Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Kompensationsprüfung zur standardisierten schriftlichen Reifeprüfung in Mathematik (AHS)

Stand: Februar 2021

Gültig bis zum Wintertermin 2022.

1. Grundlagen

1. 1. Allgemeines

Die mündliche Kompensationsprüfung in Mathematik bietet die Möglichkeit, die negative Beurteilung der schriftlichen Klausur im Rahmen desselben Termins zu kompensieren und damit einen Laufbahnverlust zu vermeiden.

Im Zuge dieser Kompensationsprüfung müssen diejenigen Kompetenzen nachgewiesen werden, die den inhaltlichen Rahmen der schriftlichen Überprüfung bilden. Für das Prüfungsgebiet Mathematik an AHS bedeutet dies, dass die Kandidatinnen und Kandidaten bei dieser Prüfung mathematische Grundkompetenzen nachweisen müssen. Als Grundlage dafür ist der Grundkompetenzenkatalog für die standardisierte kompetenzorientierte Reifeprüfung in Mathematik heranzuziehen, in dem diese Grundkompetenzen ausgewiesen sind.

Der Kommunikation mit der Prüferin / dem Prüfer kommt bei dieser mündlichen Prüfung eine entscheidende Rolle zu. Durch eine eigenständige Präsentation der Lösung des Grundkompetenzanteils der Fragestellung muss die Kandidatin / der Kandidat nachweisen, dass die entsprechende Grundkompetenz beherrscht wird. Die in den Aufgaben angeführten Leitfragen (vgl. Abschnitt 2.1) dienen dazu, den Kandidatinnen und Kandidaten eine zusätzliche Gelegenheit zu geben, ihre Kommunikationsfähigkeit in Bezug auf mathematische Kompetenzen unter Beweis zu stellen. Dieser Teil der Fragestellung wird in der Prüfungssituation dialogisch behandelt. Die Leitfragen sind somit inhärenter Bestandteil der Kompensationsprüfung und werden der Prüfungskandidatin / dem Prüfungskandidaten gleichzeitig mit der Aufgabenstellung vorgelegt.

2. Konzeption der Kompensationsprüfung

Ein Aufgabenpaket besteht aus fünf voneinander unabhängigen Aufgaben. Diese sind jeweils in eine Aufgabenstellung zu einer Grundkompetenz und in eine Leitfrage unterteilt. Die zugehörigen Lösungen werden den Prüferinnen und Prüfern jeweils mit Beginn der ersten Vorbereitungszeit eines Aufgabenpakets zur Verfügung gestellt.

In der Vorbereitungszeit und bei der Prüfung sind diejenigen Hilfsmittel zulässig, die auch bei der schriftlichen Reifeprüfung verwendet werden dürfen.

2. 1. Charakterisierung der Aufgaben

Die Aufgaben für die Kompensationsprüfung werden auf Basis des Grundkompetenzenkatalogs erstellt. Bei jedem Aufgabenpaket sind alle vier Inhaltsbereiche abgedeckt. Die Aufgabenstellung zu einer Grundkompetenz erfordert den Nachweis von (Grund-)Wissen und (Grund-)Fertigkeiten und entspricht somit dem Typus der Grundkompetenzaufgabe der schriftlichen Reifeprüfung. Die Leitfrage ermöglicht der Kandidatin / dem Kandidaten, ihre/seine Transferfähigkeit und ihr/sein Reflexionswissen zu zeigen.

Durch die mündliche Prüfungssituation kommt der Kommunikation über mathematische Inhalte eine entscheidende Rolle zu. Bei der Aufgabenstellung zu einer Grundkompetenz sollen Kandidatinnen und Kandidaten ohne entsprechende Leitung durch die Prüferin / den Prüfer ihre Bearbeitung ausführlich präsentieren können. Bei der Leitfrage sollen Kandidatinnen und Kandidaten mit der Prüferin / dem Prüfer in kommunikativen „Austausch“ treten und ihre Überlegungen unter korrekter Verwendung der Fachsprache ausführlich darlegen.

Für die Kompensationsprüfung ist somit ein eigener Aufgabentyp geschaffen. Als Antwortformate werden vorrangig offene Formate verwendet.

3. Beurteilung

3. 1. Gesamtbeurteilung

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der mündlichen Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtnote der Klausurprüfung herangezogen werden, kann die Gesamtnote der Klausurprüfung nicht besser als „Befriedigend“ lauten. Nach der Ermittlung der Gesamtnote der Klausurprüfung ist für die Gesamtbeurteilung des Prüfungsgebiets die Jahresnote gemäß der entsprechenden Verordnung einzubeziehen.

3. 2. Erläuterungen zur Beurteilung

Die Kandidatinnen und Kandidaten müssen über den Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz hinaus durch die kommunikativen Elemente in der mündlichen Prüfungssituation entsprechende Reflexionsaspekte nachweisen. Jede Aufgabenstellung bzw. jede Leitfrage stellt einen Indikator für die Erfüllung der Anforderungen dar und ist daher mit jeweils null Punkten oder einem Punkt zu bewerten. Somit ist für jede Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und für jede Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte, die sich aus Grundkompetenz- und Leitfragenpunkten zusammensetzen, erreicht werden.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Grundkompetenzen und Leitfragen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Note	erreichte Punkte (Grundkompetenzpunkte + Leitfragenpunkte)
Sehr gut	7 – 10
Gut	6
Befriedigend	5
Genügend	4

Die gesetzliche Regelung sieht vor, dass der Prüferin / dem Prüfer und der Beisitzerin / dem Beisitzer bei der Beurteilung des Prüfungsgebiets eine gemeinsame Stimme zukommt. Der Klassenvorstand und die Direktorin / der Direktor oder deren Vertreterinnen und Vertreter sind die weiteren stimmberechtigten Mitglieder der Prüfungskommission.

4. Konzepterstellungsgruppe

G. Gurtner, E. Sattlberger, H. Siller, E. Süss-Stepancik, G. Vormayr

Redaktionelle Änderungen für die Neuauflage vom Februar 2021: Abteilung III/6

5. Zitierte Dokumente

Nachstehend genannte Dokumente stehen auf der Website www.matura.gv.at/m zur Verfügung:

- *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik (AHS)*
- *Mathematische Grundkompetenzen für die SRP in Mathematik (AHS)*

Weiterführende Literatur: Rüede, C. (2012). Strukturierung eines algebraischen Ausdrucks als Herstellen von Bezügen. In *JMD* 33/1. S. 113–141.

6. Gesetzliche Grundlagen

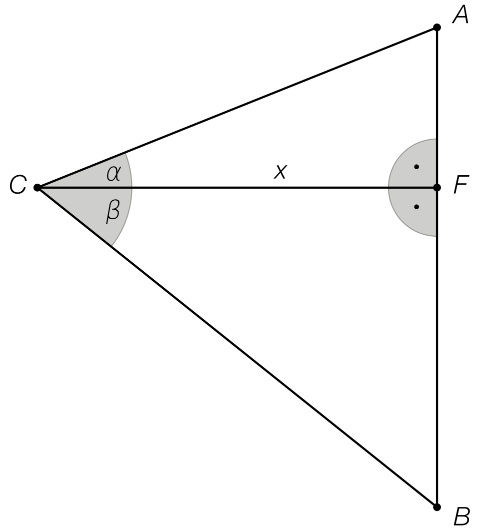
Die Modalitäten der Kompensationsprüfungen sind im Schulunterrichtsgesetz (SchUG) und in den jeweiligen Prüfungsordnungen fixiert.

- SchUG
- Prüfungsordnung (AHS)
- Externistenprüfungsverordnung

7. Prototypische Aufgaben

7.1. Dreiecke

Die nachstehende Grafik zeigt zwei aneinanderliegende rechtwinkelige Dreiecke.



Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie für $x = 8$ m und $\overline{AC} = 10$ m die Größe des Winkels α.

– Beschreiben Sie weiters, wie man die Größe des Winkels α berechnen kann, wenn $\overline{AF}$ anstelle von $\overline{AC}$ angegeben ist.

Leitfrage:

– Geben Sie eine Formel zur Berechnung von $\overline{AB}$ in Abhängigkeit von x, α und β an.

– Geben Sie konkret an, wie sich $\overline{AB}$ verändert, wenn x verfünffacht wird und die beiden Winkel α, β unverändert bleiben! Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$\cos(\alpha) = \frac{x}{\overline{AC}}$

$\alpha \approx 36{,}87°$

Ist $\overline{AF}$ anstelle von $\overline{AC}$ angegeben, so kann man den Winkel α mithilfe der Tangensfunktion ermitteln:

$\tan(\alpha) = \frac{\overline{AF}}{x}$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Größe des Winkels α richtig berechnet wird und im Fall der Angabe von $\overline{AF}$ eine korrekte Beschreibung angeführt wird.
Toleranzintervall: [36°; 37°]

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$\tan(\alpha) = \frac{\overline{AF}}{x}$

$\tan(\beta) = \frac{\overline{BF}}{x}$

$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = x \cdot (\tan(\alpha) + \tan(\beta))$

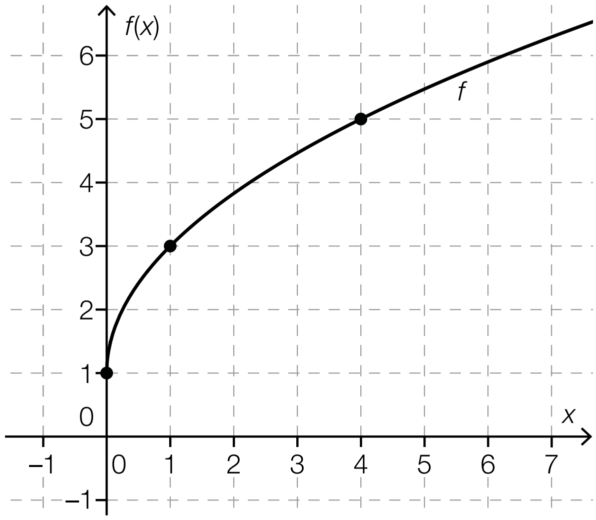
Da zwischen x und $\overline{AB}$ eine direkte Proportionalität besteht, führt eine Verfünffachung von x auch zu einer Verfünffachung von $\overline{AB}$.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn eine richtige Formel zur Berechnung von $\overline{AB}$ ermittelt wird sowie angegeben wird, dass eine Verfünffachung von x eine Verfünffachung von $\overline{AB}$ bewirkt, und dieser Sachverhalt (sinngemäß) korrekt begründet wird. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.

7.2. Zwei Funktionen

Gegeben sind die zwei Funktionen f und g mit $f(x) = a \cdot \sqrt{x} + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) und $g(x) = \frac{1}{2} \cdot x + d$ ($d \in \mathbb{R}$). Nachstehend ist der Graph von f abgebildet. Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

– Geben Sie die Werte der Parameter a und b an.

Leitfrage:

Es gibt eine Stelle x_0 mit $f'(x_0) = g'(x_0)$.
– Ermitteln Sie diese Stelle x_0.

An dieser Stelle x_0 gilt weiters: $f(x_0) = g(x_0)$.
– Geben Sie den Wert des Parameters d der Funktion g an und erläutern Sie, welche Aussage aufgrund der beiden für x_0 gegebenen Bedingungen über die Lagebeziehung zwischen den Graphen der Funktionen f und g getroffen werden kann.

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$f(0) = 1 \quad \Rightarrow \quad b = 1$
$f(1) = 3 \quad \Rightarrow \quad a \cdot \sqrt{1} + b = 3 \quad \Rightarrow \quad a = 2$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtigen Werte beider Parameter angegeben werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$f(x) = 2 \cdot \sqrt{x} + 1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$f'(x_0) = g'(x_0) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{x_0}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x_0 = 4$

$f(4) = g(4) \quad \Rightarrow \quad 5 = \frac{1}{2} \cdot 4 + d \quad \Rightarrow \quad d = 3$

Der Graph der Funktion g ist eine Tangente an den Graphen der Funktion f. Die Graphen der Funktionen f und g berühren einander im Punkt $(x_0 | f(x_0))$.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtigen Werte von x_0 und d angegeben werden und die Lagebeziehung zwischen den beiden Funktionsgraphen (sinngemäß) korrekt erläutert wird.

7.3. Zugfahrt

Ein Zug startet seine Fahrt von einer Station, fährt ohne Zwischenstopp zur nächsten Station und hält dort an.

In diesem Zeitintervall kann seine Geschwindigkeit mithilfe der Funktion v mit $v(t) = -0{,}15 \cdot t^2 + 0{,}90 \cdot t$ modelliert werden. Dabei wird t in Minuten und $v(t)$ in km/min angegeben.

Aufgabenstellung:

– Ermitteln Sie denjenigen Zeitpunkt t_0, zu dem die Geschwindigkeit des Zuges maximal ist, und geben Sie diese maximale Geschwindigkeit v_{max} an.

t_0 = ____________________ min

v_{max} = ____________________ km/min

Leitfrage:

– Ermitteln Sie die Fahrtdauer des Zuges für die Fahrt zwischen den beiden Stationen.

– Beschreiben Sie die Entfernung s zwischen den beiden Stationen mithilfe eines bestimmten Integrals und ermitteln Sie diese Entfernung.

– Geben Sie denjenigen Zeitpunkt $\overline{t}$ an, zu dem 80 % der Wegstrecke zurückgelegt sind.

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$v'(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad t_0 = 3$ min
$v_{max} = v(3) = 1{,}35$ km/min

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der richtige gesuchte Zeitpunkt und die richtige Maximalgeschwindigkeit angegeben werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$v(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 6$ und $t_2 = 0$

Die Fahrtdauer des Zuges zwischen den beiden Stationen beträgt 6 Minuten.

$s = \int_0^6 v(t)\,dt \quad \Rightarrow \quad s = 5{,}4$ km

Die Entfernung der beiden Stationen beträgt 5,4 km.

$\int_0^{\overline{t}} v(t)\,dt = 0{,}8 \cdot 5{,}4 \quad \Rightarrow \quad \overline{t} \approx 4{,}28$

Nach ca. 4,28 Minuten sind 80 % der Wegstrecke zurückgelegt.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtige Fahrtdauer, das richtige bestimmte Integral und die richtige Entfernung sowie der Zeitpunkt $\overline{t}$ angegeben werden.

7.4. Medikament

Laut Angaben eines Pharmaunternehmens treten bei einem bestimmten Medikament bei 2 % der Personen, die dieses Medikament einnehmen, leichte Nebenwirkungen auf.

Das Medikament wird von 50 Personen eingenommen.

Im Folgenden soll vereinfacht angenommen werden, dass die Anzahl derjenigen Personen, bei denen leichte Nebenwirkungen auftreten, binomialverteilt ist.

Aufgabenstellung:

– Ermitteln Sie, bei wie vielen Personen leichte Nebenwirkungen zu erwarten sind.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei mehr als zwei Personen leichte Nebenwirkungen auftreten.

Leitfrage:

– Ermitteln Sie die Mindestanzahl n ($n \in \mathbb{N}$) derjenigen Personen, die das Medikament einnehmen müssen, damit leichte Nebenwirkungen bei mindestens einer Person mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % auftreten, und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

Erwartungswert $E = n \cdot p = 1$

$P(X > 2) = 0{,}078... \approx 7{,}8\ \%$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der richtige Erwartungswert und die richtige Wahrscheinlichkeit angegeben werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

mögliche Vorgehensweise:

$P(X \geq 1) \geq 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad 1 - P(X = 0) \geq 0{,}9$

$1 - 0{,}98^n \geq 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad 0{,}98^n \leq 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad n \geq 113{,}97...$

$n = 114$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Mindestanzahl der Personen richtig ermittelt wird und eine korrekte Vorgehensweise erläutert wird.