

Kompensationsprüfung zur standardisierten schriftlichen Reifeprüfung in Mathematik (AHS)

Stand: März 2019

1 Grundlagen

Informationen zu den rechtlichen Grundlagen finden Sie im Dokument **Mündliche Kompensationsprüfung (AHS/BHS) – Relevante Auszüge aus Gesetzen und Verordnungen**.¹

1.1 Allgemeines

Die mündliche Kompensationsprüfung in Mathematik bietet die Möglichkeit, die negative Beurteilung der schriftlichen Klausur im Rahmen desselben Termins zu kompensieren und damit einen Laufbahnverlust zu vermeiden.

Im Rahmen dieser Kompensationsprüfung müssen diejenigen Kompetenzen nachgewiesen werden, die zentrales Element der schriftlichen Überprüfung sind. Für das Prüfungsgebiet Mathematik an AHS bedeutet dies, dass die Kandidatinnen und Kandidaten bei dieser Prüfung mathematische Grundkompetenzen nachweisen müssen. Als **Grundlage dafür ist der Grundkompetenzenkatalog für die standardisierte kompetenzorientierte Reifeprüfung in Mathematik** heranzuziehen, in dem diese Grundkompetenzen ausgewiesen sind.

Der Kommunikation mit der Prüferin/dem Prüfer kommt bei dieser mündlichen Prüfung eine entscheidende Rolle zu. Durch eine eigenständige Präsentation der Lösung des Grundkompetenzanteils der Fragestellung muss die Kandidatin/der Kandidat nachweisen, dass die entsprechende Grundkompetenz beherrscht wird. Die in den Aufgaben angeführten Leitfragen (vgl. Abschnitt 2.1) dienen dazu, den Kandidatinnen und Kandidaten eine zusätzliche Gelegenheit zu geben, ihre Kommunikationsfähigkeit in Bezug auf mathematische Kompetenzen unter Beweis zu stellen. Dieser Teil der Fragestellung wird in der Prüfungssituation dialogisch behandelt. Die Leitfragen sind somit inhärenter Bestandteil der Kompensationsprüfung und werden der Prüfungskandidatin/dem Prüfungskandidaten gleichzeitig mit der Aufgabenstellung vorgelegt.

2 Konzeption der Kompensationsprüfung

Ein Aufgabenpaket besteht aus fünf voneinander unabhängigen Aufgaben. Diese sind jeweils in eine Aufgabenstellung zu einer Grundkompetenz und in eine Leitfrage unterteilt. Die zugehörigen Lösungen werden den Prüferinnen und Prüfern jeweils mit Beginn der ersten Vorbereitungszeit eines Aufgabenpakets zur Verfügung gestellt.

In der Vorbereitungszeit und bei der Prüfung sind diejenigen Hilfsmittel zulässig, die auch bei der schriftlichen Reifeprüfung verwendet werden dürfen.

¹ Eine Linkliste mit den ausgewiesenen Webadressen findet sich am Ende des Dokuments.

2.1 Charakterisierung der Aufgaben

Die Aufgaben für die Kompensationsprüfung werden auf Basis des Grundkompetenzenkatalogs erstellt. Bei jedem Aufgabenpaket sind alle vier Inhaltsbereiche abgedeckt. Die Aufgabenstellung zu einer Grundkompetenz erfordert den Nachweis von (Grund-)Wissen und (Grund-)Fertigkeiten und entspricht somit dem Typus der Grundkompetenzaufgabe der schriftlichen Reifeprüfung. Die Leitfrage nimmt Bezug auf die Grundkompetenz und ermöglicht der Kandidatin/dem Kandidaten, ihre/seine Transferfähigkeit und ihr/sein Reflexionswissen zu zeigen.

Durch die mündliche Prüfungssituation kommt der Kommunikation über mathematische Inhalte eine entscheidende Rolle zu. Bei der Aufgabenstellung zu einer Grundkompetenz sollen Kandidatinnen und Kandidaten ohne entsprechende Leitung durch die Prüferin/den Prüfer ihre Bearbeitung ausführlich präsentieren können. Bei der Leitfrage sollen Kandidatinnen und Kandidaten mit der Prüferin/dem Prüfer in kommunikativen „Austausch“ treten und ihre Überlegungen unter korrekter Verwendung der Fachsprache ausführlich darlegen.

Für die Kompensationsprüfung ist somit ein eigener Aufgabentyp geschaffen. Als Antwortformat sind im Wesentlichen offene Formate sinnvoll, da geschlossene Antwortformate das Sprechen und Reflektieren über Mathematik in mündlichen Prüfungssituationen kaum unterstützen.

2.2 Didaktischer Hintergrund

In einer mündlichen Prüfung kommt den reflektierenden Aspekten und dem Kommunikationsaspekt eine entscheidende Rolle zu. In der Kompensationsprüfung findet eine direkte Kommunikation mit zumindest einer Expertin/einem Experten statt. Daher sind die fachlichen, aber auch die überfachlichen Fähigkeiten der Kandidatinnen und Kandidaten von Bedeutung. Dies soll im Folgenden näher erläutert werden.

Unter den fachlichen Aspekten werden insbesondere vor dem Hintergrund des Konzepts zur schriftlichen Reifeprüfung das *Wissen* und das *Anwenden von Wissen* verstanden, was durch die Formulierung in den Grundkompetenzen deutlich zum Ausdruck kommt. Daher ist auch dem Verstehen mathematischer Zusammenhänge und dem Verstehen von mathematischen Inhalten/Bedeutungen in dieser Situation besondere Bedeutung beizumessen.

Um diesem fachlichen Anspruch gerecht zu werden, müssen jedenfalls überfachliche Bereiche bedient werden können, insbesondere die Kommunikation mit und über Mathematik und die Präsentation des Prozesses der Ergebnisfindung. Daher ist die Leitfrage verfahrensbildend konzipiert, sodass Kandidatinnen und Kandidaten Strategien reflektiert wiedergeben bzw. darstellen müssen. Die Prüfung konzentriert sich somit nicht ausschließlich auf die Darstellung/Präsentation der Ergebnisse.

Dies erfordert von der Prüferin/vom Prüfer eine entsprechende Identifikation mit der Prüfungssituation, da jedenfalls auf vorformulierte Fragen eingegangen werden muss, nachgefragt werden soll und mit der Kandidatin/dem Kandidaten ein Prüfungsgespräch geführt werden muss.

3 Beurteilung

3.1 Gesamtbeurteilung

Da sowohl die von der Kandidatin/vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

3.2 Erläuterungen zur Beurteilung

Die Kandidatinnen und Kandidaten müssen über den Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz hinaus durch die kommunikativen Elemente in der mündlichen Prüfungssituation entsprechende Reflexionsaspekte nachweisen. Jede Aufgabenstellung bzw. jede Leitfrage stellt einen Indikator für die Erfüllung der Anforderungen gemäß LBVO dar und ist daher mit jeweils null Punkten oder einem Punkt zu bewerten. Somit ist für jede Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und für jede Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

Für die Beurteilung der Prüfung ergibt sich folgendes Schema:

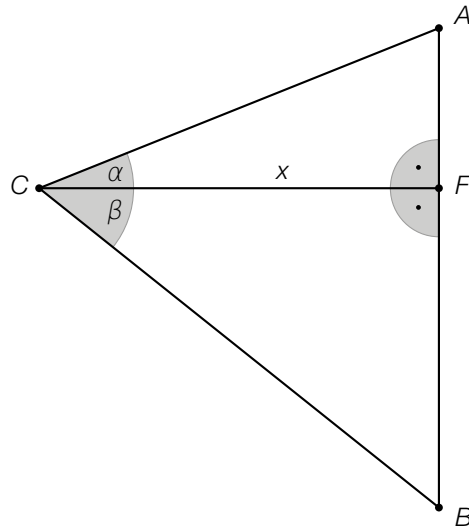
Note	erreichte Punkte
„Genügend“	4 Grundkompetenzpunkte + 0 Leitfragenpunkte 3 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt
„Befriedigend“	5 Grundkompetenzpunkte + 0 Leitfragenpunkte 4 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt 3 Grundkompetenzpunkte + 2 Leitfragenpunkte
„Gut“	5 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt 4 Grundkompetenzpunkte + 2 Leitfragenpunkte 3 Grundkompetenzpunkte + 3 Leitfragenpunkte
„Sehr gut“	5 Grundkompetenzpunkte + 2 (oder mehr) Leitfragenpunkte 4 Grundkompetenzpunkte + 3 (oder mehr) Leitfragenpunkte

Die gesetzliche Regelung sieht vor, dass der Prüferin/dem Prüfer und der Beisitzerin/dem Beisitzer bei der Beurteilung des Prüfungsgebiets eine gemeinsame Stimme zukommt. Der Klassenvorstand und die Direktorin/der Direktor oder deren Vertreterinnen und Vertreter sind die weiteren stimmberechtigten Mitglieder der Prüfungskommission (vgl. Dokument **Mündliche Kompensationsprüfung (AHS/BHS) – Relevante Auszüge aus Gesetzen und Verordnungen**).

4 Prototypische Aufgaben

4.1 Dreiecke

Die nachstehende Grafik zeigt zwei aneinanderliegende rechtwinklige Dreiecke.



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie für $x = 8 \text{ m}$ und $\overline{AC} = 10 \text{ m}$ die Größe des Winkels α !

Beschreiben Sie weiters, wie man die Größe des Winkels α berechnen kann, wenn \overline{AF} anstelle von \overline{AC} angegeben ist!

Leitfrage:

Geben Sie eine Formel zur Berechnung von \overline{AB} in Abhängigkeit von x , α und β an!

Geben Sie konkret an, wie sich \overline{AB} verändert, wenn x verfünffacht wird und die beiden Winkel α , β unverändert bleiben! Begründen Sie Ihre Antwort!

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$\cos(\alpha) = \frac{x}{\overline{AC}}$$

$$\alpha \approx 36,87^\circ$$

Ist \overline{AF} anstelle von \overline{AC} angegeben, so kann man den Winkel α mithilfe der Tangensfunktion ermitteln:

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{AF}}{x}$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Größe des Winkels α richtig berechnet wird und im Fall der Angabe von \overline{AF} eine korrekte Beschreibung angeführt wird.

Toleranzintervall: $[36^\circ; 37^\circ]$

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{AF}}{x}$$

$$\tan(\beta) = \frac{\overline{BF}}{x}$$

$$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = x \cdot (\tan(\alpha) + \tan(\beta))$$

Da zwischen x und \overline{AB} eine direkte Proportionalität besteht, führt eine Verfünfachung von x auch zu einer Verfünfachung von \overline{AB} .

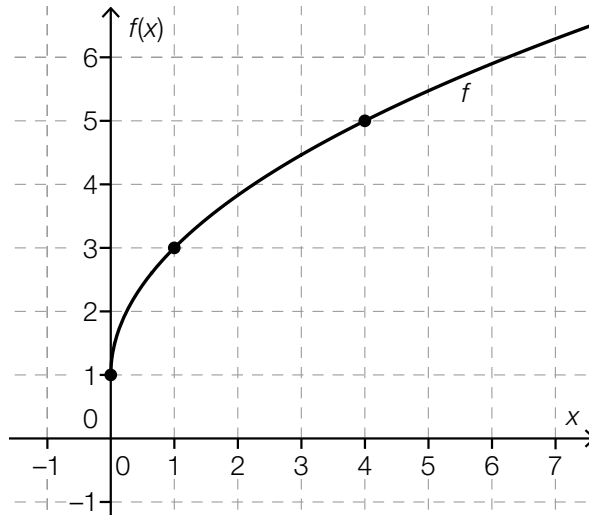
Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn eine richtige Formel zur Berechnung von \overline{AB} ermittelt wird sowie angegeben wird, dass eine Verfünfachung von x eine Verfünfachung von \overline{AB} bewirkt, und dieser Sachverhalt (sinngemäß) korrekt begründet wird. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.

4.2 Zwei Funktionen

Gegeben sind die zwei Funktionen f und g mit $f(x) = a \cdot \sqrt{x} + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) und $g(x) = \frac{1}{2} \cdot x + d$ ($d \in \mathbb{R}$).

Nachstehend ist der Graph von f abgebildet. Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Geben Sie die Werte der Parameter a und b an!

Leitfrage:

Es gibt eine Stelle x_0 mit $f'(x_0) = g'(x_0)$.

Ermitteln Sie diese Stelle x_0 !

An dieser Stelle x_0 gilt weiters: $f(x_0) = g(x_0)$.

Geben Sie den Wert des Parameters d der Funktion g an und erläutern Sie, welche Aussage aufgrund der beiden für x_0 gegebenen Bedingungen über die Lagebeziehung zwischen den Graphen der Funktionen f und g getroffen werden kann!

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$f(0) = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$f(1) = 3 \Rightarrow a \cdot \sqrt{1} + b = 3 \Rightarrow a = 2$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtigen Werte beider Parameter angegeben werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$f(x) = 2 \cdot \sqrt{x} + 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x_0) = g'(x_0) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x_0}} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_0 = 4$$

$$f(4) = g(4) \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \cdot 4 + d \Rightarrow d = 3$$

Der Graph der Funktion g ist eine Tangente an den Graphen der Funktion f . Die Graphen der Funktionen f und g berühren einander im Punkt $(x_0 | f(x_0))$.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtigen Werte von x_0 und d angegeben werden und die Lagebeziehung zwischen den beiden Funktionsgraphen (sinngemäß) korrekt erläutert wird.

4.3 Zugfahrt

Ein Zug startet seine Fahrt von einer Station, fährt ohne Zwischenstopp zur nächsten Station und hält dort an.

In diesem Zeitintervall kann seine Geschwindigkeit mithilfe der Funktion v mit $v(t) = -0,15 \cdot t^2 + 0,90 \cdot t$ modelliert werden. Dabei wird t in Minuten und $v(t)$ in km/min angegeben.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie denjenigen Zeitpunkt t_0 , zu dem die Geschwindigkeit des Zuges maximal ist, und geben Sie diese maximale Geschwindigkeit v_{\max} an!

$$t_0 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ min}$$

$$v_{\max} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km/min}$$

Leitfrage:

Ermitteln Sie die Fahrtdauer des Zuges für die Fahrt zwischen den beiden Stationen!

Beschreiben Sie die Entfernung s zwischen den beiden Stationen mithilfe eines bestimmten Integrals und ermitteln Sie diese Entfernung!

Geben Sie denjenigen Zeitpunkt \bar{t} an, zu dem 80 % der Wegstrecke zurückgelegt sind!

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$v'(t) = 0 \Rightarrow t_0 = 3 \text{ min}$$

$$v_{\max} = v(3) = 1,35 \text{ km/min}$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der richtige gesuchte Zeitpunkt und die richtige Maximalgeschwindigkeit angegeben werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$v(t) = 0 \Rightarrow t_1 = 6 \text{ und } t_2 = 0$$

Die Fahrtdauer des Zuges zwischen den beiden Stationen beträgt 6 Minuten.

$$s = \int_0^6 v(t) dt \Rightarrow s = 5,4 \text{ km}$$

Die Entfernung der beiden Stationen beträgt 5,4 km.

$$\int_0^{\bar{t}} v(t) dt = 0,8 \cdot 5,4 \Rightarrow \bar{t} \approx 4,28$$

Nach ca. 4,28 Minuten sind 80 % der Wegstrecke zurückgelegt.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtige Fahrtdauer, das richtige bestimmte Integral und die richtige Entfernung sowie der Zeitpunkt \bar{t} angegeben werden.

4.4 Medikament

Laut Angaben eines Pharmaunternehmens treten bei einem bestimmten Medikament bei 2 % der Personen, die dieses Medikament einnehmen, leichte Nebenwirkungen auf.

Das Medikament wird von 50 Personen eingenommen.

Im Folgenden soll vereinfacht angenommen werden, dass die Anzahl derjenigen Personen, bei denen leichte Nebenwirkungen auftreten, binomialverteilt ist.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie, bei wie vielen Personen leichte Nebenwirkungen zu erwarten sind!

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei mehr als zwei Personen leichte Nebenwirkungen auftreten!

Leitfrage:

Ermitteln Sie die Mindestanzahl n ($n \in \mathbb{N}$) derjenigen Personen, die das Medikament einnehmen müssen, damit leichte Nebenwirkungen bei mindestens einer Person mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % auftreten! Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

Erwartungswert $E = n \cdot p = 1$

$P(X > 2) \approx 0,078 = 7,8 \%$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der richtige Erwartungswert und die richtige Wahrscheinlichkeit angegeben werden.

Toleranzintervall: $[0,07; 0,08]$ bzw. $[7 \%; 8 \%]$

Lösungserwartung zur Leitfrage:

Mögliche Vorgehensweise:

$$P(X \geq 1) \geq 0,9 \Rightarrow 1 - P(X = 0) \geq 0,9$$

$$1 - 0,98^n \geq 0,9 \Rightarrow 0,98^n \leq 0,1 \Rightarrow n \geq 113,97\dots$$

$$n = 114$$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtige Mindestanzahl der Personen angegeben wird und eine korrekte Vorgehensweise erläutert wird.

5 Konzepterstellungsgruppe

G. Gurtner, E. Sattlberger, H. Siller, E. Süß-Stepancik, G. Vormayr

redaktionelle Änderungen für die Neuauflage vom März 2019: S. Kramer, G. Sieberer, G. Steinlechner-Wallpach

6 Literatur

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFIE) (Hrsg.) (2013). *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen*. Wien.

Rüede, C. (2012). Strukturierung eines algebraischen Ausdrucks als Herstellen von Bezügen. In *JMD* 33/1. S. 113–141.

7 Linkliste

Mündliche Kompensationsprüfung (AHS/BHS) – Relevante Auszüge aus Gesetzen und Verordnungen

<https://www.srdp.at/downloads/dl/muendliche-kompensationspruefung-ahsbhs-relevante-auszuege-aus-gesetzen-und-verordnungen/> [19.03.2019]

Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen

<https://www.srdp.at/downloads/dl/die-standardisierte-schriftliche-reifepruefung-in-mathematik-inhaltliche-und-organisatorische-grund/> [19.03.2019]