

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung BS
Angabe für **Prüfer/innen**

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

| | Kandidat/in 1 | | | Kandidat/in 2 | | | Kandidat/in 3 | | | Kandidat/in 4 | | | Kandidat/in 5 | | |
|-----------|---------------|--|--|---------------|--|--|---------------|--|--|---------------|--|--|---------------|--|--|
| Aufgabe 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aufgabe 2 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aufgabe 3 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aufgabe 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| gesamt | | | | | | | | | | | | | | | |

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

| Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen | Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung |
|--|---|
| 12 | Sehr gut |
| 10–11 | Gut |
| 8–9 | Befriedigend |
| 6–7 | Genügend |
| 0–5 | Nicht genügend |

Aufgabe 1

Modulprüfungen

Ein bestimmter Lehrgang besteht aus 2 Modulen.

- a) Am Ende des Wintersemesters findet eine Prüfung zu Modul A statt. Von allen Studierenden des Lehrgangs treten 204 zu dieser Prüfung an.

a ... Anzahl aller Studierenden des Lehrgangs, die Studienbeihilfe erhalten

b ... Anzahl aller Studierenden des Lehrgangs, die keine Studienbeihilfe erhalten

$\frac{6}{7}$ aller Studierenden des Lehrgangs, die Studienbeihilfe erhalten, und 25 % aller Studierenden des Lehrgangs, die keine Studienbeihilfe erhalten, treten zur Prüfung an.

- 1) Stellen Sie mithilfe von a und b eine Gleichung zur Beschreibung dieses Sachverhalts auf.
- 2) Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{204}{a + b}$$

- b) Am Ende des Sommersemesters findet eine Prüfung zu Modul B statt, zu der nur jene Studierenden antreten, die bereits die Prüfung zu Modul A bestanden haben.

Zur Prüfung zu Modul A sind 204 Studierende angetreten.

Die Prüfung zu Modul A haben 75 % der angetretenen Studierenden bestanden.

Die Prüfung zu Modul B haben $\frac{2}{3}$ der angetretenen Studierenden bestanden.

- 1) Berechnen Sie die Anzahl der Studierenden, die beide Prüfungen bestanden haben.

Lösung zur Aufgabe 1

Modulprüfungen

a1) $\frac{6}{7} \cdot a + 0,25 \cdot b = 204$

a2) Mit dem Ausdruck kann berechnet werden, wie viel Prozent aller Studierenden des Lehrgangs zur Prüfung antreten.

b1) $204 \cdot 0,75 \cdot \frac{2}{3} = 102$

102 Studierende haben beide Prüfungen bestanden.

Aufgabe 2

Medikamentenwirkstoffe

Albert, Bea, Claudia und Daniel nehmen an Tests von Medikamentenwirkstoffen teil.

- a) Albert nimmt einen Wirkstoff ein, der bei ihm mit einer Halbwertszeit von 3,5 Stunden abgebaut wird.

Die Wirkstoffmenge in Alberts Körper kann in Abhängigkeit von der Zeit durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden.

- 1) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Wirkstoffmenge in Alberts Körper pro Stunde abgebaut wird.

- b) Bea nimmt 120 mg eines Wirkstoffs ein. In jeder Stunde nimmt die Wirkstoffmenge in Beas Körper um 32 % ab.

t ... Zeit nach der Einnahme in h

$B(t)$... Wirkstoffmenge in Beas Körper zum Zeitpunkt t in mg

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der Exponentialfunktion B auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Zeitpunkt der Einnahme.

- c) Claudia und Daniel nehmen zum Zeitpunkt $t = 0$ verschiedene Mengen eines Wirkstoffs ein.

$$C(t) = 100 \cdot 0,81^t$$

$$D(t) = b \cdot a^t$$

t ... Zeit nach der Einnahme in h

$C(t)$... Wirkstoffmenge in Claudias Körper zum Zeitpunkt t in mg

$D(t)$... Wirkstoffmenge in Daniels Körper zum Zeitpunkt t in mg

Daniel nimmt eine geringere Wirkstoffmenge als Claudia ein. Die relative Änderung der Wirkstoffmenge pro Stunde erfolgt in Daniels Körper langsamer als in Claudias Körper.

- 1) Tragen Sie die fehlenden Zeichen ($<$, $>$, $=$) in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$a \quad \square \quad 0,81$$

$$b \quad \square \quad 100$$

Lösung zur Aufgabe 2

Medikamentenwirkstoffe

a1) $0,5 = a^{3,5}$

$$a = 0,820\dots$$

$$a - 1 = -0,179\dots$$

Pro Stunde werden rund 18 % der Wirkstoffmenge abgebaut.

b1) $B(t) = 120 \cdot 0,68^t$

c1) $a > 0,81$

$$b < 100$$

Aufgabe 3

Sitzhaltungen beim Radfahren

Entscheidend für die Leistung beim Radfahren ist unter anderem die jeweilige Sitzhaltung.

- a) Die nachstehende Tabelle gibt die jeweilige Leistung von Irene in der Sitzhaltung *Tourenfahrer* bei bestimmten Geschwindigkeiten an.

| | | | |
|-------------------------|----|----|-----|
| Geschwindigkeit in km/h | 12 | 18 | 22 |
| Leistung in Watt | 41 | 88 | 136 |

Die Leistung von Irene in der Sitzhaltung *Tourenfahrer* soll in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit durch die quadratische Funktion L beschrieben werden.

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der quadratischen Funktion L auf.

- b) Die Leistung von Irene in der Sitzhaltung *Rennfahrer* kann in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit näherungsweise durch die Funktion P beschrieben werden.

$$P(v) = 0,5 \cdot v^2 - 13,5 \cdot v + 133,3 \quad \text{mit } v \geq 20$$

v ... Geschwindigkeit in km/h

$P(v)$... Leistung bei der Geschwindigkeit v in Watt

- 1) Berechnen Sie die Geschwindigkeit von Irene in der Sitzhaltung *Rennfahrer* bei einer Leistung von 100 Watt.

Irene fährt in der Sitzhaltung *Rennfahrer* und erhöht ihre Geschwindigkeit von 20 km/h auf 21 km/h. Es gilt: $P'(20) = 6,5$

- 2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Steigt die Geschwindigkeit von 20 km/h auf 21 km/h, so steigt nach diesem Modell die Leistung um _____ ① _____, weil die Funktion P _____ ② _____ ist.

| ① | |
|----------------------|--------------------------|
| mehr als 6,5 Watt | <input type="checkbox"/> |
| weniger als 6,5 Watt | <input type="checkbox"/> |
| genau 6,5 Watt | <input type="checkbox"/> |

| ② | |
|------------------|--------------------------|
| positiv gekrümmt | <input type="checkbox"/> |
| negativ gekrümmt | <input type="checkbox"/> |
| nicht gekrümmt | <input type="checkbox"/> |

Lösung zur Aufgabe 3

Sitzhaltungen beim Radfahren

a1) $L(v) = a \cdot v^2 + b \cdot v + c$

v ... Geschwindigkeit in km/h

$L(v)$... Leistung bei der Geschwindigkeit v in Watt

$$L(12) = 41$$

$$L(18) = 88$$

$$L(22) = 136$$

oder:

$$41 = 12^2 \cdot a + 12 \cdot b + c$$

$$88 = 18^2 \cdot a + 18 \cdot b + c$$

$$136 = 22^2 \cdot a + 22 \cdot b + c$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$L(v) = \frac{5}{12} \cdot v^2 - \frac{14}{3} \cdot v + 37$$

b1) $P(v) = 100$ oder $0,5 \cdot v^2 - 13,5 \cdot v + 133,3 = 100$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$v_1 = 24,2... \quad (v_2 = 2,7...)$$

Die Geschwindigkeit beträgt rund 24 km/h.

b2)

| ① | |
|-------------------|-------------------------------------|
| mehr als 6,5 Watt | <input checked="" type="checkbox"/> |
| | |
| | |

| ② | |
|------------------|-------------------------------------|
| positiv gekrümmt | <input checked="" type="checkbox"/> |
| | |
| | |

Aufgabe 4

Mathe-Würfel

Im Mathematikunterricht wird ein fairer 6-flächiger Würfel hergestellt. Dieser Würfel zeigt auf 4 seiner Seitenflächen die Kreiszahl π , auf den anderen 2 Seitenflächen die Euler'sche Zahl e .

- a) 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$$P(\text{„bei } n \text{ Würfeln wird mindestens 1-mal die Euler'sche Zahl } e \text{ geworfen“}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- b) Der Würfel wird 2-mal geworfen.

Dabei werden die folgenden zwei Ereignisse betrachtet:

E_1 ... „das Produkt der beiden geworfenen Zahlen ist größer als 9“

E_2 ... „das Produkt der beiden geworfenen Zahlen ist kleiner als 9“

- 1) Zeigen Sie, dass gilt: $P(E_1) < P(E_2)$.

- c) Der Würfel wird 20-mal geworfen.

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei mindestens 16-mal die Kreiszahl π geworfen wird.

Lösung zur Aufgabe 4

Mathe-Würfel

a1) $P(\text{„bei } n \text{ Würfeln wird mindestens 1-mal die Euler'sche Zahl } e \text{ geworfen“}) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$

b1) Ereignis E_1 : größer als 9 ist nur $\pi^2 = 9,869\dots$

$$P(E_1) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

Ereignis E_2 : kleiner als 9 sind $e^2 = 7,389\dots$ und $\pi \cdot e = 8,539\dots$

$$P(E_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$$

Es gilt also: $P(E_1) < P(E_2)$

c1) Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = \frac{2}{3}$

X ... Anzahl, mit der die Kreiszahl π geworfen wird

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \geq 16) = 0,1515\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 15,2 %.