

Standardizirani, kompetenčno usmerjeni  
pisni zrelostni izpit / pisni zrelostni in diplomski izpit (SRDP)

# Zbirka formul

Matematika (AHS)  
Uporabna matematika (BHS)  
Poklicni zrelostni izpit

# Kazalo vsebine

---

Poglavje	Stran
1 Množice	3
2 Predpone	3
3 Potence	3
4 Logaritmi	4
5 Kvadratne enačbe	4
6 Ravninski liki	5
7 Telesa	6
8 Trigonometrija	7
9 Kompleksna števila	8
10 Vektorji	8
11 Premice	9
12 Matrike	10
13 Zaporedja in vrste	11
14 Mere spremembe	11
15 Procesi rasti in upadanja	12
16 Odvod in integral	13
17 Diferencialne enačbe 1. reda	14
18 Statistika	15
19 Verjetnost	16
20 Linearna regresija	18
21 Finančna matematika	19
22 Investicijski račun	20
23 Teorija stroškov in cen	21
24 Osnove tehnike in naravoslovja	22
Indeks	23

# 1 Množice

$\in$	je element ...
$\notin$	ni element ...
$\cap$	preseki
$\cup$	unija
$\subset$	pava podmnožica
$\subseteq$	podmnožica
$\setminus$	razlika množic
$\{\}$	prazna množica

## Številске množice

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$	naravna števila
$\mathbb{Z}$	cela števila
$\mathbb{Q}$	racionalna števila
$\mathbb{R}$	realna števila
$\mathbb{C}$	kompleksna števila
$\mathbb{R}^+$ oz. $\mathbb{R}^-$	pozitivna realna števila oz. negativna realna števila
$\mathbb{R}_0^+$ oz. $\mathbb{R}_0^-$	pozitivna realna števila z nič oz. negativna realna števila z nič

## 2 Predpone

tera-	T	$10^{12}$	deci-	d	$10^{-1}$
giga-	G	$10^9$	centi-	c	$10^{-2}$
mega-	M	$10^6$	mili-	m	$10^{-3}$
kilo-	k	$10^3$	mikro-	$\mu$	$10^{-6}$
hekto-	h	$10^2$	nano-	n	$10^{-9}$
deka-	da	$10^1$	piko-	p	$10^{-12}$

## 3 Potence

### Potence s celoštevilskimi eksponenti

$$a \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \qquad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ faktorjev}} \qquad a^1 = a \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \qquad a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad a^0 = 1$$

### Potence z racionalnimi eksponenti (koreni)

$$a, b \in \mathbb{R}_0^+; n, k \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \quad \text{pri } n \geq 2$$

$$a = \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a^n = b \qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k} \qquad a^{-\frac{k}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^k}} \quad \text{pri } a > 0$$

## Pravila za računanje

$a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; r, s \in \mathbb{Z}$   
oz.  $a, b \in \mathbb{R}^+; r, s \in \mathbb{Q}$

$a, b \in \mathbb{R}_0^+; m, n, k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  pri  $m, n \geq 2$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

## Binomske formule

$a, b \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

$$(a - b)^n = \sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

## 4 Logaritmi

$a, b, c \in \mathbb{R}^+$  pri  $a \neq 1; x, r \in \mathbb{R}$

$$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

$$\log_a(b^r) = r \cdot \log_a(b)$$

$$\log_a(a^x) = x$$

$$\log_a(a) = 1$$

$$\log_a(1) = 0$$

$$\log_a\left(\frac{1}{a}\right) = -1$$

$$a^{\log_a(b)} = b$$

naravni logaritem (logaritem pri osnovi  $e$ ):  $\ln(b) = \log_e(b)$

desetiški logaritem (logaritem pri osnovi 10):  $\lg(b) = \log_{10}(b)$

## 5 Kvadratne enačbe

$p, q \in \mathbb{R}$

$a, b, c \in \mathbb{R}$  pri  $a \neq 0$

$$x^2 + p \cdot x + q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Vietov izrek

$x_1$  in  $x_2$  sta rešitvi enačbe  $x^2 + p \cdot x + q = 0$  natanko takrat, ko velja:

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Razcep na linearne faktorje

$$x^2 + p \cdot x + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

# 6 Ravninski liki

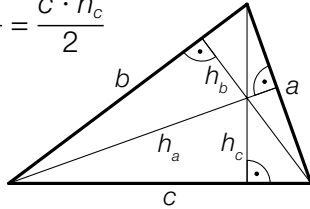
A ... ploščina  
u ... obseg

## Trikotnik

Splošni trikotnik

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$u = a + b + c$$

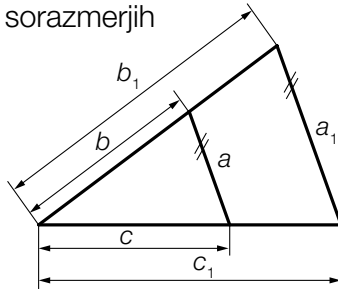


Heronova formula za ploščino

$$A = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)} \text{ pri } s = \frac{a + b + c}{2}$$

Podobnost in izrek o sorazmerjih

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$



Pravokotni trikotnik

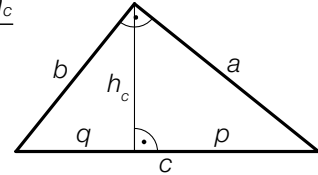
s hipotenuzo c in katetama a, b

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$h_c^2 = p \cdot q$$

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$



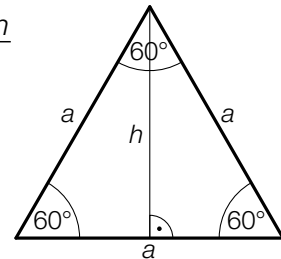
Pitagorov izrek

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Enakostranični trikotnik

$$A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

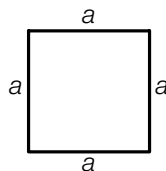


## Štirikotnik

Kvadrat

$$A = a^2$$

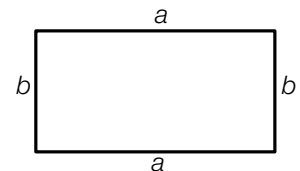
$$u = 4 \cdot a$$



Pravokotnik

$$A = a \cdot b$$

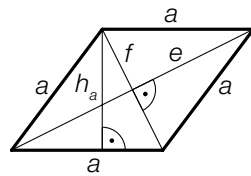
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Romb

$$A = a \cdot h_a = \frac{e \cdot f}{2}$$

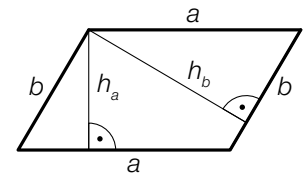
$$u = 4 \cdot a$$



Paralelogram

$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

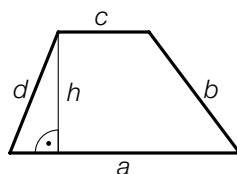
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Trapez

$$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$

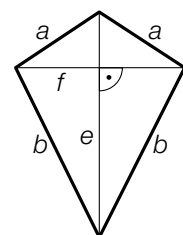
$$u = a + b + c + d$$



Deltoid

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

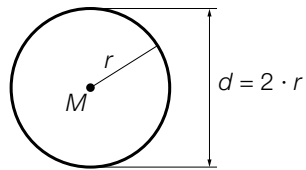
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



## Krog

$$A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$$

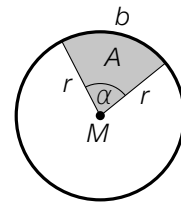


Krožni lok in krožni izsek

$\alpha$  v kotnih merah ( $^\circ$ )

$$b = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$$

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{b \cdot r}{2}$$



## 7 Telesa

$V$  ... prostornina (volumen)

$O$  ... površina

$G$  ... ploščina osnovne ploskve

$M$  ... plašč (ploščina plašča)

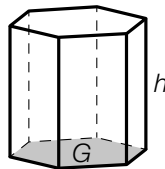
$u_G$  ... obseg osnovne ploskve

### Prizma

$$V = G \cdot h$$

$$M = u_G \cdot h$$

$$O = 2 \cdot G + M$$

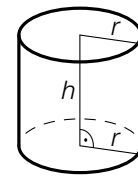


### Valj

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

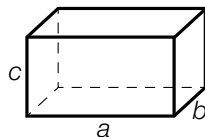
$$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$



### Kvader

$$V = a \cdot b \cdot c$$

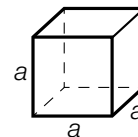
$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$



### Kocka

$$V = a^3$$

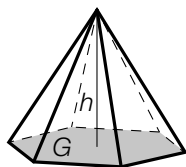
$$O = 6 \cdot a^2$$



### Piramida

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$O = G + M$$



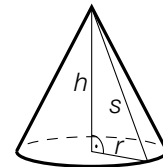
### Stožec

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$M = \pi \cdot r \cdot s$$

$$O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$$

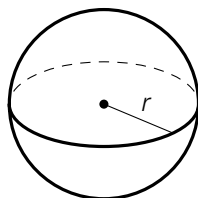
$$s = \sqrt{h^2 + r^2}$$



### Krogla

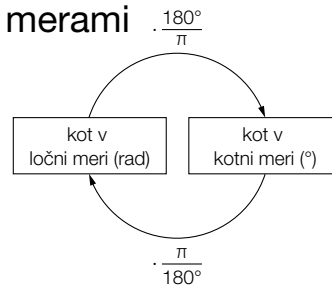
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



# 8 Trigonometrija

Pretvorba med kotnimi merami in ločnimi merami  
(pretvorba med stopinjami in radiani)

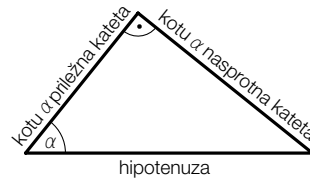


## Trigonometrija v pravokotnem trikotniku

Sinus:  $\sin(\alpha) = \frac{\text{kotu } \alpha \text{ nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}}$

Kosinus:  $\cos(\alpha) = \frac{\text{kotu } \alpha \text{ priležna kateta}}{\text{hipotenuza}}$

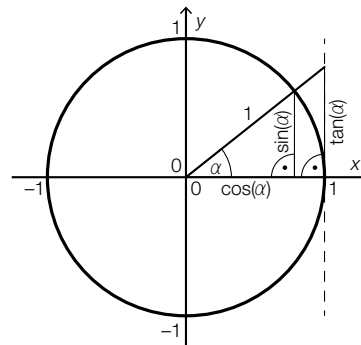
Tangens:  $\tan(\alpha) = \frac{\text{kotu } \alpha \text{ nasprotna kateta}}{\text{kotu } \alpha \text{ priležna kateta}}$



## Trigonometrija na enotski krožnici

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad \text{za } \cos(\alpha) \neq 0$$



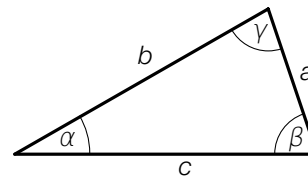
## Trigonometrija v splošnem trikotniku

Sinusni izrek:  $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$

Kosinusni izrek:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$$



Trigonometrična formula za ploščino:

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma)$$

## Splošna sinusna funkcija (v odvisnosti od časa t)

A ... amplituda

$\omega$  ... krožna frekvenca (kotna hitrost)

$\varphi$  ... začetna faza (fazni zamik)

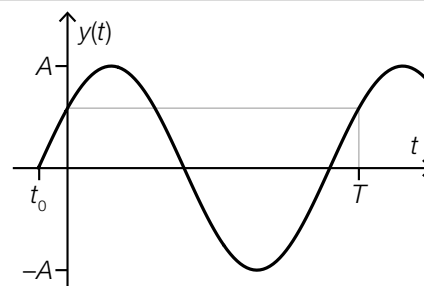
T ... nihajni čas (dolžina periode)

f ... frekvenca

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

$$t_0 = -\frac{\varphi}{\omega}$$



## 9 Kompleksna števila

$j$  oz.  $i$  ... imaginarna enota pri  $j^2 = -1$  oz.  $i^2 = -1$

$a$  ... realna komponenta (realni del),  $a \in \mathbb{R}$

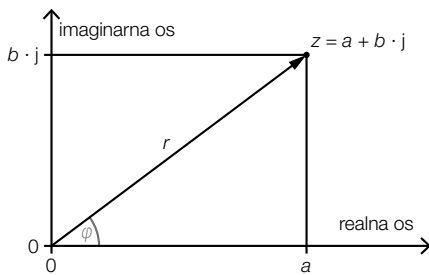
$r$  ... absolutna vrednost,  $r \in \mathbb{R}_0^+$

$b$  ... imaginarna komponenta (imaginarni del),  $b \in \mathbb{R}$

$\varphi$  ... argument,  $\varphi \in \mathbb{R}$

### Komponentna oblika

$$z = a + b \cdot j$$



### Polarne oblike

$$z = r \cdot [\cos(\varphi) + j \cdot \sin(\varphi)] = r \cdot e^{j \cdot \varphi} = (r; \varphi) = r \angle \varphi$$

### Preračunavanje

$$a = r \cdot \cos(\varphi)$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$b = r \cdot \sin(\varphi)$$

$$\tan(\varphi) = \frac{b}{a}$$

## 10 Vektorji

$P, Q$  ... točke

### Vektorji v $\mathbb{R}^2$

puščica od  $P$  do  $Q$ :

$$P = (p_1 | p_2), Q = (q_1 | q_2)$$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$$

### Pravila za računanje v $\mathbb{R}^2$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix} \quad \text{pri } k \in \mathbb{R}$$

### Skalarni produkt v $\mathbb{R}^2$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

Absolutna vrednost (dolžina) vektorja v  $\mathbb{R}^2$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Normalni vektorji  $\vec{n}$  na  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

$$\vec{n} = k \cdot \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix} \quad \text{za } |\vec{a}| \neq 0 \text{ in } k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

### Vektorji v $\mathbb{R}^n$

puščica od  $P$  do  $Q$ :

$$P = (p_1 | p_2 | \dots | p_n), Q = (q_1 | q_2 | \dots | q_n)$$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \\ \vdots \\ q_n - p_n \end{pmatrix}$$

### Pravila za računanje v $\mathbb{R}^n$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ \vdots \\ a_n \pm b_n \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \\ \vdots \\ k \cdot a_n \end{pmatrix} \quad \text{pri } k \in \mathbb{R}$$

### Skalarni produkt v $\mathbb{R}^n$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$$

Absolutna vrednost (dolžina) vektorja v  $\mathbb{R}^n$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$



### Kriterij pravokotnosti v $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}^3$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \text{ za } |\vec{a}| \neq 0 \text{ in } |\vec{b}| \neq 0$$

### Kriterij vzporednosti v $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}^3$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k \cdot \vec{b} \text{ za } |\vec{a}| \neq 0, |\vec{b}| \neq 0 \text{ in } k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

### Kot $\varphi$ med $\vec{a}$ in $\vec{b}$ v $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}^3$

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \text{ za } |\vec{a}| \neq 0 \text{ in } |\vec{b}| \neq 0$$

### Enotski vektor $\vec{a}_0$ v smeri $\vec{a}$

$$\vec{a}_0 = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a} \text{ za } |\vec{a}| \neq 0$$

### Vektorski produkt $\mathbb{R}^3$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$$

## 11 Premice

$g$ ... premica	$\vec{g}$ ... smerni vektor premice $g$ $\vec{n}$ ... normalni vektor premice $g$ $X, P$ ... točki na premici $g$ $k$ ... naklon (smerni koeficient, vzpon) premice $g$ $\alpha$ ... naklonski kot premice $g$ $a, b, c, k, d \in \mathbb{R}$
-----------------	--

### Parametrična predstavitev premice $g$ v $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}^3$

$$g: X = P + t \cdot \vec{g} \text{ pri } t \in \mathbb{R}$$

### Enačba premice $g$ v $\mathbb{R}^2$

eksplicitna oblika enačbe premice:  $g: y = k \cdot x + d$  pri tem velja  $k = \tan(\alpha)$

splošna enačba premice:  $g: a \cdot x + b \cdot y = c$

predstavitev z normalnim vektorjem:  $g: \vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot P$  } pri tem velja  $\vec{n} \parallel \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  za  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

## 12 Matrike

$$a_{ij}, b_{ij} \in \mathbb{R}; i, j, m, n, p \in \mathbb{N} \setminus \{0\}; k \in \mathbb{R}$$

### Seštevanje/odštevanje matrik

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \pm b_{11} & \dots & a_{1n} \pm b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} \pm b_{m1} & \dots & a_{mn} \pm b_{mn} \end{pmatrix}$$

### Množenje matrice s številom $k$

$$k \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_{11} & \dots & k \cdot a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k \cdot a_{m1} & \dots & k \cdot a_{mn} \end{pmatrix}$$

### Množenje matrik

$A$  ...  $m \times p$ -matrica

$B$  ...  $p \times n$ -matrica

$C = A \cdot B$  ...  $m \times n$ -matrica

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{ip} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mp} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{p1} & \dots & b_{pj} & \dots & b_{pn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1j} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{i1} & \dots & c_{ij} & \dots & c_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \dots & c_{mj} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{pri } c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \dots + a_{ip} \cdot b_{pj}$$

### Enotska matrica $E$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### Transponirana matrica $A^T$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

### Inverzna matrica $A^{-1}$ neke kvadratne matrice $A$

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$$

### Sistemi linearnih enačb v zapisu z matrikami ( $n$ enačb z $n$ neznankami)

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n = b_1$$

$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n = b_2$$

...

$$a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \dots + a_{nn} \cdot x_n = b_n$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}}_{\vec{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}}_{\vec{b}}$$

Če obstaja inverzna matrica  $A^{-1}$ , potem velja:  $\vec{x} = A^{-1} \cdot \vec{b}$

### Proizvodni procesi

$A$  ... kvadratna matrica prepletenosti

$E$  ... enotska matrica

$\vec{x}$  ... vektor proizvodnje

$\vec{n}$  ... vektor povpraševanja

$$\vec{x} = A \cdot \vec{x} + \vec{n}$$

$$\vec{x} = (E - A)^{-1} \cdot \vec{n}$$

$$\vec{n} = (E - A) \cdot \vec{x}$$

## 13 Zaporedja in vrste

### Aritmetično zaporedje

$$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots)$$

$$d = a_{n+1} - a_n$$

rekurzivna oblika zapisa splošnega člana

$$a_{n+1} = a_n + d \text{ in navedba } a_1$$

eksplicitna oblika zapisa splošnega člana

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

### Končna aritmetična vrsta

vsota  $s_n$  prvih  $n$  členov aritmetičnega zaporedja

$$s_n = \sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) = \frac{n}{2} \cdot [2 \cdot a_1 + (n - 1) \cdot d]$$

### Geometrijsko zaporedje

$$(b_n) = (b_1, b_2, b_3, \dots)$$

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

rekurzivna oblika zapisa splošnega člana

$$b_{n+1} = b_n \cdot q \text{ in navedba } b_1$$

eksplicitna oblika zapisa splošnega člana

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

### Končna geometrijska vrsta

vsota  $s_n$  prvih  $n$  členov geometrijskega zaporedja

$$s_n = \sum_{i=1}^n b_i = b_1 + b_2 + \dots + b_{n-1} + b_n$$

$$s_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \text{ za } q \neq 1$$

### Neskončna geometrijska vrsta

$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  je konvergentna natanko tedaj, ko je  $|q| < 1$

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{b_1}{1 - q} \text{ za } |q| < 1$$

## 14 Mere spremembe

Za realno funkcijo  $f$ , definirano na intervalu  $[a; b]$  velja:

### Absolutna sprememba funkcije $f$ na $[a; b]$

$$f(b) - f(a)$$

### Relativna (odstotna) sprememba funkcije $f$ na $[a; b]$

$$\frac{f(b) - f(a)}{f(a)} \text{ za } f(a) \neq 0$$

### Diferenčni količnik (povprečna hitrost spreminjanja) funkcije $f$ na $[a; b]$ oz. na $[x; x + \Delta x]$

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \text{ oz. } \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \text{ za } b \neq a \text{ oz. } \Delta x \neq 0$$

### Diferencialni količnik (lokalna oz. »trenutna« hitrost spreminjanja) funkcije $f$ na mestu $x$

$$f'(x) = \lim_{x_1 \rightarrow x} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} \text{ oz. } f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

## 15 Procesi rasti in upadanja

$t$  ... čas

$N(t)$  ... stanje ob času  $t$

$N_0 = N(0)$  ... stanje ob času  $t = 0$

### Linearni

$k \in \mathbb{R}^+$

linearna rast  $N(t) = N_0 + k \cdot t$

linearno upadanje  $N(t) = N_0 - k \cdot t$

### Eksponentni

$a, \lambda \in \mathbb{R}^+$  pri  $a \neq 1$  in  $N_0 > 0$

$a$  ... faktor spreminjanja

eksponentna rast  $N(t) = N_0 \cdot a^t$  za  $a > 1$   $N(t) = N_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$

eksponentno upadanje  $N(t) = N_0 \cdot a^t$  za  $0 < a < 1$   $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

### Omejeni

$S, a, \lambda \in \mathbb{R}^+$  pri  $0 < a < 1$

$S$  ... vrednost zasičenosti, kapacitetna meja (nosilna kapaciteta)

omejena rast (funkcija zasičenosti)  $N(t) = S - b \cdot a^t$  pri  $b = S - N_0$   $N(t) = S - b \cdot e^{-\lambda \cdot t}$  pri  $b = S - N_0$

omejeno upadanje (funkcija izzvenetja)  $N(t) = S + b \cdot a^t$  pri  $b = |S - N_0|$   $N(t) = S + b \cdot e^{-\lambda \cdot t}$  pri  $b = |S - N_0|$

### Logistični

$S, a, \lambda \in \mathbb{R}^+$  pri  $0 < a < 1$  in  $N_0 > 0$

$S$  ... vrednost zasičenosti, kapacitetna meja (nosilna kapaciteta)

logistična rast  $N(t) = \frac{S}{1 + c \cdot a^t}$  pri  $c = \frac{S - N_0}{N_0}$   $N(t) = \frac{S}{1 + c \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$  pri  $c = \frac{S - N_0}{N_0}$

## 16 Odvod in integral

$f, g, h \dots$  odvedljive funkcije, definirane na celotni  $\mathbb{R}$  ali na nekem intervalu

$f', g', h' \dots$  funkcije odvodov

$F, G, H \dots$  primitivne funkcije

$C, k, q \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

### Nedoločeni integral

$$\int f(x) dx = F(x) + C \quad \text{pri} \quad F' = f$$

### Določeni integral

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Funkcija	Funkcija odvoda	Primitivna funkcija
$f(x) = k$	$f'(x) = 0$	$F(x) = k \cdot x$
$f(x) = x^q$	$f'(x) = q \cdot x^{q-1}$	$F(x) = \frac{x^{q+1}}{q+1}$ za $q \neq -1$ $F(x) = \ln( x )$ za $q = -1$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$F(x) = e^x$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$	$F(x) = \frac{a^x}{\ln(a)}$
$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = x \cdot \ln(x) - x$
$f(x) = \log_a(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$	$F(x) = \frac{1}{\ln(a)} \cdot (x \cdot \ln(x) - x)$
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$	$F(x) = -\cos(x)$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$	$F(x) = \sin(x)$
$f(x) = \tan(x)$	$f'(x) = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$F(x) = -\ln( \cos(x) )$
$g(x) = k \cdot f(x)$	$g'(x) = k \cdot f'(x)$	$G(x) = k \cdot F(x)$
$h(x) = f(x) \pm g(x)$	$h'(x) = f'(x) \pm g'(x)$	$H(x) = F(x) \pm G(x)$
$g(x) = f(k \cdot x)$	$g'(x) = k \cdot f'(k \cdot x)$	$G(x) = \frac{1}{k} \cdot F(k \cdot x)$

### Pravila za odvajanje

faktorsko pravilo	$(k \cdot f)' = k \cdot f'$
pravilo vsote	$(f \pm g)' = f' \pm g'$
pravilo produkta	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
pravilo količnika (kvocienta)	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$ za $g(x) \neq 0$
verižno pravilo (pravilo kompozituma, odvod posredne funkcije)	$h(x) = f(g(x)) \Rightarrow h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

## Metoda integriranja – linearna substitucija

$$\int f(a \cdot x + b) dx = \frac{F(a \cdot x + b)}{a} + C$$

## Prostornina rotacijskih teles $V$

Rotacija grafa funkcije  $f$  pri  $y = f(x)$  okoli koordinatne osi

rotacija okoli osi  $x$  ( $a \leq x \leq b$ )

$$V_x = \pi \cdot \int_a^b y^2 dx$$

rotacija okoli osi  $y$  ( $c \leq y \leq d$ )

$$V_y = \pi \cdot \int_c^d x^2 dy$$

## Dolžina loka $s$ grafa funkcije $f$ na intervalu $[a; b]$

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Linearna povprečna vrednost  $m$  funkcije  $f$  na intervalu  $[a; b]$

$$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

## 17 Diferencialne enačbe 1. reda

---

Diferencialne enačbe z ločljivima spremenljivkama

$$y' = f(x) \cdot g(y) \text{ oz. } \frac{dy}{dx} = f(x) \cdot g(y) \text{ pri } y = y(x)$$

Linearna diferencialna enačba 1. reda s konstantnimi koeficienti

$y$  ... splošna rešitev nehomogene diferencialne enačbe

$y_h$  ... splošna rešitev homogene diferencialne enačbe  $y' + a \cdot y = 0$

$y_p$  ... partikularna (posebna) rešitev nehomogene diferencialne enačbe

$s$  ... nehomogeni del (funkcija motnje)

$$y' + a \cdot y = s(x) \text{ pri } a \in \mathbb{R}, y = y(x)$$

$$y = y_h + y_p$$

## 18 Statistika

$x_1, x_2, \dots, x_n$  ... nabor  $n$  realnih števil

Pri tem nastopa  $k$  različnih vrednosti  $x_1, x_2, \dots, x_k$ .

$H_i$  ... absolutna frekvenca (pogostost) za  $x_i$  pri  $H_1 + H_2 + \dots + H_k = n$

Relativna frekvenca (pogostost)  $h_i$  za  $x_i$

$$h_i = \frac{H_i}{n}$$

Mere centralne tendence (mere lege)

aritmetična sredina  $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot H_1 + x_2 \cdot H_2 + \dots + x_k \cdot H_k}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k x_i \cdot H_i$$

mediana  $\tilde{x}$  pri metričnih podatkih

$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$  ... urejeni nabor z  $n$  vrednostmi

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & \dots \text{ za lihe } n \\ \frac{1}{2} \cdot (x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}) & \dots \text{ za sode } n \end{cases}$$

Kvartili

$q_1$ : Najmanj 25 % vrednosti je manjših ali enakih  $q_1$ , hkrati je vsaj 75 % vrednosti večjih ali enakih  $q_1$ .

$q_2 = \tilde{x}$ : Najmanj 50 % vrednosti je manjših ali enakih  $q_2$ , hkrati je vsaj 50 % vrednosti večjih ali enakih  $q_2$ .

$q_3$ : Najmanj 75 % vrednosti je manjših ali enakih  $q_3$ , hkrati je vsaj 25 % vrednosti večjih ali enakih  $q_3$ .

Mere razpršenosti

variacijski razmik:  $x_{\max} - x_{\min}$

(inter)kvartilni razmik:  $q_3 - q_1$

$s^2$  ... (empirična) varianca podatkov

$s$  ... (empirični) standardni odklon podatkov

$$s^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 \cdot H_i$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 \cdot H_i}$$

Če je na podlagi vzorca z velikostjo  $n$  potrebno oceniti varianco neke populacije:

$$s_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$s_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 \cdot H_i$$

$$s_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 \cdot H_i}$$

# 19 Verjetnost

$n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}; k \in \mathbb{N}$  pri  $k \leq n$

$A, B \dots$  dogodka

$\bar{A}$  oz.  $\neg A \dots$  nasprotni dogodek dogodka  $A$

$A \cap B$  oz.  $A \wedge B \dots$   $A$  in  $B$  (hkrati nastopita tako dogodek  $A$  kakor tudi dogodek  $B$ )

$A \cup B$  oz.  $A \vee B \dots$   $A$  ali  $B$  (nastopi vsaj eden od dogodkov  $A$  ali  $B$ )

$P(A) \dots$  verjetnost, da se zgodi dogodek  $A$

$P(A|B) \dots$  verjetnost, da se zgodi dogodek  $A$ , pri predpostavki, da se je zgodil dogodek  $B$   
(pogojna verjetnost)

Fakulteta (faktoriela)

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

Binomski koeficienti

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

## Verjetnost pri Laplacevem poskusu

$$P(A) = \frac{\text{število ugodnih izidov za } A}{\text{število vseh možnih izidov}}$$

## Osnovna pravila

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$\text{oz. } P(\neg A) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

$$\text{oz. } P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

Če sta  $A$  in  $B$  (stohastično) med seboj neodvisna:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\text{oz. } P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{oz. } P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$

Če sta  $A$  in  $B$  nezdružljiva:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\text{oz. } P(A \vee B) = P(A) + P(B)$$

## Pogojna verjetnost dogodka $A$ pri pogoju $B$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\text{oz. } P(A|B) = \frac{P(A \wedge B)}{P(B)}$$

## Bayesov izrek

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$$

oz.

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\neg A) \cdot P(B|\neg A)}$$



Pričakovana vrednost  $\mu$  diskretne slučajne spremenljivke  $X$  z vrednostmi  $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$\mu = E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

Varianca  $\sigma^2$  diskretne slučajne spremenljivke  $X$  z vrednostmi  $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$\sigma^2 = V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

Standardni odklon  $\sigma$

$$\sigma = \sqrt{V(X)}$$

**Binomska porazdelitev**

$$n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}; k \in \mathbb{N}; p \in \mathbb{R} \text{ pri } k \leq n \text{ in } 0 \leq p \leq 1$$

Slučajna spremenljivka  $X$  je binomsko porazdeljena s parametroma  $n$  in  $p$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

pričakovana vrednost:  $E(X) = \mu = n \cdot p$

varianca:  $V(X) = \sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p)$

**Normalna porazdelitev**

$$\mu, \sigma \in \mathbb{R} \text{ pri } \sigma > 0$$

$f$  ... funkcija gostote verjetnosti

$F$  ... porazdelitvena funkcija

$\varphi$  ... funkcija gostote verjetnosti za standardizirano normalno porazdelitev

$\Phi$  ... porazdelitvena funkcija standardizirane normalne porazdelitve

Normalna porazdelitev  $N(\mu; \sigma^2)$ : slučajna spremenljivka  $X$  je normalno porazdeljena s pričakovano vrednostjo  $\mu$  in standardnim odklonom  $\sigma$  oz. varianco  $\sigma^2$

$$P(X \leq x_1) = F(x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x) dx = \int_{-\infty}^{x_1} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

Verjetnosti za  $\sigma$ -okolice

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683$$

$$P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma) \approx 0,954$$

$$P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma) \approx 0,997$$

Standardizirana normalna porazdelitev  $N(0; 1)$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \varphi(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$\phi(-z) = 1 - \phi(z)$$

$$P(-z \leq Z \leq z) = 2 \cdot \phi(z) - 1$$

$P(-z \leq Z \leq z)$	= 90 %	= 95 %	= 99 %
$z$	$\approx 1,645$	$\approx 1,960$	$\approx 2,576$

## Območje razpršenosti in interval zaupanja (konfidenčni interval)

$\mu, \sigma, \alpha \in \mathbb{R}$  pri  $\sigma > 0$  in  $0 < \alpha < 1$

$\bar{x}$  ... srednja vrednost (povprečna vrednost) vzorca

$s_{n-1}$  ... standardni odklon vzorca

$n$  ... obseg (velikost) vzorca

$z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  ...  $(1-\frac{\alpha}{2})$ -kvantil standardizirane normalne porazdelitve

$t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}}$  ...  $(1-\frac{\alpha}{2})$ -kvantil  $t$ -porazdelitve z  $f$  prostostnimi stopnjami

Dvostransko  $(1-\alpha)$ -območje razpršenosti za posamično vrednost normalno porazdeljene slučajne spremenljivke

$$\left[ \mu - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma; \mu + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma \right]$$

Dvostransko  $(1-\alpha)$ -območje razpršenosti za srednjo vrednost vzorca normalno porazdeljenih vrednosti

$$\left[ \mu - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \mu + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

Dvostranski  $(1-\alpha)$ -interval zaupanja (konfidenčni interval) za pričakovano vrednost normalno porazdeljene slučajne spremenljivke

$$\sigma \text{ znan: } \left[ \bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\sigma \text{ neznan: } \left[ \bar{x} - t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}} \right] \quad \text{pri } f = n - 1$$

## 20 Linearna regresija

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  ... pari vrednosti

$\bar{x}, \bar{y}$  ... aritmetična sredina za  $x_i$  oz.  $y_i$

Linearna regresijska funkcija  $f$  pri  $f(x) = k \cdot x + d$

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$d = \bar{y} - k \cdot \bar{x}$$

Pearsonov korelacijski koeficient

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

## 21 Finančna matematika

### Obresti in obrestne obresti

$K_0$  ... začetni kapital

$K_n$  ... končni kapital po  $n$  letih

$i$  ... letna obrestna mera

navadno obrestovanje:  $K_n = K_0 \cdot (1 + i \cdot n)$

obrestno obrestovanje:  $K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$

### Podletno obrestovanje

$m$  ... število obdobj obrestovanja na leto

za obdobja obrestovanja veljajo naslednje okrajšave:

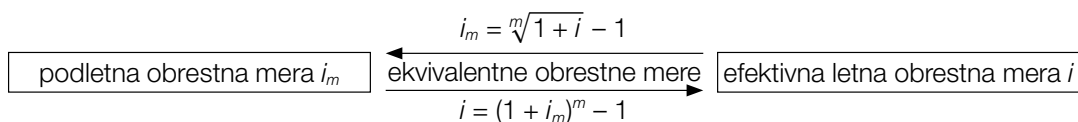
p. a. ... na leto

p. s. ... na polletje (semester)

p. q. ... na četrletje (kvartal)

p. m. ... na mesec

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i_m)^{n \cdot m}$$



### Rentni račun (periodični zneski)

$R$  ... višina obroka

$n$  ... število obrokov

$i$  ... obrestna mera

$q = 1 + i$  ... obrestovalni faktor

predpostavka: obdobje rente = obdobje obrestovanja

	postnumerandno	prenumerandno
končna vrednost $E$	$E_{\text{post}} = R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$	$E_{\text{pre}} = R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot q$
začetna vrednost $B$	$B_{\text{post}} = R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot \frac{1}{q^n}$	$B_{\text{pre}} = R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot \frac{1}{q^{n-1}}$

### Odplačilni načrt (amortizacijski načrt dolga)

časovno obdobje	obresti (obrestni delež)	razdolžnina (odplačilni delež)	anuiteta (obrok)	ostanek dolga
0				$K_0$
1	$K_0 \cdot i$	$T_1$	$A_1 = K_0 \cdot i + T_1$	$K_1 = K_0 - T_1$
...	...	...	...	...

## 22 Investicijski račun

---

$E_t$  ... dohodki v letu  $t$

$A_t$  ... izdatki v letu  $t$

$A_0$  ... nabavni stroški

$R_t$  ... povračila (presežki) v letu  $t$

$i$  ... kalkulacijska (obračunska) obrestna mera (letna obrestna mera)

$n$  ... amortizacijska doba v letih

$i_w$  ... obrestna mera ponovne naložbe (letna obrestna mera)

$E$  ... končna vrednost ponovno naloženih povračil

$$R_t = E_t - A_t$$

Vrednost kapitala  $C_0$

$$C_0 = -A_0 + \left[ \frac{R_1}{(1+i)} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R_n}{(1+i)^n} \right]$$

Interna obrestna mera  $i_{\text{intern}}$

$$-A_0 + \left[ \frac{R_1}{(1+i_{\text{intern}})} + \frac{R_2}{(1+i_{\text{intern}})^2} + \dots + \frac{R_n}{(1+i_{\text{intern}})^n} \right] = 0$$

Modificirana interna obrestna mera  $i_{\text{mod}}$

$$A_0 \cdot (1+i_{\text{mod}})^n = E \quad \text{pri} \quad E = R_1 \cdot (1+i_w)^{n-1} + R_2 \cdot (1+i_w)^{n-2} + \dots + R_{n-1} \cdot (1+i_w) + R_n$$

## 23 Teorija stroškov in cen

$x$  ... proizvedena, ponujena, povpraševana oz. prodana količina ( $x \geq 0$ )

funkcija stroškov $K$	$K(x)$
fiksni stroški $F$	$K(0)$
funkcija variabilnih stroškov $K_v$	$K_v(x) = K(x) - F$
funkcija mejnih stroškov $K'$	$K'(x)$
funkcija stroškov na enoto (funkcija povprečnih stroškov) $\bar{K}$	$\bar{K}(x) = \frac{K(x)}{x}$
funkcija variabilnih stroškov na enoto (funkcija povprečnih variabilnih stroškov) $\bar{K}_v$	$\bar{K}_v(x) = \frac{K_v(x)}{x}$
optimum obratovanja $x_{opt}$	$\bar{K}'(x_{opt}) = 0$ (minimum od $\bar{K}$ )
dolgoročno najnižja cena (cena, ki pokriva stroške)	$\bar{K}(x_{opt})$
minimum obratovanja $x_{min}$	$\bar{K}_v'(x_{min}) = 0$ (minimum od $\bar{K}_v$ )
kratkoročno najnižja cena	$\bar{K}_v(x_{min})$
obračaj (prevoj) stroškov	$K''(x) = 0$
progresivni potek stroškov	$K''(x) > 0$
degresivni potek stroškov	$K''(x) < 0$
cena $p$	
cenovna funkcija povpraševanja (funkcija cene v odvisnosti od prodaje) $p_N$	$p_N(x)$
cenovna funkcija ponudbe $p_A$	$p_A(x)$
tržno ravnovesje	$p_A(x) = p_N(x)$
najvišja cena	$p_N(0)$
količina zasičenosti	$p_N(x) = 0$
funkcija izkupička (funkcija prometa) $E$	$E(x) = p \cdot x$ oz. $E(x) = p_N(x) \cdot x$
funkcija mejnega izkupička $E'$	$E'(x)$
funkcija dobička $G$	$G(x) = E(x) - K(x)$
funkcija mejnega dobička $G'$	$G'(x)$
spodnja meja dobička (break-even-point, prag dobička, točka preloma) $x_u$ ;	$G(x_u) = G(x_o) = 0$ pri $x_u \leq x_o$
zgornja meja dobička $x_o$	
območje dobička (zona dobička)	$[x_u; x_o]$
Cournotova točka $C$	$C = (x_c   p_N(x_c))$ pri $G'(x_c) = 0$

## 24 Osnove tehnike in naravoslovja

---

$\rho$ ... gostota	$t$ ... čas
$m$ ... masa	$s$ ... pot
$V$ ... prostornina (volumen)	$v$ ... hitrost
$F$ ... sila	$a$ ... pospešek
$W$ ... delo	$v_0$ ... začetna hitrost
$P$ ... moč	

---

gostota	$\rho = \frac{m}{V}$
---------	----------------------

---

sila	$F = m \cdot a$
------	-----------------

---

delo	$W = F \cdot s$
------	-----------------

---

moč	$P = \frac{W}{t}$
-----	-------------------

---

### Gibalni procesi

hitrost pri enakomernem premočrtnem gibanju	$v = \frac{s}{t}$
---	-------------------

---

hitrost pri enakomerno pospešenem premočrtnem gibanju	$v = a \cdot t + v_0$
---	-----------------------

---

hitrost v odvisnosti od časa $t$	$v(t) = s'(t)$
----------------------------------	----------------

---

pospešek v odvisnosti od časa $t$	$a(t) = v'(t) = s''(t)$
-----------------------------------	-------------------------

---

# Indeks

---

## A

absolutna frekvenca  
(pogostost) 15  
absolutna sprememba 11  
absolutna vrednost vektorja 8  
amortizacijska doba 19  
amortizacijski načrt 19  
amplituda 7  
anuiteta 19  
aritmetična vrsta 11  
aritmetično zaporedje 11

## B

Bayesov izrek 16  
binomska porazdelitev 17  
binomske formule 4  
binomski koeficient 16  
break-even-point 21

## C

cela števila 3  
cena 21  
cena, ki pokriva stroške 21  
cenovna funkcija ponudbe 21  
cenovna funkcija  
povpraševanja 21  
centi- 3  
cena dobička 21  
Cournotova točka 21

## D

deci- 3  
degresivni potek stroškov 21  
deka- 3  
desetiški logaritem 4  
delo 22  
deltoid 5  
diferencialne enačbe 14  
diferencialni količnik 11  
diferenčni količnik 11  
diskretna slučajna  
spremenljivka 17  
dolgoročno najnižja cena 21  
določeni integral 13  
dolžina periode 7

## E

efektivna letna obrestna mera 19  
eksplicitna oblika zapisa 11  
eksponentna rast 12  
eksponentno upadanje 12  
ekvivalentne obrestne mere 19  
element 3  
enačba premice 9  
enakomerno pospešeno  
premočrtno gibanje 22  
enakomerno premočrtno  
gibanje 22

enakostranični trikotnik 5  
enotska krožnica 7  
enotska matrika 10  
enotski vektor 9

## F

faktor spreminjanja 12  
faktoriela 16  
faktorsko pravilo 13  
fakulteta 16  
fazni zamik 7  
fiksni stroški 21  
finančna matematika 18  
frekvenca 7  
funkcija cene v odvisnosti od  
prodaje 21  
funkcija dobička 21  
funkcija gostote 17  
funkcija izkupička 21  
funkcija izzvenetja 13  
funkcija mejnega dobička 21  
funkcija mejnega izkupička 21  
funkcija mejnih stroškov 21  
funkcija motnje 14  
funkcija odvoda 13  
funkcija povprečnih stroškov 21  
funkcija povprečnih variabilnih  
stroškov 21  
funkcija prometa 21  
funkcija stroškov 21  
funkcija stroškov na enoto 21  
funkcija variabilnih stroškov 21  
funkcija variabilnih stroškov na  
enoto 21  
funkcija zasičenosti 12

## G

geometrijska sredina 15  
geometrijska vrsta 11  
geometrijsko zaporedje 11  
gibalni procesi 22  
giga- 3  
gostota 22

## H

hekto- 3  
Heronova formula za ploščino 5  
hipotenuza 5  
hitrost 22  
homogena diferencialna  
enačba 14

## I

imaginarni del  
(imaginarna komponenta) 8  
integral 13  
interkvartilni razmik 15  
interna obrestna mera 20

interval zaupanja 18  
inverzna matrika 10  
investicijski račun 19  
izrek o sorazmerjih 5

## K

kalkulacijska (obračunska) obrestna  
mera 19  
kapacitetna meja 12  
kateta 5, 7  
kilo- 3  
kocka 6  
količina zasičenosti 21  
kompleksna števila 8  
komponentna oblika 8  
končna vrednost 19, 20  
končni kapital 18  
konfidenčni interval 18  
korelacijski koeficient 18  
koreni 3  
kosinus 7  
kosinusni izrek 7  
kot 7  
kotna mera (stopinje) 7  
kratkoročno najnižja cena 21  
kriterij pravokotnosti 9  
kriterij vzporednosti 9  
krog 6  
krogla 6  
krožna frekvenca 7  
krožni izsek 6  
krožni lok 6  
kvader 6  
kvadrat 5  
kvadratne enačbe 4  
kvantil 18  
kvartil 15  
kvartilni razmik 15

## L

Laplacev poskus 16  
letna obrestna mera 19, 20  
linearna povprečna vrednost 14  
linearna rast 12  
linearna regresija 18  
linearna substitucija 14  
linearni faktorji 4  
linearno upadanje 12  
ločljivi spremenljivki 14  
ločna dolžina 14  
ločna mera 7  
logaritmi 4  
logistična rast 12  
lokalna hitrost spreminjanja 11

## M

masa 22  
matrika 10

matrika prepletenosti 10  
mediana 15  
mega- 3  
meja dobička 21  
mera spremembe 11  
mere centralne tendence 15  
mere razpršenosti 15  
mikro- 3  
mili- 3  
minimum obratovanja 21  
množice 3  
moč 22  
modificirana interna obrestna  
mera 20

## N

nabavni stroški 20  
najvišja cena 21  
naklon 9  
naklonski kot 9  
nano- 3  
naravna števila 3  
naravni logaritem 4  
nasprotni dogodek 16  
navadno obrestovanje 19  
nedoločeni integral 13  
nehomogena diferencialna  
enačba 14  
neskončna geometrijska vrsta 11  
nihajni čas 7  
normalna porazdelitev 17  
normalni vektor 8  
nosilna kapaciteta 12

## O

območje dobička 21  
območje razpršenosti 18  
obračaj (prevoj) stroškov 21  
obresti 19  
obrestna mera 19  
obrestna mera ponovne naložbe  
19  
obrestne obresti 19  
obrestni delež 19  
obrestovalni faktor 19  
obrestovanje 19  
obrok 19  
obseg 5, 6  
obseg (velikost) vzorca 18  
odplačilni načrt 19  
odstotna sprememba 11  
odvod 13  
odvod kompozituma 13  
odvod posredne funkcije 13  
omejena rast 12  
omejeno upadanje 12  
optimum obratovanja 21  
osnovna ploskev 6  
ostanek doga 19

## P

paralelogram 5  
parametrična predstavitev 9  
piko- 3  
piramida 6  
Pitagorov izrek 5  
plašč (ploščina plašča) 6  
ploščina 5  
podletno obrestovanje 19  
podmnožica 3  
podobnost 5  
pogojna verjetnost 16  
polarne oblike 8  
porazdelitvena funkcija 17  
pospešek 22  
postnumerandno 19  
potence 3  
povprečna hitrost spreminjanja 11  
povprečna vrednost 14  
povračila (presežki) 20  
površina 6  
prag dobička (točka preloma) 21  
prava podmnožica 3  
pravila za odvajanje 13  
pravilo količnika (kvocienta) 13  
pravilo produkta 13  
pravilo vsote 13  
pravokotni trikotnik 5, 7  
pravokotnik 5  
prazna množica 3  
predpone 3  
premica 9  
prenumerandno 19  
preseki 3  
pričakovana vrednost 17  
primitivna funkcija 13  
prizma 6  
progresivni potek stroškov 21  
proizvodni procesi 10  
proizvodni vektor 10  
prostornina 6, 14, 22  
prostostna stopnja 18

## R

racionalna števila 3  
racionalni eksponenti 3  
ravninski liki 5  
razdolžnina (odplačilni delež) 19  
razlika množic 3  
realna števila 3  
realni del (realna komponenta) 8  
rekurzivna oblika 11  
relativna frekvenca (pogostost) 15  
relativna sprememba 11  
rentni račun (periodični zneski) 19  
romb 5  
rotacijsko telo 14

## S

sigma-okolice 17  
sila 22

sinus 7  
sinusna funkcija 7  
sinusni izrek 7  
sistemi linearnih enačb 10  
skalarni produkt 8  
slučajna spremenljivka 17  
smerni koeficient 9  
smerni vektor 9  
splošna enačba premice 9  
splošni trikotnik 5, 7  
srednja vrednost vzorca 18  
standardizirana normalna  
porazdelitev 17  
standardni odklon 15, 17  
statistika 15  
stožec 6  
številске množice 3  
štirikotnik 5

## T

tangens 7  
telesa 6  
teorija stroškov in cene 21  
tera- 3  
 $t$ -porazdelitev 18  
transponirana matrika 10  
trapez 5  
trenutna hitrost spreminjanja 11  
trigonometrična formula za  
ploščino 7  
trigonometrija 7  
trikotnik 5  
tržno ravnovesje 21

## U

unija 3

## V

valj 6  
variacijski razmik 15  
varianca 15, 17  
vektor povpraševanja 10  
vektorji 8  
vektorski produkt 9  
verižno pravilo 13  
verjetnost 16, 17  
Vietov izrek 4  
višina obroka 19  
vrednost kapitala 20  
vrednost zasičenosti 12  
vrste 11  
vzorec 15, 18

## Z

začetna faza 7  
začetna vrednost 19  
začetni kapital 19  
zaporedja 11

$\sigma$ -okolice 17