:  $h'(3) = 0$ .

### Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die Gleichung  $h'(3) = 0$  im Hinblick auf die Bewegung des Körpers!

# Aufgabe 3

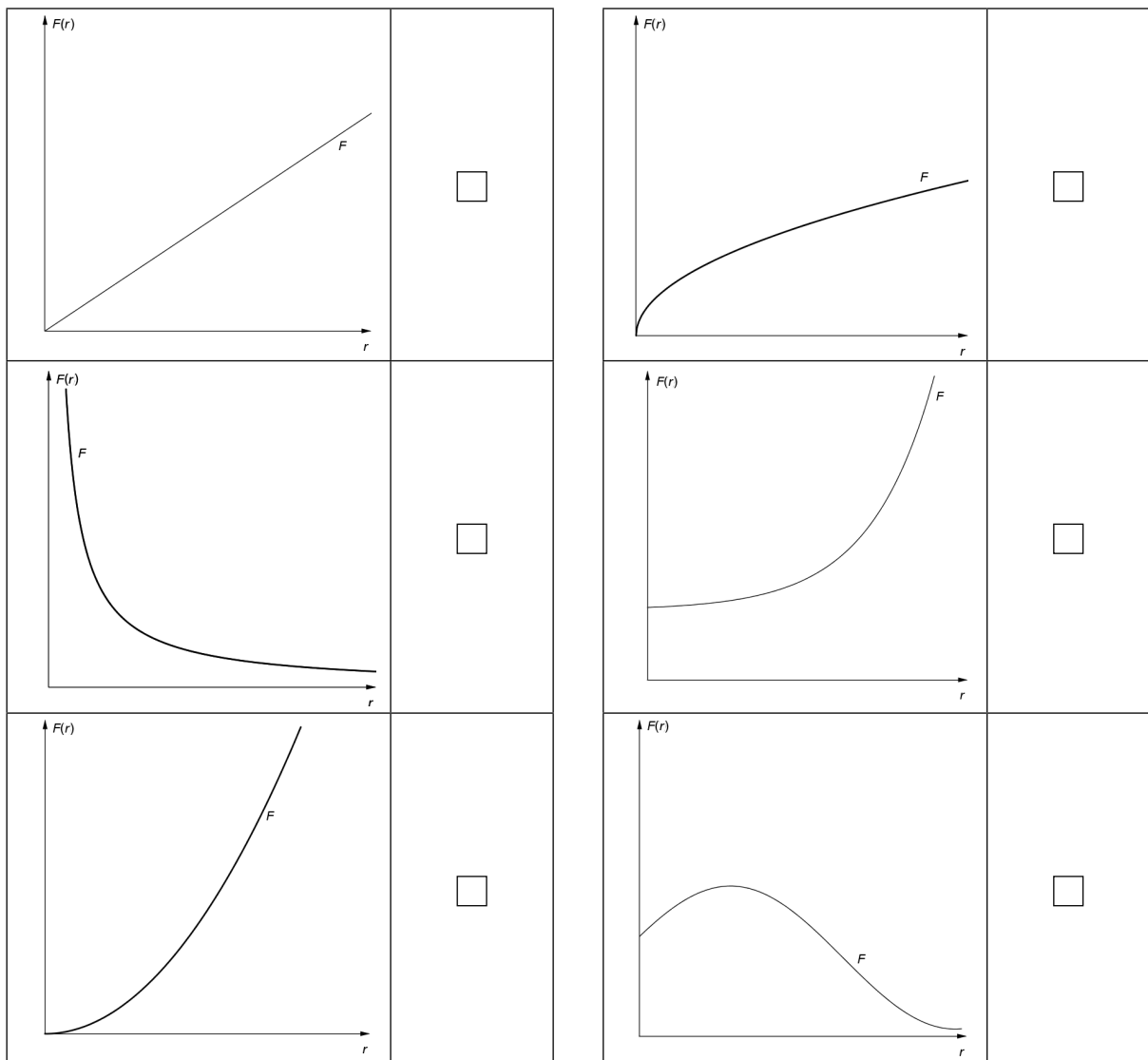
## Zentripetalkraft

Auf einen Körper, der sich auf einer Kreisbahn bewegt, wirkt die Zentripetalkraft. Die Zentripetalkraft hängt von der Masse  $m$  des Körpers, von dessen Geschwindigkeit  $v$  und vom Radius  $r$  der Kreisbahn ab. Die Größe der Kraft kann durch die Formel  $F = \frac{m \cdot v^2}{r}$  angegeben werden.

Gegeben sind sechs Darstellungen von Funktionsgraphen.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige Abbildung an, die einen möglichen Graphen der Funktion  $F$  in Abhängigkeit von  $r$  darstellt, wobei  $m$  und  $v$  als konstant vorausgesetzt werden ( $m, v, r \in \mathbb{R}^+$ )!



## Aufgabe 4

### Charakteristische Stellen einer Polynomfunktion

$f$  ist eine Polynomfunktion 3. Grades. Die Funktion  $f$  hat im Punkt  $T = (2|1)$  einen Tiefpunkt, das heißt ein lokales Minimum, und an der Stelle  $x = 4$  eine Wendestelle.

Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Bedingungen müssen daher in jedem Fall erfüllt sein?  
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Bedingungen an!

|               |                          |
|---------------|--------------------------|
| $f'(2) = 0$   | <input type="checkbox"/> |
| $f'(4) = 0$   | <input type="checkbox"/> |
| $f'(2) = 1$   | <input type="checkbox"/> |
| $f''(2) = -1$ | <input type="checkbox"/> |
| $f''(4) = 0$  | <input type="checkbox"/> |

## Aufgabe 5

### Polynomfunktionen 3. Grades

Gegeben sind Aussagen über Polynomfunktionen 3. Grades.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die für jede Polynomfunktion 3. Grades zutreffen!

|   |                          |
|---|--------------------------|
| Jede Polynomfunktion 3. Grades hat genau drei Nullstellen.  | <input type="checkbox"/> |
| Jede Polynomfunktion 3. Grades hat mehr Nullstellen als lokale Extremstellen.                               | <input type="checkbox"/> |
| Jede Polynomfunktion 3. Grades hat genau eine Wendestelle.  | <input type="checkbox"/> |
| Jede Polynomfunktion 3. Grades hat genau eine lokale Maximumstelle und genau eine lokale Minimumstelle.     | <input type="checkbox"/> |
| Jede Polynomfunktion 3. Grades hat entweder genau zwei lokale Extremstellen oder keine lokale Extremstelle. | <input type="checkbox"/> |

# Aufgabe 6

## Funktionen und ihre Ableitungsfunktionen

Gegeben sind die Graphen von vier Polynomfunktionen zweiten Grades ( $f_1, f_2, f_3, f_4$ ) sowie sechs Diagramme (A, B, C, D, E, F), die die Graphen von jeweils zwei linearen Funktionen enthalten.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jedem Funktionsgraphen jeweils diejenige Abbildung (A, B, C, D, E oder F) zu, in der die Graphen ihrer ersten und der zweiten Ableitungsfunktion dargestellt sind!

|  |  |              |
|--|--|--------------|
|  |  | <div>A</div> |
|  |  | <div>B</div> |
|  |  | <div>C</div> |
|  |  | <div>D</div> |
|  |  | <div>E</div> |
|  |  | <div>F</div> |



## Aufgabe 7

### Bewegung eines Körpers

Gegeben ist eine Funktion  $s$  mit der Gleichung  $s(t) = \frac{t^3}{6} + 5 \cdot t^2 + 5 \cdot t$ . Die Funktion  $s$  beschreibt den von einem Körper zurückgelegten Weg in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ . Die Funktionswerte der Funktion  $v$  geben die Geschwindigkeiten des Körpers zu den jeweiligen Zeitpunkten an.

#### Aufgabenstellung:

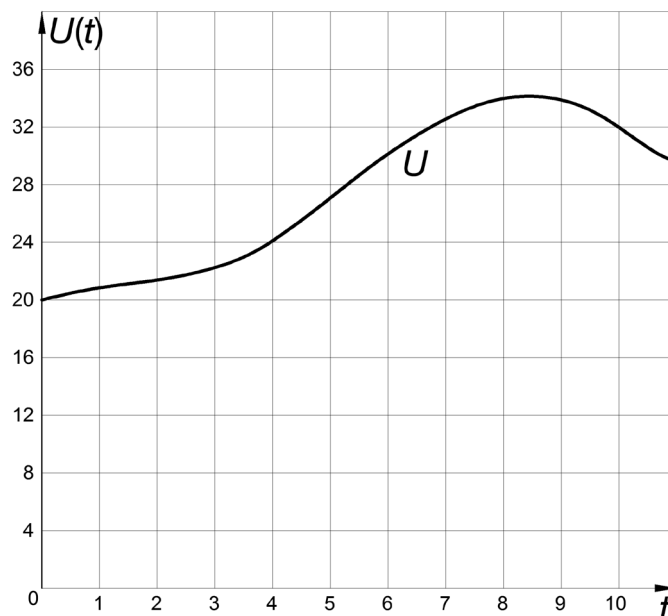
Geben Sie die Gleichung der Funktion  $v$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  an!

$v(t) =$  \_\_\_\_\_

## Aufgabe 8

### Die elektrische Spannung als Funktion der Zeit

In der nachstehenden Abbildung ist die elektrische Spannung während eines physikalischen Experiments in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  dargestellt. Die Spannung  $U(t)$  wird in Volt, die Zeit  $t$  in Sekunden angegeben.



#### Aufgabenstellung:

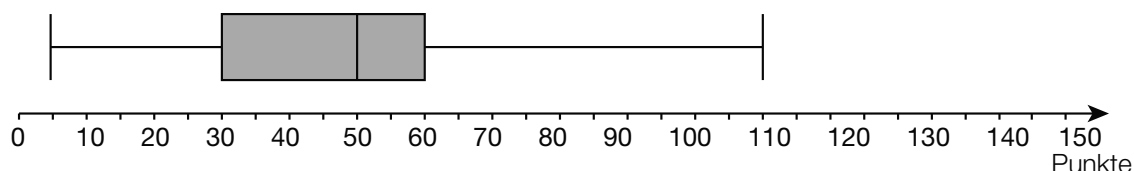
Geben Sie die mittlere Änderungsrate der Spannung im Zeitintervall  $[4; 10]$  an! Die für die Berechnung relevanten Werte sind ganzzahlig und können dem Diagramm entnommen werden.

Die mittlere Änderungsrate der Spannung im Zeitintervall  $[4; 10]$  beträgt \_\_\_\_\_  $\frac{\text{V}}{\text{s}}$ .

## Aufgabe 9

### Mathematik-Wettbewerb

Im Jahr 2011 nahmen 460 Schülerinnen und Schüler der 12. Schulstufe an einem Mathematikwettbewerb teil. Die maximal erreichbare Punktezahl betrug 150. Die 460 Wettbewerbsergebnisse wurden der Punktezahl entsprechend gereiht und das Ergebnis dieser Reihung wurde in einem Kastenschaubild dargestellt.



#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die aus dem Kastenschaubild eindeutig abgeleitet werden können!

|  |                          |
|--|--------------------------|
| Mindestens 75 % der Schülerinnen und Schüler erreichten 30 Punkte oder mehr als 30 Punkte. | <input type="checkbox"/> |
| Ungefähr 230 Schülerinnen und Schüler haben genau 50 Punkte erreicht.                      | <input type="checkbox"/> |
| Weniger als 115 Schülerinnen und Schüler haben zwischen 30 und 60 Punkte erreicht.         | <input type="checkbox"/> |
| Mindestens eine Schülerin oder ein Schüler hat 110 Punkte erreicht.                        | <input type="checkbox"/> |
| 115 Schülerinnen und Schüler haben genau 30 Punkte erreicht.                               | <input type="checkbox"/> |

## Aufgabe 10

### Würfe eines Laplace-Würfels

Die Seitenflächen eines Laplace-Würfels sind mit den Zahlen von 1 bis 6 beschriftet. Der Würfel wird bei einem Zufallsversuch dreimal geworfen. Die Zufallsvariable  $X$  bezeichnet die Anzahl der Würfe, bei denen die Zahl 6 als Ergebnis eintritt. Sie kann die Werte 0, 1, 2 oder 3 annehmen.

#### Aufgabenstellung:

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass bei diesem Zufallsversuch mindestens einmal die Zahl 6 geworfen wird! Runden Sie das Ergebnis auf zwei Dezimalstellen!

$$P(X \geq 1) = \underline{\hspace{2cm}}$$