

Name:
Klasse:

Modellschularbeit

Mathematik

Dezember 2014

Teil-1-Aufgaben

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Schülerin! Sehr geehrter Schüler!

Das vorliegende Aufgabenpaket zu Teil 1 enthält 18 Aufgaben. Die Aufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen dafür *75 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Anschließend erhalten Sie ein Aufgabenpaket zu Teil 2, das 3 Aufgaben mit je 3 Teilaufgaben enthält. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Es stehen Ihnen dafür insgesamt *75 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift. Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenpakets in das dafür vorgesehene Feld.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen im Aufgabenpaket durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Das Aufgabenpaket und alle von Ihnen verwendeten Blätter sind abzugeben.

Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 12 von 18 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 12 von 18 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.
Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 12 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 12 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 12 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	12–17 Punkte
Befriedigend	18–24 Punkte
Gut	25–30 Punkte
Sehr gut	31–36 Punkte

Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits **freie Antwortformate**, die Sie aus dem Unterricht kennen. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:
Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Aufgabenstellung:
Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven.

Beispiel:
Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:
Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!

Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichung ist korrekt?

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichungen sind korrekt?

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet. Im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung ^① wird als Zusammenzählung oder ^② bezeichnet.

①	
1 - 1 = 0	<input type="checkbox"/>
1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
1 · 1 = 1	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!
Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgabe 1

Ungleichung

Gegeben ist die Ungleichung $x + 2 < a$ mit der Variablen $x \in \mathbb{N}$ und dem Parameter $a \in \mathbb{N}$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Unter der Bedingung, dass _____^① ist, gibt es _____^②.

①		②	
$a \leq 2$	<input type="checkbox"/>	genau ein $x \in \mathbb{N}$, das die Ungleichung erfüllt	<input type="checkbox"/>
$4 < a < 8$	<input type="checkbox"/>	kein $x \in \mathbb{N}$, das die Ungleichung erfüllt	<input type="checkbox"/>
$a = 8$	<input type="checkbox"/>	unendlich viele $x \in \mathbb{N}$, die die Ungleichung erfüllen	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 2

Bedingungen für Winkelfunktionen

Für die nachstehende Aufgabe gilt für den Winkel α : $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden für α zutreffenden Aussagen an!

Im angegebenen Intervall existiert mindestens ein Winkel α , für den gilt: $\sin(\alpha) < \cos(\alpha)$.	<input type="checkbox"/>
Im angegebenen Intervall existiert mindestens ein Winkel α , für den gilt: $\sin(\alpha) = -1$.	<input type="checkbox"/>
Im angegebenen Intervall existiert mindestens ein Winkel α , für den gilt: $\sin(\alpha) = -\cos(\alpha)$.	<input type="checkbox"/>
Im angegebenen Intervall existiert mindestens ein Winkel α , für den gilt: $\cos(\alpha) = 0$.	<input type="checkbox"/>
Im angegebenen Intervall existiert mindestens ein Winkel α , für den gilt: $\sin(\alpha) < 0$.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 3

Grafische Veranschaulichung von Lösungen

Gegeben sind vier quadratische Gleichungen mit der Variablen x mit $x \in \mathbb{R}$ und dem Parameter a mit $a \in \mathbb{N}$ ($a \neq 0$). Die Deutung der Lösungen quadratischer Gleichungen kann anhand der Graphen entsprechender Funktionen erfolgen.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier quadratischen Gleichungen jeweils die Grafik zu, die die Ermittlung der Lösungen auf grafischem Weg veranschaulicht!

$ax^2 = 0$	
$x^2 + ax = 0$	
$x^2 + 4a^2 = 0$	
$x^2 - a^2 = 0$	

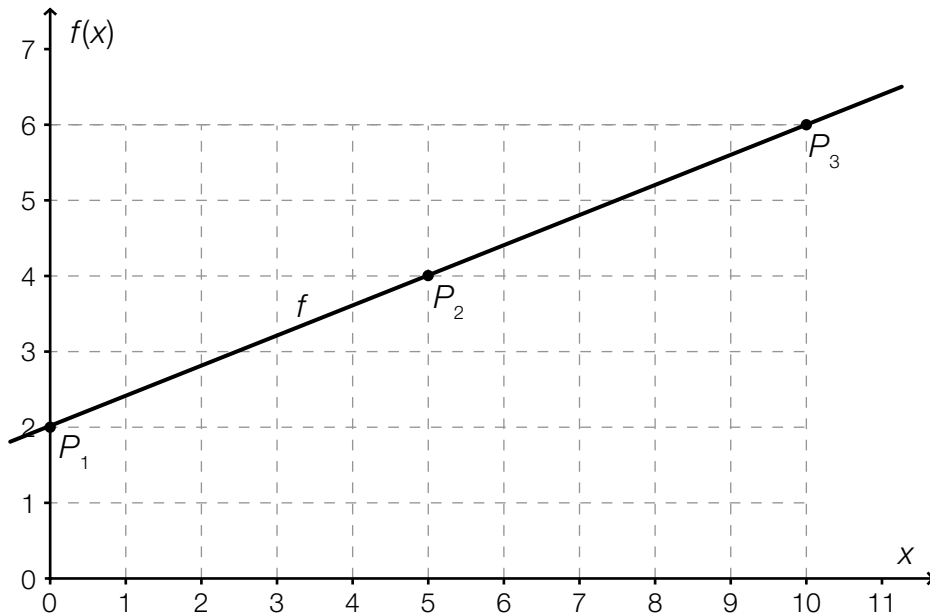
A	
B	
C	
D	
E	
F	

Aufgabe 4

Bestimmung von k und d

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$ dargestellt ($k, d \in \mathbb{R}$).

Der Graph der Funktion f verläuft durch die Punkte P_1 , P_2 und P_3 , deren Koordinaten jeweils ganzzahlig sind.



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Werte der Parameter k und d der Gleichung der Funktion f !

$k =$ _____

$d =$ _____

Aufgabe 5

Bakterienkultur

Die Funktion B beschreibt die Entwicklung der Bakterienanzahl in einer Nährlösung in Abhängigkeit von der Zeit t (in Minuten).

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie den Wert des Terms $\frac{B(t_2) - B(t_1)}{t_2 - t_1}$ in diesem Zusammenhang!

Aufgabe 6

Kostenfunktion

Durch die Funktion K mit der Gleichung $K(x) = 8 \cdot x + 7\,500$ sollen in einem Betrieb die gesamten Produktionskosten einer Ware in Abhängigkeit von der produzierten Menge näherungsweise berechnet werden. Die Produktionskosten werden in Euro angegeben; die Menge x der produzierten Ware wird in Kilogramm angegeben.

Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Aussagen stellen eine korrekte Interpretation der in der Gleichung $K(x) = 8 \cdot x + 7\,500$ auftretenden Parameter dar?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Zahl 8 gibt diejenige Menge in Kilogramm an, die um 1 Euro produziert werden kann.	<input type="checkbox"/>
Die Zahl 8 gibt diejenigen zusätzlichen Kosten in Euro an, die bei der Produktion einer weiteren Mengeneinheit (in Kilogramm) entstehen.	<input type="checkbox"/>
Die Fixkosten betragen 7 500 Euro pro Kilogramm.	<input type="checkbox"/>
Die Zahl 8 gibt die gesamten Produktionskosten in Euro an, die bei der Produktion von 1 Kilogramm der Ware entstehen.	<input type="checkbox"/>
Die Zahl 7 500 beschreibt diejenigen Kosten in Euro, die auch dann entstehen, wenn keine Ware produziert wird.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 7

Exponentialfunktion

Von einer Exponentialfunktion f mit der Gleichung $f(x) = a \cdot b^x$ ($a, b \in \mathbb{R}$; $a, b \neq 0$; $b \neq 1$) sind folgende Wertepaare bekannt:

x	0	1	2
$f(x)$	15	45	135

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Werte der Parameter a und b an!

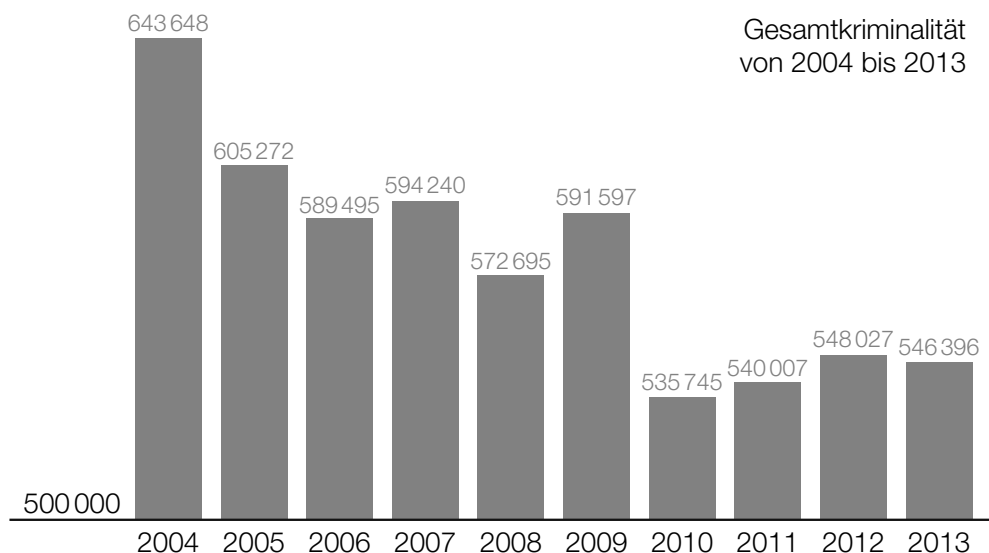
$a =$ _____

$b =$ _____

Aufgabe 8

Kriminalstatistik

In der unten stehenden Grafik ist die Anzahl aller zur Anzeige gebrachten Kriminalfälle pro Jahr in Österreich („Gesamtkriminalität“) im Zeitraum von 2004 bis 2013 dargestellt. Die angeführten Zahlen geben dabei an, wie viele Anzeigen im jeweiligen Jahr erstattet wurden.



Datenquelle: Bundeskriminalamt (Hrsg.) (2014). *Die Entwicklung der Kriminalität in Österreich 2004 bis 2013. Neue Herausforderungen für die Kriminalpolizei*. Wien. Verfügbar unter: http://www.bmi.gv.at/cms/BK/publikationen/krim_statistik/2013/2732014_KrimStat_2013_Broschuere.pdf [21.10.2014]. S. 7.

Aufgabenstellung:

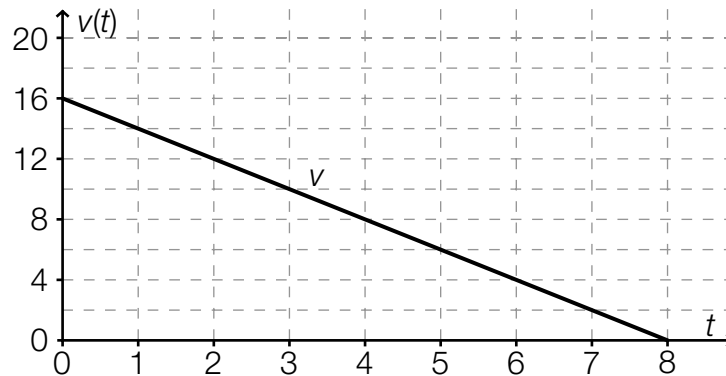
Lena rechnet unter Einbeziehung der Grafik: $\frac{535\,745 - 591\,597}{591\,597} \approx -0,094$.

Interpretieren Sie das Ergebnis ihrer Berechnung im gegebenen Kontext!

Aufgabe 9

Geschwindigkeit

Die Funktion v beschreibt die Geschwindigkeit eines Objekts im Zeitintervall $[0; 8]$ ($v(t)$ in m/s, t in s).



Aufgabenstellung:

Beschreiben und interpretieren Sie den Verlauf des Graphen der Ableitungsfunktion v' im gegebenen Zusammenhang!

Aufgabe 10

Ermittlung einer Funktionsgleichung

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 4 \cdot e^{2x}$.

Aufgabenstellung:

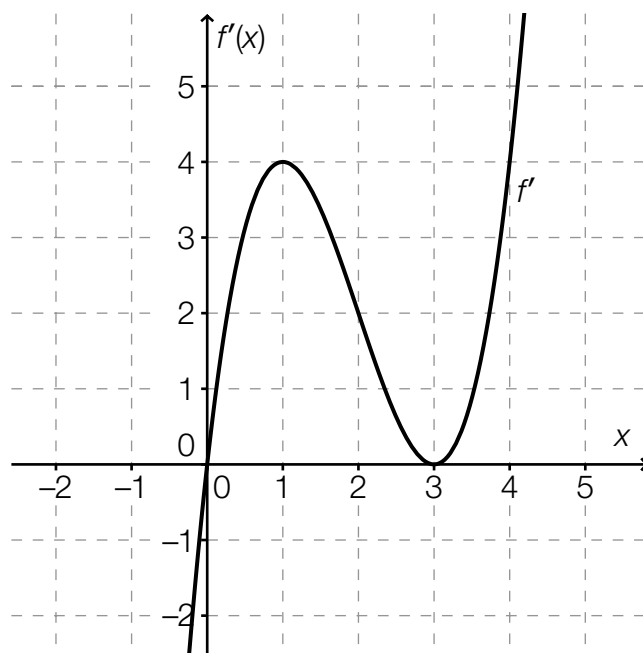
Geben Sie eine Funktionsgleichung einer Funktion g an, deren Ableitungsfunktion gleich der Funktion f ist!

$g(x) =$ _____

Aufgabe 11

Interpretation einer Ableitungsfunktion

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f vierten Grades dargestellt. Die Koordinaten der Punkte auf der x -Achse, der Extrempunkte und der Wendepunkte der Ableitungsfunktion f' sind jeweils ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

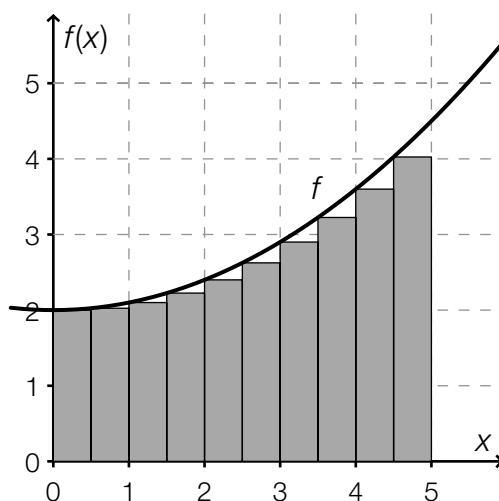
Kreuzen Sie die beiden für die Funktion f zutreffenden Aussagen an!

Die Funktion f besitzt im Definitionsbereich $D = \mathbb{R}$ genau zwei lokale Extremstellen.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f besitzt weniger Wendestellen als Extremstellen.	<input type="checkbox"/>
Der Graph der Funktion f ändert im Intervall $(0; 3)$ das Monotonieverhalten.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ einen Tiefpunkt.	<input type="checkbox"/>
Der Graph der Funktion f ist im Intervall $(-\infty; 0)$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 12

Bestimmtes Integral

In der nachstehenden Abbildung sind der Graph einer Polynomfunktion f sowie ein aus 10 gleich breiten Rechtecken bestehendes, grau gefärbtes Flächenstück dargestellt. Der Flächeninhalt dieses Flächenstücks wird mit A bezeichnet.



Aufgabenstellung:

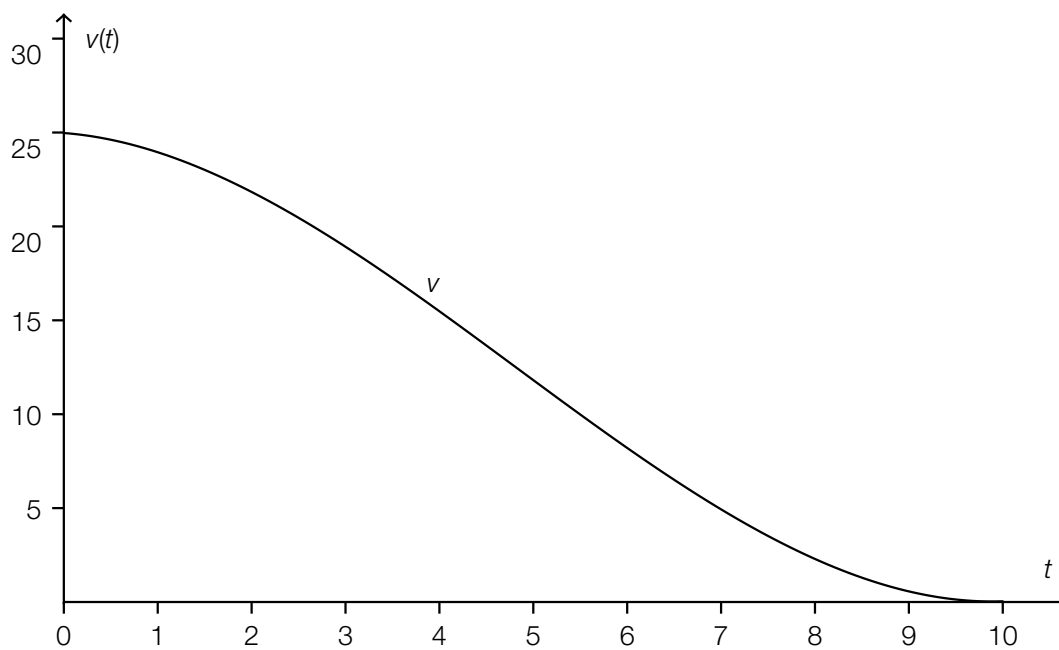
Kreuzen Sie die beiden für die gegebene Abbildung zutreffenden Aussagen an!

$\int_0^{2.5} f(x)dx > \frac{A}{2}$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^4 f(x)dx > A$	<input type="checkbox"/>
$\int_4^5 f(x)dx > \frac{A}{5}$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^5 f(x)dx > 2 \cdot A$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^5 f(x)dx > A$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 13

Interpretation von Integralen

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Geschwindigkeitsfunktion v im Zeitintervall $[0; 10]$ dargestellt ($v(t)$ in m/s, t in s).



Aufgabenstellung:

Geben Sie an, was die Aussage $\int_0^2 v(t) dt < \int_2^{10} v(t) dt$ im vorliegenden Kontext bedeutet!

Aufgabe 14

Binomialverteilung – ja/nein?

Unter 40 produzierten Taschenrechnern befinden sich fünf defekte Geräte. Es werden nacheinander vier Taschenrechner zufällig ausgewählt und es wird ihre Funktionsfähigkeit überprüft. Überprüfte Geräte werden sortiert beiseitegelegt. Die Zufallsvariable X gibt an, wie viele von den vier ausgewählten Taschenrechnern fehlerfrei funktionieren.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, ob die Zufallsvariable X binomialverteilt ist, und begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 15

Ereignisse

Zwei unterscheidbare Würfel, deren Seitenflächen jeweils mit 1 bis 6 Punkten bedruckt sind, werden gleichzeitig geworfen. Die Augenzahlen der beiden Würfel werden nach jedem Wurf notiert. Das Werfen der beiden Würfel ist ein Zufallsexperiment, der Grundraum dieses Zufallsexperiments ist die Menge aller möglichen geordneten Augenzahlpaare.

Für das Ereignis E_1 gilt:

$$E_1 = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), \\ (2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), \\ (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6), \\ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6), \\ (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6), \\ (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$$

Aufgabenstellung:

Das Ereignis E_2 enthält diejenigen Elemente des Grundraums, die nicht Element von E_1 sind.

Geben Sie die Elemente des Ereignisses E_2 an!

$$E_2 = \{ \underline{\hspace{15cm}} \}$$

Aufgabe 16

Binomialkoeffizient

Betrachtet wird der Binomialkoeffizient $\binom{20}{x}$ mit $x \in \mathbb{N}$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie alle Werte für $x \in \mathbb{N}$ an, für die der gegebene Binomialkoeffizient den Wert 1 annimmt!

Aufgabe 17

Deutschaufsatz

Bei einer Schularbeit im Fach Deutsch wählten neun von 24 Schüler/innen Thema A, alle anderen Schüler/innen Thema B. Die Lehrerin wählt bei der Korrektur drei Hefte zufällig aus.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in zwei der drei ausgewählten Hefte Thema A behandelt wurde!

Aufgabe 18

Blutgruppen

Der nachstehenden Aufgabenstellung liegt eine Modellierung mithilfe der Binomialverteilung zugrunde. Dabei bezeichnet die Zufallsvariable X die Anzahl der Personen mit Blutgruppe A. Langjährige Untersuchungen zeigen, dass ca. 40 % aller Österreicher/innen die Blutgruppe A haben.

Bei einer Blutspendeaktion werden jeweils drei Personen aufgerufen und auf ihre Blutgruppe untersucht.

Aufgabenstellung:

Mit welchen der nachstehenden Ausdrücke kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass mindestens eine von diesen drei Personen die Blutgruppe A hat?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Ausdrücke an!

$1 - 0,6^3$	<input type="checkbox"/>
$1 - (3 \cdot 0,4 \cdot 0,6^2 + 0,6^3)$	<input type="checkbox"/>
$3 \cdot 0,6 \cdot 0,4^2 + 3 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4$	<input type="checkbox"/>
$3 \cdot 0,4 \cdot 0,6^2 + 3 \cdot 0,4^2 \cdot 0,6 + 0,4^3$	<input type="checkbox"/>
$\binom{3}{1} \cdot 0,4 \cdot 0,6^2$	<input type="checkbox"/>