Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik (AHS)

Stand: Februar 2021

Projektteam: V. Aue, M. Frebort, M. Hohenwarter, M. Liebscher, E. Sattlberger, I. Schirmer, H.-S. Siller, G. Vormayr, M. Weiß, E. Willau
Redaktionelle Änderungen für die Neuauflage: Abteilung III/6

Inhaltliche Grundlagen

Einleitung

Das für den Unterrichtsgegenstand Mathematik entwickelte Reifeprüfungskonzept orientiert sich an im Lehrplan enthaltenen, grundlegenden mathematischen Kompetenzen, die für alle österreichischen AHS-Absolventinnen und -Absolventen gelten und von diesen in hohem Maß erreicht werden sollen. Auf diesem Weg ist es möglich, im Rahmen der Abschlussprüfung einen spezifischen, als wesentlich erachteten Bereich mathematischer Kompetenzen abzubilden, der fester Bestandteil jedes Mathematikunterrichts sein muss und der insbesondere als echte Teilmenge der Schulmathematik identifizierbar ist. Alle anderen (im Lehrplan angeführten) mathematischen Kompetenzen dürfen im Unterricht keinesfalls eingeschränkt werden oder fehlen, sondern sollen im gleichen Ausmaß wie bisher thematisiert werden, um den besonderen Stellenwert von Mathematik im Kanon der allgemeinbildenden Unterrichtsgegenstände zu verdeutlichen.

Lehrerinnen und Lehrern, Schülerinnen und Schülern sowie Eltern und anderen Verantwortungsträgern soll bewusst werden, dass im Rahmen einer Prüfung mathematische Grundbildung und mathematisches Grundwissen überprüft werden, sodass mathematische Grundbildung im Sinne der OECD abgebildet wird als „die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht“[1].

Um diese Fähigkeiten zu erlangen, bedarf es eines fachdidaktisch an modernen Ideen orientierten, fachlich hochwertigen und pädagogisch gut strukturierten Mathematikunterrichts, sodass das breite Spektrum an (mathematischen) Kompetenzen bei Schülerinnen und Schülern ausgebildet wird. Im Unterricht müssen sowohl grundlegende mathematische Fähigkeiten bzw. Fertigkeiten („Grundkompetenzen“), die allen Schülerinnen und Schülern längerfristig verfügbar sein sollen, erarbeitet werden als auch weitere – speziellere – mathematische Kompetenzen, welche nicht bzw. nur schwer im Rahmen einer Klausur überprüft werden (können).[2]

[1] OECD/PISA (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.* Paris: OECD. S. 24.

[2] Vgl. Dangl, M., Fischer, R., Heugl, H. et al. (2009). *Das Projekt „Standardisierte schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik“ – Sicherung von mathematischen Grundkompetenzen*. Version 9/09. Klagenfurt: AECC. Verfügbar unter https://www.aau.at/didaktik-der-mathematik/publikationen/bildungsstandards-zentralmatura/materialien-berichte/#konzept [04.02.2021]

Damit sind insbesondere diejenigen mathematisch-kreativen Fähigkeiten bzw. Fertigkeiten gemeint, die weniger durch einen bestimmten Zustand beschrieben werden können, sondern sich vielmehr anhand entsprechender Verhaltensweisen und Entwicklungen im Verlauf eines Prozesses zeigen, deren verständige Beherrschung und Umsetzung aber ein fundiertes mathematisches Grund- und Reflexionswissen voraussetzt.

Damit können allgemeingebildete – also im obigen Sinne konstruktive, engagierte und reflektierende – Bürgerinnen und Bürger Mathematik als ein sinnvolles und brauchbares Instrument ihrer unmittelbaren Lebenswelt erkennen bzw. einsetzen.

Konzeption

Das hier vorliegende überarbeitete Konzept sowie der mathematische Grundkompetenzenkatalog für die SRP in Mathematik basiert auf jenem der Projektgruppe *Standardisierte schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik – Sicherung von mathematischen Grundkompetenzen*, der folgende Personen angehörten: M. Dangl, R. Fischer, H. Heugl, B. Kröpfl, M. Liebscher, W. Peschek, H.-S. Siller. Diese Gruppe wurde vom ehemaligen BIFIE Wien beauftragt, ein Konzept für eine Neugestaltung der Reifeprüfung in Mathematik zu erstellen, welches die im Sommer 2009 vom österreichischen Parlament beschlossenen Änderungen hinsichtlich der schriftlichen Reifeprüfung beinhaltet.

Dieses Konzept der Reifeprüfung in Mathematik an AHS entspricht also dem gesetzlichen Auftrag, eine zentrale kompetenzorientierte Abschlussprüfung zu gestalten, in der Schülerinnen und Schüler am Ende ihrer Schulzeit den Kompetenzerwerb im Unterrichtsgegenstand Mathematik unter Beweis stellen. Dabei wird nicht auf das Einüben und Trainieren hochspezialisierten Fakten- und Methodenwissens Wert gelegt, sondern im Fokus der Prüfungsaufgaben stehen Wissen und Können sowie Fähigkeiten, die

- für den Unterrichtsgegenstand grundlegend,
- längerfristig verfügbar und
- gesellschaftlich relevant

sind.

Basis und Argumentationsgrundlage für die gewählten Inhalte ist der AHS-Lehrplan. Dort steht (zunächst) nicht die (objektive Seite der) Mathematik im Fokus, als Ausgangspunkt wird vielmehr das Individuum und dessen Rolle in unserer hochdifferenzierten, arbeitsteilig organisierten, demokratischen Gesellschaft gewählt. Es kann dadurch transparent dargestellt werden, wie viel und welche Mathematik AHS-Absolventinnen und -Absolventen zu ihrem eigenen Nutzen und zum Nutzen unserer Gesellschaft benötigen (sollen).

Somit wird für Lehrerinnen und Lehrer und Schülerinnen und Schüler, aber auch für Erziehungsberechtigte und tertiäre (Bildungs-)Institutionen und andere Abnehmer in der Wirtschaft offensichtlich, warum welche mathematischen Inhalte von den Schülerinnen und Schülern zu ihrem Nutzen als mündige Bürgerinnen und Bürger und – zur gleichen Zeit – zum Nutzen der Gesellschaft erlernt werden und langfristig verfügbar sein müssen. So können allgemeingebildete – also (wie zuvor angeführt) konstruktive, engagierte und reflektierte – Bürgerinnen und Bürger Mathematik als ein sinnvolles und brauchbares Instrument ihrer unmittelbaren Lebenswelt erkennen bzw. einsetzen. Gleichzeitig wird damit eine Ausgangsbasis für die Abnehmer, wie Universitäten und Wirtschaft, geschaffen, auf welcher fundiert und verlässlich – im Sinne einer Anschlussfähigkeit, Hochschulreife bzw. Studierfähigkeit – aufgebaut werden kann.

Ziele und Inhalte, auf die in der Prüfungssituation fokussiert werden soll, sind für den Unterrichtsgegenstand somit derart grundlegend, dass (Wissens-)Defizite in diesen Bereichen einen verständigen Umgang mit den geforderten mathematischen Inhalten behindern würden. Durch diesen Zugang wird es notwendig, sich ein reflektiertes Basiswissen anzueignen, sodass während der Prüfung mit Inhalten und Methoden des Unterrichtsgegenstands Mathematik verständig gearbeitet wird.

Vor diesem Hintergrund wurde daher ein auf traditionell-pragmatischen (lehrplankonformen), fachlichen und sozialen Aspekten basierender Katalog von Grundkompetenzen entwickelt. Thematisch ist dieser Katalog nach den vier Themenbereichen *Algebra und Geometrie, Funktionale Abhängigkeiten, Analysis* sowie *Wahrscheinlichkeit und Statistik* strukturiert. Die Inhaltsbereiche selbst gliedern sich in thematische Abschnitte, aus denen die Grundkompetenzen ersichtlich sind.

Zusammenfassend kann also festgehalten werden, dass der Fokus der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung auf reflektiertem Grundwissen und dessen flexibler Nutzung liegt. Dabei werden (ergänzend zum gültigen Lehrplan) diejenigen grundlegenden Kompetenzen sichtbar gemacht, die Schülerinnen und Schülern im Unterrichtsgegenstand Mathematik jedenfalls vermittelt werden müssen.

Rahmenbedingungen

Für die Durchführung der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung sind organisatorische Rahmenbedingungen zu schaffen, welche gewährleisten, dass diese Form der Prüfung für alle Schülerinnen und Schüler an österreichischen AHS zu gleichen Bedingungen durchgeführt werden kann. Daher wird im nachfolgenden Teil auf die Struktur der Klausuren, die Rolle der Psychometrie, den Einsatz elektronischer Hilfsmittel und andere zu berücksichtigende Rahmenbedingungen und ihren Einfluss auf die Prüfung im Unterrichtsgegenstand Mathematik eingegangen. Diese Rahmenbedingungen werden laufend ergänzt und aktualisiert, sodass immer aktuelle Handreichungen für Lehrerinnen und Lehrer, Schülerinnen und Schüler und Eltern vorhanden sein werden.

Struktur der Klausuren

Um eine valide und reliable Reifeprüfung zu gewährleisten, werden sämtliche Aufgabenstellungen, die als potenzielle Prüfungsaufgaben in Frage kommen, einem standardisierten Verfahren, sogenannten Feldtestungen, unterworfen. Die auf diesem Weg gewonnenen Erkenntnisse fließen laufend in den weiteren Entwicklungsprozess ein.

Die Aufgaben der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung können drei unterschiedlichen Typen zugeordnet werden:

- **Typ-1-Aufgaben** sind Aufgaben, die jeweils auf eine im Katalog angeführte Grundkompetenz fokussieren. Bei diesen Aufgaben sind kompetenzorientiert (Grund-)Wissen und (Grund-)Fertigkeiten ohne darüber hinausgehende Eigenständigkeit nachzuweisen.
- **Typ-2-Aufgaben mit reduziertem Kontext** sind Aufgaben in sprachlich reduzierten, definierten Kontexten und definierten Anwendungsbereichen, die aus 4 unabhängigen Handlungsanweisungen bestehen.
- **Typ-2-Aufgaben** sind Aufgaben zur Vernetzung der Grundkompetenzen in definierten Kontexten und Anwendungsbereichen. Dabei handelt es sich um kontextbezogene oder auch innermathematische Aufgabenstellungen, im Rahmen derer unterschiedliche Fragestellungen bearbeitet werden müssen und bei deren Lösung operativen Fertigkeiten gegebenenfalls größere Bedeutung zukommt. Eine selbstständige Anwendung von Wissen und Fertigkeiten ist erforderlich.

Ein Klausurheft enthält 24 Typ-1-Aufgaben, eine Typ-2-Aufgabe mit reduziertem Kontext und 3 Typ-2-Aufgaben mit jeweils mindestens 2 Teilaufgaben, die wiederum jeweils über mindestens eine Handlungsanweisung verfügen.

Eine konkretere Beschreibung bzw. Vorstellung der Typ-2-Aufgaben in der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung soll die folgende Charakterisierung vermitteln. Zudem stellt diese eine Orientierung für die Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler dar.

- Die Präsentation der Aufgabe erfolgt durch einen einleitenden Text, der das Thema der Aufgabe darlegt. Der Text hat informativen (erklärenden) Charakter.
- Die Aufgaben sind umfangreicher und komplexer, d. h., es werden zu einem speziellen Thema verschiedene inhaltlich zusammenhängende Fragen gestellt.
- Die Teilaufgaben einer Aufgabe sind voneinander unabhängig, sodass eine Fehlleistung bei einer Fragestellung die weitere Bearbeitung der Aufgabe nicht unmöglich macht.
- Es kann sich um anwendungsorientierte, kontextorientierte oder innermathematische Problemstellungen handeln.

- Liegen Anwendungsbezüge außerhalb zuvor genannter Kontexte (vgl. *Mathematische Grundkompetenzen für die SRP in Mathematik (AHS)*), werden notwendige Sachzusammenhänge, Begriffe und Größen im Rahmen des einleitenden Textes erläutert.
- Anwendungs- oder Realitätsbezüge werden so gewählt, dass sie zu einer inhaltlich sinnvollen und verständnisorientierten Anwendung der Mathematik im Sinne der Konzeption der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung führen.

Der Einsatz von (elektronischen) Hilfsmitteln

Im § 18 Abs. 3 der Prüfungsordnung AHS wurden ab dem Haupttermin 2018 gewisse Minimalanforderungen für elektronische Hilfsmittel folgendermaßen festgelegt:

Bei der Bearbeitung beider Aufgabenbereiche sind der Einsatz von herkömmlichen Schreibgeräten, Bleistiften, Lineal, Geo-Dreieck und Zirkel sowie die Verwendung von einer Formelsammlung, die vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegeben wird, und elektronischen Hilfsmitteln zulässig. Die Minimalanforderungen an elektronische Hilfsmittel sind grundlegende Funktionen zur Darstellung von Funktionsgraphen, zum numerischen Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, zur Ermittlung von Ableitungs- bzw. Stammfunktionen, zur numerischen Integration sowie zur Unterstützung bei Methoden und Verfahren in der Stochastik.

Darüber hinaus ist für die Dauer der Prüfung die Verwendung elektronischer Hilfsmittel zur Kommunikation (z. B. via Internet oder Mobilfunknetzwerken) mit anderen unzulässig.

Die Rolle bzw. Auswirkungen der Psychometrie im Projekt

Hinsichtlich der Testspezifikationen werden unter Berücksichtigung psychometrischer Vorgaben Kriterien festgelegt, die als Best-Practice-Modelle international akzeptiert und anerkannt sind. Darüber hinaus werden sämtliche Aufgaben von Expertinnen und Experten des universitären und pädagogischen Bereichs im Hinblick auf ihre inhaltliche und (fach-)didaktische Eignung begutachtet.

Die eigentliche Aufgabe der Psychometrie im Rahmen der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung ist es, den jeweiligen Fachgruppen Kennwerte zur Verfügung zu stellen, welche die Qualität der Aufgaben aus psychometrischer Sicht widerspiegeln. Aufgaben, welche sowohl den fachlichen, fachdidaktischen als auch psychometrischen Qualitätsansprüchen genügen, bieten die Basis für die Zusammenstellung der Klausurhefte für jeden Jahrgang.

Die Aufgaben werden im Rahmen von Feldtestungen überprüft. Der Ablauf von Feldtestungen ist weitgehend standardisiert, sodass alle Schülerinnen und Schüler ihre Leistungen unter den gleichen Bedingungen erbringen können. Im Fokus steht allerdings nicht die Beurteilung der Schülerleistungen, sondern die Beurteilung der Qualität der Aufgabenstellungen. Wenn nach psychometrischen Analysen Mängel in der Qualität einzelner Aufgaben festgestellt werden (z. B. Benachteiligung bestimmter Gruppen von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben mit einem besonderen Anwendungsbezug), so erfolgen seitens der Psychometrie Empfehlungen zur Aufgabenüberarbeitung an die Fachgruppe. Aufgabenstellungen, die den fachlichen, fachdidaktischen und psychometrischen Qualitätsanforderungen nicht genügen, werden ausgeschieden.

Den Abschluss dieses Prozesses bildet die Kontrolle der Aufgaben in einem Gremium von Expertinnen und Experten, bei dem noch einmal eine qualitative Bewertung der Aufgaben erfolgt. Erst danach können diese für die standardisierte schriftliche Reifeprüfung verwendet werden.

Antwortformate

Die Beschreibung der bei der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung vorkommenden Antwortformate soll eine Hilfestellung bei der Vorbereitung auf die standardisierte schriftliche Reifeprüfung darstellen. Zugleich soll verdeutlicht werden, warum manche Maßnahmen sinnvoll sind und andere nicht.

Vermittlung von Testbearbeitungsstrategien

Ein *„teaching to the test"*, also das reine und ausschließliche Üben von aktuellen bzw. freigegebenen Prüfungsaufgaben, ist keinesfalls sinnvoll.

Das bedeutet jedoch nicht, dass die bei der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung eingesetzten Aufgabentypen bzw. erfassten Inhalte, welche sich in den Grundkompetenzen wiederfinden, nicht in den Unterricht integriert werden dürfen. Versteht man Unterrichtsentwicklung als einen längerfristig angelegten Prozess, wird es auch sinnvoll sein, die in der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung zu findenden Inhalte bzw. Aufgabentypen neu aufzunehmen, den Kontext oder die Einbettung der Aufgaben zu variieren („intelligentes Üben") bzw. die Reihenfolge des Lehrstoffs dahingehend zu verändern. Der notwendige Freiraum, den man durch den Lehrplan, die LBVO bzw. die unterrichtlichen Rahmenbedingungen dazu erhält, soll jedenfalls intensiv genutzt werden. Daher ist auch gezielt darauf hinzuweisen, dass die Prüfungssituation keinesfalls mit der Unterrichtssituation ident oder gar vergleichbar ist. Es handelt sich dabei aufgrund der zentralen Vorgabe immer um Kontrapositionen, die einander direkt und indirekt beeinflussen. Jedenfalls sind aufgrund der unterschiedlichen Zielsetzung von Test- und Unterrichtssituation die freigegebenen Prüfungsaufgaben für die Erarbeitung von Inhalten im Unterricht nur bedingt geeignet. Die Thematisierung solcher Aufgaben im Unterricht ist jedoch erforderlich, um Aufgabentypen, Antwortformate und Bearbeitungsstrategien zu vermitteln.

Das erworbene grundlegende mathematische Fachwissen ist maßgeblich verantwortlich für das Ergebnis der Reifeprüfung, die als letzte Abschluss- bzw. Berechtigungsprüfung weitreichende Konsequenzen für die Schulabgängerinnen und -abgänger hat – nämlich die formale Berechtigung, eine tertiäre Bildungseinrichtung besuchen zu dürfen. Damit durch unbekannte Antwortformate keine Nachteile für die Schülerinnen und Schüler entstehen, ist es notwendig, zur Vorbereitung auf die Prüfungssituation auch Bearbeitungsstrategien im Vorfeld zu erläutern. Hinweise auf die Charakteristika der Prüfung bzw. die Aufgabenformate können helfen, die Prüfungssituation besser zu meistern.

Folgende Strategien erscheinen für die Bearbeitung günstig:

1. Schüler/innen müssen sich bei der Bearbeitung nicht an die vorgegebene Reihenfolge der Aufgaben halten.
2. In der vorgegebenen Zeit sollen möglichst viele Aufgaben gelöst werden. Daher sollen Schüler/innen zunächst die Aufgaben lösen, die ihnen leichter fallen bzw. vertrauter erscheinen und sich nicht unnötig lange bei Aufgaben aufhalten, die ihnen schwerer fallen.
3. Bei Multiple-Choice-Aufgaben sollen zunächst alle Antwortmöglichkeiten betrachtet werden, bevor die Lösung angekreuzt wird.

Bewertung der Aufgabenbereiche

Die beiden Aufgabenbereiche werden durch folgende Deskriptoren näher beschrieben:

Typ-1-Aufgaben

Die Aufgaben im Teil 1 werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bzw. 0 Punkten, ½ oder 1 Punkt bewertet. Die zu erreichenden Punkte pro Aufgabe sind bei jeder Typ-1-Aufgabe im Aufgabenheft angeführt. Aufgaben, bei denen die Vergabe von halben Punkten möglich ist, sind mit *[0/½/1 Punkt]* ausgewiesen. Der Nachweis der Grundkompetenz soll bei der Punktevergabe im Vordergrund stehen.

Typ-2-Aufgaben und Typ-2-Aufgaben mit reduziertem Kontext

Die Kandidatinnen und Kandidaten können ihr mathematisches Grundwissen und ihre Grundfertigkeiten in komplexeren und für sie ungewohnten (neuartigen) Anwendungssituationen eigenständig und reflektiert einsetzen. Jede Handlungsanweisung im Teil 2 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bzw. 0 Punkten, ½ oder 1 Punkt bewertet. Die jeweils zu erreichenden Punkte sind bei jeder (Teil-)Aufgabe angeführt.

Beurteilung der Klausurarbeit

Jede Aufgabe im Teil 1 und jede Handlungsanweisung im Teil 2 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bzw. 0 Punkten, ½ oder 1 Punkt bewertet. Die zu erreichenden Punkte sind jeweils angeführt. Alle Punkte werden gleichwertig verrechnet (Gesamtverrechnung).

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32 – 36 Punkte	Sehr gut
27 – 31,5 Punkte	Gut
22 – 26,5 Punkte	Befriedigend
17 – 21,5 Punkte	Genügend
0 – 16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung:

Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Typ-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Unterlagen zur Korrektur und Beurteilung finden sich am Tag der jeweiligen Klausurarbeit ab 16 Uhr auf https://korrektur.srdp.at.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf https://ablauf.srdp.at gesondert bekanntgegeben.

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Mathematische Grundkompetenzen für die SRP in Mathematik (AHS)

Inhaltliche Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen

Stand: Februar 2022

Inhaltsbereich *Algebra und Geometrie (AG)*

Die Algebra ist die Sprache der Mathematik, in der zugleich auch zwei zentrale Ideen der Mathematik besonders deutlich sichtbar werden: Generalisierung und operative Beweglichkeit. Variablen lenken die Aufmerksamkeit von speziellen Zahlen hin zu einer definierten Menge von Zahlen (oder anderen mathematischen Objekten), definierte Operationen ermöglichen es, Variablen miteinander zu verknüpfen und so Beziehungen zwischen ihnen darzustellen, und schließlich stellt die Algebra ein System von Regeln zur formal-operativen Umformung derartiger Beziehungen zur Verfügung, wodurch weitere Beziehungen sichtbar werden.

Für das Betreiben von Mathematik ebenso wie für die Kommunikation und Reflexion mit und über Mathematik ist ein verständiger Umgang mit grundlegenden Begriffen und Konzepten der Algebra unerlässlich. Dies betrifft insbesondere verschiedene Zahlenbereiche, Variablen, Terme, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen sowie Gleichungssysteme. Ein verständiger Umgang umfasst eine angemessene Interpretation dieser Begriffe und Konzepte im jeweiligen Kontext ebenso wie eine zweckmäßige Verwendung dieser Begriffe und Konzepte zur Darstellung abstrakter Sachverhalte und deren regelhafte Umformung. Aber auch Reflexionen über Lösungsmöglichkeiten bzw. -fälle sowie die (Grenzen und das Ausloten der) Anwendbarkeit der jeweiligen Konzepte sind in entsprechenden Kommunikationssituationen von Bedeutung.

Die Erweiterung des Zahlbegriffs auf Zahlentupel (Vektoren) und die Festlegung von zweckmäßigen Regeln zur operativen Verknüpfung dieser mathematischen Objekte führt zu einer wichtigen Verallgemeinerung des Zahl- bzw. Variablenbegriffs.

Durch die Einführung von Koordinaten ist es möglich, Punkte in der Ebene oder im Raum so zu verorten, dass geometrische Objekte algebraisch durch Vektoren beschrieben werden können, und sich so von rein geometrisch-anschaulichen Betrachtungsweisen (mit Winkel, Länge oder Volumen) zu lösen und geometrische Probleme mithilfe der Algebra zu behandeln.

Dieser Zusammenhang zwischen Algebra und Geometrie ermöglicht es aber nicht nur, geometrische Sachverhalte mit algebraischen Mitteln darzustellen (z. B. Vektoren als algebraische Darstellung von Pfeilen oder Punkten) und zu bearbeiten, sondern auch umgekehrt algebraische Sachverhalte geometrisch zu deuten (z. B. Zahlentripel als Punkte oder Pfeile im Raum) und daraus neue Einsichten zu gewinnen. Solche Deutungen algebraischer Objekte in der Geometrie wie auch Darstellungen geometrischer Objekte in der Algebra und ein flexibler Wechsel zwischen diesen Darstellungen bzw. Deutungen sind in verschiedensten Kommunikationssituationen von großer Bedeutung.

In der Trigonometrie interessieren vor allem Beziehungen im rechtwinkeligen Dreieck, allenfalls Erweiterungen auf allgemeine Dreiecke. Elementare Beziehungen dieser Art sollten gekannt, komplexere geometrische Zusammenhänge auf diese elementaren Beziehungen zurückgeführt werden können.

Grundkompetenzen

Grundbegriffe der Algebra

AG 1.1 Wissen über die Zahlenmengen, -bereiche $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ verständig einsetzen können

AG 1.2 Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen können: Variablen, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme, Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit

Anmerkungen:

Bei den Zahlenmengen (Zahlenbereiche) soll man die Mengenbezeichnungen und die Teilmengenbeziehungen kennen, Elemente angeben sowie zuordnen können und die reellen Zahlen als Grundlage kontinuierlicher Modelle kennen. Zum Wissen über die reellen Zahlen gehört auch, dass es Zahlenbereiche gibt, die über $\mathbb{R}$ hinausgehen.

Die algebraischen Begriffe soll man anhand von einfachen Beispielen beschreiben/erklären und verständig verwenden können.

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme

AG 2.1 einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können

AG 2.2 lineare Gleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen und die Lösung im Kontext deuten können

AG 2.3 quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

AG 2.4 lineare Ungleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, Lösungen (auch geometrisch) deuten können

AG 2.5 lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

Anmerkungen:

Einfache Terme können auch Potenzen, Wurzeln, Logarithmen, Sinus etc. beinhalten.

Mit dem Einsatz elektronischer Hilfsmittel können auch komplexere Umformungen von Termen, Formeln und Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen durchgeführt werden.

Vektoren

AG 3.1 Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten können

AG 3.2 Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen können

AG 3.3 Definitionen der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarprodukt) kennen, Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten können

AG 3.4 Geraden in $\mathbb{R}^2$ durch Parameterdarstellungen und Gleichungen, in $\mathbb{R}^3$ durch Parameterdarstellungen angeben und diese Darstellungen interpretieren können; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln können

AG 3.5 Normalvektoren in $\mathbb{R}^2$ aufstellen, verständig einsetzen und interpretieren können

Anmerkungen:

Vektoren sind als Zahlentupel, also als algebraische Objekte, zu verstehen und in entsprechenden Kontexten verständig einzusetzen. Punkte und Pfeile in der Ebene und im Raum müssen als geometrische Veranschaulichung dieser algebraischen Objekte interpretiert werden können.

Die geometrische Deutung des Skalarprodukts (in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$) meint hier nur den Spezialfall $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Geraden sollen in Parameterdarstellung, in $\mathbb{R}^2$ auch in parameterfreier Form (Gleichungen), angegeben und interpretiert werden können.

Trigonometrie

AG 4.1 Definitionen von *Sinus*, *Cosinus* und *Tangens* im rechtwinkeligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkeliger Dreiecke einsetzen können

AG 4.2 Definitionen von *Sinus* und *Cosinus* für Winkel größer als 90° kennen und einsetzen können

Anmerkungen:

Die Kontexte beschränken sich auf einfache Fälle in der Ebene und im Raum, komplexe (Vermessungs-)Aufgaben sind hier nicht gemeint; Sinus- und Cosinussatz werden dabei nicht benötigt.

Inhaltsbereich *Funktionale Abhängigkeiten (FA)*

Wenn Expertinnen und Experten Mathematik verwenden, bedienen sie sich oftmals des Werkzeugs der Funktionen. Für eine verständige Kommunikation ist es daher notwendig, mit der spezifischen funktionalen Sichtweise verständig und kompetent umzugehen. Das meint, die Aufmerksamkeit auf die Beziehung zwischen zwei (oder mehreren) Größen in unterschiedlichen Kontexten fokussieren zu können sowie die gängigen Darstellungsformen zu kennen und mit ihnen flexibel umgehen zu können.

Im Zentrum des mathematischen Grundwissens steht dann das Kennen der für die Anwendungen wichtigsten Funktionstypen: Namen und Gleichungen kennen, typische Verläufe von Graphen (er)kennen, zwischen den Darstellungsformen wechseln, charakteristische Eigenschaften wissen und im Kontext deuten (können).

Insgesamt sind eher kommunikative Handlungen (Darstellen, Interpretieren, Begründen) bedeutsam, manchmal können auch konstruktive Handlungen (Modellbildung) hilfreich sein; mathematisch-operative Handlungen hingegen sind in Kommunikationssituationen von eher geringer Bedeutung.

Darüber hinaus ist (Reflexions-)Wissen um Vor- und Nachteile der funktionalen Betrachtung sehr wichtig. Hilfreich ist in diesem Zusammenhang das Wissen über unterschiedliche Typen von Modellen (konstruktive, erklärende, beschreibende) sowie deren Bedeutung und Verwendung.

Wenn die wichtigsten Funktionstypen überblickt werden und wichtige Eigenschaften für das Beschreiben von Funktionen bekannt sind (Monotonie, Monotoniewechsel, Wendepunkte, Periodizität, Nullstellen, Polstellen), ist die Kommunikation auch auf zunächst unbekannte Funktionen bzw. Kompositionen von Funktionen erweiterbar.

Grundkompetenzen

Funktionsbegriff, reelle Funktionen, Darstellungsformen und Eigenschaften

FA 1.1 für gegebene Zusammenhänge entscheiden können, ob man sie als Funktionen betrachten kann

FA 1.2 Formeln als Darstellung von Funktionen interpretieren und dem Funktionstyp zuordnen können

FA 1.3 zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge wechseln können

FA 1.4 aus Tabellen, Graphen[1] und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können

FA 1.5 Eigenschaften von Funktionen erkennen, nennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen können: Monotonie(wechsel), lokale Extrema, Wendepunkte, Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen

FA 1.6 Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen grafisch und rechnerisch ermitteln und im Kontext interpretieren können

[1] Der Graph einer Funktion ist als Menge der Wertepaare definiert. Einer verbreiteten Sprechweise folgend nennen wir die grafische Darstellung des Graphen im kartesischen Koordinatensystem jedoch ebenfalls kurz „Graph".

FA 1.7 Funktionen als mathematische Modelle verstehen und damit verständig arbeiten können

FA 1.8 durch Gleichungen (Formeln) gegebene Funktionen mit mehreren Veränderlichen im Kontext deuten können, Funktionswerte ermitteln können

FA 1.9 einen Überblick über die wichtigsten (unten angeführten) Typen mathematischer Funktionen geben, ihre Eigenschaften vergleichen können

Anmerkungen:

Auf eine sichere Unterscheidung zwischen funktionalen und nichtfunktionalen Zusammenhängen wird Wert gelegt, auf theoretisch bedeutsame Eigenschaften (z. B. Injektivität, Surjektivität, Umkehrbarkeit) wird aber nicht fokussiert. Im Vordergrund steht die Rolle von Funktionen als Modelle und die verständige Nutzung grundlegender Funktionstypen und deren Eigenschaften sowie der verschiedenen Darstellungsformen von Funktionen (auch $f\colon A \to B, x \mapsto f(x)$).

Die Bearbeitung von Funktionen mit mehreren Veränderlichen beschränkt sich auf die Interpretation der Funktionsgleichung im jeweiligen Kontext sowie auf die Ermittlung von Funktionswerten.

Der Verlauf von Funktionen soll nicht nur mathematisch beschrieben, sondern auch im jeweiligen Kontext gedeutet werden können.

Lineare Funktion $[f(x) = k \cdot x + d]$

FA 2.1 verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können

FA 2.2 aus Tabellen, Graphen und Gleichungen linearer Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter *k* und *d* ermitteln und im Kontext deuten können

FA 2.3 die Wirkung der Parameter *k* und *d* kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können

FA 2.4 wichtige Eigenschaften kennen und im Kontext deuten können:
$f(x+1) = f(x) + k$; $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = k = [f'(x)]$

FA 2.5 die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktion bewerten können

FA 2.6 direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ $f(x) = k \cdot x$ beschreiben können

Anmerkungen:

Die Parameter *k* und *d* sollen sowohl für konkrete Werte als auch allgemein im jeweiligen Kontext interpretiert werden können. Entsprechendes gilt für die Wirkung der Parameter und deren Änderung.

Potenzfunktion mit $f(x) = a \cdot x^z$ **und Funktionen vom Typ** $f(x) = a \cdot x^z + b$ **mit** $z \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}$ **oder** $z = \frac{1}{2}$

FA 3.1 verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge dieser Art als entsprechende Funktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können

FA 3.2 aus Tabellen, Graphen und Gleichungen dieser Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter *a* und *b* ermitteln und im Kontext deuten können

FA 3.3 die Wirkung der Parameter *a* und *b* kennen und die Parameter im Kontext deuten können

FA 3.4 indirekte Proportionalität als Potenzfunktion vom Typ $f(x) = \frac{a}{x} \cdot$ (bzw. $f(x) = a \cdot x^{-1}$) beschreiben können

Polynomfunktion $[f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i \cdot x^i$ **mit** $n \in \mathbb{N}]$

FA 4.1 typische Verläufe von Graphen in Abhängigkeit vom Grad der Polynomfunktion (er)kennen

FA 4.2 zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen von Zusammenhängen dieser Art wechseln können

FA 4.3 aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Polynomfunktionen Funktionswerte, aus Tabellen und Graphen sowie aus einer quadratischen Funktionsgleichung Argumentwerte ermitteln können

FA 4.4 den Zusammenhang zwischen dem Grad der Polynomfunktion und der Anzahl der (möglichen) Null-, Extrem- und Wendestellen wissen

Anmerkungen:

Der Zusammenhang zwischen dem Grad der Polynomfunktion und der Anzahl der (möglichen) Null-, Extrem- und Wendestellen sollte für beliebige *n* bekannt sein, konkrete Aufgabenstellungen beschränken sich auf Polynomfunktionen mit $n \leq 4$.

Mithilfe elektronischer Hilfsmittel können Argumentwerte auch für Polynomfunktionen höheren Grades ermittelt werden.

Exponentialfunktion [$f(x) = a \cdot b^x$ **bzw.** $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ **mit** $a, b \in \mathbb{R}^+$, $\lambda \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$**]**

FA 5.1 verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene exponentielle Zusammenhänge als Exponentialfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können

FA 5.2 aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Exponentialfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können

FA 5.3 die Wirkung der Parameter *a* und *b* bzw. λ kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können

FA 5.4 wichtige Eigenschaften ($f(x + 1) = b \cdot f(x)$; $[e^x]' = e^x$) kennen und im Kontext deuten können

FA 5.5 die Begriffe *Halbwertszeit* und *Verdoppelungszeit* kennen, die entsprechenden Werte berechnen und im Kontext deuten können

FA 5.6 die Angemessenheit einer Beschreibung mittels Exponentialfunktion bewerten können

Anmerkungen:

Die Parameter a und b bzw. λ sollen sowohl für konkrete Werte als auch allgemein im jeweiligen Kontext interpretiert werden können. Entsprechendes gilt für die Wirkung der Parameter und deren Änderung.

Sinusfunktion, Cosinusfunktion

FA 6.1 grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge der Art $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ als allgemeine Sinusfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können

FA 6.2 aus Graphen und Gleichungen von allgemeinen Sinusfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können

FA 6.3 die Wirkung der Parameter a und b kennen und die Parameter im Kontext deuten können

FA 6.4 Periodizität als charakteristische Eigenschaft kennen und im Kontext deuten können

FA 6.5 wissen, dass $\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

FA 6.6 wissen, dass gilt: $[\sin(x)]' = \cos(x)$, $[\cos(x)]' = -\sin(x)$

Anmerkungen:

Während zur Auflösung von rechtwinkeligen Dreiecken Sinus, Cosinus und Tangens verwendet werden, beschränkt sich die funktionale Betrachtung (weitgehend) auf die allgemeine Sinusfunktion. Wesentlich dabei sind die Interpretation der Parameter (im Graphen wie auch in entsprechenden Kontexten) sowie der Verlauf des Funktionsgraphen und die Periodizität.

Inhaltsbereich *Analysis (AN)*

Die Analysis stellt Konzepte zur formalen, kalkulatorischen Beschreibung von diskretem und stetigem Änderungsverhalten bereit, die nicht nur in der Mathematik, sondern auch in vielen Anwendungsbereichen von grundlegender Bedeutung sind. Die Begriffe Differenzenquotient und Differenzialquotient sind allgemeine mathematische Mittel, dieses Änderungsverhalten von Größen in unterschiedlichen Kontexten quantitativ zu beschreiben, was in vielen Sachbereichen auch zur Bildung neuer Begriffe genutzt wird.

Im Sinne der Kommunikationsfähigkeit wird es daher wichtig sein, diese mathematischen Begriffe in diversen Anwendungsfällen deuten zu können, darüber hinaus aber auch allfällige Zusammenhänge von Fachbegriffen auf der Basis der hier genannten mathematischen Konzepte zu erkennen (z. B. den Zusammenhang Ladung – Stromstärke in der Physik oder allgemein den Zusammenhang von Bestands- und Flussgrößen). Manche der hier angesprochenen Begriffe werden auch umgangssprachlich gebraucht (z. B. Momentangeschwindigkeit, Beschleunigung, Zerfallsgeschwindigkeit, progressives Wachstum). Im Sinne einer Kommunikation mit der Allgemeinheit ist es für einen allgemeingebildeten Menschen daher auch wichtig, bei einer allfälligen Explikation der Fachbegriffe auf deren mathematischen Kern zurückgreifen zu können.

Der hinsichtlich der Kommunikationsfähigkeit zentrale Begriff der Integralrechnung ist das bestimmte Integral. Es ist wichtig zu wissen, was das dahinterstehende Konzept allgemein in der Mathematik und konkret in diversen Anwendungssituationen leistet. Daraus ergibt sich einerseits, dass man das bestimmte Integral als Grenzwert einer Summe von Produkten in verschiedenen Kontexten deuten kann, andererseits aber auch, dass man die typischen Anwendungsfälle des bestimmten Integrals allgemein beschreiben und den Begriff selbst in verschiedenen Kontexten zur Darstellung entsprechender Zusammenhänge verwenden kann (z. B. die physikalische Arbeit als Wegintegral der Kraft, der zurückgelegte Weg als Zeitintegral der Geschwindigkeit).

Die mathematische Darstellung der einzelnen Begriffe ist im Allgemeinen eine symbolische, wobei die Zeichen auch eine bestimmte Bedeutung innerhalb des Kalküls haben. Für die Zugänglichkeit elementarer Fachliteratur ist ein verständiger Umgang mit diesem Formalismus notwendig, d. h., die zum Teil unterschiedlichen symbolischen Darstellungen des Differenzialquotienten, der Ableitungsfunktion sowie des bestimmten Integrals sollten als solche erkannt, im jeweiligen Kontext gedeutet und auch eigenständig als Darstellungsmittel eingesetzt werden können. Es ist wichtig zu wissen, dass mit Zeichen auch gerechnet wird und was im konkreten Fall damit berechnet wird; die Durchführung der Rechnung selbst kann aber weitgehend unterbleiben. Es genügt, sich auf die einfachsten Regeln des Differenzierens zu beschränken, zumal neben der symbolischen Darstellung der Begriffe auch die grafische Darstellung der entsprechenden Funktionen zur Verfügung steht, an der die relevanten Eigenschaften und Zusammenhänge erkannt und auch quantitativ abgeschätzt werden können.

Grundkompetenzen

Änderungsmaße

AN 1.1 absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden können

AN 1.2 den Zusammenhang *Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) – Differenzialquotient („momentane" bzw. lokale Änderungsrate)* auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffs kennen und diese Konzepte (verbal sowie in formaler Schreibweise) auch kontextbezogen anwenden können

AN 1.3 den Differenzen- und Differenzialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differenzialquotienten beschreiben können

Anmerkungen:

Der Fokus liegt auf dem Darstellen von Änderungen durch Differenzen von Funktionswerten, durch prozentuelle Veränderungen, durch Differenzenquotienten und durch Differenzialquotienten, ganz besonders aber auch auf der Interpretation dieser Änderungsmaße im jeweiligen Kontext.

Durch den Einsatz elektronischer Hilfsmittel ist auch die Berechnung von Differenzen- und Differenzialquotienten beliebiger (differenzierbarer) Funktionen möglich.

Regeln für das Differenzieren

AN 2.1 einfache Regeln des Differenzierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, Regeln für $[k \cdot f(x)]'$ und $[f(k \cdot x)]'$ (vgl. Inhaltsbereich *Funktionale Abhängigkeiten*)

Ableitungsfunktion/Stammfunktion

AN 3.1 die Begriffe *Ableitungsfunktion* und *Stammfunktion* kennen und zur Beschreibung von Funktionen einsetzen können

AN 3.2 den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (bzw. Funktion und Stammfunktion) in deren grafischer Darstellung (er)kennen und beschreiben können

AN 3.3 Eigenschaften von Funktionen mithilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben können: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen

Anmerkungen:

Der Begriff der *Ableitung(sfunktion)* soll verständig und zweckmäßig zur Beschreibung von Funktionen eingesetzt werden.

Durch den Einsatz elektronischer Hilfsmittel ist das Ableiten von Funktionen nicht durch die in den Grundkompetenzen angeführten Differenziationsregeln eingeschränkt.

Summation und Integral

AN 4.1 den Begriff des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Summe von Produkten deuten und beschreiben können

AN 4.2 einfache Regeln des Integrierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, $\int k \cdot f(x)\,\mathrm{d}x$, $\int f(k \cdot x)\,\mathrm{d}x$ (vgl. Inhaltsbereich *Funktionale Abhängigkeiten*), bestimmte Integrale von Polynomfunktionen ermitteln können

AN 4.3 das bestimmte Integral in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch Integrale beschreiben können

Anmerkungen:

Analog zum Differenzialquotienten liegt der Fokus beim bestimmten Integral auf der Beschreibung entsprechender Sachverhalte durch bestimmte Integrale sowie vor allem auf der angemessenen Interpretation des bestimmten Integrals im jeweiligen Kontext.

Durch den Einsatz elektronischer Hilfsmittel ist die Berechnung von bestimmten Integralen nicht durch die in den Grundkompetenzen angeführten Integrationsregeln eingeschränkt.

Inhaltsbereich *Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS)*

Mathematikerinnen und Mathematiker wie auch Anwenderinnen und Anwender bedienen sich häufig der Begriffe, der Darstellungsformen und der (grundlegenden) Verfahren der beschreibenden Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie. Für allgemeingebildete Laiinnen und Laien wird es im Hinblick auf die Kommunikationsfähigkeit vor allem darauf ankommen, die stochastischen Begriffe und Darstellungen im jeweiligen Kontext angemessen interpretieren und deren Aussagekraft bzw. Angemessenheit einschätzen und bewerten zu können.

Die eigenständige Erstellung von statistischen Tabellen und Grafiken wird sich auf Situationen geringer Komplexität und auf einfache Grafiken beschränken (z. B. bei der Kommunikation mit der Allgemeinheit), für die Ermittlung statistischer Kennzahlen (Zentral- und Streuungsmaße) gilt Ähnliches.

Auch bei der Wahrscheinlichkeit kann man sich auf grundlegende Wahrscheinlichkeitsinterpretationen, auf grundlegende Begriffe (Zufallsgröße, (Zufalls-)Stichprobe, Wahrscheinlichkeitsverteilung, Erwartungswert und Varianz/Standardabweichung) und Konzepte (Binomialverteilung) sowie einfachste Wahrscheinlichkeitsberechnungen beschränken; wichtig hingegen erscheint es, Wahrscheinlichkeit als eine (vom jeweiligen Informationsstand) abhängige Modellierung und Quantifizierung des Zufalls zu verstehen.

Grundkompetenzen

Beschreibende Statistik

WS 1.1 Werte aus tabellarischen und elementaren grafischen Darstellungen ablesen (bzw. zusammengesetzte Werte ermitteln, d. h. aus den Grafiken ablesbare Daten zur Berechnung weiterer Kennzahlen verwenden können) und im jeweiligen Kontext angemessen interpretieren können

Anmerkungen:

(un)geordnete Liste, Strichliste, Piktogramm, Säulen-, Balken-, Linien-, Stängel-Blatt-, Punktwolkendiagramm, Histogramm (als Spezialfall eines Säulendiagramms), Prozentstreifen, Kastenschaubild (Boxplot)

WS 1.2 Tabellen und einfache statistische Grafiken erstellen, zwischen Darstellungsformen wechseln können

WS 1.3 statistische Kennzahlen (absolute und relative Häufigkeiten; arithmetisches Mittel, Median, Modus, Quartile, Spannweite, empirische Varianz/Standardabweichung) im jeweiligen Kontext interpretieren können; die angeführten Kennzahlen für einfache Datensätze ermitteln können

WS 1.4 Definition und wichtige Eigenschaften des arithmetischen Mittels und des Medians angeben und nutzen, Quartile ermitteln und interpretieren können, die Entscheidung für die Verwendung einer bestimmten Kennzahl begründen können

Anmerkungen:

Wenn auch statistische Kennzahlen (für einfache Datensätze) ermittelt und elementare statistische Grafiken erstellt werden sollen, liegt das Hauptaugenmerk auf verständigen Interpretationen von Grafiken (unter Beachtung von Manipulationen) und Kennzahlen. Speziell für das arithmetische Mittel und den Median (auch als Quartile) müssen die wichtigsten Eigenschaften (definitorische Eigenschaften, Datentyp-Verträglichkeit, Ausreißerempfindlichkeit) gekannt und verständig eingesetzt bzw. berücksichtigt werden. Beim arithmetischen Mittel sind allenfalls erforderliche Gewichtungen zu beachten („gewogenes arithmetisches Mittel“) und zu nutzen (Bildung des arithmetischen Mittels aus arithmetischen Mitteln von Teilmengen).

Wahrscheinlichkeitsrechnung

WS 2.1 Grundraum (Menge der möglichen Versuchsausgänge) und Ereignisse in angemessenen Situationen verbal bzw. formal angeben können

WS 2.2 relative Häufigkeit als Schätzwert von Wahrscheinlichkeit verwenden und anwenden können

WS 2.3 Wahrscheinlichkeiten unter der Verwendung der Laplace-Annahme (Laplace-Wahrscheinlichkeit) berechnen und interpretieren können, Additionsregel und Multiplikationsregel anwenden und interpretieren können

Anmerkungen:

Die Multiplikationsregel kann unter Verwendung der kombinatorischen Grundlagen und der Anwendung der Laplace-Regel (auch) umgangen werden.

WS 2.4 Binomialkoeffizienten berechnen und interpretieren können

Wahrscheinlichkeitsverteilung(en)

WS 3.1 die Begriffe *Zufallsvariable, (Wahrscheinlichkeits-)Verteilung, Erwartungswert* und *Standardabweichung* verständig deuten und einsetzen können

WS 3.2 Binomialverteilung als Modell einer diskreten Verteilung kennen – Erwartungswert sowie Varianz/Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen ermitteln können, Wahrscheinlichkeitsverteilung binomialverteilter Zufallsgrößen angeben können, Arbeiten mit der Binomialverteilung in anwendungsorientierten Bereichen

WS 3.3 Situationen erkennen und beschreiben können, in denen mit Binomialverteilung modelliert werden kann

Kontexte

Zentrale Aufgabe der Schule ist die Vermittlung fundierten Wissens, insbesondere sollen die Schülerinnen und Schüler zur selbstständigen und aktiven Aneignung von Wissen befähigt und angehalten werden. Zudem sollen sie im Laufe der Schulzeit immer wieder zur kritisch prüfenden Auseinandersetzung mit dem verfügbaren Wissen ermutigt werden.

Die Schülerinnen und Schüler erlernen auf diese Weise, ihrem Alter entsprechend Problemstellungen zu definieren, zu bearbeiten und ihren Erfolg zu kontrollieren. Die in unterschiedlichen Bildungsbereichen entwickelten „überfachlichen" Kompetenzen können bzw. sollen Eingang in die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik finden. Dabei ist besonders darauf hinzuweisen, dass den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit gegeben werden muss, an Vorerfahrungen und Vorkenntnisse zu entsprechenden Kontexten anzuknüpfen.

Die angegebene Aufzählung von Kontexten und deren Konkretisierung stellt eine Auswahl vorhandener Einsatzgebiete von Mathematik dar. Diese Konkretisierung ist als Hilfestellung zur Vorbereitung auf die standardisierte schriftliche Reifeprüfung gedacht. Die nachfolgend angeführten Kontexte können jedenfalls ohne detaillierte Erklärung bei der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung vorkommen. Bei allen anderen Kontexten werden in der jeweiligen Aufgabenstellung im einleitenden Text notwendige und hinreichend genaue Erklärungen gegeben.

Bei der Anwendung von Mathematik in alltäglichen Situationen kommt man nicht umhin, sich auch mit Größenverhältnissen, (physikalischen) Größen im Allgemeinen und Einheiten im Speziellen auseinanderzusetzen. Der korrekte Umgang mit Größen(verhältnissen) und Einheiten ist jedenfalls in Kommunikationssituationen unumgänglich und zeugt von einem tiefergehenden Verständnis für Zusammenhänge.

1 Prozent = 10^{-2} = 10 000 ppm = Teile pro Hundert = 1 %
1 Promille = 10^{-3} = 1 000 ppm = Teile pro Tausend = 0,1 % = 1 ‰
1 ppm (parts per million) = 10^{-6} = Teile pro Million = 0,0001 %

Vorsilben

Vorsilbe	Bedeutung	Symbol	
Tera-	Billion	T	10^{12} = 1 000 000 000 000
Giga-	Milliarde	G	10^{9} = 1 000 000 000
Mega-	Million	M	10^{6} = 1 000 000
Kilo-	tausend	k	10^{3} = 1 000
Hekto-	hundert	h	10^{2} = 100
Deka-	zehn	da	10^{1} = 10
Dezi-	Zehntel	d	10^{-1} = 0,1
Zenti-	Hundertstel	c	10^{-2} = 0,01
Milli-	Tausendstel	m	10^{-3} = 0,001
Mikro-	Millionstel	μ	10^{-6} = 0,000 001
Nano-	Milliardstel	n	10^{-9} = 0,000 000 001
Pico-	Billionstel	p	10^{-12} = 0,000 000 000 001

Größen und ihre Einheiten

Größe	Einheit	Symbol	Beziehung
Temperatur	Grad Celsius bzw. Kelvin	°C, K	$\Delta t = \Delta T$
Frequenz	Hertz	Hz	$1\ \text{Hz} = 1\ \text{s}^{-1}$
Energie, Arbeit, Wärmemenge	Joule	J	$1\ \text{J} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Kraft	Newton	N	$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Drehmoment	Newtonmeter	N · m	$1\ \text{N} \cdot \text{m} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
elektrischer Widerstand	Ohm	Ω	$1\ \Omega = 1\ \text{V} \cdot \text{A}^{-1} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-3}$
Druck	Pascal	Pa	$1\ \text{Pa} = 1\ \text{N} \cdot \text{m}^{-2} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
elektrische Stromstärke	Ampere	A	$1\ \text{A} = 1\ \text{C} \cdot \text{s}^{-1}$
elektrische Spannung	Volt	V	$1\ \text{V} = 1\ \text{J} \cdot \text{C}^{-1} =$ $1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$
Leistung	Watt	W	$1\ \text{W} = 1\ \text{J} \cdot \text{s}^{-1} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$

Technisch-naturwissenschaftliche Grundlagen

Dichte	$\varrho = \frac{m}{V}$		
Leistung	$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$	$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$	
Kraft	$F = m \cdot a$		
Arbeit	$W = F \cdot s$		
	$W = \int F(s)\,\mathrm{d}s$	$F = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}s}$	
kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$		
potenzielle Energie	$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$		
gleichförmige geradlinige Bewegung	$v = \frac{s}{t}$	$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$	$v(t) = s'(t)$
gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung	$v = a \cdot t + v_0$	$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$	$a(t) = v'(t) = s''(t)$

Finanzmathematik

Der Lehrplan für Mathematik nimmt nicht nur Bezug auf naturwissenschaftlich-technische Aspekte, sondern thematisiert auch wirtschaftliche Belange. Daher sind grundlegende Begriffe in diesem Bereich ebenfalls notwendig.

Zinseszinsrechnung

K_0 ... Anfangskapital

K_n ... Endkapital

p ... Jahreszinssatz in Prozent

$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$ mit $i = \frac{p}{100}$

Kosten- und Preistheorie

x ... produzierte, angebotene, nachgefragte bzw. verkaufte Menge ($x \geq 0$)

variable Kosten	$K_v(x)$
Fixkosten	K_f
(Gesamt-)Kosten	$K(x) = K_v(x) + K_f$
Grenzkosten	$K'(x)$
Nachfragepreis	$p(x)$
Erlös / Ertrag	$E(x) = p(x) \cdot x$
Grenzerlös	$E'(x)$
Gewinn	$G(x) = E(x) - K(x)$
Grenzgewinn	$G'(x)$
Break-even-Point / Gewinnschwelle	$E(x) = K(x)$ ... bei (erster) Nullstelle x der Gewinnfunktion

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Antwortformate SRP Mathematik (AHS)

Stand: 12. Februar 2019

1. Offenes Antwortformat

Beim offenen Antwortformat kann die Bearbeitung der Aufgaben je nach Aufgabenstellung auf unterschiedliche Weise erfolgen.

Beispiel:

Gegeben ist die Gleichung einer Geraden g: $3 \cdot x + 5 \cdot y = 15$.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Steigung der dieser Geraden entsprechenden linearen Funktion.

2. Halboffenes Antwortformat

Beim halboffenen Antwortformat muss die richtige Antwort in eine vorgegebene Gleichung, Funktion etc. eingesetzt werden.

Beispiel:

Für das arithmetische Mittel einer Datenreihe $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ gilt: $\bar{x} = 115$.

Die Standardabweichung der Datenreihe ist $s_x = 12$. Die Werte einer zweiten Datenreihe $y_1, y_2, \dots, y_{24}$ entstehen, indem man zu den Werten der ersten Datenreihe jeweils 8 addiert, also $y_1 = x_1 + 8$, $y_2 = x_2 + 8$ usw.

Aufgabenstellung:

Geben Sie das arithmetische Mittel $\bar{y}$ und die Standardabweichung s_y der zweiten Datenreihe an.

$\bar{y}$ = ____

s_y = ____

3. Konstruktionsformat

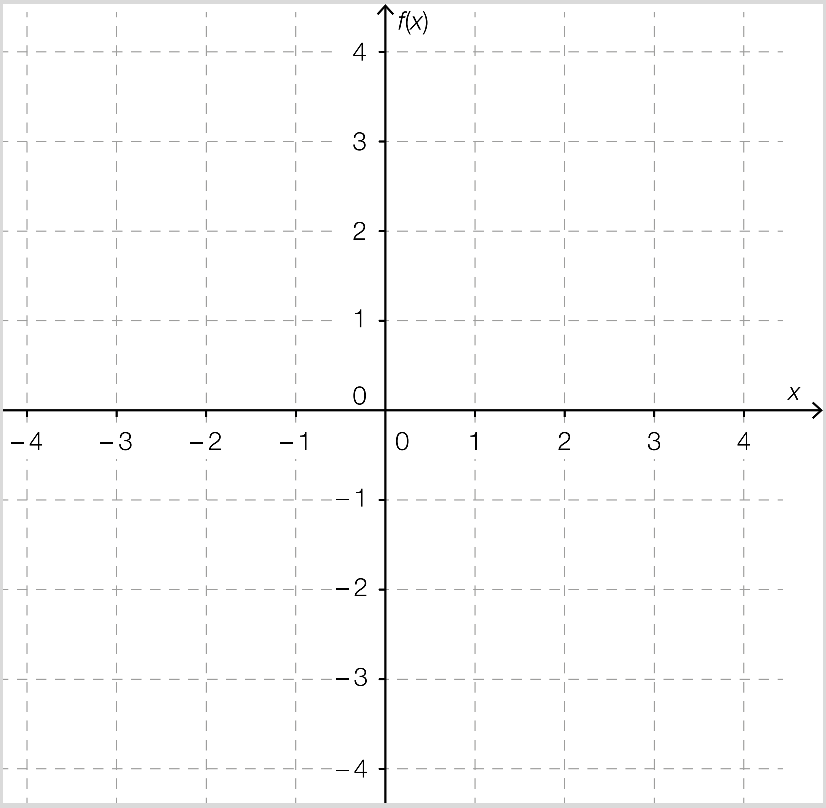
Bei diesem Antwortformat ist eine Abbildung, eine Grafik, ein Diagramm etc. vorgegeben. Diese Aufgaben erfordern die Ergänzung von Graphen, Punkten, Vektoren o. Ä. in die vorgegebene Darstellung.

Beispiel:

Der Verlauf des Graphen einer linearen Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$ wird durch ihre Parameter k und d mit $k, d \in \mathbb{R}$ bestimmt.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$ mit den gegebenen Parametern $k = \frac{2}{3}$ und $d < 0$ in das nachstehende Koordinatensystem ein.



4. Multiple-Choice-Antwortformat

a) 2 aus 5

Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet. Aufgaben dieses Formats werden korrekt bearbeitet, indem ausschließlich die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt werden.

Beispiel:

Gegeben ist die Zahl $\sqrt{5}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt nicht in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Z}$, aber nicht in $\mathbb{N}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ ist irrational.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Q}$ und in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ kann man nicht als periodische Dezimalzahl darstellen.	☐

b) 1 aus 6

Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet. Aufgaben dieses Formats werden korrekt bearbeitet, indem ausschließlich die zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt wird.

Beispiel:

Gegeben ist die Zahl $\sqrt{5}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an.

Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt nicht in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Z}$, aber nicht in $\mathbb{N}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ ist rational.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Q}$ und in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ kann man nicht als periodische Dezimalzahl darstellen.	☐
Die Zahl $\sqrt{5}$ kann als Bruch dargestellt werden.	☐

5. Lückentext

Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, d. h., im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke sind je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Aufgaben dieses Formats werden korrekt bearbeitet, indem die Lücken durch Ankreuzen der beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten gefüllt werden.

Beispiel:

Gegeben ist die Zahl $\sqrt{5}$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Die Zahl $\sqrt{5}$ ist eine ___①___, weil die ___②___.

①	
rationale Zahl	☐
irrationale Zahl	☐
natürliche Zahl	☐

②	
Darstellung der Zahl ein Wurzelzeichen hat	☐
Zahl nicht als Bruch dargestellt werden kann	☐
Zahl als periodische Dezimalzahl dargestellt werden kann	☐

6. Zuordnungsformat

Dieses Antwortformat ist durch sechs Auswahlmöglichkeiten (z. B. Aussagen, Tabellen, Abbildungen) gekennzeichnet, die den vorgegebenen vier Antwortmöglichkeiten zugeordnet werden müssen. Aufgaben dieses Formats werden korrekt bearbeitet, indem man den vier Antwortmöglichkeiten durch Eintragen des entsprechenden Buchstabens (aus A bis F) jeweils die zutreffende Auswahlmöglichkeit zuordnet.

Beispiel:

Mit Exponentialfunktionen können Abnahme- und Zunahmeprozesse beschrieben werden.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier beschriebenen Vorgängen jeweils die passende Funktionsgleichung (aus A bis F) zu.

Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle verdoppelt sich täglich.	
Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle verringert sich täglich um 15 %.	
Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle nimmt täglich um 85 % zu.	
Die Länge einer 1 Mikrometer kleinen Zelle nimmt täglich um 50 % ab.	

A	$G(t) = 1 \cdot 0{,}5^t$ (t in Tagen)
B	$G(t) = 1 \cdot 1{,}85^t$ (t in Tagen)
C	$G(t) = 1 \cdot 0{,}85^t$ (t in Tagen)
D	$G(t) = 1 \cdot 2^t$ (t in Tagen)
E	$G(t) = 1 \cdot 1{,}5^t$ (t in Tagen)
F	$G(t) = 1 \cdot 1{,}2^t$ (t in Tagen)