

Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

12. Jänner 2017

Mathematik

Teil-2-Aufgaben



Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 2 enthält vier Aufgaben mit je zwei bis vier Teilaufgaben, wobei alle Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Ihnen stehen dafür insgesamt *150 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift! Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung dieser Aufgaben dieses Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Blätter! Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes verwendete Blatt! Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an!

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die gewohnten elektronischen Hilfsmittel verwenden.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter.

Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.
Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits **freie Antwortformate**; dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft oder auf die zur Verfügung gestellten Blätter. Weitere Antwortformate, die in der Klausur zum Einsatz kommen können, werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

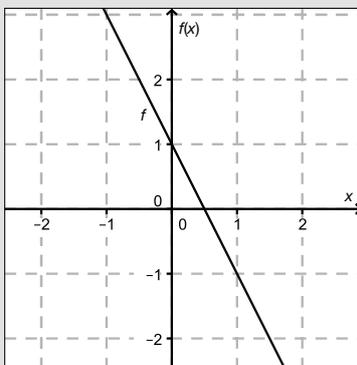
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichung ist korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 6$	<input checked="" type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 10$	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung _____^①_____ wird als Zusammenzählung oder _____^②_____ bezeichnet.

①	
$1 - 1 = 0$	<input type="checkbox"/>
$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$1 \cdot 1 = 1$	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgabe 1

Graphen von Polynomfunktionen dritten Grades

Der Verlauf des Graphen einer Polynomfunktion f dritten Grades mit der Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ hängt von den Werten der Koeffizienten a, b, c, d ab.

Je nach Wahl der Werte für die Koeffizienten ergibt sich unter anderem die Anzahl und Lage der Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen von f .

Aufgabenstellung:

- a) Wie viele lokale Extremstellen kann f höchstens haben? Geben Sie die Anzahl an und begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Ableitungsfunktion von f !

A Zeigen Sie für den Spezialfall $a = 1$, $b = -3$, $c = 3$, $d = 0$, dass die Funktion f keine lokale Extremstelle hat!

- b) Wenn für alle $x \in \mathbb{R}$ die Beziehung $f(-x) = -f(x)$ gilt, dann ist der Graph von f symmetrisch bezüglich des Ursprungs.

Geben Sie diejenigen Werte an, die die Koeffizienten b und d annehmen müssen, damit der Graph von f mit der Gleichung $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ symmetrisch bezüglich des Ursprungs ist!

Ermitteln Sie für eine solche Funktion f den Wert des Integrals $\int_{-x_1}^{x_1} f(x) dx$ für ein beliebiges $x_1 > 0$ und geben Sie eine Begründung für Ihre Lösung an!

- c) Der Graph von f hat auf jeden Fall einen Wendepunkt.
Welcher der Koeffizienten a, b, c, d ist ausschlaggebend dafür, dass der Wendepunkt der Funktion f auf der senkrechten Koordinatenachse liegt?
Geben Sie diesen Koeffizienten und die zugehörige Bedingung an!

Geben Sie eine zusätzliche Bedingung dafür an, dass der Graph von f im Wendepunkt $W = (0|f(0))$ eine zur x -Achse parallele Tangente hat!

Aufgabe 2

Ebola

Ebola ist eine durch Viren ausgelöste, ansteckende Krankheit. Die Ebola-Epidemie, die 2014 in mehreren Ländern Westafrikas ausbrach, gilt nach der Weltgesundheitsorganisation WHO als die bisher schwerste Ebola-Epidemie. Der Verlauf der Epidemie wurde von der WHO genau beobachtet und dokumentiert.

In der nachstehenden Tabelle ist ein Auszug der Dokumentation der WHO für die Staaten Guinea, Liberia und Sierra Leone für drei Tage im September 2014 dargestellt. Angeführt ist jeweils die Gesamtanzahl der Erkrankten.

Datum	6. September	13. September	20. September
Gesamtanzahl der Erkrankten	4 269	4 963	5 843

Datenquelle: <http://www.who.int/csr/disease/ebola/situation-reports/en/> [20.09.2014].

Aufgabenstellung:

- a) Geben Sie die Bedeutung der Ausdrücke $4\,963 - 4\,269$ und $\frac{4\,963 - 4\,269}{4\,269}$ im gegebenen Kontext an!

Mithilfe dieser Ausdrücke kann auf Basis der Anzahl der Erkrankungen vom 6. September 2014 und vom 13. September 2014 die Anzahl der Erkrankungen vom 20. September 2014 vorhergesagt werden, wenn man ein lineares oder ein exponentielles Wachstumsmodell zugrunde legt.

Ermitteln Sie die Werte beider Wachstumsmodelle für den 20. September 2014, vergleichen Sie sie mit den tatsächlichen Daten und geben Sie an, welches der beiden Modelle zur Modellierung der Anzahl der Erkrankungen im betrachteten Zeitraum eher angemessen ist!

- b) Mitte September 2014 zitierte die *New York Times* die Behauptung von Wissenschaftlern, die Epidemie könne 12 bis 18 Monate dauern; es könne allein bis Mitte Oktober 2014 bereits 20 000 Infektionsfälle geben.

Datenquelle: <http://www.nytimes.com/2014/09/13/world/africa/us-scientists-see-long-fight-against-ebola.html> [29.06.2016].

Die zeitliche Entwicklung der Anzahl von Erkrankungsfällen bei einer Epidemie kann für einen beschränkten Zeitraum durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden. Auf Basis der Anzahl der Erkrankten vom 6. September 2014 und vom 20. September 2014 soll die Anzahl der Erkrankungsfälle in Form einer Exponentialfunktion f mit $f(t) = a \cdot b^t$ modelliert werden. Die Zeit t wird dabei in Tagen ab dem 6. September 2014 gemessen, der Zeitpunkt $t = 0$ entspricht dem 6. September 2014.

- A) Geben Sie den Wert von b an!

Ermitteln Sie, wie viele Tage nach dem 6. September 2014 die Anzahl der Erkrankten gemäß der Modellfunktion die Zahl 20 000 überschreitet, und vergleichen Sie Ihr Resultat mit der Aussage der Wissenschaftler!

Aufgabe 3

Nettomonatseinkommen

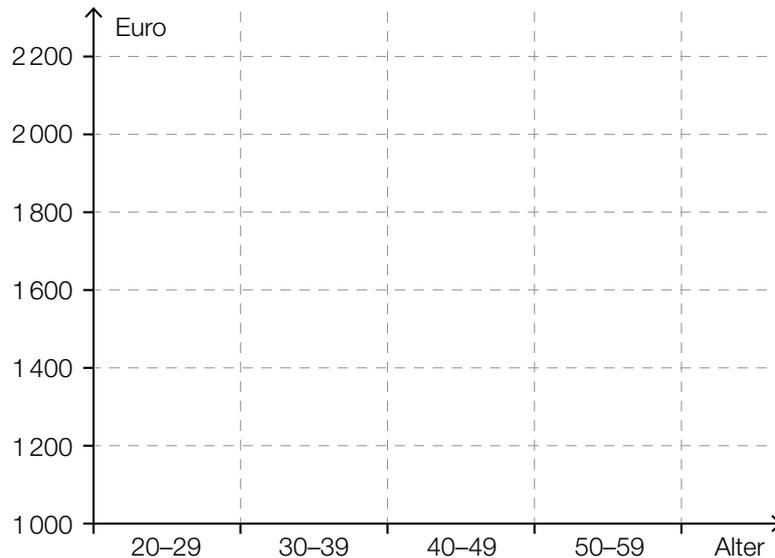
Das Nettomonatseinkommen erwerbstätiger Personen hängt von sozioökonomischen Faktoren wie Alter, Staatsangehörigkeit, Schulbildung, Beschäftigungsausmaß und beruflicher Stellung ab. Die nachstehende Tabelle zeigt Daten zu den Nettomonatseinkommen unselbständig Erwerbstätiger in Österreich im Jahresdurchschnitt 2010 in Abhängigkeit von sozioökonomischen Faktoren. Alle folgenden Aufgabenstellungen beziehen sich auf diese Daten des Jahres 2010.

Merkmale	unselbständig Erwerbstätige	arithmetisches Mittel	10 %	Quartile			90 %
				25 %	50 % (Median)	75 %	
	in 1 000 Personen	in Euro	verdienen weniger als oder gleich viel wie ... Euro				
Insgesamt	3 407,9	1 872,7	665,0	1 188,0	1 707,0	2 303,0	3 122,0
Alter							
15–19 Jahre	173,5	799,4	399,0	531,0	730,0	1 020,0	1 315,0
20–29 Jahre	705,1	1 487,0	598,0	1 114,0	1 506,0	1 843,0	2 175,0
30–39 Jahre	803,1	1 885,7	770,0	1 252,0	1 778,0	2 306,0	2 997,0
40–49 Jahre	1 020,4	2 086,1	863,0	1 338,0	1 892,0	2 556,0	3 442,0
50–59 Jahre	632,8	2 205,0	893,0	1 394,0	1 977,0	2 779,0	3 710,0
60+ Jahre	73,0	2 144,7	258,0	420,0	1 681,0	3 254,0	4 808,0
Höchste abgeschlossene Schulbildung							
Pflichtschule	523,4	1 183,0	439,0	677,0	1 104,0	1 564,0	1 985,0
Lehre	1 385,2	1 789,3	833,0	1 303,0	1 724,0	2 143,0	2 707,0
BMS	454,4	1 777,1	733,0	1 199,0	1 677,0	2 231,0	2 824,0
Höhere Schule	557,2	2 061,6	590,0	1 218,0	1 824,0	2 624,0	3 678,0
Universität	487,7	2 723,4	1 157,0	1 758,0	2 480,0	3 376,0	4 567,0
Berufliche Stellung							
Lehrlinge	134,2	775,3	466,0	551,0	705,0	930,0	1 167,0
Angestellte(r)	1 800,3	2 018,1	705,0	1 222,0	1 771,0	2 489,0	3 550,0
Arbeiter(in)	1 030,9	1 539,3	627,0	1 135,0	1 554,0	1 922,0	2 274,0
Beamte und Ver- tragsbedienstete	442,5	2 391,4	1 377,0	1 800,0	2 295,0	2 848,0	3 492,0

Datenquelle: Statistik Austria (Hrsg.) (2012). Arbeitsmarktstatistik. Jahresergebnisse 2011. Mikrozensus-Arbeitskräfteerhebung.
Wien: Statistik Austria. S. 81 (adaptiert).

Aufgabenstellung:

- a) Zeichnen Sie in der nachstehenden Grafik ein Diagramm, das die Medianeinkommen der 20- bis 59-Jährigen darstellt! Verwenden Sie dafür die auf die Hunderterstelle gerundeten Medianeinkommen.



Ist es anhand der Daten in der gegebenen Tabelle möglich, die Nettomonatseinkommen der 20- bis 29-Jährigen und der 30- bis 39-Jährigen in Boxplots (Kastenschaubildern) gegenüberzustellen? Begründen Sie Ihre Antwort!

- b) Jemand hat das arithmetische Mittel aller Nettomonatseinkommen anhand der arithmetischen Mittel der sechs Altersklassen folgendermaßen berechnet:

$$\frac{799,4 + 1\,487,0 + 1\,885,7 + 2\,086,1 + 2\,205,0 + 2\,144,7}{6} \approx 1\,768,0$$

In der gegebenen Tabelle ist allerdings für das arithmetische Mittel aller Einkommen der Wert 1 872,7 angegeben.

Begründen Sie, warum die oben angeführte Rechnung nicht das richtige Ergebnis liefert, und geben Sie den richtigen Ansatz für die Berechnung an!

Bei der Altersklasse 60+ ist das arithmetische Mittel der Nettomonatseinkommen deutlich (um fast € 500) größer als das Medianeinkommen dieser Altersklasse. Geben Sie eine daraus ableitbare Schlussfolgerung im Hinblick auf sehr niedrige bzw. sehr hohe Nettomonatseinkommen in dieser Altersklasse an!

- c) A Geben Sie die Werte des 1. und des 3. Quartils der Nettomonatseinkommen der unselbstständig Erwerbstätigen mit Pflichtschulabschluss als höchste abgeschlossene Schulbildung an!

1. Quartil: _____

3. Quartil: _____

Der Interquartilsabstand ist die Differenz von 3. und 1. Quartil.

Ein Experte behauptet: „Mit zunehmender höchster abgeschlossener Schulbildung, die über einen Pflichtschulabschluss hinausgeht, nimmt auch der Interquartilsabstand der Nettomonatseinkommen zu.“ Verifizieren oder widerlegen Sie diese Behauptung und verwenden Sie dazu die Daten in der gegebenen Tabelle!

- d) Die Daten in der gegebenen Tabelle zeigen, dass ungefähr 53 % der unselbständig Erwerbstätigen Angestellte und ungefähr 30 % Arbeiter/innen sind.
 In einem Kommentar zum Arbeitsmarktbericht ist zu lesen: „Der relative Anteil der Angestellten ist um ungefähr 23 % höher als der relative Anteil der Arbeiter/innen.“
 Ist diese Aussage richtig? Begründen Sie Ihre Antwort!

Überprüfen Sie folgende Aussagen über Nettomonatseinkommen anhand der Daten in der gegebenen Tabelle!

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Angestellte verdienen im Durchschnitt um über € 500 mehr als Arbeiter/innen.	<input type="checkbox"/>
Höchstens ein Viertel der Arbeiter/innen verdient mehr als € 1.922.	<input type="checkbox"/>
Die Spannweite des Nettomonatseinkommens kann anhand der Daten in der Tabelle nicht exakt angegeben werden.	<input type="checkbox"/>
Drei Viertel der Lehrlinge verdienen mindestens € 930.	<input type="checkbox"/>
Genau die Hälfte der Beamten und Vertragsbediensteten verdient exakt € 1.800.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 4

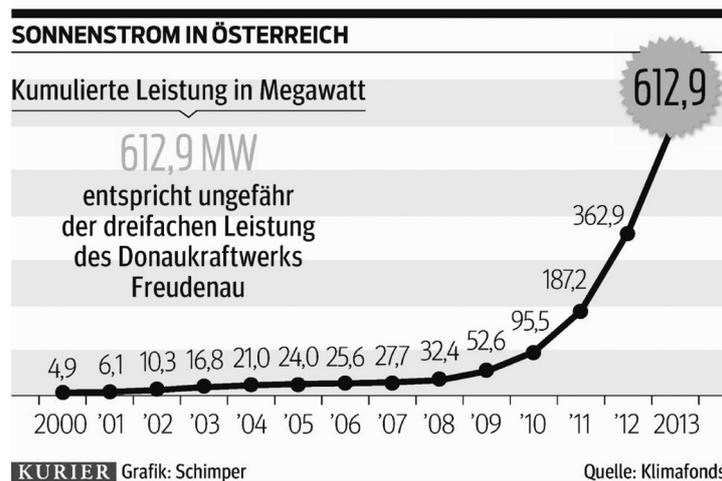
Sonnenstrom in Österreich

In einer Fotovoltaikanlage wird Sonnenstrahlung mithilfe von Solarzellen in elektrische Energie umgewandelt und somit „Sonnenstrom“ erzeugt. In Österreich arbeiten Solarmodule am effizientesten, wenn sie nach Süden ausgerichtet sind.

Man unterscheidet dabei die sogenannten aufgeständerten Systeme, bei denen die Module entsprechend dem Einfall der Sonnenstrahlung bewegt werden können, und die kostengünstigeren Systeme mit einer dachparallelen Montage.

Überschüssiger Strom kann ins öffentliche Stromnetz eingespeist werden, was die Stromkosten eines Haushalts weiter verringert.

Die nachstehende Grafik zeigt die Zunahme an Sonnenstrom seit dem Jahr 2000.



Quelle: <http://kurier.at/wirtschaft/ein-oel-mann-wird-zum-solar-fan/42.474.775> [28.06.2016].

Es sei t die Anzahl der seit dem Jahr 2000 vergangenen Jahre und $f(t)$ die in der obigen Grafik dargestellte Leistung (in MW) nach t Jahren.

Aufgabenstellung:

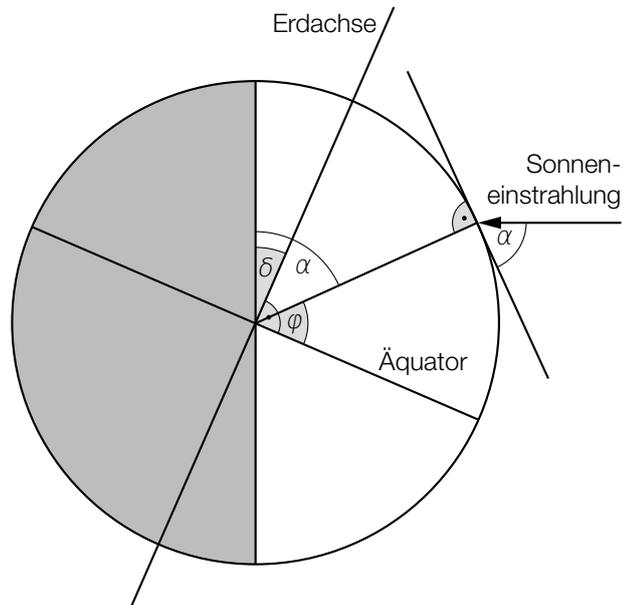
- a) Berechnen und interpretieren Sie den Differenzenquotienten $\frac{f(13) - f(0)}{13}$ im gegebenen Kontext!

Geben Sie die Bedeutung des Integrals $\int_0^{13} f(t) dt$ im Hinblick auf die Erzeugung von Sonnenstrom an!

- b) Begründen Sie, warum die in der obigen Grafik im Zeitintervall [9 Jahre; 12 Jahre] dargestellte Leistung (in MW) durch eine Exponentialfunktion g mit der Gleichung $g(t) = a \cdot b^t$ gut angenähert werden kann!

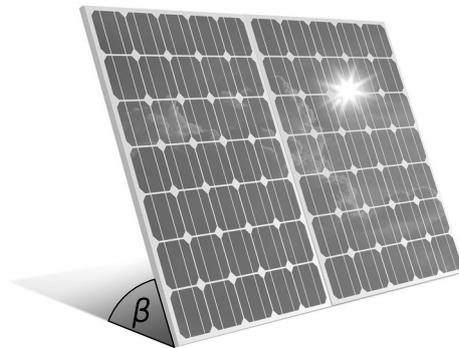
Geben Sie den Ausdruck $\frac{f(12) - f(9)}{f(9)} + 1$ mithilfe des Parameters b der Funktion g an!

- c) Die Energiegewinnung durch eine Fotovoltaikanlage ist am größten, wenn das Sonnenlicht im rechten Winkel auf die Solarzellen trifft.
Die optimale Neigung der Fotovoltaikmodule hängt daher vom Einfallswinkel der Sonne ab, der auf der nördlichen Erdhalbkugel am 21. Juni am größten ist.



In der obigen Abbildung ist der Einfallswinkel α der Sonne am 21. Juni zu Mittag dargestellt. Der Winkel $\delta \approx 23,5^\circ$ gibt dabei die Neigung der Erdachse zur Bahnebene um die Sonne und der Winkel φ die geografische Breite an.

Geben Sie eine Formel für den Einfallswinkel α der Sonnenstrahlung in Abhängigkeit von der geografischen Breite φ an!



Bildquelle: <http://www.solaranlage.eu/sites/default/files/bilder/reflexionsverluste-solarmodule.jpg> [14.11.2016] (adaptiert).

Die obige Abbildung zeigt Fotovoltaikmodule, die unter einem Winkel β gegen die Horizontale geneigt sind. Die Solarzellen sind dabei der Sonne zugewandt.

Ermitteln Sie eine Formel für den optimalen Neigungswinkel β_{opt} der Fotovoltaikmodule in Abhängigkeit von demjenigen α , bei dem das Sonnenlicht im rechten Winkel auftrifft! Geben Sie an, wie sich dieser Winkel im Winter bzw. in höheren Breiten (d. h. bei einer Zunahme der geografischen Breite) verändert! Begründen Sie Ihre Antwort!