Izvod za izpraševalce/-lke

Kompenzacijski izpit k standardiziranemu,
kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu izpitu

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

maj 2020

Matematika

Kompenzacijski izpit 6
Navedbe za **izpraševalce/izpraševalke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za izravnalni izpit

Pola za izravnalni izpit, ki je pred Vami, vsebuje pet nalog, ki so za reševanje med seboj neodvisne.

Vsaka naloga je razčlenjena v dva dela: pri »zastavitvi naloge« mora kandidatka/kandidat dokazati vsakokratno osnovno kompetenco *(Grundkompetenz)*, pri odgovarjanju na »nadaljevalno vprašanje«, ki sledi takoj za tem, pa dokazuje svojo sposobnost komuniciranja *(Kommunikationsfähigkeit)*.

Izpraševalci(-lke) najdete neposredno za zastavitvijo vprašanj tudi pričakovanja v zvezi z rešitvami in ključe za ocenjevanje.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za preverjanje pa največ 25 minut.

Vrednotenje

Vsaka naloga bo ovrednotena z nič, z eno ali z dvema točkama. Pri tem je za vsako zastavitev naloge moč doseči po eno osnovnokompetenčno točko in za vsako nadaljevalno vprašanje eno dodatno točko. Skupaj je lahko doseženih največ deset točk.

Za vrednotenje (oceno) izpita velja naslednja shema:

ocena		dosežene točke
»Genügend«	zadostno	4 osnovnokompetenčne točke + 0 dodatnih točk 3 osnovnokompetenčne točke + 1 dodatna točka
»Befriedigend«	povoljno (zadovoljivo)	5 osnovnokompetenčnih točk + 0 dodatnih točk 4 osnovnokompetenčne točke + 1 dodatna točka 3 osnovnokompetenčne točke + 2 dodatni točki
»Gut«	dobro	5 osnovnokompetenčnih točk + 1 dodatna točka 4 osnovnokompetenčne točke + 2 dodatni točki 3 osnovnokompetenčne točke + 3 dodatne točke
»Sehr gut«	prav dobro	5 osnovnokompetenčnih točk + 2 dodatni točki (ali več) 4 osnovnokompetenčne točke + 3 dodatne točke (ali več)

O skupni oceni odloča izpitna komisija; na vsak način se pri oceni upoštevata tako uspeh, ki ga kandidatka/kandidat doseže pri izravnalnem izpitu kakor tudi rezultat pisnega dela.

Ocenjevalna tabela za kompenzacijski

Naslednja ocenjevalna tabela je po želji na voljo za uporabo in služi kot pripomoček pri vrednotenju.

	doseženih osnovnokompetenčnih točk	doseženih nadaljevalnih točk
naloga 1		
naloga 2		
naloga 3		
naloga 4		
naloga 5		

Naloga 1

Naklon pobočja

Da bi lahko ocenili nevarnost plazov, je pomembno poznati naklon pobočja.

Zastavitev naloge:

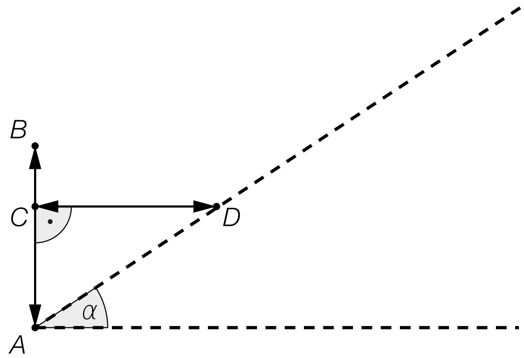
Neko določeno pobočje ima naklon 30°.

– Določite nagib v odstotkih.

Nadaljevalno vprašanje:

Na naslednji sliki je predstavljena metoda za oceno naklona pobočja s pomočjo smučarskih palic. Pri tem se naklon pobočja α določa s pomočjo dveh (enako dolgih) smučarskih palic AB in CD.

Smučarsko palico CD držimo vodoravno od pobočja, smučarsko palico AB pa postavimo v položaj pravokotno glede na palico CD (glej sliko).



– Navedite naklon pobočja, če pri navedenem postopku točki B in C sovpadata.
– Izračunajte naklon pobočja α, če znaša dolžina daljice $\overline{BC}$ eno tretjino dolžine smučarske palice $\overline{AB}$.

Rešitev naloge 1

Naklon pobočja

Pričakovana rešitev pri zastavitvi naloge:

$\tan(30°) = 0{,}57735... \approx 57{,}74\ \%$

Ključ za reševanje:

Osnovno-kompetenčno točko dodelimo natanko tedaj, ko je pravilno naveden naklon pobočja v odstotkih.

Pričakovana rešitev pri nadaljevalnem vprašanju:

Če velja $B = C$, znaša naklon pobočja 45°.

$\tan(\alpha) = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 33{,}7°$

Ključ za reševanje:

Točko za nadaljevalno vprašanje dodelimo natanko tedaj, ko je naklon pobočja v obeh primerih pravilno naveden.

Naloga 2

Splošna plinska enačba

Enačba $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ modelno opisuje povezavo med tlakom p, prostornino V, množino snovi n in absolutno temperaturo T idealnega plina. Pri tem je R neka konstanta.

Zastavitev naloge:

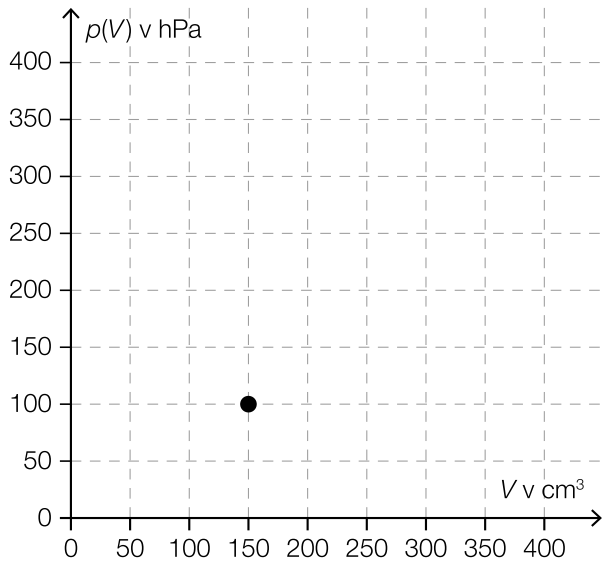
– Utemeljite, zakaj je moč odvisnost tlaka p od temperature T modelirati z neko linearno funkcijo oblike $p(T) = k \cdot T + d$ (pri $k, d \in \mathbb{R}$), če so ostale količine konstantne.
– Navedite parametra k in d te linearne funkcije.

Nadaljevalno vprašanje:

Tlak p nekega idealnega plina je moč opazovati kot funkcijo prostornine V, če so količine n, R in T konstantne.

– Dopolnite spodnjo vrednostno tabelo, predstavite graf funkcije p v spodnjem koordinatnem sistemu in navedite tip funkcije p.

V v cm^3	50	100	150	200	300
$p(V)$ v hPa			100		



Rešitev naloge 2

Splošna plinska enačba

Pričakovana rešitev pri zastavitvi naloge:

Če so n, R in V konstantne, velja $p(T) = \frac{n \cdot R}{V} \cdot T$. Ta enačba ustreza funkcijski enačbi linearne funkcije s parametroma $k = \frac{n \cdot R}{V}$ in $d = 0$.

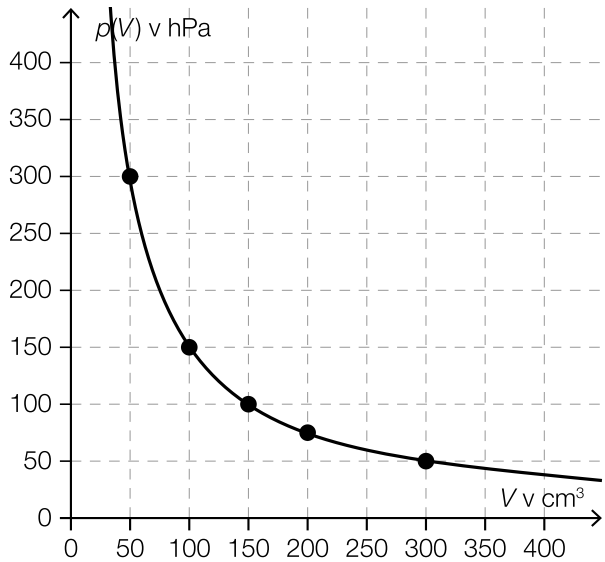
Ključ za reševanje:

Osnovno-kompetenčno točko dodelimo natanko tedaj, ko je dana smiselno pravilna utemeljitev in sta pravilno navedena parametra k in d pripadajoče linearne funkcije.

Pričakovana rešitev pri nadaljevalnem vprašanju:

$p(V) = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \quad \Rightarrow \quad p(V) \cdot V = \text{konstanta} \quad \Rightarrow \quad p(V) \cdot V = 15\,000$

V v cm^3	50	100	150	200	300
$p(V)$ v hPa	300	150	100	75	50



Pri tej funkciji p gre za potenčno funkcijo.

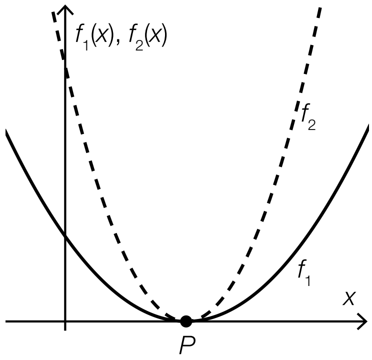
Ključ za reševanje:

Točko za nadaljevalno vprašanje dodelimo natanko tedaj, ko je vrednostna tabela pravilno dopolnjena, predstavljen pravilen graf funkcije in naveden pravilen tip funkcije.

Naloga 3

Dve paraboli

Dana sta grafa dveh funkcij f_1 in f_2 pri $f_1(x) = a_1 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + c_1$ in $f_2(x) = a_2 \cdot x^2 + b_2 \cdot x + c_2$.
Grafa obeh funkcij imata skupno samo eno točko P na x-osi in sta predstavljena na naslednji sliki.



Zastavitev naloge:

– Ustrezne znake »<«, »>« ali »=« vstavite vsakič tako, da nastane pravilna izjava, ter vsakič utemeljite svojo odločitev.

a_1 ______ a_2

c_1 ______ c_2

Nadaljevalno vprašanje:

V nadaljevanju velja $a_1 = 0{,}25$ in $P = (2|0)$.

– Navedite vrednosti parametrov b_1 in c_1 ter pojasnite svoj postopek.

Rešitev naloge 3

Dve paraboli

Pričakovana rešitev pri zastavitvi naloge:

$a_1 < a_2$, ker poteka graf, ki pripada funkciji f_1, bolj položno kot graf, pripadajoč funkciji f_2.
$c_1 < c_2$, ker je $f_1(0) < f_2(0)$.

Ključ za reševanje:

Osnovno-kompetenčno točko dodelimo natanko tedaj, ko so zanki pravilno vstavljeni in navedene (smiselno) pravilne utemeljitve.

Pričakovana rešitev pri nadaljevalnem vprašanju:

$b_1 = -1,\ c_1 = 1$

Možna pot reševanja:

$f_1(x) = 0{,}25 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + c_1$

$f_1'(x) = 0{,}5 \cdot x + b_1$

$f_1'(2) = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 + b_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad b_1 = -1$

$f_1(2) = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - 2 + c_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad c_1 = 1$

Ključ za reševanje:

Točko za nadaljevalno vprašanje dodelimo natanko tedaj, ko so navedeni: obe pravilni vrednosti parametrov in pravilen postopek.

Naloga 4

Hitrost vozila

Hitrost nekega vozila med dvema semaforjema je v časovnem intervalu $[0; t_1]$ modelno opisana s funkcijo v pri $v(t) = -\frac{4}{15} \cdot t^2 + 4 \cdot t$ pri čemer: t v s, $v(t)$ v m/s.
Ob času $t = 0$ se vozilo nahaja pri prvem semaforju.

Zastavitev naloge:

Ob časovnem trenutku t_1 se vozilo ustavi pri drugem semaforju.

– Navedite ta časovni trenutek t_1 in izračunajte pot, prevoženo v opazovanem časovnem intervalu.

Nadaljevalno vprašanje:

– Določite tisti časovni trenutek $t_0 \in [0; t_1]$, ob katerem doseže vozilo svojo največjo hitrost in navedite to maksimalno hitrost.
– Ob uporabi funkcije v navedite enačbo, s pomočjo katere je moč izračunati tisti časovni trenutek t_2, ob katerem je vozilo opravilo 80 % poti med obema semaforjema, ter izračunajte ta časovni trenutek.

Rešitev naloge 4

Hitrost vozila

Pričakovana rešitev pri zastavitvi naloge:

$v(t) = -\frac{4}{15} \cdot t^2 + 4 \cdot t = 0 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 15\ \mathrm{s}$
$s(t) = \int v(t)\,\mathrm{d}t = -\frac{4}{45} \cdot t^3 + 2 \cdot t^2 + c$
$s(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad c = 0$

$s(15) = 150\ \mathrm{m}$

Ključ za reševanje:

Osnovno-kompetenčno točko dodelimo natanko tedaj, ko sta tako časovni trenutek kot tudi prevožena pot pravilno navedena.

Pričakovana rešitev pri nadaljevalnem vprašanju:

$v'(t_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{8}{15} \cdot t_0 + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_0 = 7{,}5\ \mathrm{s}$
$v(7{,}5) = 15\ \mathrm{m/s}$

Možna pot reševanja:
$\int_0^{t_2} v(t)\,\mathrm{d}t = 0{,}8 \cdot 150 \quad \Rightarrow \quad t_2 \approx 10{,}7\ \mathrm{s}$

Ključ za reševanje:

Točko za nadaljevalno vprašanje dodelimo natanko tedaj, ko so navedeni tako pravilni časovni trenutek t_0 in pravilna hitrost $v(t_0)$, kot tudi pravilna enačba in pravilen trenutek t_2.

Naloga 5

Razširjena množica podatkov

Dana je množica podatkov, ki sestoji iz šestih števil:

$x_1 = 4,\ x_2 = 8,\ x_3 = 2,\ x_4 = 7,\ x_5 = 4,\ x_6$

Aritmetična sredina te množice podatkov znaša $\bar{x} = 5$.

Zastavitev naloge:

– Za to množico podatkov določite vrednost x_6 in mediano.

Nadaljevalno vprašanje:

– Množico podatkov dopolnite z dvema celima številoma tako, da bosta izpolnjena oba naslednja pogoja, ter utemeljite svojo odločitev.

- Aritmetična sredina nove množice podatkov se ujema s prvotno aritmetično sredino.
- Mediana nove množice podatkov je večja kot prvotna mediana.

Rešitev naloge 5

Razširjena množica podatkov

Pričakovana rešitev pri zastavitvi naloge:

$\frac{4+8+2+7+4+x_6}{6} = 5 \quad \Rightarrow \quad x_6 = 5$

Mediana: $\frac{4+5}{2} = 4{,}5$

Ključ za reševanje:

Osnovno-kompetenčno točko dodelimo natanko tedaj, ko sta pravilno navedeni tako vrednost x_6 kakor tudi mediana.

Pričakovana rešitev pri nadaljevalnem vprašanju:

števili za dopolnitev: 5 in 5

Možna utemeljitev:

Da ostane aritmetična sredina $\bar{x}$ enaka, morata biti števili, s katerima dopolnimo množico, oblike $\bar{x} - c$ in $\bar{x} + c$ pri $c \in \mathbb{N}$.

Samo za $c = 0$ in s tem natanko pri dopolnitvi množice podatkov z vrednostima 5 in 5 dobimo povečanje mediane. Pri tem zavzame mediana množice podatkov 2, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8 vrednost $5 > 4{,}5$.
Za vse vrednosti $c \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$, leži $5 - c$ pod in $5 + c$ nad prvotno mediano, tako da ima tudi razširjena množica podatkov mediano 4,5.

Ključ za reševanje:

Točko za nadaljevalno vprašanje dodelimo natanko tedaj, ko sta navedeni pravilni vrednosti za dopolnitev in podana (smiselno) pravilna utemeljitev.