

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Berufsreifeprüfung

28. September 2017

Berufsreifeprüfung Mathematik

Korrekturheft

Korrektur- und Beurteilungsanleitung zur standardisierten kompetenzorientierten schriftlichen Berufsmaturityprüfung in Mathematik

Kompetenzbereiche

Im Beurteilungsmodell für die Berufsmaturityprüfung in Mathematik wird zwischen zwei Kompetenzbereichen unterschieden:

- *Kompetenzbereich A (KA)* umfasst die unabhängig¹ erreichbaren Punkte der Komplexitätsstufen 1 und 2 aus dem Kompetenzstufenraster.
- *Kompetenzbereich B (KB)* umfasst die abhängig erreichbaren Punkte und die Punkte der Komplexitätsstufen 3 und 4 aus dem Kompetenzstufenraster.

Die Summe der unabhängig erreichbaren Punkte aus den Komplexitätsstufen 1 und 2 (**KA**) stellt die „wesentlichen Bereiche“ eines Klausurheftes dar.

Beurteilung

Als Hilfsmittel für die Beurteilung wird ein auf ein Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel angegeben. Je nach gewichteter Schwierigkeit der vergebenen Punkte in den „wesentlichen Bereichen“ wird festgelegt, ab wann die „wesentlichen Bereiche überwiegend“ (Genügend) erfüllt sind, d. h., gemäß einem Punkteschema müssen Punkte aus dem Kompetenzbereich A unter Einbeziehung von Punkten aus dem Kompetenzbereich B in ausreichender Anzahl abhängig von der Zusammenstellung der Klausurhefte gelöst werden. Darauf aufbauend wird die für die übrigen Notenstufen zu erreichende Punktezahl festgelegt.

Nach der Punkteermittlung soll die Arbeit der Kandidatin/des Kandidaten nochmals ganzheitlich qualitativ betrachtet werden. Unter Zuhilfenahme des Punkteschemas und der ganzheitlichen Betrachtung ist von der Prüferin/vom Prüfer ein verbal begründeter Beurteilungsvorschlag zu erstellen, wobei die Ergebnisse der Kompetenzbereiche A und B in der Argumentation zu verwenden sind.

Beurteilungsschlüssel für die vorliegende Klausur:

44–48 Punkte	Sehr gut
39–43 Punkte	Gut
35–38 Punkte	Befriedigend
23–34 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

¹ Unabhängige Punkte sind solche, für die keine mathematische Vorleistung erbracht werden muss. Als mathematische Vorleistung gilt z. B. das Aufstellen einer Gleichung (unabhängiger Punkt) mit anschließender Berechnung (abhängiger Punkt).

Handreichung zur Korrektur der standardisierten kompetenzorientierten schriftlichen Berufsreifeprüfung in Mathematik

1. In der Lösungserwartung ist nur ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen.
2. Der Lösungsschlüssel ist unter Beachtung folgender Vorgangsweisen **verbindlich** anzuwenden:
 - a. Punkte sind nur zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung vollständig erfüllt ist.
 - b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
 - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen bzw. Lösungswege von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen bzw. Lösungswege sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten.
 - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Das heißt zum **Beispiel**: Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - e. Werden von der Kandidatin/vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - g. Rundungsfehler können vernachlässigt werden, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.
 - i. Die Angabe von Einheiten kann bei der Punktevergabe vernachlässigt werden, sofern sie im Lösungsschlüssel nicht explizit eingefordert wird.

Aufgabe 1

Wellness

Möglicher Lösungsweg

a) $s(t) = -4 \cdot t + 60$

t ... Zeit in min

$s(t)$... Sandmenge zur Zeit t in g

b) $A = 18 + \int_3^{13} g(x) dx$

$$90 \cdot 56 \cdot 1,2 \cdot 0,97 = 5\,866,56$$

Die Gesamtkosten betragen € 5.866,56.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)

b) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel (KA)

1 × B: für die richtige Berechnung der Gesamtkosten (KA)

Aufgabe 2

Wechselkurse

Möglicher Lösungsweg

a) $F = (B - G) \cdot w$

b) $0,134 \cdot F + 3,83 = 0,135 \cdot F + 2,02$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $F = 1\,810$

Für Beträge in der Fremdwährung, die größer als 1 810 sind, ist die Möglichkeit A für die Urlauberin günstiger.

- c) Diese Argumentation ist falsch, weil die Skalierung der y-Achse nicht bei 0 „beginnt“, sondern bei 7,56.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von F aus B , G und w (KA)
b) 1 × A: für die richtige Modellierung (KA)
1 × B: für das richtige Ermitteln der Beträge in der Fremdwährung, für die die Bezahlung mit der Möglichkeit A für die Urlauberin günstiger ist (KB)
c) 1 × D: für die richtige Erklärung, warum diese Argumentation falsch ist (KA)

Aufgabe 3

Äpfel

Möglicher Lösungsweg

- a) Interquartilsabstand: $230 - 200 = 30$
3. Quartil: 230
 $230 + 1,5 \cdot 30 = 275$

Äpfel mit einer Masse von mehr als 275 g werden als „Ausreißer nach oben“ bezeichnet.

- b) Berechnung des symmetrischen Intervalls mittels Technologieeinsatz:
 $P(\mu - a < X < \mu + a) = 0,90 \Rightarrow [117,8; 282,2]$

- c) Ein zufällig ausgewählter Apfel hat mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 % eine Masse zwischen 180 g und 200 g.

Aufgrund der Symmetrie der Glockenkurve gilt:
 $P(X > 200) = 15 \%$

- d) X ... Anzahl der wurmstichigen Äpfel
Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = \frac{1}{30}$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
 $P(X \leq 5) = 0,34133... \approx 34,13 \%$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Angeben der Masse, ab der ein Apfel als „Ausreißer nach oben“ bezeichnet wird (KA)
b) 1 × B: für die richtige Berechnung des symmetrischen Intervalls (KA)
c) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Fläche im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
1 × C2: für das richtige Ermitteln der Wahrscheinlichkeit (KB)
d) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)

Aufgabe 4

Unter Wasser

Möglicher Lösungsweg

a) $3,9 = 1 + 0,1 \cdot x \Rightarrow x = 29$

In einer Wassertiefe von 29 Metern herrscht ein Druck von 3,9 Bar.

b) In einer Tiefe von 20 Metern beträgt die Beleuchtungsstärke 5 000 Lux.

Toleranzbereich: [19,5; 20,5]

$$f(x) = a \cdot b^x$$

$$a = 50000$$

$$5000 = 50000 \cdot b^{20} \Rightarrow b = \sqrt[20]{0,1} = 0,8912... \approx 0,891$$

$$f(x) = 50000 \cdot 0,891^x$$

Geringfügige Abweichungen aufgrund der Verwendung anderer Punkte sind zulässig.

c) $v = \frac{s}{t} = \frac{0,57}{0,4 \cdot 10^{-3}} \text{ m/s} = 1425 \text{ m/s}$

d) tatsächliche Größe: x

$$\text{wahrgenommene Größe: } w = \frac{4}{3} \cdot x \Rightarrow x = \frac{3}{4} \cdot w$$

Die tatsächliche Größe ist um 25 % kleiner als die wahrgenommene Größe.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wassertiefe mit 3,9 Bar Druck (KA)

b) 1 × C: für das richtige Ablesen der Wassertiefe im Toleranzbereich [19,5; 20,5] (KA)

1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KB)

Geringfügige Abweichungen aufgrund der Verwendung anderer Punkte sind zulässig.

c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Schallgeschwindigkeit in m/s (KA)

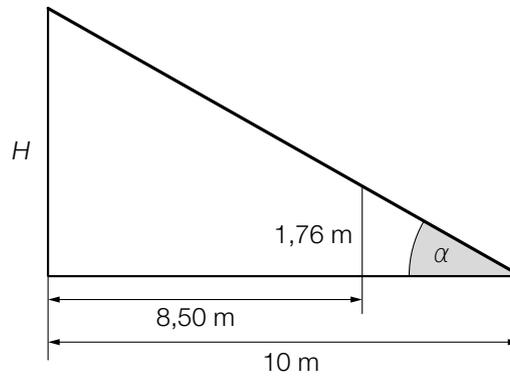
d) 1 × A: für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes (KA)

Aufgabe 5

Maibaum aufstellen

Möglicher Lösungsweg

a)



$$\tan(\alpha) = \frac{1,76}{1,5} \Rightarrow \alpha = 49,55\dots^\circ \approx 49,6^\circ$$

b) $\tan(26,6^\circ) = \frac{H}{50} \Rightarrow H = 25,03\dots$

$$\tan(\gamma) = \frac{H}{25} \Rightarrow \gamma = 45,04\dots^\circ \approx 45,0^\circ$$

Die Behauptung stimmt also nicht, weil $2 \cdot 26,6^\circ \neq 45,0^\circ$.

Auch eine richtige Argumentation mithilfe der allgemeinen Eigenschaften der Tangensfunktion ist zulässig.

c) $\sin(\gamma) = \frac{x}{H-x} \Rightarrow x = \frac{H \cdot \sin(\gamma)}{1 + \sin(\gamma)}$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen aller Größen in der Skizze (KA)

1 × B: für die richtige Berechnung des Höhenwinkels α (KB)

b) 1 × D: für den richtigen Nachweis (KA)

Auch eine richtige Argumentation mithilfe der allgemeinen Eigenschaften der Tangensfunktion ist zulässig.

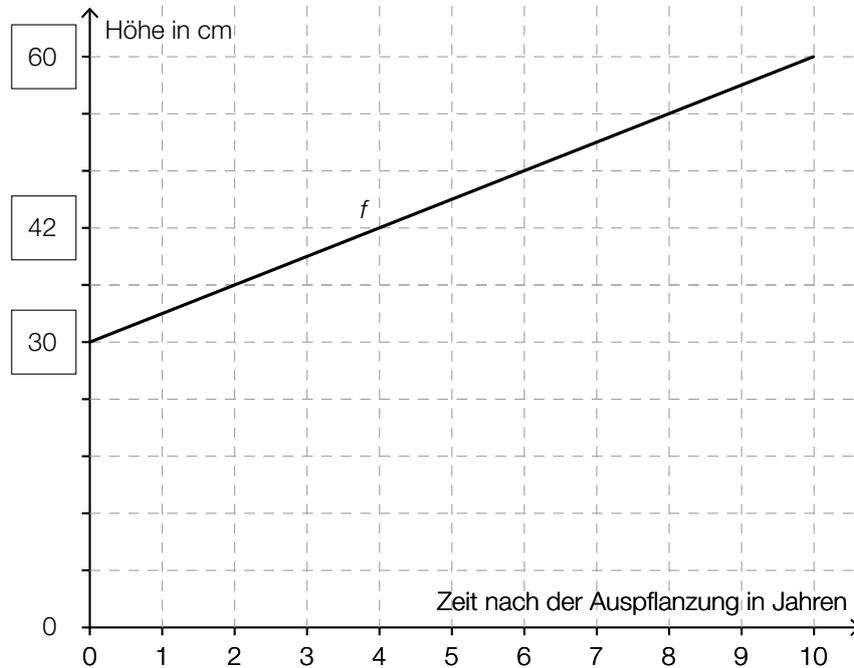
c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel (KB)

Aufgabe 6

Buchsbäume

Möglicher Lösungsweg

a)



- b) Zeitpunkt des stärksten Höhenwachstums: $g''(t) = 0$
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $t = 6,16... \approx 6,2$

Etwa 6,2 Jahre nach der Auspflanzung ist das Höhenwachstum am größten.

Mit dem Ausdruck $g(5) - g(0)$ wird der (absolute) Höhenzuwachs in cm in den ersten 5 Jahren nach der Auspflanzung berechnet.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Eintragen der fehlenden Werte (KB)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts des stärksten Höhenwachstums (KB)
(In der Grafik ist klar zu erkennen, dass an der Wendestelle das stärkste Höhenwachstum vorliegt. Eine rechnerische Überprüfung des Steigungsverhaltens der Funktion an der berechneten Stelle sowie eine Überprüfung der Randstellen sind daher nicht erforderlich.)
- 1 × C: für die richtige Beschreibung des Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang (KB)

Aufgabe 7

Wohnungen

Möglicher Lösungsweg

- a) Gemäß diesem Modell steigen die Mietpreise pro m² um € 0,32 pro Jahr.

$$M(15) = 12,49$$

Gemäß diesem Modell beträgt der Mietpreis pro m² am Ende des Jahres 2018 rund € 12,49.

Der Änderungsfaktor 1,035 gibt an, dass die Mietpreise pro m² jährlich um 3,5 % steigen.

- b) Der Ausdruck (1) gibt die durchschnittliche Anzahl der Personen pro Wohnung (rund 2,18) an.
Der Ausdruck (2) gibt die durchschnittliche Anzahl der Wohnräume pro Wohnung (rund 3,98) an.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C1: für die richtige Interpretation des Werts der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
1 × B: für das richtige Ermitteln des Mietpreises pro m² für das Ende des Jahres 2018 (KB)
1 × C2: für die richtige Interpretation des Werts 1,035 im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
- b) 1 × C1: für die richtige Beschreibung von Ausdruck (1) im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
1 × C2: für die richtige Beschreibung von Ausdruck (2) im gegebenen Sachzusammenhang (KA)

Aufgabe 8

Sport und Gesundheit

Möglicher Lösungsweg

a) $h'(t) = v_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t$
 $h'(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$

(Da es sich beim Graphen der Funktion h um eine nach unten geöffnete Parabel handelt, muss der Nachweis, dass es sich dabei um eine Maximumstelle handelt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, nicht erbracht werden.)

$$0 = 60 \cdot \sin(30^\circ) \cdot t - \frac{9,81}{2} \cdot t^2$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$(t_1 = 0), t_2 = 6,11\dots$$

Der Golfball kommt nach etwa 6,1 s wieder auf dem Boden auf.

Die Wurfweite ist umso größer, je größer $\sin(2 \cdot \alpha)$ ist; der maximale Wert dieses Ausdrucks ist 1:

$$\sin(2 \cdot \alpha) = 1 \Rightarrow 2 \cdot \alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Die Schlagweite ist bei dreifacher Abschlaggeschwindigkeit 9-mal so groß.

b) Der Sollwert der Vitalkapazität sinkt um $0,112 \cdot 10 \cdot 180 \text{ cm}^3 = 0,2016 \text{ L}$.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × D1: für den richtigen Nachweis zur maximalen Höhe (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts (KA)
1 × D2: für die richtige Argumentation (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung (KA)
- b) 1 × B: für das richtige Ermitteln desjenigen Wertes, um den der Sollwert der Vitalkapazität sinkt (KA)
1 × A: für das richtige Übertragen des Ergebnisses in die Einheit Liter (KB)

Aufgabe 9

Rolltreppen

Möglicher Lösungsweg

a) $g'(x) = \frac{1}{180} \cdot x$
 $g'(90) = 0,5$

Die Steigung beträgt also 50 %.

$$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$$

$$h(580) = 245$$

$$h'(580) = 0$$

$$h'(490) = 0,5$$

oder:

$$a \cdot 580^2 + b \cdot 580 + c = 245$$

$$2 \cdot a \cdot 580 + b = 0$$

$$2 \cdot a \cdot 490 + b = 0,5$$

b) $\beta = \arctan\left(\frac{h}{b-a}\right)$

Ein Steigungswinkel von genau 45° würde bedeuten, dass h und $b - a$ gleich lang sind.

$$h = b - a \Rightarrow a = b - h$$

Ist $a < b - h$, so ist der Winkel β kleiner als 45° .

c) Die Stufen von Rolltreppe 1 legen im Zeitintervall $[t_0; t_1]$ den gleichen Weg zurück wie die Stufen von Rolltreppe 2 im Zeitintervall $[t_0; t_2]$.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für den richtigen rechnerischen Nachweis (KA)
1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der Koordinaten des Punktes D (KA)
1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Informationen zur Steigung (KA)
- b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel (KB)
1 × D: für die richtige Erklärung (KA)
- c) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang (KA)

Aufgabe 10

Buntes Spielzeug

Möglicher Lösungsweg

- a) E ... zweifärbiger Spielzeugteil in den Farben Rot und Blau besteht die Kontrolle

$$P(E) = 0,968 \cdot 0,972 = 0,9408\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 94,1 %.

E steht in diesem Sachzusammenhang für das Ereignis, dass ein zweifärbiges Spielzeugteil in den Farben Rot und Gelb die Kontrolle nicht besteht.

- b) Median der Längen der gelben Spielzeugteile: $\tilde{x} = 5,5$ cm

$$\bar{x}_{\text{rot}} = \frac{20 \cdot 4,5 \text{ cm} + 10 \cdot 5,6 \text{ cm} + 20 \cdot 6,0 \text{ cm} + 15 \cdot 6,5 \text{ cm} + 5 \cdot 25,3 \text{ cm}}{70} = 7,0 \text{ cm}$$

$$\bar{x}_{\text{blau}} = 7,0 \text{ cm}$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
- b) 1 × C: für das richtige Ermitteln des Medians (KA)
1 × D: für den richtigen Nachweis (KA)

Aufgabe 11

Deiche an der Nordseeküste

Möglicher Lösungsweg

$$a) A = \frac{(c + d) \cdot h}{2}$$

A ... Inhalt der Querschnittsfläche

c ... Breite der Deichkrone

d ... Breite des Deichs

h ... Höhe

$$d = \frac{2 \cdot A}{h} - c = \frac{2 \cdot 192}{6} - 5 = 59$$

Der Deich ist 59 m breit.

$$\sin(\alpha) = \frac{6}{36,5} \Rightarrow \alpha = 9,461\dots^\circ$$

Der Winkel α beträgt rund $9,46^\circ$.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für den richtigen Ansatz zur Berechnung der Deichbreite (KA)
1 × B1: für die richtige Berechnung der Deichbreite (KB)
1 × B2: für das richtige Bestimmen des Neigungswinkels der Außenböschung (KB)