Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reife- und Diplomprüfung / Berufsreifeprüfung

BHS/BRP

# Angewandte Mathematik

# Berufsreifeprüfung Mathematik

# Distance-Learning-Check Teil A

Der Distance-Learning-Check (bestehend aus ehemaligen Prüfungsaufgaben) dient als zusätzliche Übungsmöglichkeit für das Home-Schooling und als Ergänzung für die Vorbereitung auf die SRDP in Angewandter Mathematik (Teil A).

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

# Aufgabe 1

## Kugelstoßen

Kugelstoßen ist eine Disziplin bei den Olympischen Sommerspielen.
Eine Metallkugel muss so weit wie möglich aus einem Kreis in einen vorgegebenen Aufschlagbereich gestoßen werden.

a) Im Jahr 1948 wurde bei den Männern ein neuer Weltrekord mit der Weite 17,68 m aufgestellt.

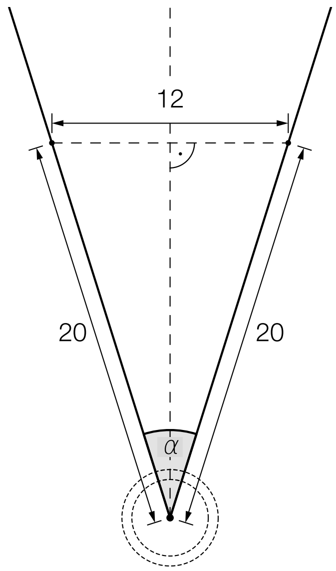
Eine Faustregel besagt, dass sich seit 1948 der Weltrekord bei den Männern alle 2,5 Jahre um 34 cm verbessert hat. Die Weltrekordweite (in Metern) soll gemäß dieser Faustregel in Abhängigkeit von der Zeit $t$ (in Jahren) durch eine lineare Funktion $f$ beschrieben werden.

1) Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion $f$. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 1948. *[1 Punkt]*

Im Jahr 1988 betrug der Weltrekord bei den Männern 23,06 m.

2) Ermitteln Sie für das Jahr 1988 die Abweichung des Funktionswerts von $f$ von dieser Weltrekordweite. *[1 Punkt]*

b) Der Aufschlagbereich ist in der nachstehenden Abbildung in der Ansicht von oben dargestellt (alle Angaben in Metern).




1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung markierten Winkel $\alpha$. *[1 Punkt]*

2) Markieren Sie in der obigen Abbildung diejenige Strecke, deren Länge durch den folgenden Ausdruck berechnet werden kann:
$$\frac{6}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$
*[1 Punkt]*

c) Die Bahnkurve einer gestoßenen Kugel lässt sich näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion $h$ beschreiben:

$h(x) = -0{,}05 \cdot x^2 + 0{,}75 \cdot x + 2$ mit $x \geq 0$

$x$ ... horizontale Entfernung der Kugel von der Abstoßstelle in m
$h(x)$ ... Höhe der Kugel über dem Boden bei der horizontalen Entfernung $x$ in m

1) Geben Sie an, in welcher Höhe die Kugel abgestoßen wird. *[1 Punkt]*

2) Ermitteln Sie, in welcher horizontalen Entfernung von der Abstoßstelle die Kugel auf dem Boden aufschlägt. *[1 Punkt]*

d) Für die bei den Männern verwendeten Kugeln gelten folgende Vorgaben:

- Die Masse beträgt 7 257 g.
- Der Durchmesser der Kugel liegt zwischen 11 cm und 13 cm.

Eine Messing-Eisen-Legierung hat eine Dichte von 8,2 g/cm³.
Die Masse $m$ ist das Produkt aus Volumen $V$ und Dichte $\varrho$, also $m = V \cdot \varrho$.

1) Überprüfen Sie nachweislich, ob man aus dieser Messing-Eisen-Legierung eine Kugel herstellen kann, die diese Vorgaben erfüllt. *[1 Punkt]*

# Aufgabe 2

## Kontrolle der Geschwindigkeit

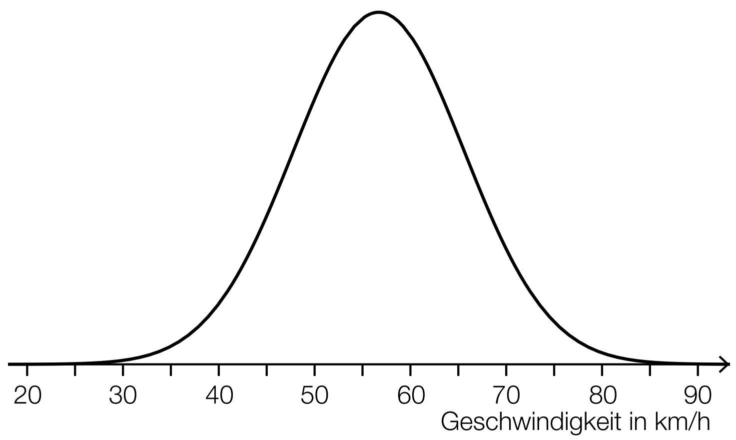
a) Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einem bestimmten Abschnitt der Westautobahn ein Fahrzeug mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs ist, beträgt 4 %.
Eine Zufallsstichprobe von 1 500 Fahrzeugen wird überprüft.
Die binomialverteilte Zufallsvariable $X$ gibt die Anzahl derjenigen Fahrzeuge an, die dort mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs sind.

1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass genau $a$ Fahrzeuge dieser Zufallsstichprobe mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs sind.

$P(X = a) =$ ______________________________ *[1 Punkt]*

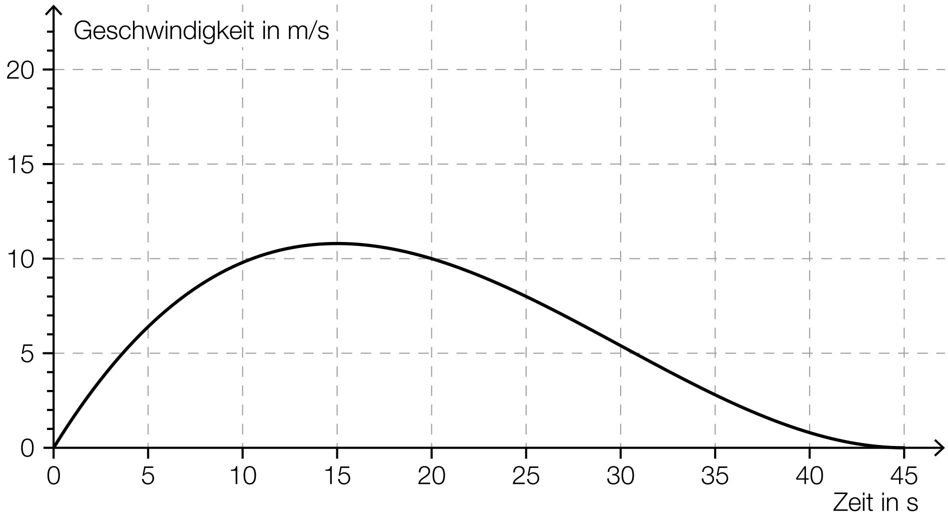
b) Es wird angenommen, dass die Geschwindigkeiten der Fahrzeuge an einer bestimmten Stelle, an der die erlaubte Höchstgeschwindigkeit 50 km/h beträgt, annähernd normalverteilt sind.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.




1) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Geschwindigkeit mehr als 15 km/h über der erlaubten Höchstgeschwindigkeit von 50 km/h liegt.
*[1 Punkt]*

c) Der nachstehend dargestellte Graph zeigt annähernd den Geschwindigkeitsverlauf eines im Stadtgebiet fahrenden Autos.




1) Ermitteln Sie näherungsweise die Länge des im Zeitintervall [0; 45] zurückgelegten Weges.

*[1 Punkt]*

2) Lesen Sie die Höchstgeschwindigkeit des Autos ab. Geben Sie das Ergebnis in km/h an.

*[1 Punkt]*

# Aufgabe 3

## Der Genfer See

a) Der *Jet d'eau* ist ein Springbrunnen im Genfer See. Die Wasserfontäne des Springbrunnens erreicht eine maximale Höhe von 140 Metern.

In einem vereinfachten Modell kann die Höhe eines Wasserteilchens über der Wasseroberfläche in Abhängigkeit von der Zeit durch die Funktion $h$ beschrieben werden:

$h(t) = -4{,}9 \cdot t^2 + 55{,}6 \cdot t$ mit $t \geq 0$

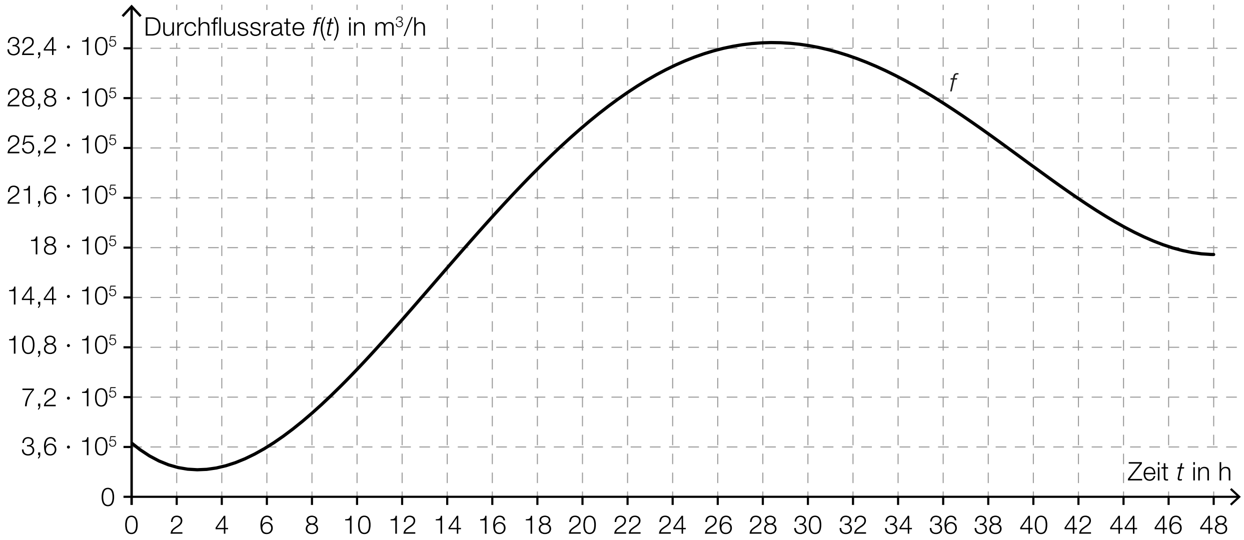
$t$ … Zeit nach dem Austritt eines Wasserteilchens in s
$h(t)$ … Höhe des Wasserteilchens über der Wasseroberfläche zur Zeit $t$ in m

In diesem Modell wird der Luftwiderstand nicht berücksichtigt. Daher weicht die mithilfe der Modellfunktion $h$ ermittelte maximale Höhe deutlich von der angegebenen maximalen Höhe ab.

1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die mithilfe der Modellfunktion $h$ ermittelte maximale Höhe über der angegebenen maximalen Höhe von 140 Metern liegt. *[1 Punkt]*

b) Der Genfer See wird durch mehrere Flüsse gespeist. Der Wasserstand des Sees wird beim Abfluss reguliert.

Die nachstehende Grafik zeigt den Verlauf der Durchflussrate des Wassers beim Abfluss innerhalb von 48 Stunden.




1) Beschreiben Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem Ausdruck $\int_0^{48} f(t)\,\mathrm{d}t$ im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. *[1 Punkt]*

Die Funktion *F* ist eine Stammfunktion der in der obigen Grafik dargestellten Funktion *f*.

2) Kreuzen Sie die für *F* zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]* *[1 Punkt]*

| | |
|---|---|
| *F* hat die Stelle mit dem größten Anstieg im Intervall [14; 18]. | ☐ |
| *F* hat eine Maximumstelle im Intervall [26; 30]. | ☐ |
| *F* ist monoton fallend im Intervall [32; 44]. | ☐ |
| *F* ist monoton steigend im Intervall [4; 26]. | ☐ |
| *F* ist im Intervall [0; 16] positiv gekrümmt (linksgekrümmt). | ☐ |

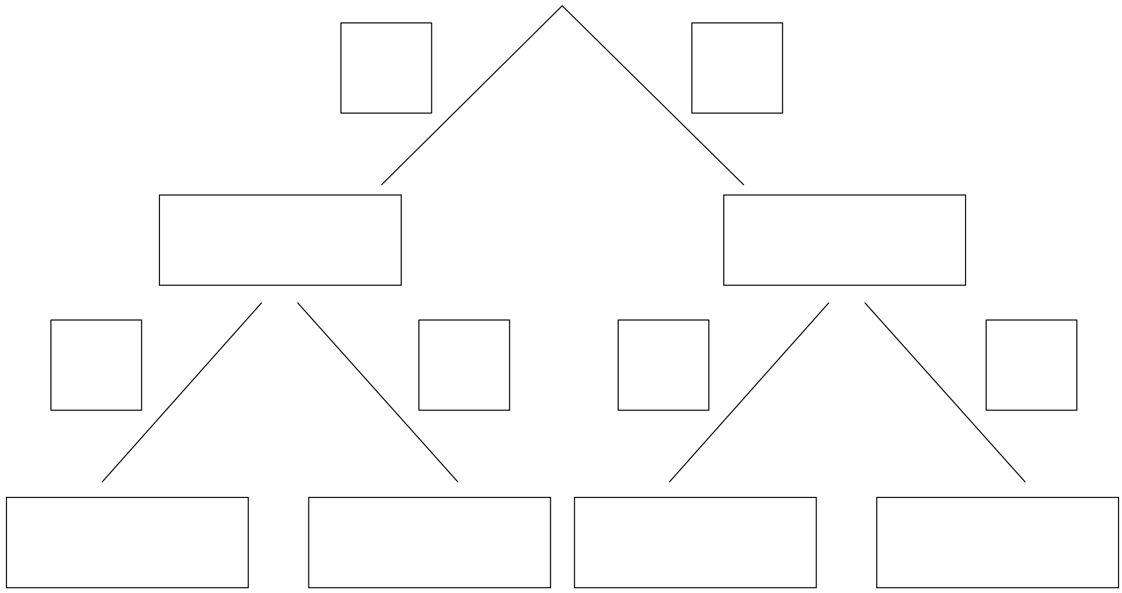
# Aufgabe 4

## Vergnügungspark

a) Bei einer Besucherbefragung in einem Vergnügungspark wurden folgende Daten erhoben:

60 % der Besucher sind aus dem Inland. Die Besucher aus dem Inland reisen zu 45 % mit dem PKW an, die restlichen Besucher aus dem Inland mit öffentlichen Verkehrsmitteln.
90 % der Besucher aus dem Ausland reisen mit öffentlichen Verkehrsmitteln an, die restlichen Besucher aus dem Ausland mit dem PKW.

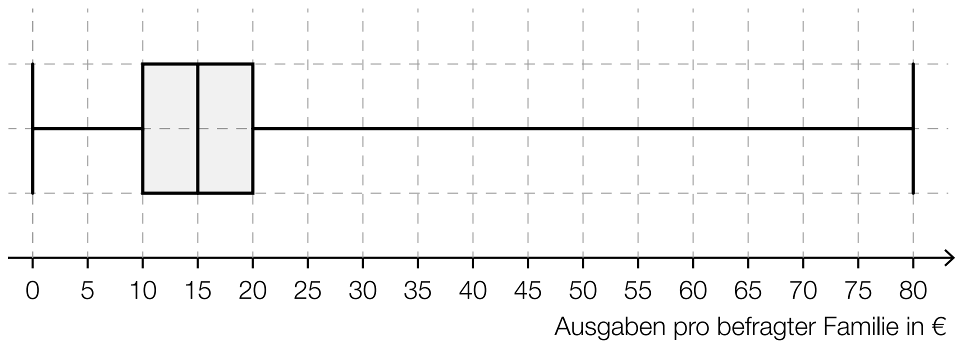
1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. *[1 Punkt]*



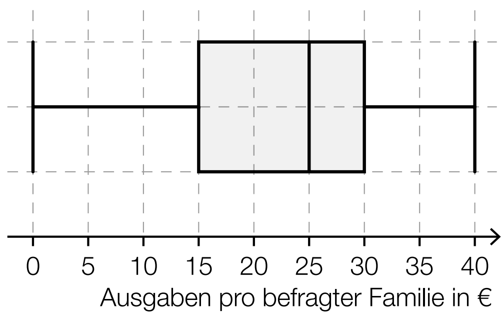
b) In einem Vergnügungspark werden Familien nach ihren Ausgaben befragt.

Die beiden nachstehenden Boxplots veranschaulichen die Ausgaben der befragten Familien für die Attraktionen und jene für Essen und Getränke.

Attraktionen:




Essen und Getränke:




Andreas behauptet, aus den beiden Boxplots Folgendes ablesen zu können: „Es gibt mit Sicherheit mindestens eine Familie, die insgesamt 120 Euro für Attraktionen sowie Essen und Getränke ausgibt."

1) Argumentieren Sie, dass die Behauptung von Andreas falsch ist. *[1 Punkt]*

c) Aus Erfahrung weiß man, dass eine bestimmte Attraktion des Vergnügungsparks von jeder Person mit der Wahrscheinlichkeit $p$ genutzt wird.

Es werden 10 Personen zufällig ausgewählt.

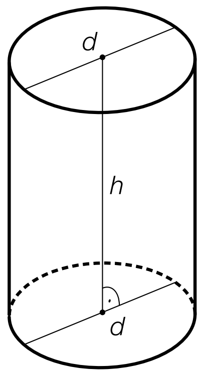
1) Kreuzen Sie dasjenige Ereignis $E$ an, für dessen Wahrscheinlichkeit gilt:
$P(E) = \binom{10}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^7$ *[1 aus 5]* *[1 Punkt]*

| | |
|---|---|
| Genau 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion. | ☐ |
| Maximal 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion. | ☐ |
| Mindestens 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion. | ☐ |
| Genau 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion. | ☐ |
| Höchstens 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion. | ☐ |

# Aufgabe 5

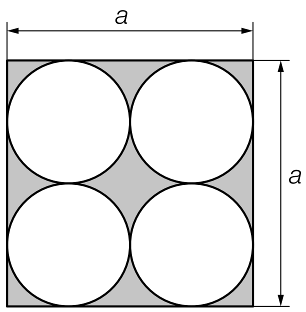
## Flüssigkeitsbehälter

a) Das nachstehend abgebildete zylindrische Gefäß mit der Höhe $h = 16$ dm fasst bei Befüllung bis 10 cm unter den oberen Rand 1 200 L.




1) Berechnen Sie den Durchmesser $d$ des Gefäßes. *[1 Punkt]*

b) Ein Raum hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge $a$. Es werden darin 4 zylindrische Gefäße mit gleichem Außendurchmesser gelagert (siehe nachstehende Abbildung, Ansicht von oben).




1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts $A$ der grau markierten Fläche aus der Seitenlänge $a$.

$A =$ ________________________________________ *[1 Punkt]*

c) Ein Flüssigkeitsbehälter wird befüllt. Dabei kann die Flüssigkeitsmenge im Flüssigkeitsbehälter in Abhängigkeit von der Füllzeit näherungsweise durch die Funktion $F$ beschrieben werden.

$F(t) = 1\,100 - 800 \cdot e^{-0{,}02 \cdot t}$

$t$ ... Füllzeit in min
$F(t)$ ... Flüssigkeitsmenge im Flüssigkeitsbehälter zur Füllzeit $t$ in L

Die Gleichung $900 = 1\,100 - 800 \cdot e^{-0{,}02 \cdot t}$ wird nach $t$ gelöst.

1) Beschreiben Sie die Bedeutung der Lösung im gegebenen Sachzusammenhang. *[1 Punkt]*

# Aufgabe 6

## Pelletsheizung

Pellets sind Heizmaterial aus gepressten Sägespänen.

a) Die Gesamtkosten für eine Pelletslieferung setzen sich aus einer fixen Grundgebühr und den Kosten für die Liefermenge zusammen. Dabei ist für jede Tonne Pellets der gleiche Preis zu bezahlen.

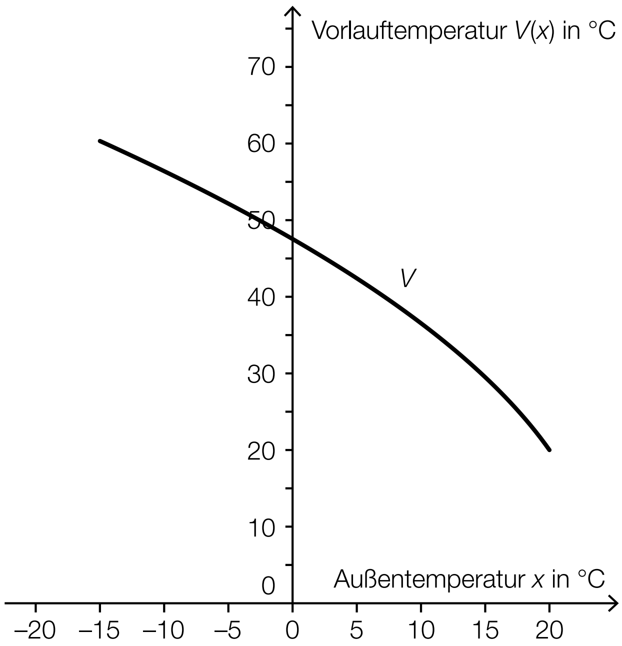
Ein Pelletshändler bietet auf seiner Website einen Online-Rechner an. Eine Kundin verwendet diesen Online-Rechner und notiert die Gesamtkosten für drei verschiedene Liefermengen:

| Liefermenge in Tonnen | Gesamtkosten in Euro |
|---|---|
| 2 | 500 |
| 4 | 960 |
| 5,5 | 1 260 |

1) Überprüfen Sie nachweislich, ob der Online-Rechner die Gesamtkosten wie oben beschrieben berechnet. *[1 Punkt]*

b) Die Temperatur, auf die das Wasser eines Heizsystems erwärmt wird, bezeichnet man als *Vorlauftemperatur*. Bei einer Pelletsheizung ist die Vorlauftemperatur abhängig von der Außentemperatur.

Den Graphen der zugehörigen Funktion $V$ nennt man *Heizkurve*. In der nachstehenden Abbildung ist eine solche Heizkurve für Außentemperaturen von –15 °C bis 20 °C dargestellt.




1) Kreuzen Sie die auf die Funktion $V$ im Intervall $]0; 20[$ zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*
*[1 Punkt]*

| | |
|---|---|
| $V(x) > 0$ und $V'(x) > 0$ | ☐ |
| $V'(x) > 0$ und $V''(x) < 0$ | ☐ |
| $V(x) < 0$ und $V''(x) < 0$ | ☐ |
| $V'(x) < 0$ und $V''(x) < 0$ | ☐ |
| $V(x) < 0$ und $V''(x) > 0$ | ☐ |

Die Funktion $V$ soll im Intervall $[-15; 20]$ durch eine lineare Funktion ersetzt werden. Diese soll an den Randpunkten des Intervalls die gleichen Funktionswerte wie $V$ haben.

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen dieser linearen Funktion ein. *[1 Punkt]*

3) Geben Sie an, um wie viel Grad Celsius die Vorlauftemperatur bei einer Außentemperatur von 0 °C geringer ist, wenn anstelle der Funktion $V$ die lineare Funktion verwendet wird.
*[1 Punkt]*

c) Bei einer Lieferung werden die Pellets in einer Höhe von 2 m durch einen Einblasstutzen in einen Lagerraum waagrecht eingeblasen. Eine aufgehängte Schutzmatte soll dabei verhindern, dass die Pellets brechen, wenn die Einblasgeschwindigkeit zu groß ist. Die Flugbahn eines Pellets kann modellhaft durch den Graphen der folgenden quadratischen Funktion beschrieben werden:

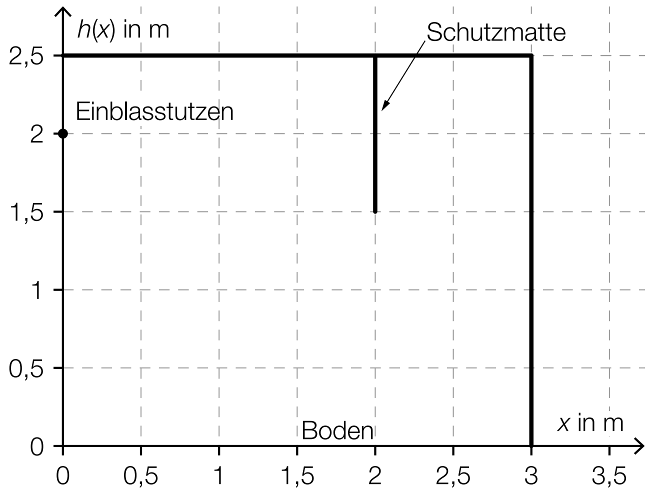
$h(x) = -\frac{5 \cdot x^2}{v_0^2} + 2$

$x$ ... waagrechte Entfernung vom Einblasstutzen in m

$h(x)$ ... Flughöhe eines Pellets über dem Boden bei der Entfernung $x$ in m

$v_0$ ... Einblasgeschwindigkeit in m/s

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Funktion $h$ für eine Einblasgeschwindigkeit von $v_0 = 4$ m/s ein. *[1 Punkt]*




Bei einer anderen Einblasgeschwindigkeit trifft das Pellet gerade noch das untere Ende der 1 m langen Schutzmatte.

2) Bestimmen Sie diese Einblasgeschwindigkeit. *[1 Punkt]*