

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

20. September 2019

Angewandte Mathematik

HAK

Korrekturheft

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin/des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin/des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	23–30 Punkte
Befriedigend	31–37 Punkte
Gut	38–43 Punkte
Sehr gut	44–48 Punkte

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn insgesamt weniger als 23 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf <https://ablauf.srdp.at> gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
 - a. Punkte sind zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.
 - b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
 - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
 - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - e. Werden von der Kandidatin/vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.
 - i. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Mathematik-Olympiade

Möglicher Lösungsweg

a1) Lara hat im Jahr 2015 ein besseres Ergebnis erzielt, da sie mit 18 erreichten Punkten unter den besten 25 % der Teilnehmer/innen war und im Jahr 2014 mit 29 erreichten Punkten schlechter als die besten 25 % der Teilnehmer/innen war.

a2)

Im Jahr 2015 erreichten mindestens 75 % der Teilnehmer/innen mindestens 17 Punkte.	<input checked="" type="checkbox"/>

b1) arithmetisches Mittel: 16

c1) $\frac{9+2}{40} = 0,275$

27,5 % der Teilnehmer/innen haben mindestens 17 Punkte erreicht.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × D: für die richtige Argumentation

a2) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

b1) 1 × C: für das richtige Ablesen des arithmetischen Mittels

c1) 1 × B: für die richtige Berechnung des Prozentsatzes

Aufgabe 2

Der Pauliberg

Möglicher Lösungsweg

$$a1) V = \frac{m}{\rho} = \frac{4500 \text{ kg}}{3000 \text{ kg/m}^3} = 1,5 \text{ m}^3$$

$$1,5 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow r = 0,71\dots$$

$$d = 2 \cdot r = 1,42\dots$$

Der Durchmesser beträgt rund 1,4 m.

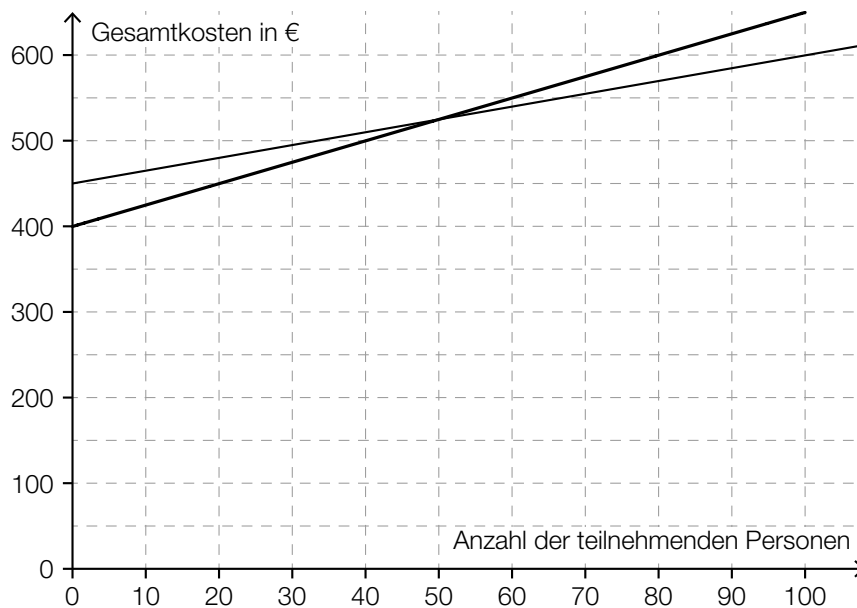
a2)

$m_1 = 1000 \cdot m_2$	<input checked="" type="checkbox"/>

$$b1) v = \frac{a}{b - 1,5}$$

$$c1) K(x) = 1,50 \cdot x + 450$$

c2)



Bei mehr als 50 teilnehmenden Personen sind die Gesamtkosten mit der neuen Preisgestaltung höher als bisher.

Toleranzbereich: $[40; 60]$

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B: für die richtige Berechnung des Durchmessers
- a2) 1 × A: für das richtige Ankreuzen
- b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von v
- c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung von K
- c2) 1 × C: für das richtige Ermitteln der Anzahl der teilnehmenden Personen
(Toleranzbereich: [40; 60])

Aufgabe 3

Pelletsheizung

Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{960 - 500}{4 - 2} = 230$

$$\frac{1260 - 960}{5,5 - 4} = 200$$

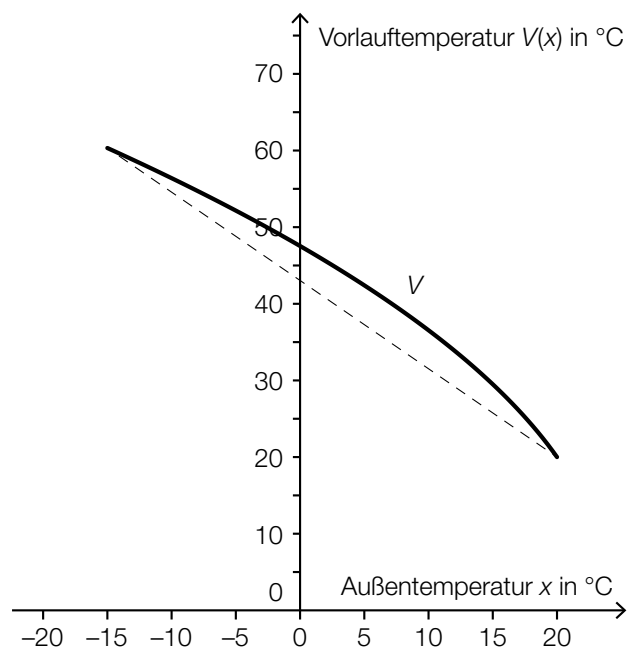
Der Online-Rechner berechnet die Gesamtkosten nicht wie oben beschrieben, weil nicht für jede Liefermenge der gleiche Preis pro Tonne zu bezahlen ist.

Ein anderer richtiger Nachweis ist ebenfalls zulässig.

b1)

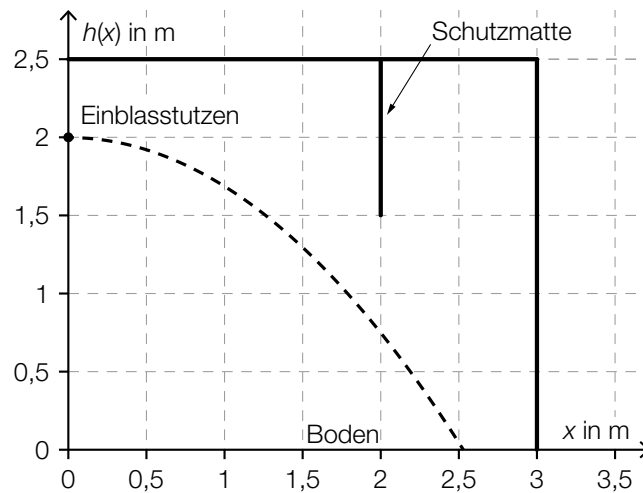
$V'(x) < 0$ und $V''(x) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

b2)



b3) Die Vorlauftemperatur bei einer Außentemperatur von 0 °C ist um rund 5 °C geringer.
Toleranzbereich: [3,5 °C; 6,5 °C]

c1)



c2) Das Pellet trifft gerade noch die Matte, wenn seine Bahn durch den Punkt $(2 | 1,5)$ verläuft:

$$1,5 = -\frac{5 \cdot 2^2}{v_0^2} + 2$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$v_{0,1} = 6,324... \quad (\text{oder} \quad v_{0,2} = -6,324...)$$

Bei einer Einblasgeschwindigkeit von 6,32... m/s trifft das Pellet gerade noch das untere Ende der Schutzmatte.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung
- b1) 1 × A1: für das richtige Ankreuzen
- b2) 1 × A2: für das richtige Einzeichnen des Graphen der linearen Funktion
- b3) 1 × C: für die richtige Angabe der Temperaturdifferenz (Toleranzbereich: $[3,5 \text{ °C}; 6,5 \text{ °C}]$)
- c1) 1 × B1: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Funktion h
- c2) 1 × B2: für das richtige Bestimmen der Einblasgeschwindigkeit

Aufgabe 4

Gewitter

Möglicher Lösungsweg

a1) $1 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,68$

Die Wahrscheinlichkeit, dass in mindestens einer der drei Städte kein Gewitter auftritt, beträgt 68 %.

b1) $r = h \cdot \tan(\alpha)$

b2) $\frac{3}{\tan(77^\circ)} = 0,69\dots$

$2 - 0,69\dots = 1,30\dots$

In einer Entfernung von 3 m von der Fangstange hat der Schutzbereich eine Höhe von rund 1,3 m.

Die 1,2 m hohe Antenne befindet sich daher zur Gänze im Schutzbereich.

Auch eine Überprüfung mithilfe einer exakten Zeichnung ist als richtig zu werten.

c1)

Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Minimumstelle.	<input checked="" type="checkbox"/>

c2) Die dem Integral $\int_{1,25}^{1,5} T'(t) dt$ entsprechende Fläche wird von rund 10,5 Kästchen mit einem Flächeninhalt von jeweils 0,125 überdeckt.

Gesamtflächeninhalt: $10,5 \cdot 0,125 \approx 1,3$

Die absolute Temperaturänderung im Zeitintervall $[1,25; 1,5]$ beträgt rund 1,3 °C.

Toleranzbereich: $[1,2 \text{ °C}; 1,45 \text{ °C}]$

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Radius r
- b2) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung
- c1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen
- c2) 1 × B: für das richtige näherungsweise Bestimmen der absoluten Temperaturänderung
(Toleranzbereich: [1,2 °C; 1,45 °C])

Aufgabe 5

Luftverschmutzung

Möglicher Lösungsweg

a1) $120 \cdot 9,57 = 1\,148,4$

Am „schwarzen Freitag“ betrug der Tagesmittelwert des Schwefeldioxidgehalts der Luft $1\,148,4 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

b1) $S(t) = k \cdot t + S_0$
 $k = \frac{3\,000 - 11\,000}{11} = -727,27\dots$
 $S(t) = -727,3 \cdot t + 11\,000$ (Steigung gerundet)

b2) $S(16) = -636,36\dots$

b3) Die Staubbelastung kann nicht negativ sein. Daher ist der Funktionswert für das Jahr 2001 im gegebenen Sachzusammenhang nicht sinnvoll.

c1)

Der Kohlenstoffmonoxidausstoß nimmt um 3,41 % pro Jahr ab.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

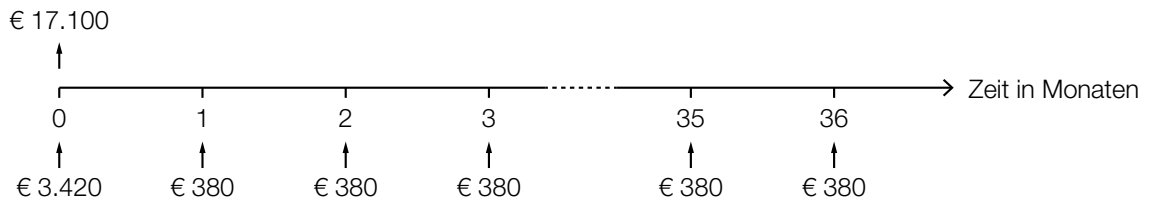
- a1) 1 × B: für die richtige Berechnung des Tagesmittelwerts
- b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung
- b2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Funktionswerts
- b3) 1 × D: für die richtige Erklärung
- c1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

Aufgabe 6 (Teil B)

Autokauf

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) $3420 + 36 \cdot 380 = 17100$

Die Summe aller Zahlungen ergibt den Listenpreis. Daher ist die Behauptung des Händlers richtig.

b1) $17100 = R + \frac{R}{1,02^2} + \frac{R}{1,02^3}$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
 $R = 5889,461\dots$

Es müssen jeweils € 5.889,46 bezahlt werden.

c1)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 17.100
1	€ 256,50	€ 5.743,50	€ 6.000,00	€ 11.356,50
2	€ 170,35	€ 5.829,65	€ 6.000,00	€ 5.526,85

c2) $5526,85 \cdot 1,015 = 5609,75$

Die Höhe der Restzahlung beträgt € 5.609,75.

d1) $17\,100 \cdot 0,92 = 15\,732$

Bei Barzahlung beträgt der Preis des Autos € 15.732.

d2) $15\,732 = 3\,420 + 380 \cdot \frac{q_{12}^{36} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{36}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$q_{12} = 1,0058\dots$$

$$i = q_{12}^{12} - 1 = 0,0719\dots$$

Der Jahreszinssatz ist rund 7,2 %.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Zahlungen und des Listenpreises auf der Zeitachse
- a2) 1 × D: für den richtigen Nachweis
- b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung zur Berechnung von R
- b2) 1 × B: für die richtige Berechnung von R
- c1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der beiden Zeilen des Tilgungsplans
- c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Restzahlung
- d1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Preises bei Barzahlung
- d2) 1 × A: für den richtigen Ansatz
1 × B2: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes

Aufgabe 7 (Teil B)

Zweistufige Produktionsprozesse

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

a2) Das Matrizenprodukt gibt an, welche Menge an Rohstoffen man für jeweils 1 ME der Endprodukte benötigt.

b1) Es werden 230 ME von R_3 benötigt.

$$\text{b2) } 10 \cdot 10 + 10 \cdot x = 150$$

oder:

$$11 \cdot 10 + 7 \cdot x = 145$$

oder:

$$14 \cdot 10 + 18 \cdot x = 230$$

$$x = 5$$

$$\text{c1) } K = (p_1 \ p_2 \ p_3) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c2) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 \\ 23 \end{pmatrix}$$

Es werden 34 ME von Z_1 und 23 ME von Z_2 benötigt.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Matrix \mathbf{A}

a2) 1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang

b1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

b2) 1 × B: für das richtige Ermitteln von x

c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung der Gesamtkosten K

c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der benötigten Mengen der jeweiligen Zwischenprodukte

Aufgabe 8 (Teil B)

Zeitschriften

Möglicher Lösungsweg

a1) $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$$K(10) = 100$$

$$K'(10) = 1,5$$

oder:

$$10^3 \cdot a + 10^2 \cdot b + 10 \cdot c + 79 = 100$$

$$3 \cdot 10^2 \cdot a + 2 \cdot 10 \cdot b + c = 1,5$$

a2) Der Graph von K ist bei $x = 10$ rechtsgekrümmt (degressiv).

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = 0,001$$

$$b = -0,08$$

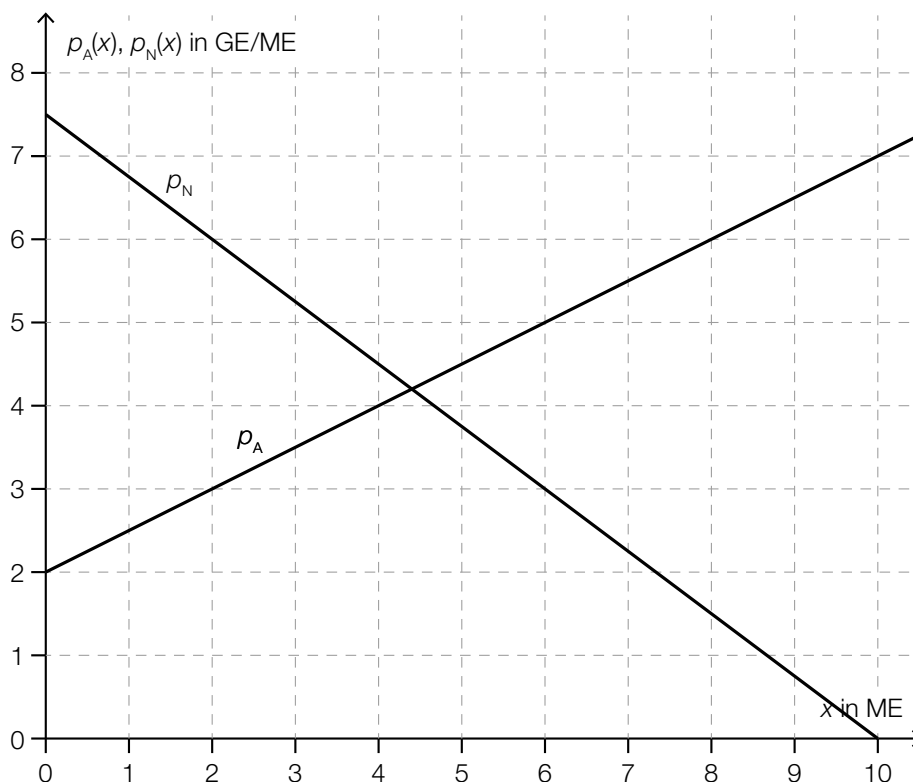
$$c = 2,8$$

b1) $\frac{E(40)}{40} = \frac{200}{40} = 5$

Toleranzbereich: $[4,8; 5,2]$

Der Preis bei dieser Absatzmenge beträgt 5 GE/ME.

c1)



c2) Die 2. Koordinate des Schnittpunkts ist der Gleichgewichtspreis.

d1)

$-\frac{p_n}{x_s}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Information zu den Gesamtkosten
- 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Information zu den Grenzkosten
- a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Vorzeichens
- a3) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Koeffizienten
- b1) 1 × C: für das richtige Ermitteln des Preises (Toleranzbereich: [4,8; 5,2])
- c1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Preisfunktion der Nachfrage
- c2) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
- d1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen