

Ime:	
Razred/Letnik:	



Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni in diplomski izpit

Poklicno izobraževalna višja šola (BHS)

8. maj 2019

Uporabna matematika

TAK (HAK)



Navodila za reševanje nalog

Draga kandidatka! Dragi kandidat!

Zvezek z nalogami, ki je pred Vami, vsebuje naloge dela A in naloge dela B z vsakič različnim številom delnih nalog. Delne naloge je moč reševati med seboj neodvisno. Na voljo imate skupno 270 minut čistega delovnega časa.

Za reševanje uporabljajte izključno ta zvezek z nalogami in delovni list, ki Vam je dan na razpolago. Svoje ime in letnik oz. Vaš razred vpišite na čelno stran zvezka z nalogami v za to predvideni polji, ter Vaše ime in zaporedno številko strani na vsak uporabljeni list delovnega papirja. Pri reševanju vsake delne naloge na delovni list navedite njeno oznako (npr. 3d1).

V vrednotenje bo vključeno vse, kar ni prečrtano. Zabeležke prečrtajte.

Uporaba potrjenih zvezkov formul oz. zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike in elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računalja ali druge ustrezne tehnologije) je dovoljena, če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnega omrežja itd.) in ni možen dostop do lastnih podatkov v elektronskem pripomočku.

Pojasnilo formatov odgovorov je v izpitnem prostoru na razpolago za vpogled.

Smernice za reševanje

- Vsak izračun je potrebno izvesti z razumljivim računskim nastavkom in razumljivo dokumentacijo uporabe tehnologije (navedeni morajo biti uporabljeni izhodiščni parametri in uporabljena funkcija tehnologije).
- Spremenljivke, ki jih izberete sami, je potrebno pojasniti in po potrebi navesti enote.
- Rezultate je potrebno nedvoumno izpostaviti.
- Rezultate je potrebno navesti z ustreznimi enotami, če je to v navodilu za postopek izrecno zahtevano.
- Če so kot rešitve izdelani diagrami ali skice, je potrebno osi opisati ter označiti.
- Če so izdelane geometrijske skice, je potrebno dele, ki so pomembni za rešitev, označiti.
- Izogibajte se prezgodnjega zaokroževanja.
- Priložite morebitne računalniške izpise rešitve, opremljene z Vašim imenom.
- Če je naloga izračunana večkrat, je potrebno vse poti reševanja razen ene, prečrtati.

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, kjer je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v želeni okvirček.

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor » $5 + 5 = 9$ « in nato spremenjen na » $2 + 2 = 4$ «.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☐
$5 + 5 = 9$	☒

Velja naslednji ključ ocenjevanja:

44–48 točk	zelo dobro
38–43 točk	dobro
31–37 točk	povoljno (zadovoljivo)
23–30 točk	zadostno
0–22 točk	nezadostno

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite želeni prebarvani okvirček.

Tukaj je bil odgovor » $2 + 2 = 4$ « najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☒
$5 + 5 = 9$	☐

Sehr gut
Gut
Befriedigend
Genügend
Nicht genügend

Veliko uspeha!

Naloga 1

Naftovod Adria-Wien

Avstrija mora večino svojih potreb po nafti pokrivati z uvozom surove nafte. Ta uvoz se izvaja pretežno preko naftovoda Adria-Wien, ki vodi od Trsta do skladišča Dunaj-Schwechat.

- a) V naslednji preglednici so podane v Avstrijo uvožene količine surove nafte v letih 2006 do 2014:

leto	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
uvožena količina surove nafte v milijonih ton	7,7	7,6	7,9	7,4	6,8	7,3	7,4	7,8	7,5

Vir: <https://www.wko.at/branchen/industrie/mineraloelindustrie/jahresberichte.html> [22.11.2018].

- 1) Določite aritmetično sredino in standardni odklon uvoženih količin surove nafte v milijonih ton. [1 točka]

- b) Modelno gledano, je naftovod nek valj s premerom d in višino l .

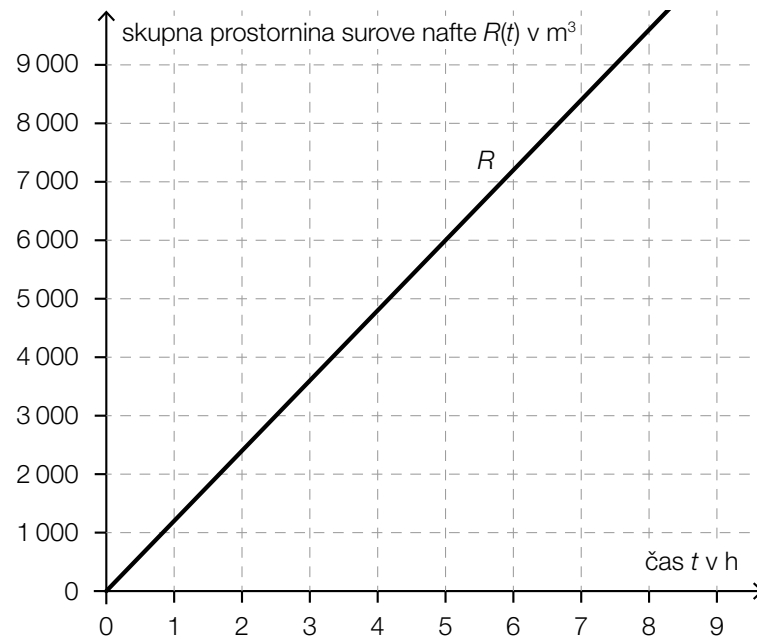
Notranji premer plinovoda znaša $d = 457,2$ mm. Dolžina plinovoda znaša okrog $l = 416$ km.

V naftni industriji se za prostornino surove nafte pogosto uporablja enota *Barrel*.

Velja: $1 \text{ Barrel} \approx 0,159 \text{ m}^3$

- 1) Izračunajte koliko Barrelov surove nafte drži popolnoma napolnjen naftovod. [2 točki]

- c) Skupno prostornino surove nafte, ki gre v časovnem intervalu $[0; t]$ mimo neke kontrolne točke na naftovodu, je moč približno modelirati s funkcijo R v odvisnosti od časa t . Graf funkcije R je predstavljen na naslednji sliki:



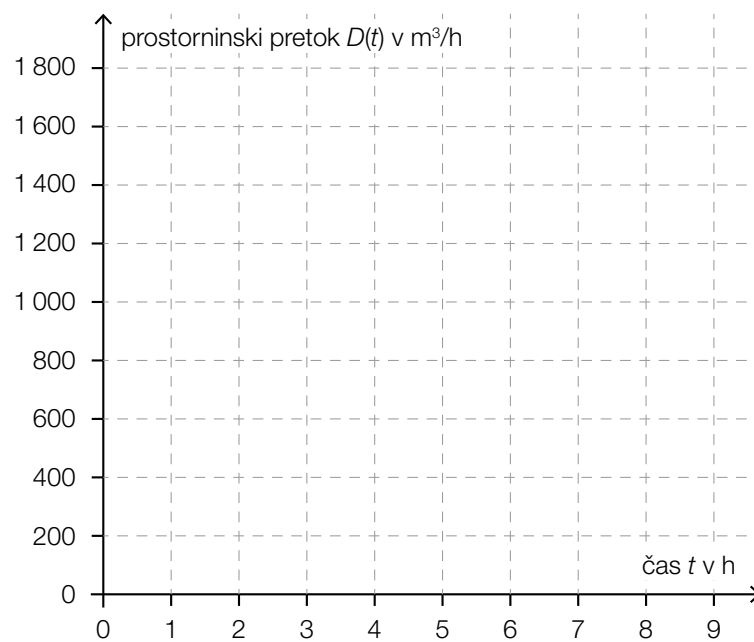
- 1) S pomočjo zgoraj predstavljenega grafa nastavite enačbo funkcije R .

[1 točka]

Prostorninski pretok $D(t)$ ob času t je trenutna hitrost spreminjanja funkcije R .

- 2) V naslednji koordinatni sistem vrišite graf prostorninskega pretoka.

[1 točka]



Naloga 2

Vitamin C

- a) Vsebnost vitamina C v jabolku po obiranju eksponentno upada. Vsake 4 tedne se vsebnost vitamina C zmanjša za 20 % glede na vrednost na začetku teh 4 tednov. Neko določeno jabolko vsebuje ob obiranju 18 mg vitamina C.

Vsebnost vitamina C tega jabolka v mg opišimo v odvisnosti od časa t v tednih.

- 1) Sestavite enačbo pripadajoče funkcije. Izberite $t = 0$ za časovni trenutek obiranja. [1 točka]
- 2) Izračunajte vsebnost vitamina C tega jabolka 36 tednov po obiranju. [1 točka]

- b) Vsebnost vitamina C v tabletah znamke *Zitruspowers* je približno normalno porazdeljena s pričakovano vrednostjo $\mu = 100$ mg in standardnim odklonom $\sigma = 5$ mg.

- 1) Izračunajte verjetnost, da leži vsebnost vitamina C neke naključno izbrane tablete med 92 mg in 110 mg. [1 točka]

- c) Po tem ko vzamemo tableto vitamina C, se koncentracija vitamina C v krvi najprej povzpne, nato pa se zopet zniža.

Funkcija c približno opisuje časovni potek koncentracije vitamina C v krvi neke določene osebe.

$$c(t) = 24 \cdot (e^{-0,0195 \cdot t} - e^{-1,3 \cdot t}) + 3$$

t ... čas od vzetja tablete vitamina C v h

$c(t)$... koncentracija vitamina C v krvi ob času t v mikrogramih na mililiter ($\mu\text{g/ml}$)

- 1) Pokažite, da znaša maksimalna koncentracija vitamina C v krvi te osebe zaokroženo 25,18 $\mu\text{g/ml}$. [1 točka]
- 2) S križcem označite tisti izraz, ki podaja maksimalno koncentracijo vitamina C v mg/L. [1 izmed 5] [1 točka]

0,02518 mg/L	☐
25,18 mg/L	☐
25 180 mg/L	☐
0,00002518 mg/L	☐
25 180 000 mg/L	☐

Naloga 3

Igra na srečo

Pri neki igri na srečo se iz različnih posod naključno izvlečejo krogle.

a) V prvi posodi se nahaja skupno a krogel. 7 od teh krogel je rdečih, druge krogle so bele.

Iz te posode izvlečemo eno kroglo.

1) S pomočjo a nastavite izraz za izračun naslednje verjetnosti:

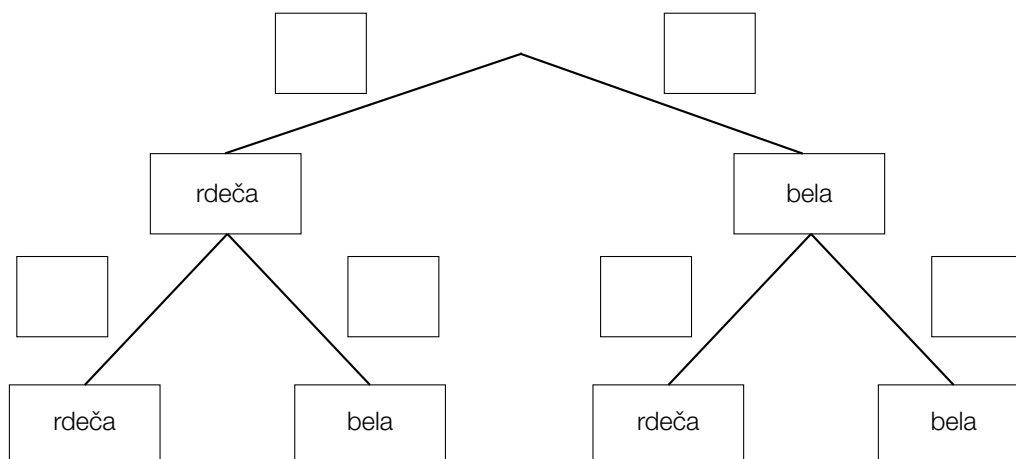
[1 točka]

$P(\text{»izvlečena krogla je bela«}) =$ _____

Iz te posode z a krogli Elena izvleče 1 kroglo in zatem položi to kroglo nazaj v posodo. Nato zopet izvleče 1 kroglo.

2) Izpolnite naslednji drevesni diagram tako, da bo predstavljal opisano stanje.

[1 točka]



Verjetnost, da Elena 2-krat izvleče rdečo kroglo, znaša 12,25 %.

3) Izračunajte število a .

[1 točka]

b) V drugi posodi se nahaja 6 črnih in 2 modri krogli.

Iz te posode izvleče Susi 1 kroglo in zatem položi to kroglo nazaj v posodo. To stori skupaj 5-krat.

1) Izračunajte verjetnost, da Susi pri tem natanko 3-krat izvleče črno kroglo. [1 točka]

c) V tretji posodi se nahaja 12 krogel. 7 od teh krogel je zelenih, ostale krogle so rumene.

Iz te posode izvleče Moritz 1 kroglo in zatem položi to kroglo nazaj v posodo. To stori skupaj 3-krat.

1) V naslednjem stavku izpolnite vrzeli v besedilu, s tem da označite s križcem, tako da nastane pravilna izjava. [besedilo z vrzelmij]

Verjetnost, da _____ ① _____, je podana z izrazom _____ ② _____. [1 točka]

①	
so vse tri krogle zelene	☐
je vsaj ena krogla zelena	☐
je največ ena krogla zelena	☐

②	
$1 - \left(\frac{5}{12}\right)^3$	☐
$1 - \left(\frac{7}{12}\right)^3$	☐
$\left(\frac{5}{12}\right)^3$	☐

Naloga 4

Železniški promet v Avstriji

- a) Vožnja z vlakom iz Dunaja v Gradec traja 2 uri in 35 minut. Povprečna potovalna hitrost znaša pri tem okrog 81,83 km/h. V letu 2026 naj bi bil dokončan osnovni predor Semmering. S tem se bo skrajšala pot vožnje za 13,7 km in čas potovanja za 50 minut.

- 1) Za skrajšano vožnjo izračunajte povprečno potovalno hitrost med Dunajem in Gradcem.

[2 točki]

- b) Proga bo v osnovnem predoru Semmering dolga 27,3 km in bo imela naklon 0,84 % (privzet kot konstanten).

V naslednjem izračunu višinske razlike Δh v metrih na tej progi se je zgodila natanko ena napaka:

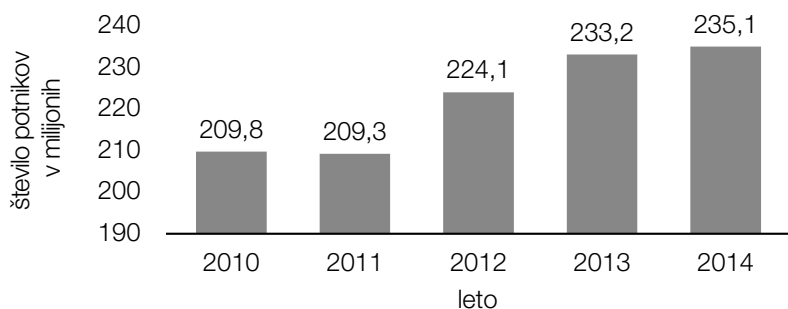
naklonski kot: $\alpha = \arctan(0,0084) = 0,48127...^\circ$

$$\Delta h = \frac{27300 \text{ m}}{\sin(\alpha)} = 3250114,6... \text{ m}$$

- 1) Postavite izračun in rezultat tako, da bosta pravilna.

[1 točka]

- c) V naslednjem diagramu so predstavljena števila potnikov Avstrijskih zveznih železnic (Österreichische Bundesbahnen) za leta 2010 do 2014.



Vir podatkov: Agentur für Passagier- und Fahrgastrechte (izd.): *Fahrgastrechte-Statistik Bahn 2014*, 2016, str. 4.
<https://www.apf.gv.at/files/1-apf-Homepage/1g-Publikationen/Fahrgastrechttestatistik-2014.pdf> [22.11.2018].

- 1) Izračunajte variacijski razmik navedenih števil potnikov v milijonih.

[1 točka]

Izvedemo naslednji izračun:

$$\frac{235,1 - 209,8}{209,8} \approx 0,12$$

- 2) V dani vsebinski povezavi interpretirajte rezultat tega izračuna.

[1 točka]

Naloga 5

Sončni vzhod

- a) Ob jutranji zori se vedno bolj svetli. Pri jasnem nebu je moč osvetljenost na nekem določenem kraju v odvisnosti od časa približno opisati z naslednjo eksponentno funkcijo E :

$$E(t) = 80 \cdot a^t \text{ pri } -60 \leq t \leq 30$$

t ... čas v min, pri čemer je $t = 0$ trenutek sončnega vzhoda

$E(t)$... osvetljenost ob času t v luksih

a ... parameter

- 1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte število 80 v funkcijski enačbi za E . [1 točka]

Osvetljenost se vsakih 5 minut podvoji.

- 2) Izračunajte parameter a . [1 točka]

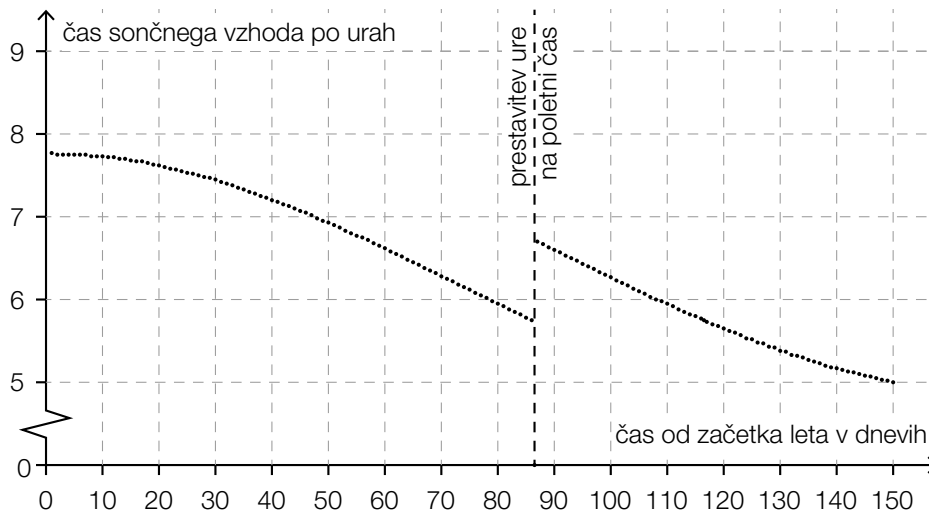
- b) Nekega zimskega dne je bila zjutraj in opoldan izmerjena osvetljenost E v luksih. V nadaljevanju sta predstavljena desetiška logaritma (logaritma z osnovo 10) rezultatov obeh meritev:



Marco trdi da je bila osvetljenost E na ta dan opoldan 4-krat tako velika kot zjutraj.

- 1) Pokažite, da je Marcova trditev napačna. [1 točka]

- c) Na naslednjem grafikonu je predstavljen vsakokratni čas sončnega vzhoda na Dunaju za prvih 150 dni nekega leta.



- 1) S pomočjo gornjega grafikona ugotovite, koliko dni po prestavitvi ure se prvič sončni vzhod zgodi ob bolj zgodnji uri, kot tik pred prestavitvijo ure. [1 točka]

V časovnem intervalu $[0; 40]$ je moč čas sončnega vzhoda približno modelirati z neko kvadratno funkcijo f .

$$f(t) = a \cdot t^2 + c$$

t ... čas od začetka leta v dnevih

$f(t)$... čas sončnega vzhoda na dan t po urah

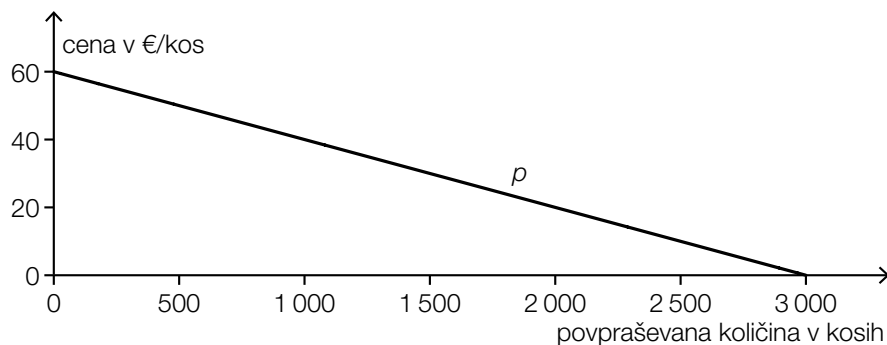
- 2) Na podlagi gornjega grafikona utemeljite, da mora biti parameter a pri tem negativen.

[1 točka]

Naloga 6 (del B)

Betonske cevi

- a) Na naslednji sliki je predstavljen graf cenovne funkcije povpraševanja p za betonske cevi modela A.



- 1) S pomočjo gornje slike nastavite enačbo cenovne funkcije povpraševanja p . [1 točka]
- 2) V dani vsebinski povezavi interpretirajte vrednost naklona funkcije p . [1 točka]

Betonske cevi modela A se prodajajo za 32 € po kosu.

- 3) Izračunajte ustrezno število povprašanih betonskih cevi modela A. [1 točka]

- b) Za betonske cevi modela B izhajamo iz kubične funkcije dobička G .

x ... prodajna količina v ME (količnske enote)

$G(x)$... dobiček pri prodajni količini x v GE (enote dobička)

- 1) Obema izjavama priredite vsakič ustrezno enačbo izmed A do D. [2 proti 4] [1 točka]

Spodnja meja dobička (break-even-point) leži pri 200 ME.	
Maksimum dobička leži pri 200 ME.	

A	$G(0) = 200$
B	$G(200) = 0$
C	$G'(200) = 0$
D	$G''(200) = 0$

c) Za betonske cevi modela C izhajamo iz kubične funkcije stroškov K .

$$K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

x ... proizvodna količina v ME (količnske enote)

$K(x)$... stroški pri proizvodni količini x v GE (enote dobička)

Fiksni stroški znašajo 150 GE.

Pri proizvodnji 20 ME nastanejo stroški 530 GE.

Pri proizvodnji 10 ME nastanejo mejni stroški 17 GE/ME.

Pri proizvodnji 30 ME nastanejo stroški na enoto 22 GE/ME.

1) Nastavite sistem enačb za izračun koeficientov a , b , c in d .

[3 točke]

2) Izračunajte te koeficiente.

[1 točka]

d) Premer betonskih cevi modela D lahko privzamemo kot normalno porazdeljen s pričakovano vrednostjo $\mu = 100$ mm. Pri 3 % cevi je premer manjši kot 98 mm.

1) Izračunajte pripadajoči standardni odklon σ .

[1 točka]

Naloga 7 (del B)

Nakup kuhinje

Gospa Tomić bi rada kupila novo kuhinjo za 30.000 €.

- a) Da bi si kuhinjo lahko privoščila, je pred 7 leti, pred 4 leti in pred 1 letom položila na hranilno knjižico s fiksno obrestno mero vsakič 3.000 €. Sedaj se na hranilni knjižici nahaja 10.000 €.

- 1) Izračunajte pripadajočo letno obrestno mero. [1 točka]

Pri tem postopku varčevanja je bil letno odtegnjen 25 %-ni davek na kapitalski donos (KESt).

- 2) Izračunajte letno obrestno mero te hranilne knjižice pred odtegljajem davek na kapitalski donos (KESt). [1 točka]

- b) Gospa Tomić potrebuje za nakup kuhinje kredit v višini 20.000 €. Neki znanec gospe Tomić ponuja, da ji posodi denar za fiksno obrestno mero 4 % p. a. Za vračilo se dogovorita, da je na koncu prvega polletja treba plačati samo obresti, za tem pa zapadejo v plačilo polletni obroki v višini vsakič po 2.000 €.

- 1) Izračunajte ekvivalentno polletno obrestno mero. [1 točka]

- 2) Izpopolnite vrstici za polletji 1 in 2 naslednjega načrta za odplačilo. [2 točki]

polletje	obrestni delež	razdolžnina	polletni obrok	ostanek doga
0	---	---	---	20.000 €
1				
2				

- 3) Pojasnite, zakaj je naslednja trditev pravilna: »Podvojitev polletnega obroka ne vodi do podvojitve razdolžnine.« [1 točka]

- c) Za kredit v višini 20.000 € gospa Tomić pridobi ponudbo neke banke. Banka predlaga za odplačevanje postnumerandne letne obroke v višini vsakič 3.000 € pri letni obrestni meri i .

- 1) Nastavite formulo za izračun ostanka dolga S po t letih

$S =$ _____ [1 točka]

Naloga 8 (del B)

Sladoled

Neka restavracija pripravlja za poobedke sladoleda po lastni recepturi.

Iz 6 surovin: mleko, smetana, jajca, sladkor, čokolada in vanilja, pripravijo 2 vmesna produkta: čokoladni sladoled in vaniljev sladoled.

V naslednji preglednici so, za pripravo vsakič po ene porcije sladoleda, podane količine v gramih.

	čokoladni sladoled Z_1	vaniljev sladoled Z_2
mleko R_1	10	25
smetana R_2	40	30
jajca R_3	20	15
sladkor R_4	5	10
čokolada R_5	20	0
vanilja R_6	0	10

Čokoladni sladoled in vaniljev sladoled se uporabljata za poobedka sadna kupa in banana-split.

V naslednji preglednici je podano vsakič za to potrebno število porcij sladoleda.

	sadna kupa E_1	banana-split E_2
čokoladni sladoled Z_1	2	0
vaniljev sladoled Z_2	1	3

Prepletenost, ki podaja potrebo po surovinah za vsakič po en poobedek, je moč opisati z matriko prepletenosti V .

a) 1) Določite matriko prepletenosti V .

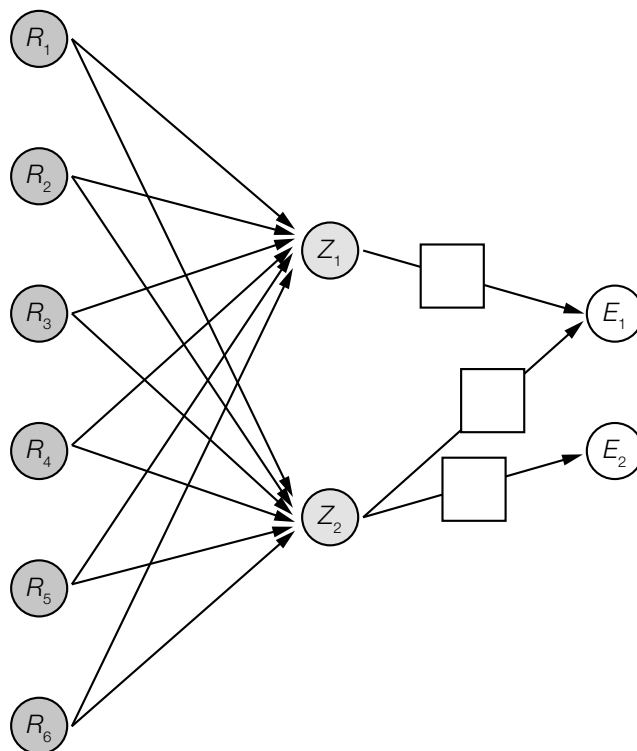
[1 točka]

Restavracija dnevno potrebuje 50 sadnih kup in 30 banana-splitov.

2) Določite tisti vektor, ki podaja dnevno potrebo po surovinah.

[1 točka]

b) Prepletenost je moč predstaviti tudi z Gozinto-grafom.



1) V gornji nepopolni Gozinto-graf vstavite manjkajoča števila v ustrezne predalčke. [1 točka]

c) Cene surovin je moč povzeti v vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix}$.

1) Opišite, kaj se v dani vsebinski povezavi izračuna z izrazom $\vec{p}^T \cdot \mathbf{V}$. [1 točka]

2) S križcem označite pravilno število vrstic in stolpcev matrice $\vec{p}^T \cdot \mathbf{V}$. [1 izmed 5] [1 točka]

matrika 1×2	☐
matrika 2×1	☐
matrika 2×6	☐
matrika 6×1	☐
matrika 6×2	☐

- d) Po daljšem skladiščenju mleka in jajc obstaja nevarnost, da sta ti dve surovini ob nekem določenem časovnem trenutku t pokvarjeni.

A označuje dogodek, da je mleko v časovnem trenutku t pokvarjeno. Dogodek A nastopa z verjetnostjo 1 %.

B označuje dogodek, da so jajca v časovnem trenutku t pokvarjena. Dogodek B nastopa z verjetnostjo 2 %.

Z verjetnostjo 0,5 % sta v časovnem trenutku t pokvarjeni obe surovini.

Verjetnosti za možne dogodke je moč predstaviti s tabelo s štirimi polji.

- 1) Izpolnite naslednjo tabelo s štirimi polji tako, da bo le-ta podajala opisano vsebinsko povezavo. [1 točka]

	A	ne A	vsota
B			
ne B			
vsota			

- 2) Pokažite da sta oba dogodka A in B med seboj odvisna. [1 točka]

