

Ime:	
Razred/Letnik:	



Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni in diplomski izpit

Poklicno izobraževalna višja šola (BHS)
glavni rok 2021

Uporabna matematika

TAK



Navodila za reševanje nalog

Draga kandidatka! Dragi kandidat!

Zvezek z nalogami, ki je pred Vami, vsebuje naloge dela A in naloge dela B z vsakič različnim številom delnih nalog. Delne naloge je moč reševati med seboj neodvisno.

Za reševanje uporabljajte izključno ta zvezek z nalogami in delovne liste, ki so vam dani na razpolago. Svoje ime in letnik oz. Vaš razred vpišite na naslovno stran zvezka z nalogami v za to predvideni polji, ter Vaše ime in zaporedno številko strani na vsak uporabljeni delovni list. Pri reševanju vsake delne naloge na delovni list navedite njeno oznako (npr. 3d1).

V vrednotenje bo vključeno vse, kar ni prečrtano. Zabeležke prečrtajte.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za »SRDP« iz uporabne matematike, ki je potrjena za klavzurno nalogo (izpit) s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računalja ali druge ustrezne tehnologije), če ni dana možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Pojasnilo formatov odgovorov je v izpitnem prostoru na voljo za vpogled.

Smernice za reševanje

- Vsak izračun je potrebno izvesti z razumljivim računskim nastavkom in razumljivo dokumentacijo uporabe tehnologije (navedeni morajo biti uporabljeni izhodiščni parametri in uporabljena funkcija tehnologije).
- Spremenljivke, ki jih izberete sami, je potrebno pojasniti in po potrebi navesti enote.
- Rezultate je potrebno nedvoumno poudariti.
- Rezultate je potrebno navesti z ustreznimi enotami, če je to v navodilu za delo izrecno zahtevano.
- Če so kot rešitve izdelani diagrami ali skice, je potrebno osi opisati ter označiti.
- Če so izdelane geometrijske skice, je potrebno dele, ki so pomembni za rešitev, označiti.
- Izogibajte se prezgodnjega zaokroževanja.
- Priložite morebitne računalniške izpise rešitve, opremljene z Vašim imenom.
- Če je naloga izračunana večkrat, je potrebno vse poti reševanja razen ene, prečrtati.

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, kjer je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v želeni okvirček.

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor » $5 + 5 = 9$ « in nato spremenjen na » $2 + 2 = 4$ «.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☐
$5 + 5 = 9$	☒

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite želeni prebarvani okvirček.

Tukaj je bil odgovor » $2 + 2 = 4$ « najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☒
$5 + 5 = 9$	☐

Velja naslednji ključ ocenjevanja:

44–48 točk	zelo dobro	Sehr gut
38–43 točk	dobro	Gut
31–37 točk	povoljno (zadovoljivo)	Befriedigend
23–30 točk	zadostno	Genügend
0–22 točk	nezadostno	Nicht genügend

Veliko uspeha!

Prosimo obrnite list.

Naloga 1

Cirkus

- a) Neko določeno cirkuško predstavo je obiskalo 65 odraslih in 57 otrok. Vsi skupaj so plačali vstopnino v višini 1.179 evrov.
Neko drugo cirkuško predstavo z enakimi cenami vstopnic, je obiskalo 82 odraslih in 74 otrok. Vsi skupaj so plačali vstopnino v višini 1.502 evrov.

- 1) Nastavite sistem enačb za izračun cene vstopnice x za odraslega in cene vstopnice y za otroka. [0/1 t.]
- 2) Izračunajte ceni vstopnic x in y . [0/1 t.]

- b) Skupina n oseb naroči vstopnice za neki drugi cirkus, s ceno vstopnice p evrov na osebo. Do dneva predstave pa se je velikost skupine za k oseb povečala in organizator je zato vsem priznal 5 % popust na ceno vstopnice.

- 1) S križcem označite pravilni izraz za izračun skupno plačane vstopnine. [1 izmed 5] [0/1 t.]

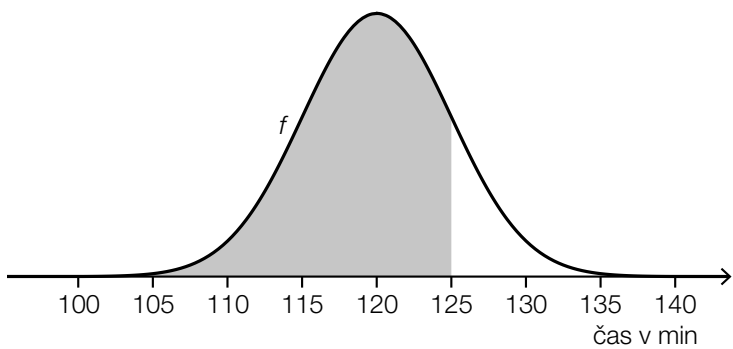
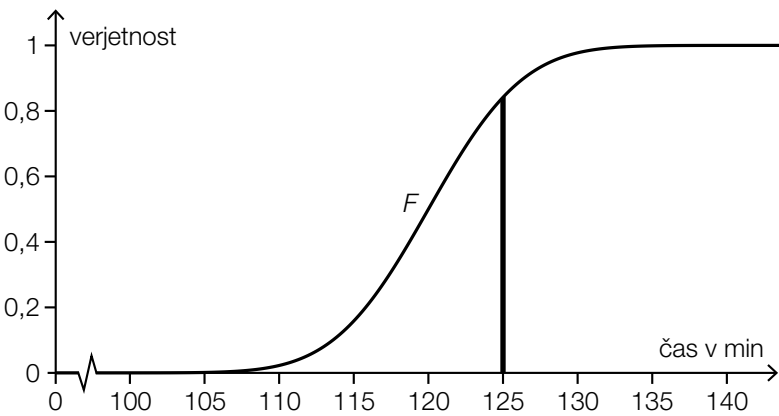
$\frac{(n+k) \cdot p}{0,95}$	☐
$(n+k) \cdot p \cdot 0,95$	☐
$0,95 \cdot (n+k \cdot p)$	☐
$0,05 \cdot (n+k) \cdot p$	☐
$(n \cdot k + p) \cdot 0,95$	☐

- c) Trajanje cirkuških predstav je približno normalno porazdeljeno s pričakovano vrednostjo $\mu = 120$ min in standardnim odklonom $\sigma = 5$ min.

- 1) Izračunajte verjetnost, da traja neka slučajno izbrana cirkuška predstava najmanj 118 min. [0/1 t.]

Verjetnost, da traja neka slučajno izbrana cirkuška predstava največ 125 min, predstavimo s pomočjo pripadajoče funkcije gostote verjetnosti f , oz. s pomočjo pripadajoče porazdelitvene funkcije F .

- 2) S križcem označite tisto predstavitev, ki ne ustreza tej verjetnosti. [1 izmed 5] [0/1 t.]

$0,5 + \int_{120}^{125} f(x) dx$	☐
$\int_{-\infty}^{125} f(x) dx$	☐
$1 - F(125)$	☐
	☐
	☐

Naloga 2

Drevesa

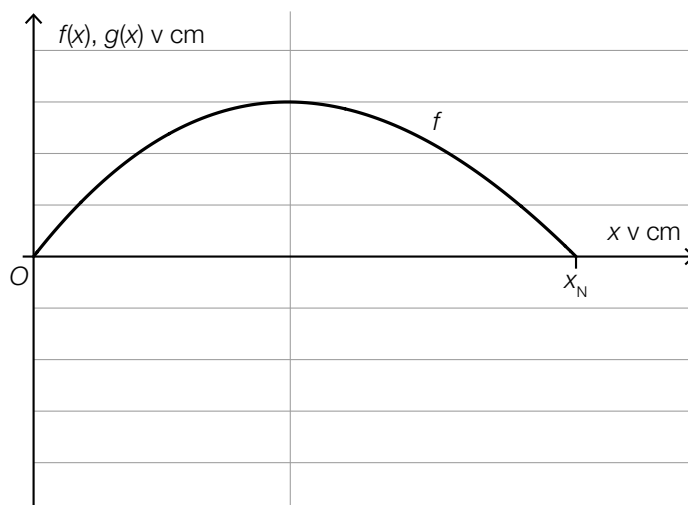
- a) Obliko bukovega lista je moč v koordinatnem sistemu približno opisati s ploskvijo med grafom funkcije f in grafom funkcije g .

$$f(x) = 0,0047 \cdot x^3 - 0,2 \cdot x^2 + 1,28 \cdot x \text{ pri } 0 \leq x \leq x_N$$

$$g(x) = -f(x)$$

$x, f(x), g(x)$... koordinate v cm

Na naslednji sliki je predstavljen graf funkcije f .



- 1) V gornjo sliko vrišite graf funkcije g na intervalu $[0; x_N]$. [0/1 t.]
- 2) Izračunajte ničlo x_N . [0/1 t.]
- 3) V skladu s tem modelom izračunajte ploščino tega lista. [0/1 t.]

b) Za neki modelni račun so dogovorjeni naslednji privzetki:

Na nek določen poletni dan sonce sije 14,5 ur.

En list nekega listavca proizvede ob sončnem vremenu na uro 2,14 mg kisika.

Listavec ima 30 000 listov.

1) Izračunajte količino kisika, ki jo en tak listavec proizvede v tem poletnem dnevu. Rezultat navedite v kilogramih.

[0/1 t.]

Ena oseba potrebuje 0,816 kg kisika na dan.

Radi bi vedeli, koliko takih listavcev je potrebno, da za x ljudi pokrijejo dnevno potrebo po kisiku. To število listavcev označimo z n .

2) S pomočjo x nastavite formulo za izračun števila n .

$n =$ _____

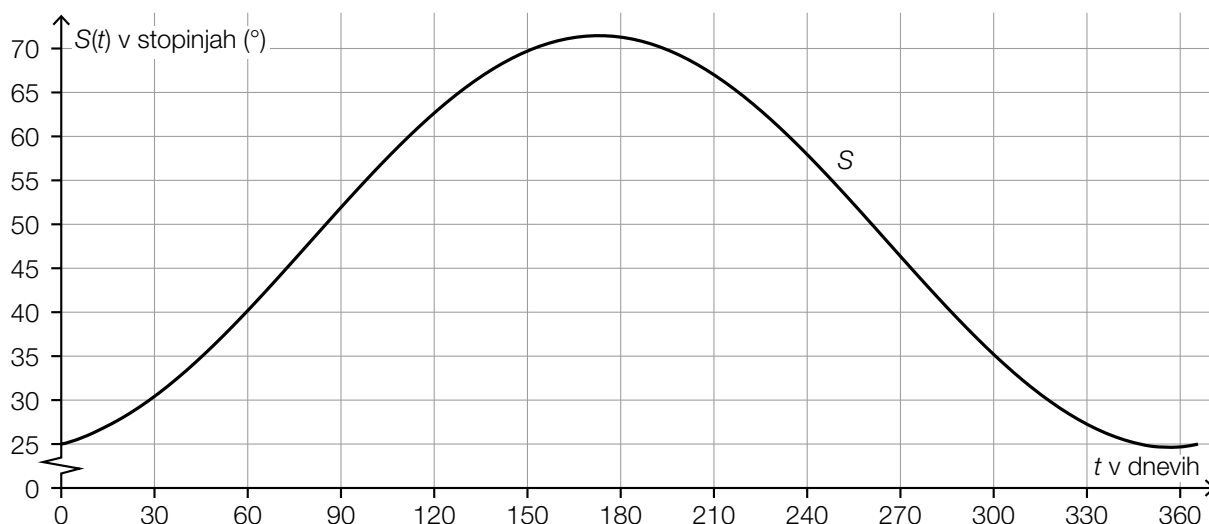
[0/1 t.]

Naloga 3

Sončna svetloba in vitamin D

Za tvorbo vitamina D v koži, je potrebna sončna svetloba. Če je vpadni kot sončnih žarkov v atmosferi premajhen, se vitamin D ne more tvoriti.

- a) Za vsak dan nekega leta se opazuje največji vpadni kot sončnih žarkov. Za neko določeno mesto je časovni razvoj tega kóta predstavljen kot graf funkcije S .



t ... čas od začetka leta v dnevih

$S(t)$... največji vpadni kot sončnih žarkov ob času t v stopinjah ($^{\circ}$)

- 1) Odčitajte tisti interval, v katerem znaša največji vpadni kot sončnih žarkov najmanj 45° .

[_____ ; _____] (v dnevih)

[0/1 t.]

Izveden je bil naslednji izračun: $\frac{S(90) - S(0)}{90} \approx 0,3$

- 2) Interpretirajte rezultat tega izračuna v dani vsebinski povezavi. Pri tem navedite pripadajočo enoto.

[0/1 t.]

- b) Koncentracija vitamina D se v Claudijini krvi od začetka jeseni niža in jo je moč opisati s funkcijo N .

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-0,0173 \cdot t}$$

t ... čas od začetka jeseni v dnevih

$N(t)$... koncentracija vitamina D v Claudijini krvi ob času t v nanogramih na mililiter (ng/ml)

N_0 ... koncentracija vitamina D v Claudijini krvi ob začetku jeseni v ng/ml

Telo je dovolj preskrbljeno z vitaminom D, če znaša njegova koncentracija v krvi najmanj 30 mg/ml.

Claudia bi rada vedela, najmanj kako visoka mora biti koncentracija vitamina D v krvi ob začetku jeseni, da bo njeno telo po 60 dneh še vedno dovolj preskrbljeno z vitaminom D.

- 1) Izračunajte za to potrebno koncentracijo vitamina D ob začetku jeseni. [0/1 t.]

V gornjem modelu znaša razpolovni čas pri razgradnji vitamina D v Claudijinem telesu 40 dni.

- 2) S križcem označite ustrezno izjavo. [1 izmed 5] [0/1 t.]

Po 80 dneh je prisotna še polovica od N_0 .	☐
Po 100 dneh je prisotna še ena tretjina od N_0 .	☐
Po 120 dneh je prisotna še ena četrtnina od N_0 .	☐
Po 140 dneh je prisotna še ena osmina od N_0 .	☐
Po 160 dneh je prisotna še ena šestnajstina od N_0 .	☐

Naloga 4

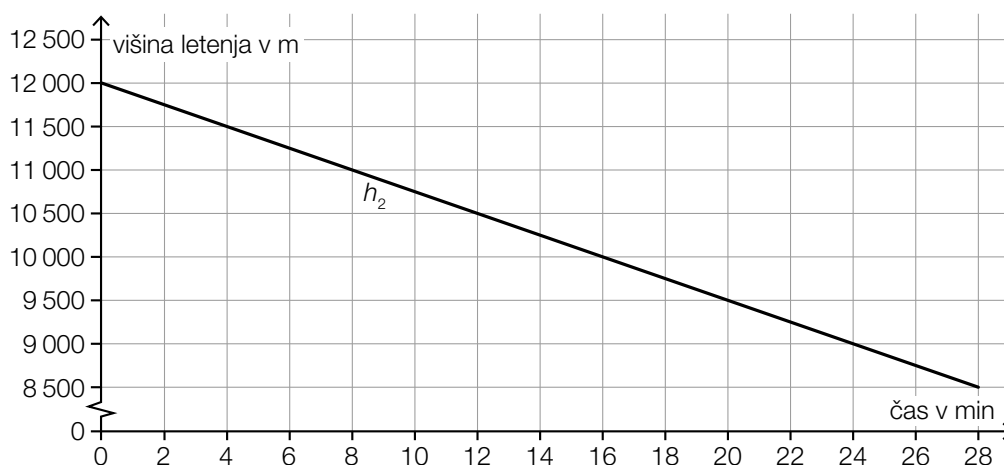
Vzpon in spuščanje letal

- a) Neko letalo se ob času $t = 0$ na višini 12 000 m prične spuščati. Pri tem se mu višina letenja zmanjšuje za 90 m/min. Višina letenja (v metrih) v odvisnosti od časa t (v minutah) naj bo za spust opisana z linearno funkcijo h_1 .

- 1) Nastavite enačbo funkcije h_1 .

[0/1 t.]

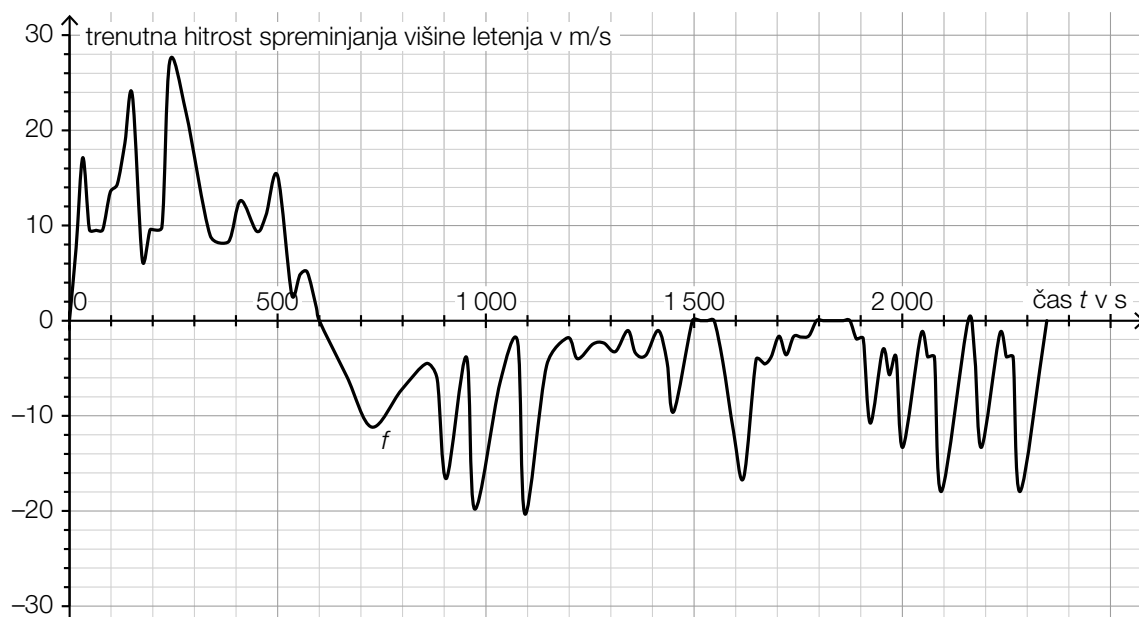
Za neko drugo letalo pokaže v nadaljevanju predstavljeni graf funkcije h_2 medsebojno odvisnost med višino letenja in časom.



- 2) Dokazljivo preverite, ali se drugo letalo spušča hitreje kot prvo.

[0/1 t.]

- b) Trenutno hitrost spreminjanja višine letenja (hitrost vzpona in spuščanja) letala na nekem letu iz Münchna v Frankfurt ob Majni je moč približno opisati s funkcijo f (glej naslednjo sliko).



Vir podatkov: <https://de.flightaware.com/live/flight/DLH99/history/20180905/0710Z/EDDM/EDDF/tracklog> [22.02.2019].

Ob času $t = 0$ letalo v Münchnu vzleti.

- 1) Iz gornje slike odčitajte tisti čas t_m , pri katerem doseže letalo svojo največjo višino.

$t_m =$ _____ s

[0/1 t.]

Izveden je naslednji izračun: $\int_{1550}^{1800} f(t) dt = -1\,249$ m

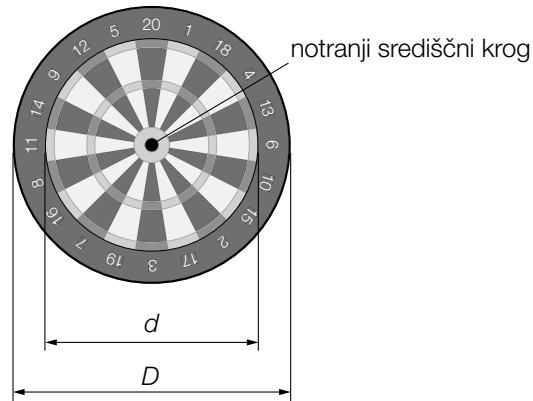
- 2) Interpretirajte rezultat tega izračuna v dani vsebinski povezavi.

[0/1 t.]

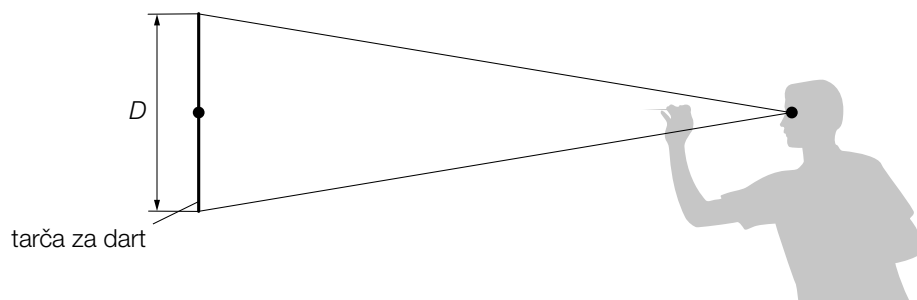
Naloga 5

Dart (Pikado)

Dart je igra, pri kateri mečemo puščice, da zadenejo v okroglo tarčo (glej naslednjo sliko).



- a) Na gornji sliki sta označena premera dveh krogov, ki imata skupnoredišče. Notranji krog ima premer $d = 34$ cm in zunanji krog premer $D = 45$ cm.
- 1) Izračunajte koliko odstotkov znaša ploskev notranjega kroga v zvezi ploskvijo zunanjega kroga. [0/1 t.]
- b) Tarča za dart s premerom D visi navpično na neki steni (glejte spodnjo sliko, ki ni v pravem sorazmerju, v pogledu iz strani). Središče dartske tarče in oko igralca se nahajata na enaki višini nad tlemi. L je oddaljenost očesa od središča dartske tarče. α je kot, pod katerim igralec vidi dartsko tarčo.

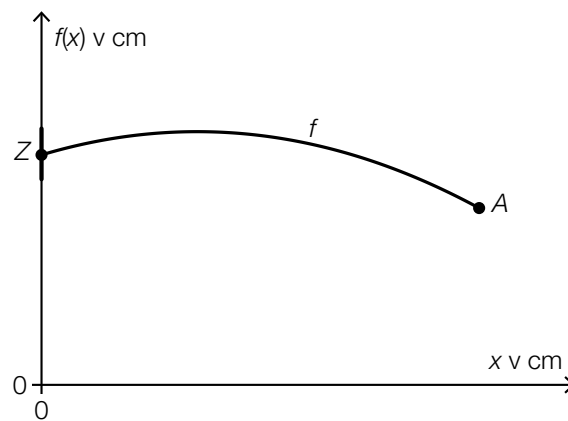


- 1) V gornji sliki vpišite količini L in α . [0/1 t.]
- 2) S pomočjo D in L nastavite formulo za izračun α .

$\alpha =$ _____

[0/1 t.]

- c) Na naslednji sliki je modelno prikazana tirnica leta puščice darta med točko A, v kateri je vržena, in ciljno točko Z.



Tirnico leta puščice je v tem modelu moč opisati z grafom kvadratne funkcije f :

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

x ... vodoravna oddaljenost od dartske tarče v cm

$f(x)$... višina nad tlemi na oddaljenosti x v cm

Ciljna točka Z se nahaja na višini 173 cm nad tlemi.

Največjo višino, 182 cm nad tlemi, doseže puščica na tistem mestu, na katerem ima od ciljne točke Z vodoravno oddaljenost 75 cm.

- 1) Nastavite sistem enačb za izračun koeficientov a , b in c . [0/1/2 t.]
- 2) Izračunajte koeficiente a , b in c . [0/1 t.]

- d) Neki igralec vrže na tarčo 5 krat zaporedoma. Verjetnost, da zadene tako imenovani *notranji središčni krog*, na sredini dartske tarče, znaša pri vsakem metu p .

- 1) Obema začetkoma stavka priredite vsakič po eno nadaljevanje izmed A do D tako, da nastane pravilna izjava. [0/1 t.]

Z izrazom $\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1 - p) + p^5$ se izračuna verjetnost, da igralec pri 5 metih ...	
Z izrazom $1 - \binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1 - p) - p^5$ se izračuna verjetnost, da igralec pri 5 metih ...	

A	... največ 3 krat zadene notranji središčni krog.
B	... najmanj 3 krat zadene notranji središčni krog.
C	... največ 4 krat zadene notranji središčni krog.
D	... najmanj 4 krat zadene notranji središčni krog.

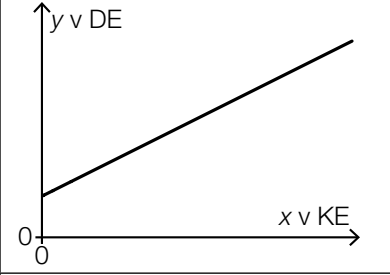
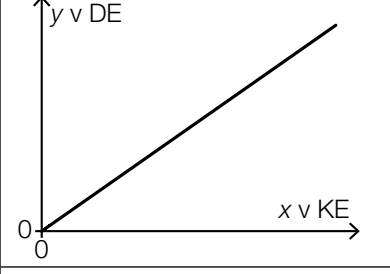
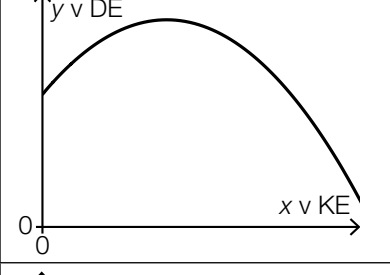
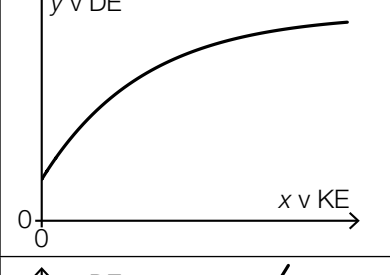
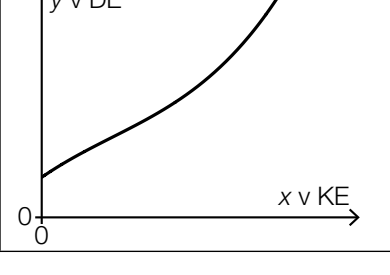
Naloga 6 (del B)

Pohišstvo

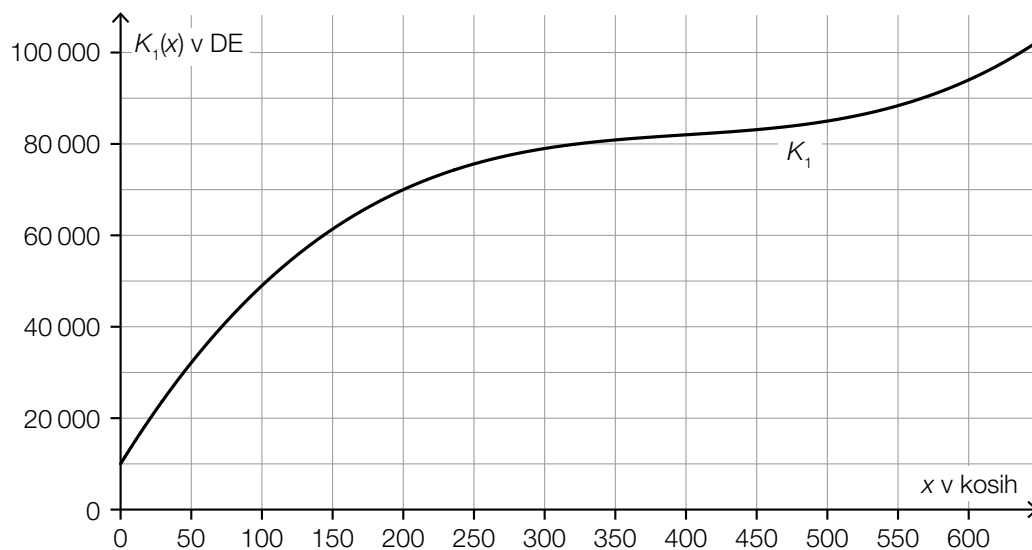
a) V nadaljevanju so predstavljeni grafi 5 funkcij. Samo eden izmed teh grafov lahko predstavlja graf neke funkcije izkupička.

1) S križcem označite ustrezeni graf. [1 izmed 5]

[0/1 t.]

	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

- b) Na naslednji sliki je za neko podjetje predstavljen graf funkcije stroškov K_1 , pri proizvodnji omar.



x ... proizvedena količina v kosih

$K_1(x)$... skupni stroški pri proizvedeni količini x v DE

- 1) Odčitajte največji možni interval proizvodnje, v katerem je potek funkcije stroškov K_1 degresiven. [0/1 t.]
- 2) S pomočjo gornje slike ugotovite stroške na kos pri proizvodnji 200 kosov. [0/1 t.]

Fiksne stroške lahko za 10 % reduciramo.

- 3) Utemeljite zakaj se s tem funkcija mejnih stroškov ne spremeni. [0/1 t.]

- c) Za neko podjetje je podana funkcija stroškov K_2 pri proizvodnji komod (nizkih omar):

$$K_2(x) = 0,001 \cdot x^3 - 0,9 \cdot x^2 + a \cdot x + 3000$$

x ... proizvedena količina v kosih

$K_2(x)$... skupni stroški pri proizvedeni količini x v DE

Pri proizvodnji 100 komod ima podjetje skupne stroške 35 000 DE.

- 1) Izračunajte koeficient a funkcije stroškov K_2 . [0/1 t.]
- 2) Izračunajte optimum obratovanja. [0/1 t.]

Spodnja meja dobička (break-even-point) je dosežena pri prodaji 60 komod.

- 3) Izračunajte ceno na komodo pri tej prodani količini [0/1 t.]

Naloga 7 (del B)

Potovalni avtobus

Neko potovalno podjetje načrtuje nabavo novega potovalnega avtobusa.

- a) Za potovalni avtobus računa podjetje z nabavnimi stroški v višini 180.000 €, obdobjem uporabe 6 let in ostankom vrednosti 40.000 €.
 Ob tem računa še z letnimi stroški zavarovanja v višini 3.300 €, letnimi stroški goriva v višini 8.500 € in letnimi stroški popravil v višini 8.200 €.
 Potovalno podjetje pričakuje zaradi nabave potovalnega avtobusa letne prihodke v višini 50.000 €.

- 1) Prenesite vse prihodke in izdatke v naslednjo preglednico.

[0/1 t.]

leto	prihodki v €	izdatki v €
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		

- 2) S pomočjo gornje preglednice pojasnite zakaj bi lahko bila ta investicija ugodna.

[0/1 t.]

Potovalno podjetje računa z obračunsko obrestno mero 4 % p. a.

- 3) Izračunajte vrednost kapitala te investicije.

[0/1 t.]

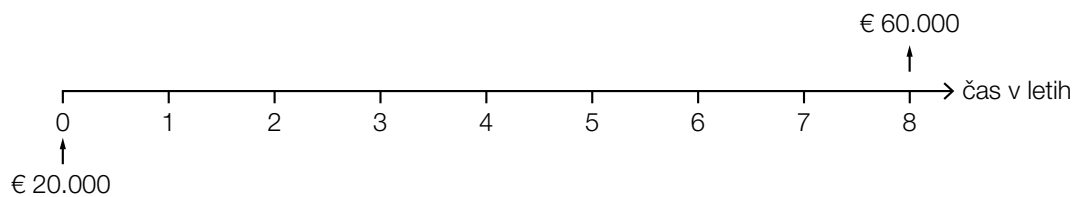
- b) Za nakup potovalnega avtobusa je potovalno podjetje v zadnjih 8 letih oblikovalo prihranke (rezervo) v višini 60.000 €.

Višina prihrankov sestoji iz enkratnega vplačila v višini 20.000 € in rednih (periodičnih) vplačil R :

$$20\,000 \cdot 1,021^8 + R \cdot \frac{1,021^4 - 1}{1,021 - 1} \cdot 1,021^2 = 60\,000$$

- 1) Vnesite vsa redna (periodična) vplačila R na naslednjo časovno os.

[0/1 t.]



- 2) Izračunajte višino R .

[0/1 t.]

- c) Za nakup potovalnega avtobusa najame potovalno podjetje kredit pri obrestni meri 3 % p. a. Odplačilo kredita poteka v enakih letnih anuitetah.

V naslednji preglednici je navedenih nekaj vrednosti odplačilnega načrta.

leto	obresti	razdolžnina	anuiteta	ostanek dolga
2				€ 35.331,00
3	€ 1.059,93	€ 2.440,07		

- 1) V gornji preglednici vnesite višino anuitete v sivo pobarvano polje.

[0/1 t.]

Pri nadaljnjem odplačevanju kredita ostane preostali znesek, ki je plačan eno leto po zadnjem polnem obroku.

- 2) Ugotovite višino preostalega zneska.

[0/1 t.]

Naloga 8 (del B)

Proizvodnja mobilnih telefonov (mobilnikov)

Neko podjetje proizvaja dva modela mobilnih telefonov H_1 in H_2 .

Pri tem se uporabljata dva vrsti mikročipov M_1 in M_2 .

Za proizvodnjo mikročipov se med drugim uporabljata surovini silicij (R_1) in baker (R_2).

Naslednja preglednica, ki ustreza matriki $\mathbf{R}$, opisuje potrebo po količini surovin (v KE) za izdelavo vsakič po enega kosa obeh vrst mikročipov.

	M_1	M_2
R_1	5	7
R_2	1	2

Naslednja preglednica, ki ustreza matriki $\mathbf{S}$, opisuje potrebo po količini mikročipov (v kosih) za izdelavo vsakič po enega kosa obeh modelov mobilnih telefonov.

	H_1	H_2
M_1	5	1
M_2	0	4

- a) 1) Določite tisto matriko $\mathbf{A}$, ki opisuje potrebo po količini surovin za izdelavo vsakič po enega kosa obeh modelov mobilnih telefonov. [0/1 t.]

Pri neki določeni različici proizvodnje se matrika $\mathbf{S}$ nadomesti z matriko $\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ x & 4 \end{pmatrix}$ tako, da dobimo namesto matrike $\mathbf{A}$ novo matriko $\begin{pmatrix} 46 & 33 \\ 11 & 9 \end{pmatrix}$.

- 2) Določite x . [0/1 t.]

- b) Števili dnevno proizvedenih mobilnih telefonov modelov H_1 in H_2 je moč predstaviti z vektorjem $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$.

Ceni na KE za surovini R_1 in R_2 je moč predstaviti z vektorjem $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$.

- 1) Opišite, kaj se v dani vsebinski povezavi izračuna z izrazom $\mathbf{S} \cdot \vec{x}$. [0/1 t.]

- 2) Določite število vrstic in število stolpcev matrike $\vec{p}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{S} \cdot \vec{x}$.

število vrstic: _____

število stolpcev: _____

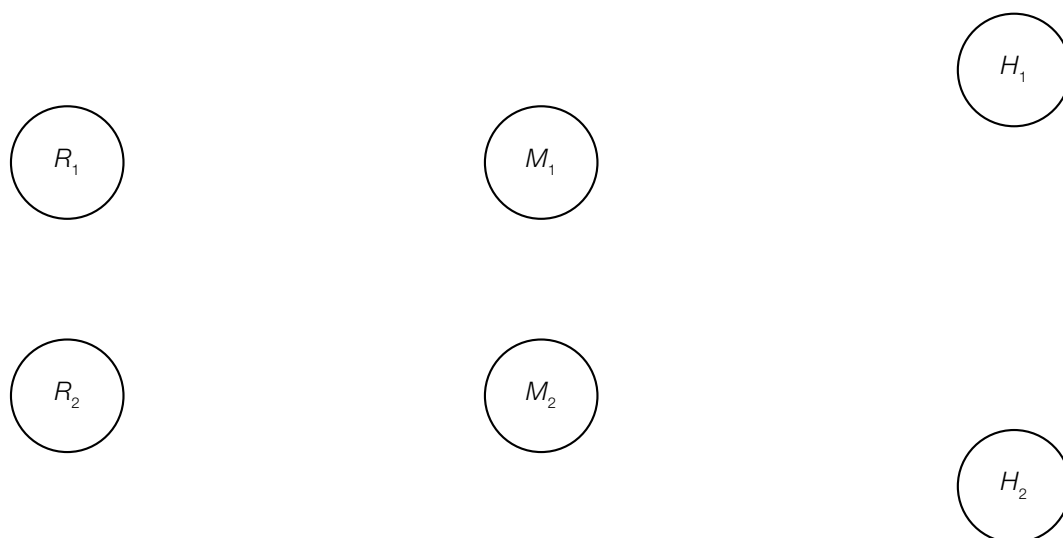
[0/1 t.]

- c) Proces proizvodnje mobilnih telefonov se spremeni. Novo prepletenost med surovinami, mikročipi in modeli mobilnih telefonov je moč opisati z naslednjo preglednico.

	R_1	R_2	M_1	M_2	H_1	H_2
R_1	0	0	5	7	6	0
R_2	0	0	1	2	0	0
M_1	0	0	0	0	5	1
M_2	0	0	0	0	0	4
H_1	0	0	0	0	0	0
H_2	0	0	0	0	0	0

- 1) Izpopolnite naslednji gozinto graf tako, da prikazuje opisano stanje.

[0/1 t.]



Dnevno povpraševanje po surovinah R_1 in R_2 , mikročipih M_1 in M_2 kakor tudi po modelih mobilnih telefonov H_1 in H_2 , je moč opisati z vektorjem $\vec{n}$:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2000 \\ 1000 \\ 500 \\ 700 \end{pmatrix}$$

- 2) Odčitajte skupno dnevno število povpraševanih mikročipov.

[0/1 t.]

- d) Najpogostejši napaki, ki se pojavljata pri modelih mobilnih telefonov H_1 in H_2 , sta napaka displeja in napaka akumulatorja.

Verjetnosti, s katerimi se ti dve napaki pojavljata, so podane v naslednji tabeli s štirimi polji.

	napaka displeja	brez napake displeja	vsota
napaka akumulatorja	0,01	0,02	0,03
brez napake akumulatorja	0,01	0,96	0,97
vsota	0,02	0,98	1,00

- 1) Opišite dogodek v dani vsebinski povezavi, katerega verjetnost se izračuna z naslednjim izrazom.

$$1 - 0,96 = 0,04$$

[0/1 t.]

- 2) Dokazljivo preverite, če sta dogodka »napaka displeja« in »napaka akumulatorja« med seboj neodvisna.

[0/1 t.]

Pri nekem mobilnem telefonu nastopi napaka displeja.

- 3) Izračunajte verjetnost, da pri tem pogoju nastopi tudi napaka akumulatorja.

[0/1 t.]

