

Kompetenzcheck

Mathematik (AHS)

Oktober 2013

Lösungsheft

Bundesinstitut

 **bifie**

Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung
des österreichischen Schulwesens

Lösung zu Aufgabe 1

Rationale Zahlen

Lösungserwartung:

$-\frac{1}{2}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3,\dot{5}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$-\sqrt{16}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 2

Rechenoperationen bei Vektoren

Lösungserwartung:

$\vec{a} + r \cdot \vec{b}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$r \cdot \vec{b}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\vec{b} - \vec{a}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 3

Eigenschaften linearer Funktionen

Lösungserwartung:

$$f(x) = 4x - 2 \rightarrow k = 4$$

$$x_1 = 3 \text{ und } f(x_1) = 10$$

$$x_2 = 4 \text{ und } f(x_2) = 14$$

$$\rightarrow f(x_2) - f(x_1) = 14 - 10 = \mathbf{4 = k}$$

Lösungsschlüssel:

Es können beliebige Argumente gewählt werden, die sich um 1 unterscheiden!
Jedoch muss die Argumentation in jedem Fall korrekt wiedergegeben werden!

Lösung zu Aufgabe 4

Gerade in Parameterform

Lösungserwartung:

$$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Lösungsschlüssel:

Jede andere Gleichung für g (anderer Punkt, der auf g liegt, Vielfaches des Richtungsvektors) ist ebenfalls richtig zu werten.

Lösung zu Aufgabe 5

Rechteck

Lösungserwartung:

$\vec{SR} \parallel \vec{UT}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$U = T + \vec{SR}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn nur zwei Antworten/Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 6

Rechtwinkeliges Dreieck

Lösungserwartung:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{a}{c}\right) \text{ oder } \alpha = \arctan\left(\frac{a}{c}\right) \text{ oder } \tan \alpha = \frac{a}{c}$$

Lösungsschlüssel:

Als nicht richtig zu werten sind Umformungsketten, die die Gleichheit verletzen, wie z. B.: $\alpha = \tan \alpha = \frac{a}{c} = \tan^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$.

Formeln, bei denen b durch a und c ausgedrückt wird, sind ebenso als richtig zu werten, wie z. B.: $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}}$.

Lösung zu Aufgabe 7

Funktionsgraphen

Lösungserwartung:

$h(1) > h(3)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(1) = g(1)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn nur zwei Antworten/Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 8

Modellierung mittels linearer Funktionen

Lösungserwartung:

der zurückgelegte Weg in Abhängigkeit von der Zeit bei einer gleichbleibenden Geschwindigkeit von 30 km/h	<input checked="" type="checkbox"/>
die Stromkosten in Abhängigkeit von der verbrauchten Energie (in kWh) bei einer monatlichen Grundgebühr von € 12 und Kosten von € 0,4 pro kWh	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn nur zwei Sachverhalte angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 9

Geraden im \mathbb{R}^3

Lösungserwartung:

$x = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$x = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn nur zwei Gleichungen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 10

Halbwertszeit eines Isotops

Lösungserwartung:

$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,086 \cdot t \cdot \ln e$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\frac{1}{2} = 1 \cdot e^{-0,086 \cdot t}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 11

Cosinusfunktion

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Die Lösung ist als richtig zu werten, wenn auf beiden Achsen mindestens zwei Werte im Bogen- oder Gradmaß richtig gekennzeichnet sind, wobei der Wert 0 für beide Achsen gelten darf. Alle eingezeichneten Werte müssen richtig sein.

Lösung zu Aufgabe 12

Eigenschaften des arithmetischen Mittels

Lösungserwartung:

Das arithmetische Mittel kann durch Ausreißer stark beeinflusst werden.	<input checked="" type="checkbox"/>
Multipliziert man das arithmetische Mittel mit der Anzahl der Messwerte, so erhält man immer die Summe aller Messwerte.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn nur zwei Antworten/Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 13

FSME-Infektion

Lösungserwartung:

$$0,03 \cdot 0,02 = 0,0006$$

Die Wahrscheinlichkeit einer Erkrankung beträgt 0,06 %.

Lösungsschlüssel:

Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als Dezimalzahl oder als Bruch reicht aus.

Lösung zu Aufgabe 14

Verdoppelungszeit

Lösungserwartung:

z. B.: $f(0) = 2000$ und $f(4) = 4000$

→ In 4 Jahren ist der doppelte Betrag vorhanden. Die Verdoppelungszeit beträgt also 4 Jahre.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn der Wert richtig angegeben ist.

Lösung zu Aufgabe 15

Luftwiderstand

Lösungserwartung:

$$\frac{F_L(30) - F_L(20)}{30 - 20} = \frac{360 - 160}{10} = 20 \frac{\text{N}}{\text{m/s}}$$

Lösungsschlüssel:

Die Angabe der Einheit $\frac{\text{N}}{\text{m/s}}$ ist nicht notwendig für die Korrektheit der Lösung (da in der Aufgabenstellung vorgegeben); es genügt die Verwendung des korrekten Änderungsmaßes und die Ermittlung des numerischen Wertes 20.

Lösung zu Aufgabe 16

Würfeln

Lösungserwartung:

Fragestellung	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine gerade Zahl gewürfelt wird?	C
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 4 gewürfelt wird?	A
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl kleiner als 2 gewürfelt wird?	B
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 1 und kleiner als 6 gewürfelt wird?	F

Wahrscheinlichkeit	
A	$\frac{1}{3}$
B	$\frac{1}{6}$
C	$\frac{1}{2}$
D	1
E	$\frac{5}{6}$
F	$\frac{2}{3}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn alle Buchstaben richtig zugeordnet sind.

Lösung zu Aufgabe 17

Exponentialfunktion

Lösungserwartung:

$f'(x) = a \cdot \lambda \cdot e^{\lambda x}$	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f schneidet die y -Achse bei $(0 a)$.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f ist streng monoton fallend, wenn $\lambda < 0$ und $a \neq 0$ ist.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 18

Lokales Maximum

Lösungserwartung:

①	
$f'(x_1) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$f''(x_1) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Satzteile angekreuzt sind.

Lösung zu Aufgabe 19

Pflanzenwachstum

Lösungserwartung:

Der Graph der Funktion h_1 ist im Intervall $[1; 5]$ links gekrümmt.	<input checked="" type="checkbox"/>
Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt: $h_3''(t) \leq 0$.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn nur zwei Antworten/Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 20

Erwartungswert

Lösungserwartung:

$$E(X) = 2,6$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn der Wert richtig angegeben ist.

Lösung zu Aufgabe 21

Funktionseigenschaften

Lösungserwartung:

Die Funktion f hat an der Stelle $x = 3$ einen lokalen Hochpunkt.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn nur zwei Antworten/Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 22

Polynomfunktion – Funktionsuntersuchung

Lösungserwartung:

$f'(3) = -9$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(-1) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(2) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Lösung zu Aufgabe 23

Differenzenquotient

Lösungserwartung:

$$\frac{s(6) - s(0)}{6 - 0} = \frac{30 - 0}{6} = 5$$

Das Ergebnis bedeutet, dass die mittlere Geschwindigkeit (auch Durchschnittsgeschwindigkeit) des Radfahrers im Zeitintervall $[0; 6]$ 5 m/s beträgt.

Lösungsschlüssel:

Die Lösung gilt als richtig, wenn der Differenzenquotient richtig berechnet und gedeutet wurde.

Lösung zu Aufgabe 24

Binomialverteilung

Lösungserwartung:

Aus einer Urne mit vier blauen, zwei grünen und drei weißen Kugeln werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. (X = Anzahl der grünen Kugeln)	<input checked="" type="checkbox"/>
Bei einem Multiple-Choice-Test sind pro Aufgabe drei von fünf Wahlmöglichkeiten richtig. Die Antworten werden nach dem Zufallsprinzip angekreuzt. Sieben Aufgaben werden gestellt. (X = Anzahl der richtig gelösten Aufgaben)	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens liegt bei 52 %. Eine Familie hat drei Kinder. (X = Anzahl der Mädchen)	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle Kreuze richtig gesetzt sind.