Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Mai/Juni 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

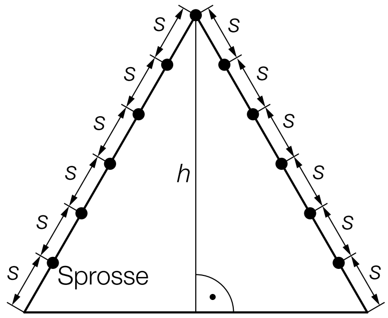
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Klettergerüst

a) In den unten stehenden Abbildungen ist ein Klettergerüst dargestellt. In der Ansicht von der Seite handelt es sich dabei um ein gleichseitiges Dreieck. Die Sprossen sind als Punkte dargestellt.

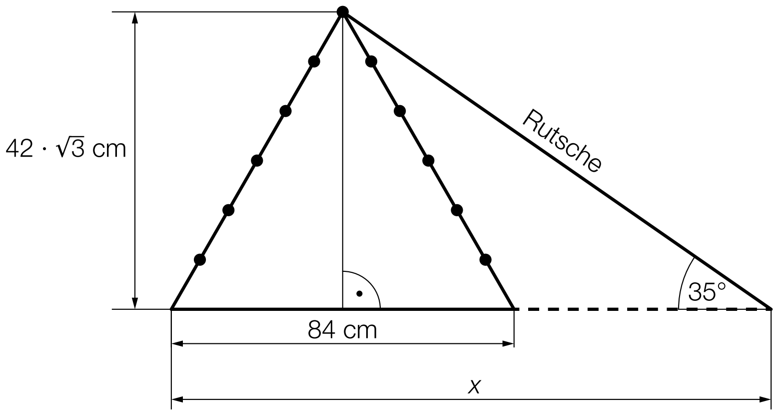
Quelle: BMBWF



1) Stellen Sie mithilfe des Sprossenabstandes s eine Formel zur Berechnung der Höhe h dieses Klettergerüsts auf.

h = ____

In einem Spielwarengeschäft wird ein Klettergerüst auch zusammen mit einer geraden Rutsche angeboten (siehe nebenstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



2) Berechnen Sie x.

b) Ein Spielwarengeschäft verkauft in einem bestimmten Monat x Klettergerüste ohne Rutsche und y Klettergerüste mit Rutsche. Durch den Verkauf der Klettergerüste mit und ohne Rutsche nimmt das Spielwarengeschäft in diesem Monat insgesamt € 5.760 ein.

Mit dem nachstehenden linearen Gleichungssystem kann dieser Sachverhalt beschrieben werden.

I: $100 \cdot x + 120 \cdot y = 5760$
II: $x + y = 50$

1) Interpretieren Sie die Werte 100, 120 und 50 im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 1

Klettergerüst

a1) $h = \sqrt{(6 \cdot s)^2 - (3 \cdot s)^2} = \sqrt{27 \cdot s^2} = \sqrt{27} \cdot s$ *oder* $h = \frac{6 \cdot s}{2} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot s \cdot \sqrt{3}$

a2) $\tan(35°) = \frac{42 \cdot \sqrt{3}}{x - 42}$

$x = 145{,}89...\text{ cm}$

b1) Der Preis für ein Klettergerüst ohne Rutsche beträgt € 100.
Der Preis für ein Klettergerüst mit Rutsche beträgt € 120.
Insgesamt werden in diesem Spielwarengeschäft in diesem Monat 50 Klettergerüste verkauft.

Aufgabe 2

Spielgeräte

Eine Firma produziert und verkauft Spielgeräte.
Um wirtschaftlich planen zu können, werden Kosten, Erlös und Gewinn untersucht.

a) Die Kosten lassen sich näherungsweise durch die quadratische Funktion K modellieren.

$K(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... produzierte Spielgeräte in ME
$K(x)$ ... Kosten bei x produzierten Spielgeräten in GE

Es gilt:

Die Fixkosten betragen 22 GE.
Bei 20 ME betragen die Kosten 40 GE.
Bei 20 ME beträgt die lokale Änderungsrate der Kosten 1,5 GE/ME.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von K.

b) Der Gewinn lässt sich näherungsweise durch die Funktion G beschreiben.

$G(x) = -\frac{11}{300} \cdot (x^2 - 70 \cdot x + 600)$

x ... verkaufte Spielgeräte in ME
$G(x)$ ... Gewinn bei x verkauften Spielgeräten in GE

1) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion G.

c) Für ein bestimmtes x_0 gilt:

$E'(x_0) = 0$
$E''(x_0) < 0$

x ... verkaufte Spielgeräte in ME
$E(x)$ ... Erlös bei x verkauften Spielgeräten in GE

1) Interpretieren Sie die Bedeutung von x_0 im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 2

Spielgeräte

a1) $K'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $K(0) = 22$
II: $K(20) = 40$
III: $K'(20) = 1{,}5$

oder:

I: $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 22$
II: $a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c = 40$
III: $2 \cdot a \cdot 20 + b = 1{,}5$

b1) $G(x) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 10$, $x_2 = 60$

c1) Der maximale Erlös wird bei x_0 (in ME) Spielgeräten erzielt.

Aufgabe 3

Internetplattform

a) Die Funktion N beschreibt modellhaft die Anzahl der Personen, die eine Internetplattform nutzen, in Abhängigkeit von der Zeit t.

$N(t) = 3000 \cdot 1{,}22^t$

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$N(t)$ ... Anzahl der Personen, die diese Internetplattform zum Zeitpunkt t nutzen

1) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Personen, die diese Internetplattform nutzen.

2) Stellen Sie die Funktionsgleichung von N in der Form $N(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$ auf.

Mit dem nachstehenden Ausdruck soll die mittlere Änderungsrate der Anzahl der Personen, die diese Internetplattform innerhalb der ersten 6 Jahre nutzen, berechnet werden.

$$\frac{3000 \cdot 1{,}22^{\boxed{}} - \boxed{}}{\boxed{} - 0}$$

3) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

Lösung zur Aufgabe 3

Internetplattform

a1) $6\,000 = 3\,000 \cdot 1{,}22^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 3{,}48...$

Die Verdoppelungszeit beträgt rund 3,5 Jahre.

a2) $\ln(1{,}22) = 0{,}1988...$

$N(t) = 3\,000 \cdot e^{0{,}199 \cdot t}$ *(Koeffizient gerundet)*

a3) $\dfrac{3\,000 \cdot 1{,}22^{\boxed{6}} - \boxed{3\,000}}{\boxed{6} - 0}$

Aufgabe 4

Blutgruppen

In der nachstehenden Tabelle ist die Verteilung der Blutgruppen (in Österreich) angegeben.

Blutgruppe	0	A	B	AB
Häufigkeit	36 %	44 %	14 %	6 %

a) Im Rahmen einer Studie werden *n* Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass genau 5 Personen die Blutgruppe AB haben.

$P(\text{„genau 5 Personen haben die Blutgruppe AB“}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{}^{5} \cdot \boxed{}^{\boxed{}}$

b) Im Rahmen einer anderen Studie werden 85 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Anzahl der Personen mit Blutgruppe A mindestens 25 und höchstens 30 beträgt.

c) Bei einer weiteren Studie werden 2 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt.

1) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 2 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}14 \approx 0{,}10$

Lösung zur Aufgabe 4

Blutgruppen

a1) $P(\text{„genau 5 Personen haben die Blutgruppe AB“}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{0{,}06}^{5} \cdot \boxed{0{,}94}^{\boxed{n-5}}$

b1) X ... Anzahl der Personen mit Blutgruppe A

Binomialverteilung mit $n = 85$ und $p = 0{,}44$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(25 \leq X \leq 30) = 0{,}0627...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 6,3 %.

c1) E ... von diesen 2 Personen hat genau 1 Person die Blutgruppe 0 und 1 Person die Blutgruppe B

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Mai / Juni 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

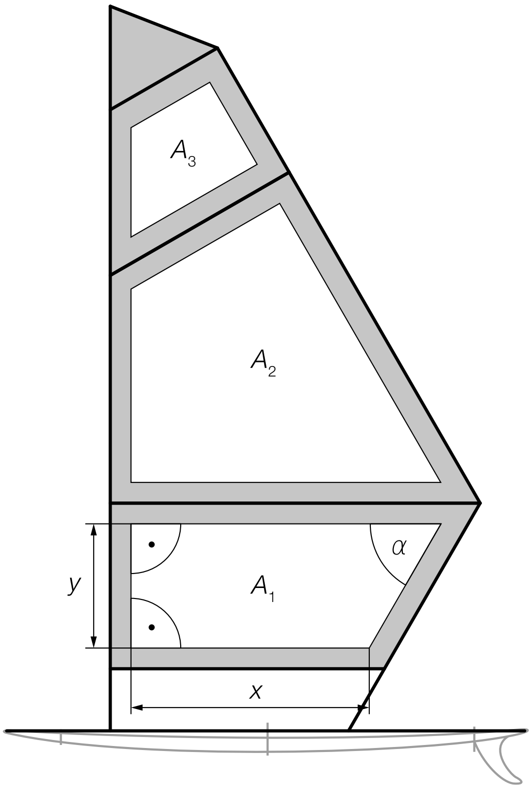
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Segel

In der nebenstehenden Abbildung ist ein Surfbrett mit Segel modellhaft dargestellt.

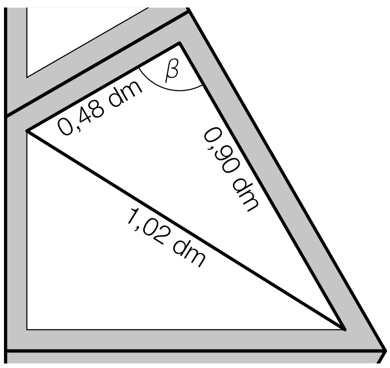
Die weißen Flächen mit den Inhalten A_1, A_2 und A_3 werden bedruckt.



a) 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts der Fläche A_1 auf. Verwenden Sie dabei x, y und α.

$A_1 =$ ____

b) Beim Bedrucken des Segels wird die Fläche A_2 durch eine Diagonale unterteilt (siehe nachstehende Abbildung).



1) Zeigen Sie rechnerisch, dass der Winkel β ein rechter Winkel ist.

c) Der Inhalt der bedruckten Flächen A_1, A_2 und A_3 beträgt insgesamt 86 dm². Das entspricht 63 % des Inhalts der gesamten Segelfläche.

1) Berechnen Sie den Inhalt der nicht bedruckten Fläche.

Lösung zur Aufgabe 1

Segel

a1) $A_1 = x \cdot y + \frac{y \cdot \frac{y}{\tan(\alpha)}}{2}$

oder:

$A_1 = \frac{x + \left(x + \frac{y}{\tan(\alpha)}\right)}{2} \cdot y$

b1) Der Winkel β ist ein rechter Winkel, da gilt:

$0{,}48^2 + 0{,}9^2 = 1{,}0404 = 1{,}02^2$

Auch ein rechnerischer Nachweis mithilfe von Winkelfunktionen ist als richtig zu werten.

c1) $\frac{86}{0{,}63} \cdot 0{,}37 = 50{,}50...$

Der Inhalt der nicht bedruckten Fläche beträgt rund 50,5 dm^2.

Aufgabe 2

Smartphones

Die (weltweit durchschnittlichen) Anschaffungskosten in US-Dollar ($) für ein bestimmtes Smartphone sind für verschiedene Jahre in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Jahr	2010	2013	2015	2018
Anschaffungskosten in $	363	284	252	345

a) 1) Berechnen Sie die durchschnittliche Änderung der Anschaffungskosten in $ pro Jahr im Zeitraum von 2013 bis 2018.

b) Die Anschaffungskosten in Abhängigkeit von der Zeit *t* können in einem einfachen Modell durch die Polynomfunktion 3. Grades *K* beschrieben werden.

$K(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2010
$K(t)$ … Anschaffungskosten zur Zeit t in $

1) Begründen Sie mithilfe der 2. Ableitung der Funktion *K*, warum die Funktion *K* genau 1 Wendestelle hat.

2) Erstellen Sie mithilfe der obigen Tabelle ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion *K*.

Lösung zur Aufgabe 2

Smartphones

a1) $\frac{345 - 284}{2018 - 2013} = 12{,}2$

Die durchschnittliche Änderung der Anschaffungskosten im Zeitraum von 2013 bis 2018 beträgt 12,2 \$ pro Jahr.

b1) $K''(t) = 6 \cdot a \cdot t + 2 \cdot b$

Zur Berechnung von Wendestellen werden die Nullstellen von K'' berechnet.
Da K'' eine lineare Funktion ist, gibt es genau 1 Nullstelle (mit Vorzeichenwechsel) von K'' und somit hat K genau 1 Wendestelle.

b2) I: $K(0) = 363$
II: $K(3) = 284$
III: $K(5) = 252$
IV: $K(8) = 345$

oder:

I: $d = 363$
II: $27 \cdot a + 9 \cdot b + 3 \cdot c + d = 284$
III: $125 \cdot a + 25 \cdot b + 5 \cdot c + d = 252$
IV: $512 \cdot a + 64 \cdot b + 8 \cdot c + d = 345$

Aufgabe 3

Pendelbewegung

Eine rote und eine blaue Kugel, die an unterschiedlich langen Schnüren befestigt sind, pendeln von links nach rechts und wieder zurück. Dieser Vorgang wiederholt sich mehrmals.

Die Geschwindigkeit der roten Kugel in den ersten 10 Sekunden ihrer Pendelbewegung wird näherungsweise durch die Funktion $v_R\colon [0; 10] \to \mathbb{R}$ mit $v_R(t) = 30 \cdot \sin(\pi \cdot t)$ modelliert (t in s, $v_R(t)$ in cm/s).

Für die Bewegung vom Ausgangspunkt nach rechts gilt: $v_R(t) > 0$

Für die Bewegung zum Ausgangspunkt nach links gilt: $v_R(t) < 0$

a) 1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$v_R'(0{,}4) \approx 29$

Es wird eine Hin- und Herschwingung betrachtet. Die rote Kugel bewegt sich dabei ausgehend vom Ausgangspunkt also einmal nach rechts und anschließend wieder nach links zum Ausgangspunkt. Die Schwingungsdauer beträgt dabei 2 Sekunden.

2) Berechnen Sie den dabei zurückgelegten Weg der roten Kugel.

b) Es gilt:

Die Maximalgeschwindigkeit der blauen Kugel ist doppelt so groß wie die der roten Kugel.
Die Schwingungsdauer der blauen Kugel ist doppelt so groß wie die der roten Kugel.

1) Stellen Sie die Funktionsgleichung für die Geschwindigkeit v_B der blauen Kugel auf (t in s, $v_B(t)$ in cm/s).

$v_B(t) =$ ______________________________

Lösung zur Aufgabe 3

Pendelbewegung

a1) Die rote Kugel hat zum Zeitpunkt $t = 0{,}4$ s eine Beschleunigung von rund 29 cm/s^2.

a2) $2 \cdot \int_0^1 v_R(t)\,\mathrm{d}t = 38{,}1...$

Der von der roten Kugel zurückgelegte Weg beträgt rund 38 cm.

b1) $v_B(t) = 60 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$

Aufgabe 4

Elektromobilität

a) Ende des Jahres 2021 gab es in Österreich insgesamt 76539 Elektro-PKW. Davon entfiel der größte Anteil auf die Automarke *T* mit einer Anzahl von 13494 Elektro-PKW.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Elektro-PKW in Österreich Ende des Jahres 2021 von der Automarke *T* ist.

b) In der nachstehenden Tabelle sind die unterschiedlichen Kraftstoffarten und die jeweilige Anzahl an PKW, die mit diesen Kraftstoffen betrieben werden, angegeben. (Alle Angaben gelten für Österreich am 31.12.2021.)

Kraftstoffart	Anzahl an PKW nach Kraftstoffart
Klassische Kraftstoffart	
Benzin	2197006
Diesel	2717475
Alternative Kraftstoffart	
Elektro	76539
Flüssiggas	1
Erdgas	2654
Hybrid	140106
Wasserstoff	55

Quelle: Statistik Austria

Von den am 31.12.2021 in Österreich zugelassenen 7214970 Kraftfahrzeugen waren 71,2 % PKW.

Karoline führt mithilfe der obigen Werte die nachstehende Berechnung durch.

$$\frac{76539 + 1 + 2654 + 140106 + 55}{7214970 \cdot 0{,}712} \approx 0{,}043$$

1) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

c) Ein bestimmtes Unternehmen hat 10 Elektro-PKW, die jeweils einen durchschnittlichen Stromverbrauch von *x* Kilowattstunden (kWh) pro 100 km haben.
Das Unternehmen kauft nun 1 weiteren Elektro-PKW mit einem Stromverbrauch von 15 kWh pro 100 km.

1) Stellen Sie mithilfe von *x* eine Formel zur Berechnung des durchschnittlichen Stromverbrauchs $\bar{x}$ aller 11 Elektro-PKW des Unternehmens auf.

$\bar{x}$ = ____________________ kWh pro 100 km

Lösung zur Aufgabe 4

Elektromobilität

a1) $\frac{13\,494}{76\,539} = 0{,}1763...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Elektro-PKW in Österreich Ende des Jahres 2021 von der Automarke *T* ist, beträgt rund 17,6 %.

b1) Rund 4,3 % aller PKW in Österreich werden mit alternativen Kraftstoffen angetrieben.

c1) $\bar{x} = \frac{x \cdot 10 + 15}{11}$ kWh pro 100 km

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Mai/Juni 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

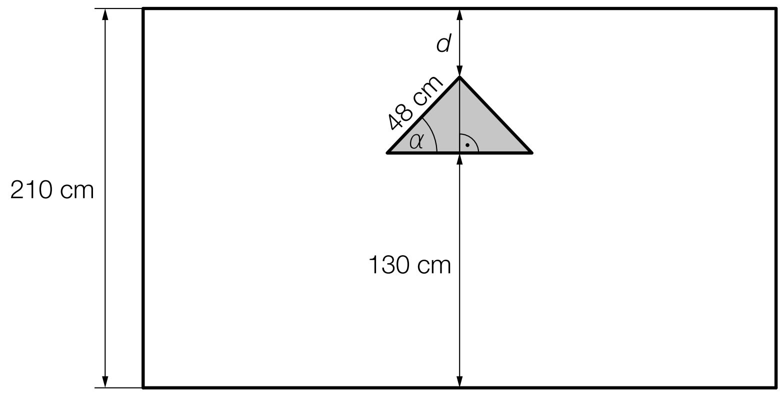
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Tor

a) Ein rechteckiges Tor hat eine Höhe von 210 cm. In das Tor wird ein dreieckiges Fenster eingebaut. (Siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung.)



1) Tragen Sie im nachstehenden Ausdruck die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$\sin(\alpha) = \frac{\boxed{} - d}{\boxed{}}$$

Aus optischen Gründen soll für die Höhe h und die Breite b des Tores folgender Zusammenhang gelten:

$$\frac{b+h}{b} = \frac{b}{h}$$

Die Höhe h des Tores beträgt 210 cm.

2) Berechnen Sie die Breite b dieses Tores.

b) Das Tor wird lackiert. Dazu werden ein Farblack und ein Härtungsmittel miteinander vermischt.

Insgesamt werden 3,5 L dieser Mischung hergestellt.
Die Mischung enthält (in Litern) 5-mal so viel Härtungsmittel wie Farblack.

F ... benötigte Menge an Farblack in L
H ... benötigte Menge an Härtungsmittel in L

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von F und H.

Lösung zur Aufgabe 1

Tor

a1) $\sin(\alpha) = \frac{\boxed{80} - d}{\boxed{48}}$

a2) $\frac{b + 210}{b} = \frac{b}{210}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$(b_1 = -129{,}7...)$ $\quad b_2 = 339{,}7...$

Die Breite b beträgt rund 340 cm.

b1) I: $F + H = 3{,}5$
II: $H = 5 \cdot F$

Aufgabe 2

Vorhang

a) In den unten stehenden Abbildungen ist eine Doppeltüre mit Vorhängen modellhaft dargestellt. Die Begrenzungslinien der Vorhänge können modellhaft durch die Graphen der Funktionen f, g und h beschrieben werden.

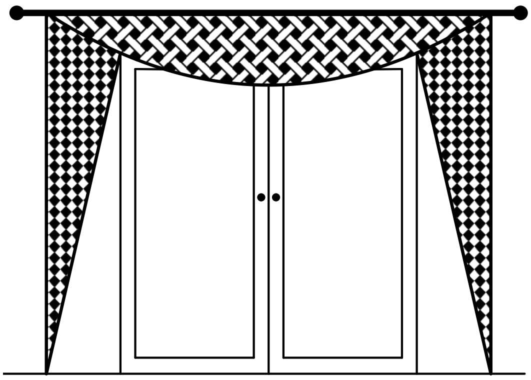


Abbildung 1

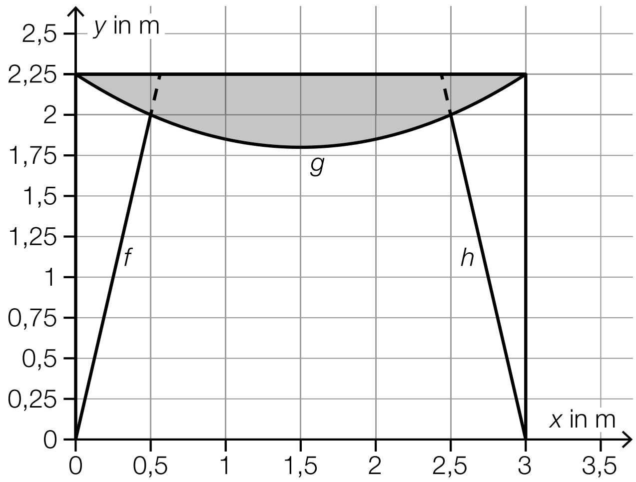


Abbildung 2

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion h auf.

Es gilt:
$g(x) = 0{,}2 \cdot x^2 - 0{,}6 \cdot x + 2{,}25 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 3$

2) Berechnen Sie den Inhalt der in der obigen Abbildung 2 grau markierten Fläche.

Die Funktion g hat an der Stelle $x = 1{,}5$ ihren Tiefpunkt.

3) Tragen Sie die fehlenden Zahlen (größer 1) in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$g(1) = g(\boxed{})$

$-g'(0{,}5) = g'(\boxed{})$

Lösung zur Aufgabe 2

Vorhang

a1) $h(x) = k \cdot x + d$

I: $h(2,5) = 2$
II: $h(3) = 0$

oder:

I: $2 = k \cdot 2,5 + d$
II: $0 = k \cdot 3 + d$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$h(x) = -4 \cdot x + 12$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$2,25 \cdot 3 - \int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 0,9$

Der Inhalt der grau markierten Fläche beträgt 0,9 m².

a3) $g(1) = g\left(\boxed{2}\right)$

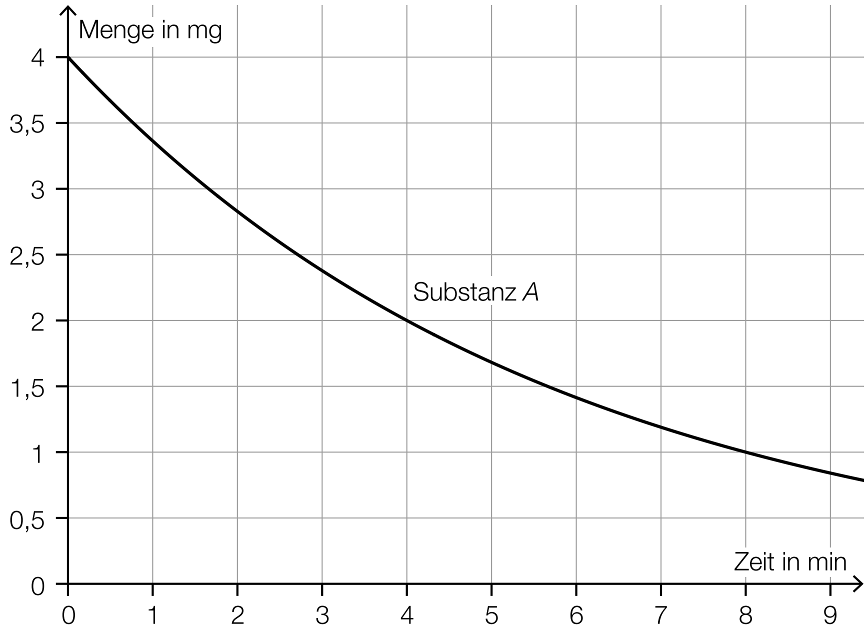
$-g'(0,5) = g'\left(\boxed{2,5}\right)$

Aufgabe 3

Radioaktiver Zerfall

Der Zerfall von radioaktiven Substanzen kann durch Exponentialfunktionen beschrieben werden.

a) Der in der nachstehenden Abbildung dargestellte Graph beschreibt den exponentiellen Zerfall der Substanz *A*.



Die Substanz *B* hat dieselbe Anfangsmenge wie die Substanz *A*.
Die Halbwertszeit der Substanz *B* ist halb so groß wie die Halbwertszeit der Substanz *A*.

1) Zeichnen Sie in die obige Abbildung den Graphen für den exponentiellen Zerfall der Substanz *B* ein.

b) Der Zerfall der Substanz *C* lässt sich durch die Funktion *f* beschreiben.

$f(t) = a \cdot b^t$

t ... Zeit in min
$f(t)$ ... vorhandene Menge der Substanz *C* zum Zeitpunkt t in mg

Die Substanz *C* hat eine Halbwertszeit von 30 min.
Zum Zeitpunkt t_1 ist nur mehr 1 % der Anfangsmenge von *C* vorhanden.

1) Berechnen Sie den Zeitpunkt t_1.

Für den Zerfall der radioaktiven Substanz *C* im Zeitintervall [0; 5] gilt:

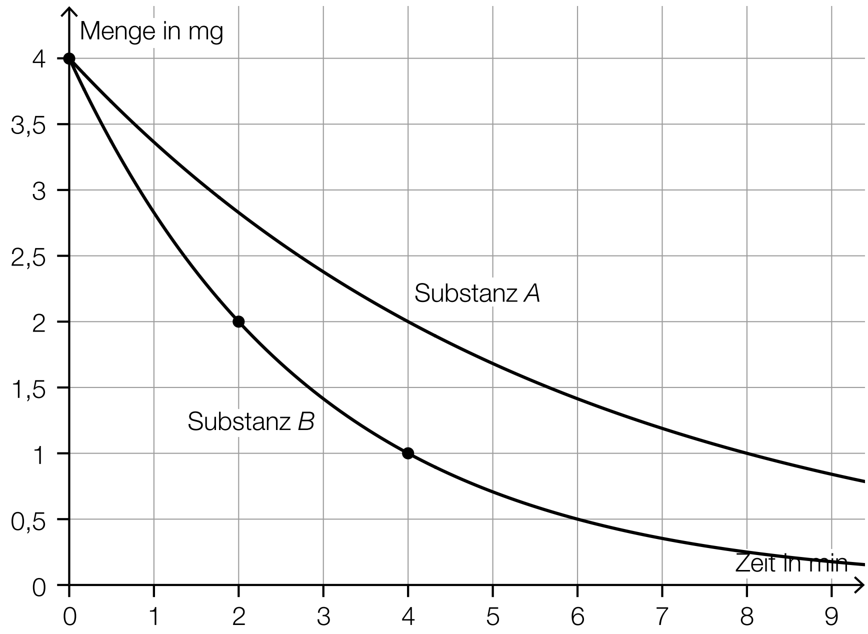
$\frac{f(5) - f(0)}{f(0)} \approx -0{,}11$

2) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 3

Radioaktiver Zerfall

a1)



Der Graph der Substanz B muss linksgekrümmt (positiv gekrümmt) sein und durch die Punkte (0|4)*,* (2|2) *und* (4|1) *verlaufen.*

b1) $f(30) = 0{,}5 \cdot f(0)$ *oder* $a \cdot b^{30} = 0{,}5 \cdot a \cdot b^0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$b = 0{,}9771...$

$f(t_1) = 0{,}01 \cdot f(0)$ *oder* $a \cdot b^{t_1} = 0{,}01 \cdot a \cdot b^0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 199{,}3...$

Nach rund 199 min ist nur mehr 1 % der Anfangsmenge vorhanden.

b2) Die Menge der radioaktiven Substanz *C* nimmt im Zeitintervall [0; 5] um rund 11 % ab.

Aufgabe 4

Würfeln

Faire Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 werden geworfen.

a) Mit einem fairen Würfel wird so oft gewürfelt, bis erstmals die Augenzahl 6 geworfen wird.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei höchstens 3-mal gewürfelt werden muss.

b) 11 Personen haben jeweils mehrmals mit einem fairen Würfel gewürfelt.
Die jeweilige Anzahl, mit der dabei die Augenzahl 6 geworfen wurde, ist in der nachstehenden geordneten Liste angegeben.

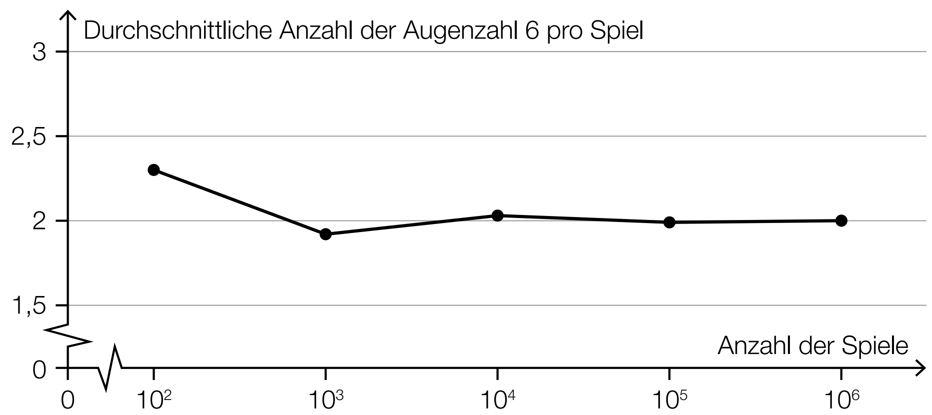
0; 1; 1; 2; 4; *a*; 5; 5; 5; 8; *b*

Der Median dieser Liste ist genauso groß wie das arithmetische Mittel dieser Liste.

1) Stellen Sie mithilfe von *b* eine Gleichung zur Berechnung von *a* auf.

c) In der Computersimulation eines Spiels wird immer *n*-mal mit einem fairen Würfel gewürfelt.

Die nachstehende Abbildung zeigt, wie oft dabei die Augenzahl 6 im Durchschnitt pro Spiel geworfen wurde.



1) Geben Sie *n* an.

Lösung zur Aufgabe 4

Würfeln

a1) $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = 0{,}421...$ *oder* $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0{,}421...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 42 %.

b1) $a = \frac{31 + a + b}{11}$

oder:

$a = 3{,}1 + \frac{b}{10}$

c1) $n \cdot \frac{1}{6} = 2$

$n = 12$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Mai/Juni 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Bewegung und Sport

Im Unterrichtsfach Bewegung und Sport werden Bälle und Sportgeräte verwendet.

a) Ein Tennisball hat eine Masse von $m = 58$ g und ein Volumen von $V = 144$ cm^3.
Die Masse m ist das Produkt aus Dichte ϱ und Volumen V, also $m = \varrho \cdot V$.

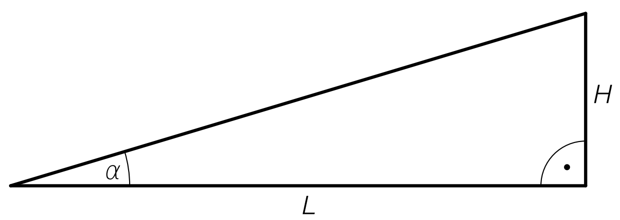
1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung. Geben Sie die zugehörige Einheit an.

$\frac{58}{144} = 0{,}402...$

b) Ein Fußball hat einen um 17 % größeren Durchmesser als ein Handball. Beide Bälle werden als annähernd kugelförmig angenommen.

1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent das Volumen eines Fußballs größer ist als jenes eines Handballs.

c) Im Unterrichtsfach Bewegung und Sport wird unter anderem eine Rampe verwendet (siehe nachstehende modellhafte Abbildung).



1) Stellen Sie mithilfe von α und H eine Formel zur Berechnung von L auf.

$L =$ ____

Lösung zur Aufgabe 1

Bewegung und Sport

a1) Es wird die Dichte dieses Tennisballs in g/cm^3 berechnet.

b1) Volumen des Handballs:
$V_{\mathrm{H}} = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} = \frac{d^3 \cdot \pi}{6}$

Volumen des Fußballs:
$V_{\mathrm{F}} = \frac{(1{,}17 \cdot d)^3 \cdot \pi}{6} = \frac{1{,}601... \cdot d^3 \cdot \pi}{6} = 1{,}601... \cdot V_{\mathrm{H}}$

Das Volumen eines Fußballs ist um rund 60 % größer als das Volumen eines Handballs.

c1) $L = \frac{H}{\tan(\alpha)}$

Aufgabe 2

Wasserstand eines Flusses

Die Funktion h beschreibt näherungsweise den zeitlichen Verlauf des Wasserstands eines bestimmten Flusses an einer Messstelle.

t ... Zeit in h
$h(t)$ ... Wasserstand zum Zeitpunkt t in m

a) 1) Stellen Sie einen Ausdruck zur Berechnung der mittleren Änderungsrate des Wasserstands im Zeitintervall $[0; a]$ auf.

b) Nach einem starken Regen beginnt der Wasserstand dieses Flusses zu steigen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat der Wasserstand die Hochwasser-Vorwarnstufe erreicht.

Für die Funktion h gilt:
$h(t) = \frac{3}{1\,000} \cdot (t^3 - 40 \cdot t^2 + 370 \cdot t + 700) \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 20$

1) Ermitteln Sie den Zeitpunkt, zu dem der Wasserstand erstmals wieder die Höhe der Hochwasser-Vorwarnstufe erreicht.

Für einen bestimmten Zeitpunkt t_0 mit $0 \leq t_0 \leq 20$ gilt:
$h'(t_0) = 0$
$h''(t_0) < 0$
$h(t_0) \approx 5$

2) Interpretieren Sie den Wert 5 im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 2

Wasserstand eines Flusses

a1) $\frac{h(a) - h(0)}{a - 0}$

b1) Hochwasser-Vorwarnstufe: $h(0) = 2{,}1$ m

$h(t) = 2{,}1$ *oder* $\frac{3}{1000} \cdot (t^3 - 40 \cdot t^2 + 370 \cdot t + 700) = 2{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 14{,}52...$

Nach rund 14,5 Stunden wird die Hochwasser-Vorwarnstufe wieder erreicht.

c1) Zum Zeitpunkt t_0 hat der Wasserstand die größte Höhe (5 m) erreicht.

Aufgabe 3

Partyballons

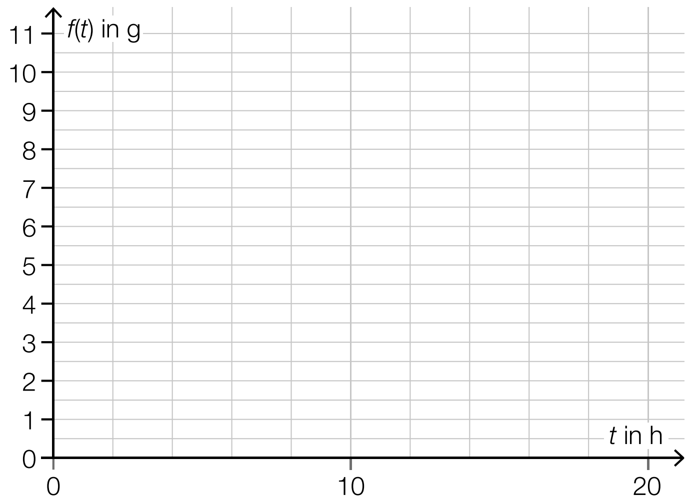
Hängt man an einen mit Helium befüllten Luftballon eine bestimmte Masse, so steigt dieser nicht mehr in die Höhe. Diese Masse wird als *Tragfähigkeit* bezeichnet.

Mit der Zeit entweicht das Helium aus dem Luftballon. Dadurch sinkt die Tragfähigkeit des Luftballons.

a) Bei einer bestimmten Luftballonart lässt sich die Tragfähigkeit in Gramm in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden näherungsweise durch die Exponentialfunktion f beschreiben.

Nach 10 Stunden beträgt die Tragfähigkeit 5 g. Das ist die Hälfte der Tragfähigkeit, die der Luftballon zum Zeitpunkt der Befüllung ($t = 0$) hatte.

1) Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Funktion f im Intervall [0; 20] ein.



Es gilt: $f'(15) \approx -0{,}27$

2) Interpretieren Sie den Wert $-0{,}27$ im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

b) Bei einer anderen Luftballonart wird angenommen, dass die Tragfähigkeit pro Stunde um einen konstanten Wert abnimmt.
Zum Zeitpunkt der Befüllung ($t = 0$) beträgt die Tragfähigkeit 17 g. Nach 300 Stunden beträgt die Tragfähigkeit 12 g.

Dieser Zusammenhang soll durch die Funktion m beschrieben werden.

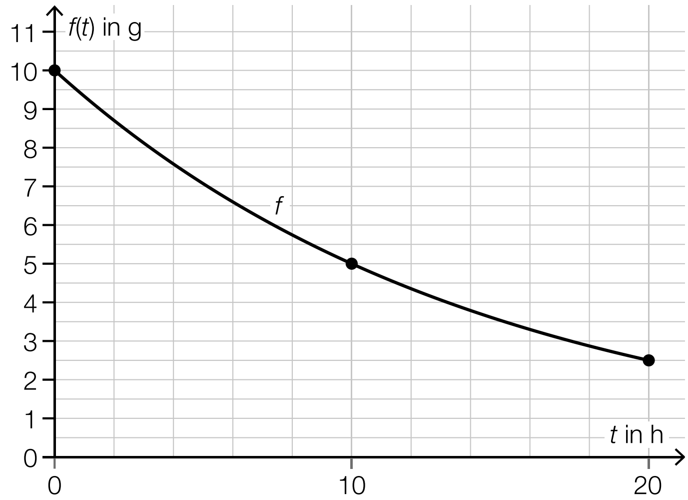
t ... Zeit nach der Befüllung in h
$m(t)$ ... Tragfähigkeit zur Zeit t in g

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion m auf.

Lösung zur Aufgabe 3

Partyballons

a1)



Der Graph von f muss linksgekrümmt (positiv gekrümmt) sein und durch die Punkte (0|10), (10|5) *und* (20|2,5) *verlaufen.*

a2) Die momentane Änderungsrate der Tragfähigkeit zum Zeitpunkt $t = 15$ h beträgt –0,27 g/h.

oder:

Die Tragfähigkeit des Ballons nimmt zum Zeitpunkt $t = 15$ h um 0,27 g/h ab.

b1) $m(t) = k \cdot t + d$

$k = \frac{12 - 17}{300} = -\frac{1}{60} = -0{,}0166...$

$d = 17$

$m(t) = -\frac{1}{60} \cdot t + 17$

Aufgabe 4

Gruppenauswahl

In einer bestimmten Schulklasse gibt es k Kinder, davon sind m Mädchen ($k > m$, $m \geq 2$).

a) Aus allen Kindern der Schulklasse wird für eine bestimmte Aktivität genau 1 Kind zufällig ausgewählt.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$P(E) = 1 - \frac{m}{k}$

b) Aus der Schulklasse soll für eine andere Aktivität eine Gruppe von 3 Kindern zufällig ausgewählt werden.
Die Auswahl der 3 Kinder erfolgt unabhängig voneinander.

1) Stellen Sie mithilfe von m und k eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„genau 2 der 3 Kinder sind Mädchen“) = ______________________________

c) Es gilt: $k = 20$ und $m = 12$

1) Ermitteln Sie die Anzahl der möglichen Gruppen von jeweils 5 Kindern, in denen kein Mädchen dabei ist.

Lösung zur Aufgabe 4

Gruppenauswahl

a1) E ... das ausgewählte Kind ist kein Mädchen

b1) $P(\text{„genau 2 der 3 Kinder sind Mädchen“}) = 3 \cdot \frac{m}{k} \cdot \frac{m-1}{k-1} \cdot \frac{k-m}{k-2}$

c1) $\binom{8}{5} = 56$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Mai/Juni 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Vektoren

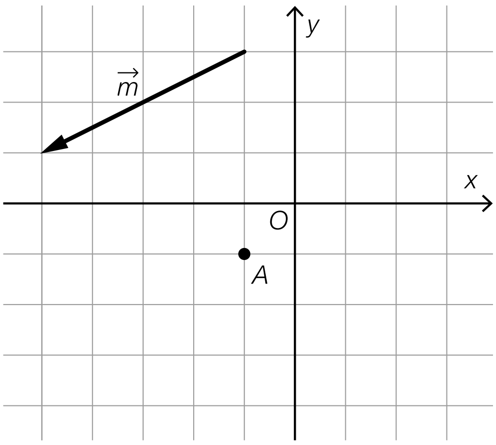
a) Eine Parameterdarstellung der Geraden g und der Punkt $P \in g$ sind gegeben.

$P = (-3{,}2\,|\,1{,}4)$

$g\colon X = \begin{pmatrix} 4 \\ c \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad c, t \in \mathbb{R}$

1) Ermitteln Sie c.

b) In der nachstehenden Abbildung sind der Punkt A und der Vektor $\vec{m}$ dargestellt.



1) Zeichnen Sie den Punkt B so ein, dass gilt: $B = A - 0{,}5 \cdot \vec{m}$

c) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} w \\ 8 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ v \end{pmatrix}$ mit $v, w \in \mathbb{R}$.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für alle $v, w \in \mathbb{R}$ sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ jedenfalls ___①___, wenn gilt: ___②___.

①	
parallel	☐
normal aufeinander	☐
gleich lang	☐

②	
$w = -2 \cdot v$	☐
$w = v$	☐
$2 \cdot w = v$	☐

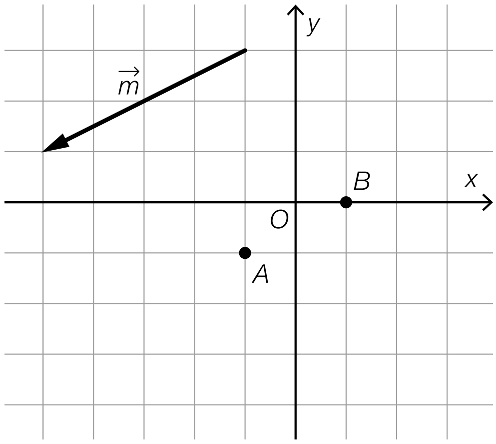
Lösung zur Aufgabe 1

Vektoren

a1) $-3{,}2 = 4 + 2 \cdot t$
$t = -3{,}6$

$1{,}4 = c + t \cdot 1$
$c = 5$

b1)



c1)

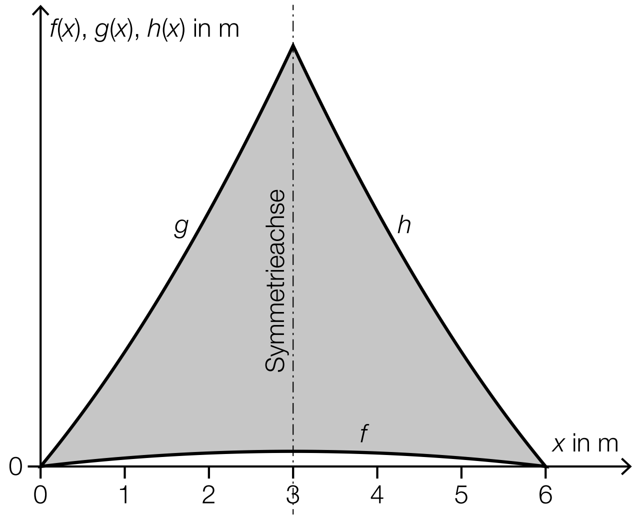
①	
normal aufeinander	☒

②	
$w = -2 \cdot v$	☒

Aufgabe 2

Beschattung

a) Für die Beschattung einer Terrasse wird ein symmetrisches Sonnensegel aus Stoff angefertigt. Die Begrenzungslinien können mithilfe der Graphen der Funktionen f, g und h beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



Der Flächeninhalt A der grau markierten Fläche soll berechnet werden.

1) Tragen Sie in die nachstehende Formel die fehlenden Ausdrücke in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$A = 2 \cdot \int_0^{\square} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\square} \square\,\mathrm{d}x$$

Für die Funktion f gilt: $f(x) = -\frac{1}{50} \cdot x^2 + u \cdot x$

2) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den Koeffizienten u.

Eine der Begrenzungslinien kann durch den Graphen der Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.

3) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Der Koeffizient a muss ____①____ sein; der Graph der Funktion h ____②____.

①	
positiv	☐
negativ	☐
gleich null	☐

②	
ist positiv gekrümmt	☐
ist negativ gekrümmt	☐
hat keine Krümmung	☐

Lösung zur Aufgabe 2

Beschattung

a1) $A = 2 \cdot \int_0^{\boxed{3}} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\boxed{6}} \boxed{f(x)}\,\mathrm{d}x$

a2) $f(6) = 0$ *oder:* $-\frac{1}{50} \cdot 6^2 + u \cdot 6 = 0$

oder:

$f'(3) = 0$ *oder:* $-\frac{1}{25} \cdot 3 + u = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$u = 0{,}12$

a3)

①	
positiv	☒

②	
ist positiv gekrümmt	☒

Aufgabe 3

Erwerbstätigkeit

a) In einer bestimmten Stadt gab es zu Beobachtungsbeginn 20000 Erwerbstätige. Innerhalb von 4 Jahren erhöhte sich diese Anzahl um 6000. In einem einfachen Modell geht man davon aus, dass die Anzahl der Erwerbstätigen jedes Jahr um denselben Wert zunimmt.

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$f(t)$ ... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion f auf.

b) Die Anzahl der Erwerbstätigen in einer anderen Stadt kann in Abhängigkeit von der Zeit t mithilfe der Funktion g beschrieben werden.

$g(t) = 24\,000 \cdot 1{,}02^t$

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$g(t)$ ... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

Die Lösung der nachstehenden Gleichung wurde berechnet:

$48\,000 = 24\,000 \cdot 1{,}02^{t_1}$
$t_1 \approx 35$ Jahre

1) Interpretieren Sie den Wert 35 im gegebenen Sachzusammenhang.

c) In einer weiteren Stadt kann die Anzahl der Erwerbstätigen näherungsweise mithilfe der Funktion h beschrieben werden.

$h(t) = 6\,000 - 2\,312 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$h(t)$ ... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

20 Jahre nach Beobachtungsbeginn gab es in dieser Stadt 5400 Erwerbstätige.

1) Berechnen Sie den Parameter λ.

Lösung zur Aufgabe 3

Erwerbstätigkeit

a1) $f(t) = \frac{6000}{4} \cdot t + 20000$

oder:

$f(t) = 1500 \cdot t + 20000$

b1) Nach rund 35 Jahren hat sich die Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt verdoppelt.

oder:

Die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt beträgt rund 35 Jahre.

oder:

Nach rund 35 Jahren ist die Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt auf 48000 gestiegen.

c1) $5400 = 6000 - 2312 \cdot e^{-20 \cdot \lambda}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\lambda = 0{,}0674...$

Aufgabe 4

Basketball

Eine bestimmte Basketballmannschaft hat 20 Spieler, davon sind 16 Spieler größer als 1,90 m.

a) Die 16 größten Spieler haben eine durchschnittliche Körpergröße von 2,00 m.
Die übrigen Spieler haben eine durchschnittliche Körpergröße von 1,80 m.

1) Berechnen Sie die durchschnittliche Körpergröße aller 20 Spieler.

Es werden 3 Spieler zufällig ausgewählt.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$P(E) = \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} + 3 \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{4}{18} \approx 0{,}91$$

b) Für die Anwesenheiten bei den regelmäßigen Trainings wird Folgendes angenommen:
Bei jedem Training nimmt jeder der 20 Spieler unabhängig von den anderen Spielern mit der Wahrscheinlichkeit p am Training teil. Die zu erwartende Anzahl der Spieler, die nicht an einem Training teilnehmen, wird mit A bezeichnet.

1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung von A auf.

$A =$ ____________________

Lösung zur Aufgabe 4

Basketball

a1) $\frac{16 \cdot 2{,}00 + 4 \cdot 1{,}80}{20} = 1{,}96$

Die durchschnittliche Körpergröße aller Spieler ist 1,96 m.

a2) Von den 3 ausgewählten Spielern sind mindestens 2 Spieler größer als 1,90 m.

oder:

Von den 3 ausgewählten Spielern ist höchstens 1 Spieler kleiner als 1,90 m.

b1) $A = 20 \cdot (1 - p)$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

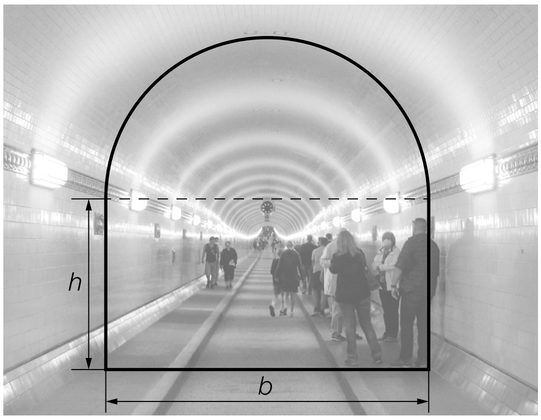
Alter Elbtunnel

Der Alte Elbtunnel in Hamburg ermöglicht das Unterqueren der Elbe.

a) Der Querschnitt des Tunnels entspricht näherungsweise einem Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis (siehe nebenstehende Abbildung).

b ... Breite in m
h ... Höhe in m

Daniel möchte das Luftvolumen V im 426,5 m langen Alten Elbtunnel berechnen.

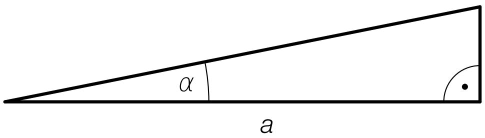


Quelle: BMBWF

1) Stellen Sie mithilfe von b und h eine Formel zur Berechnung von V auf.

$V =$ ____

b) In der nachstehenden Abbildung ist die Steigung eines Teilstücks des Fahrradwegs im Tunnel modellhaft dargestellt.



a ... waagrechte Länge des Teilstücks in m
α ... Steigungswinkel des Teilstücks

Eine Radfahrerin fährt auf diesem Teilstück mit der Geschwindigkeit v in m/s.

Es gilt: $\dfrac{\frac{a}{\cos(\alpha)}}{v} = 12{,}5$

1) Interpretieren Sie den Wert 12,5 im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

c) Im ersten Jahr nach der Eröffnung haben 20 Millionen Personen den Alten Elbtunnel genutzt. Die Anzahl der Personen, die jährlich den Alten Elbtunnel nutzten, ist bis 1985 um 97,5 % zurückgegangen und anschließend wieder gestiegen. Im Jahr 2008 haben um 40 % mehr Personen den Alten Elbtunnel genutzt als im Jahr 1985.

1) Berechnen Sie die Anzahl der Personen, die den Alten Elbtunnel im Jahr 2008 genutzt haben.

Lösung zur Aufgabe 1

Alter Elbtunnel

a1) $V = 426{,}5 \cdot \left(b \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi\right)$

oder:

$V = 426{,}5 \cdot \left(b \cdot h + \frac{b^2}{8} \cdot \pi\right)$

b1) Die Radfahrerin benötigt für dieses Teilstück 12,5 s.

c1) $20\,000\,000 \cdot 0{,}025 \cdot 1{,}4 = 700\,000$

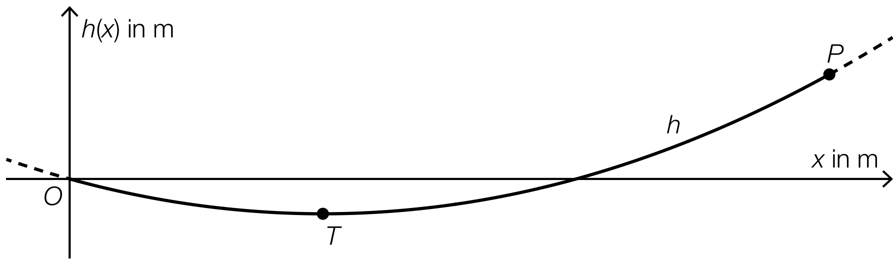
Im Jahr 2008 haben 700 000 Personen den Alten Elbtunnel genutzt.

Aufgabe 2

Hängebrücke

Der Verlauf einer bestimmten Hängebrücke für Fußgänger lässt sich modellhaft durch quadratische Funktionen beschreiben.

a) In einem Modell wird der Verlauf der Hängebrücke durch die Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ beschrieben (siehe nachstehende Abbildung in der Ansicht von der Seite).



Der Graph von h verläuft durch den Punkt $P = (120|6)$. An der Stelle $x = 40$ befindet sich der tiefste Punkt T der Brücke.

Zur Berechnung der Koeffizienten a und b wird mithilfe der Informationen zu den Punkten P und T das nachstehende Gleichungssystem erstellt.

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

I: $a \cdot \boxed{}^2 + b \cdot \boxed{} = \boxed{}$

II: $a \cdot \boxed{} + b = \boxed{}$

Für die Funktion h gilt: $h(x) = 0{,}00125 \cdot x^2 - 0{,}1 \cdot x$

2) Berechnen Sie den Steigungswinkel der Tangente an den Graphen von h im Punkt P.

In einem anderen Koordinatensystem kann der Verlauf der Hängebrücke durch die Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2$ beschrieben werden.

3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Koordinatenachsen für den Graphen von f ein.

Lösung zur Aufgabe 2

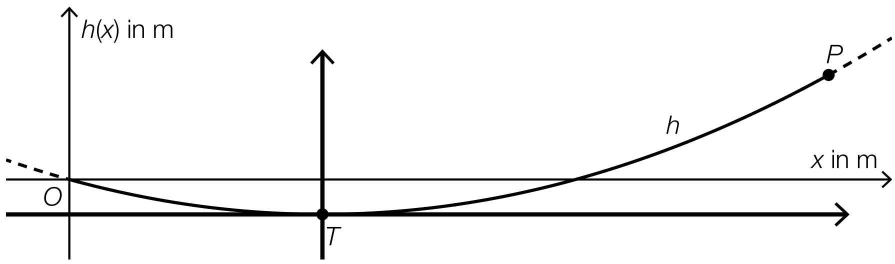
Hängebrücke

a1) I: $a \cdot \boxed{120}^2 + b \cdot \boxed{120} = \boxed{6}$

II: $a \cdot \boxed{80} + b = \boxed{0}$

a2) $\alpha = \arctan(h'(120)) = \arctan(0{,}2)$
$\alpha = 11{,}30...°$

a3)



Aufgabe 3

Sportartikel

a) Für einen bestimmten Sportartikel ist die Ableitungsfunktion K' der Kostenfunktion K gegeben.

$K'(x) = 3 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 20$

x ... Anzahl der produzierten ME
$K'(x)$ ... 1. Ableitung der Kostenfunktion K bei x ME in GE/ME

Die Fixkosten betragen 4 200 GE.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Kostenfunktion K auf.

b) Für einen anderen Sportartikel sind die Kostenfunktion K_1 und die Erlösfunktion E_1 gegeben.

$K_1(x) = 0{,}01 \cdot x^2 + 10 \cdot x + 200$
$E_1(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 50 \cdot x$

x ... Anzahl der produzierten und verkauften ME
$K_1(x)$ ... Gesamtkosten bei x ME in GE
$E_1(x)$ ... Erlös bei x ME in GE

1) Berechnen Sie den Gewinn bei $x = 70$ ME.

c) In einer Studie hat man untersucht, wie viele Mengeneinheiten eines bestimmten Sportartikels langfristig verkauft werden können.
Die Anzahl der verkauften Mengeneinheiten kann in Abhängigkeit von der Zeit durch die Funktion A modelliert werden.

$A(t) = a - 30 \cdot b^t \quad \text{mit} \quad 0 < b < 1$

t ... Zeit in Monaten mit $t = 0$ für den Verkaufsbeginn
$A(t)$ ... Anzahl der zur Zeit t verkauften Mengeneinheiten
a, b ... Parameter

1) Begründen Sie anhand der Funktionsgleichung von A, warum gemäß diesem Modell niemals mehr als a Mengeneinheiten verkauft werden können.

Lösung zur Aufgabe 3

Sportartikel

a1) $K(x) = \int K'(x)\,\mathrm{d}x = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - 8 \cdot \frac{x^2}{2} + 20 \cdot x + C = x^3 - 4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + C$
$K(0) = 4200$
$C = 4200$

$K(x) = x^3 - 4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + 4200$

b1) $G_1(x) = E_1(x) - K_1(x) = -0{,}26 \cdot x^2 + 40 \cdot x - 200$
$G_1(70) = 1326$

Der Gewinn bei 70 ME beträgt 1326 GE.

c1) Der Ausdruck $30 \cdot b^t$ ist für alle t positiv und daher kann der Ausdruck $a - 30 \cdot b^t$ niemals einen größeren Wert als a annehmen.

Aufgabe 4

Würfeln

Bei einem bestimmten Spiel wird mit fairen sechsflächigen Würfeln gewürfelt. Die Seitenflächen dieser Würfel sind jeweils mit den Ziffern 1, 2, 3, ..., 6 beschriftet.

a) Andrea würfelt mehrmals mit einem Würfel.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit P auf.

P(„Andrea würfelt bei a Würfen keinen einzigen Sechser“) = ____________________

b) Ferdinand würfelt einmal mit 2 Würfeln.

Er behauptet: „Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 5 zu würfeln, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 4 zu würfeln.“

1) Weisen Sie rechnerisch nach, dass Ferdinands Behauptung richtig ist.

c) Sabrina würfelt einmal mit 5 Würfeln.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau 4 der 5 Würfel die gleiche Ziffer zeigen.

Lösung zur Aufgabe 4

Würfeln

a1) $P(E) = \left(\frac{5}{6}\right)^a$

b1) Augensumme 5: 1 + 4 *oder* 2 + 3 *oder* 3 + 2 *oder* 4 + 1
Augensumme 4: 1 + 3 *oder* 2 + 2 *oder* 3 + 1
Damit gilt:
$P(X = 5) = \frac{4}{36}$
$P(X = 4) = \frac{3}{36}$
$\frac{4}{36} > \frac{3}{36}$

c1) $6 \cdot \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = 0{,}0192...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 1,9 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

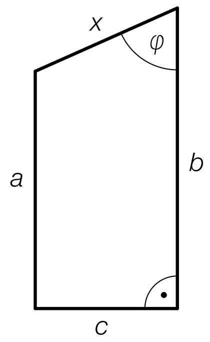
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Trapez

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Trapez mit den Seiten a, b, c und x und dem Winkel φ dargestellt.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von x auf. Verwenden Sie dabei a, b und φ.

$x =$ ______________________________

2) Zeigen Sie, dass eine Verlängerung der Seiten a, b, c und x um jeweils 20 % eine Vergrößerung des Umfangs um 20 % ergibt.

Die Seite b ist um 2 cm länger als die Seite a. Die Seite c ist um 3 cm kürzer als die Seite a. Der Flächeninhalt des Trapezes beträgt 38,25 cm^2.

3) Berechnen Sie die Länge der Seite a.

Lösung zur Aufgabe 1

Trapez

a1) $\cos(\varphi) = \frac{b - a}{x}$

$x = \frac{b - a}{\cos(\varphi)}$

a2) $u = 1{,}2 \cdot a + 1{,}2 \cdot b + 1{,}2 \cdot x + 1{,}2 \cdot c = 1{,}2 \cdot (a + b + x + c)$

Eine Verlängerung der 4 Seiten um jeweils 20 % ergibt also eine Vergrößerung des Umfangs um 20 %.

a3) $b = a + 2$

$c = a - 3$

$A = \frac{(a + b) \cdot c}{2}$

$\frac{a + a + 2}{2} \cdot (a - 3) = 38{,}25$

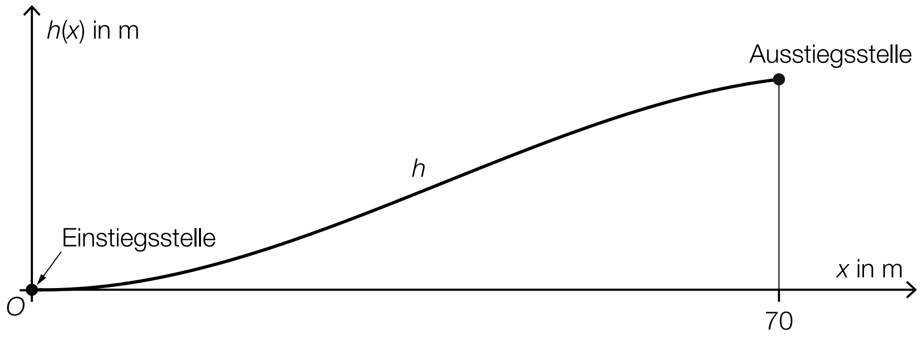
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 7{,}5$ cm

Aufgabe 2

Kinderskikurs

a) Auf einem Übungshang können Kinder mit einem Förderband von der Einstiegsstelle zur Ausstiegsstelle befördert werden (siehe nachstehende Abbildung in der Ansicht von der Seite).



Der Graph der Funktion h beschreibt modellhaft den Verlauf dieses Förderbands.

$h(x) = -\frac{1}{42\,875} \cdot x^3 + \frac{3}{1\,225} \cdot x^2$

1) Berechnen Sie die mittlere Steigung des Förderbands zwischen Einstiegsstelle und Ausstiegsstelle.

Bei $x_1 = 35$ hat das Förderband die größte Steigung von 8,5... %.

2) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$h'(x_1) = \boxed{}$

$h''(x_1) = \boxed{}$

b) Ein Kind fährt einen Übungshang hinunter. Die Funktion v beschreibt die Geschwindigkeit des Kindes in Abhängigkeit von der Zeit t (t in s, $v(t)$ in m/s).

Es gilt: $\int_0^{45} v(t)\,\mathrm{d}t = 55$

1) Interpretieren Sie die beiden Zahlen 45 und 55 unter Verwendung der entsprechenden Einheiten im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 2

Kinderskikurs

a1) $\frac{h(70) - h(0)}{70 - 0} = \frac{4 - 0}{70 - 0} = 0{,}0571...$

Die mittlere Steigung beträgt rund 5,7 %.

a2) $h'(x_1) = \boxed{0{,}085...}$

$h''(x_1) = \boxed{0}$

b1) Das Kind legt in 45 Sekunden eine Strecke von 55 Metern zurück.

Aufgabe 3

Speicherung von Daten

a) Ein Unternehmen produziert Festplattenspeicher und analysiert die bisher insgesamt produzierte Speicherkapazität in Zettabyte (ZB).

Die Vorsilbe *Zetta* steht für 1 Trilliarde (= 10^{21}).

Im Jahr 2015 betrug dieser Wert 1 ZB.
Im Jahr 2019 betrug dieser Wert 2 ZB.

Alex geht davon aus, dass das Unternehmen im Zeitraum von 2015 bis 2019 jährlich die gleiche Speicherkapazität produziert hat.

Die insgesamt produzierte Speicherkapazität in Abhängigkeit von der Zeit kann durch die Funktion g modelliert werden.

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2015
$g(t)$ … insgesamt produzierte Speicherkapazität zur Zeit t in ZB

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion g auf.

Robin geht davon aus, dass die insgesamt produzierte Speicherkapazität durch die Exponentialfunktion f modellliert werden kann.

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2015
$f(t)$ … insgesamt produzierte Speicherkapazität zur Zeit t in ZB

2) Tragen Sie die fehlenden Zeichen („>", „<" oder „=") in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$f(1) \;\boxed{}\; f(2)$

$f'(1) \;\boxed{}\; f'(2)$

b) Solid-State-Disks (SSDs) sind Datenspeicher, die unter anderem in Smartphones und PCs eingesetzt werden.
Die mittlere Änderungsrate der Anzahl an jährlich verkauften SSDs betrug im Zeitraum von 2017 bis 2021 laut einer Studie 18 Millionen Stück pro Jahr.

Im Jahr 2021 wurden 236 Millionen Stück verkauft.

1) Berechnen Sie die Anzahl der im Jahr 2017 verkauften SSDs.

Lösung zur Aufgabe 3

Speicherung von Daten

a1) $g(t) = \frac{1}{4} \cdot t + 1$

a2) $f(1)\ \boxed{<}\ f(2)$

$f'(1)\ \boxed{<}\ f'(2)$

b1) $236 - 4 \cdot 18 = 164$

Die Anzahl der im Jahr 2017 verkauften SSDs betrug 164 Millionen Stück.

Aufgabe 4

Würfeln

Bei einem bestimmten Spiel werden faire sechsflächige Würfel verwendet, deren Seitenflächen jeweils mit den Augenzahlen 1, 1, 2, 2, 3, 3 beschriftet sind.

a) Moritz würfelt 4-mal mit einem dieser Würfel.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Augenzahl 1 genau 3-mal gewürfelt wird.

Max würfelt n-mal mit jeweils zwei dieser Würfel.

2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„bei keinem der n Würfe zeigen beide Würfel die Augenzahl 3") = _______________

b) Josefa würfelt mit zwei dieser Würfel.
Sie erstellt die nachstehende Tabelle und führt die nachstehende Berechnung durch.

Summe der beiden gewürfelten Augenzahlen	Anzahl der möglichen Fälle für diese Summe
2	4
3	8
4	12
5	8
6	4

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$2 \cdot \frac{4}{36} + 3 \cdot \frac{8}{36} + 4 \cdot \frac{12}{36} + 5 \cdot \frac{8}{36} + 6 \cdot \frac{4}{36} = 4$

Lösung zur Aufgabe 4

Würfeln

a1) $4 \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} = 0{,}0987...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 9,9 %.

a2) $P(E) = \left(\frac{8}{9}\right)^n$

oder:

$P(E) = \left(\frac{32}{36}\right)^n$

b1) Beim Würfeln mit 2 dieser Würfel beträgt der Erwartungswert für die Summe der beiden gewürfelten Augenzahlen 4.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

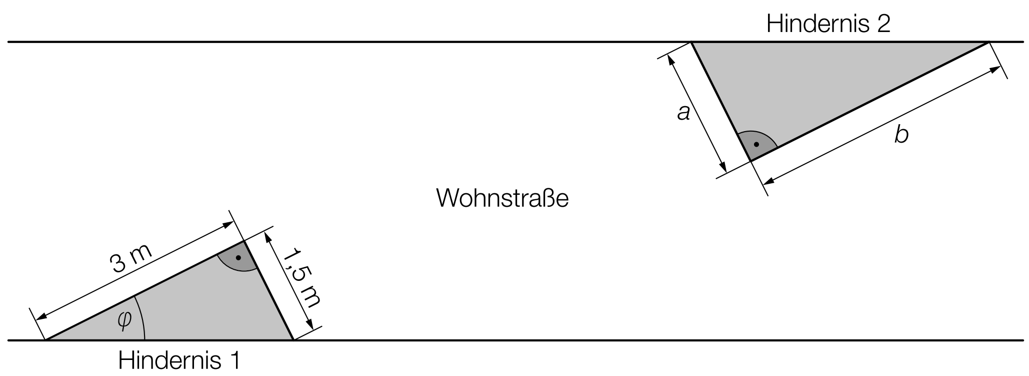
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Wohnstraße

Eine Wohnstraße wird zur Verkehrsberuhigung umgebaut.

a) Auf beiden Seiten der Wohnstraße werden Hindernisse mit dreieckiger Grundfläche aufgestellt. In der nachstehenden Abbildung ist ein Abschnitt der Wohnstraße in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.



1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel φ.

Das Hindernis 2 hat die Form eines geraden Prismas mit dreieckiger Grundfläche (siehe obige Abbildung mit a, b in m).
Die Höhe des Prismas beträgt 30 cm.

2) Stellen Sie mithilfe von a und b eine Formel zur Berechnung des Volumens dieses Prismas V (in m^3) auf.

V = ____

b) Durch den Umbau der Wohnstraße sinkt die durchschnittliche Geschwindigkeit eines Fahrzeugs um 20 %.
Der auf dieser Wohnstraße zurückgelegte Weg eines Fahrzeugs wird um 30 % länger.

Jemand behauptet: „Bei der Fahrt durch diese Wohnstraße wird die benötigte Zeit durch diesen Umbau um 62,5 % länger.“

1) Zeigen Sie, dass diese Behauptung richtig ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Wohnstraße

a1) $\varphi = \arctan\left(\frac{1,5}{3}\right) = 26,565...°$

a2) $V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot 0,3$

b1) $t_{\text{neu}} = \frac{s \cdot 1,3}{v \cdot 0,8} = \frac{s}{v} \cdot 1,625$

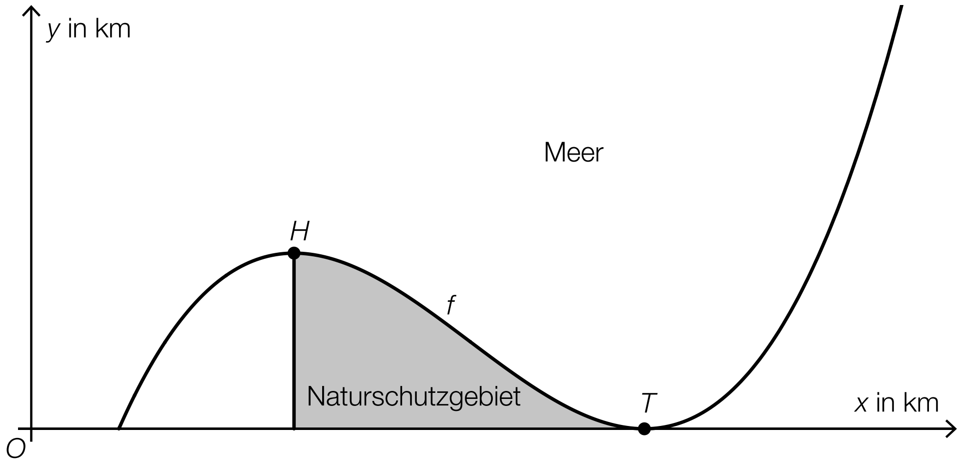
Die für die Durchfahrt benötigte Zeit wird um 62,5 % länger.
Daher ist die Behauptung richtig.

Aufgabe 2

Küste

Auf einer Insel liegt ein Naturschutzgebiet.

a) In der nachstehenden Abbildung sind ein Teil der Küstenlinie dieser Insel und das Naturschutzgebiet (grau markiert) modellhaft dargestellt.



Diese Küstenlinie wird durch den Graphen der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben.
$H = (30|10)$ und $T = (70|0)$ sind die Extrempunkte der Funktion f.

1) Erstellen Sie mithilfe von H und T ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f.

2) Interpretieren Sie das Ergebnis des nachstehenden Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang unter der Bedingung, dass F eine Stammfunktion von f ist. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

   $F(70) - F(30) = 200$

b) Ein Fischerboot bewegt sich entlang des Graphen der linearen Funktion g von der Küste zum Punkt $P = (x_P|52)$.

Es gilt: $g(x) = -2 \cdot x + 120$

x, $g(x)$ ... Koordinaten in km

1) Berechnen Sie x_P.

Lösung zur Aufgabe 2

Küste

a1) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $f(30) = 10$
II: $f(70) = 0$
III: $f'(30) = 0$
IV: $f'(70) = 0$

oder:

I: $a \cdot 30^3 + b \cdot 30^2 + c \cdot 30 + d = 10$
II: $a \cdot 70^3 + b \cdot 70^2 + c \cdot 70 + d = 0$
III: $3 \cdot a \cdot 30^2 + 2 \cdot b \cdot 30 + c = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 70^2 + 2 \cdot b \cdot 70 + c = 0$

a2) Der Flächeninhalt des Naturschutzgebiets beträgt 200 km^2.

b1) $52 = -2 \cdot x_P + 120$
$x_P = 34$

Aufgabe 3

Bevölkerungszahl Österreichs

Die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs ab dem Jahr 2010 wird untersucht.

a) In einem einfachen Modell wird die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs durch die Exponentialfunktion N beschrieben.

$N(t) = 8{,}35 \cdot 1{,}0064^t$

t ... Zeit ab dem Jahresbeginn 2010 in Jahren
$N(t)$ ... Bevölkerungszahl zum Zeitpunkt t in Millionen

1) Geben Sie das jährliche prozentuelle Wachstum der Bevölkerungszahl gemäß diesem Modell an.

2) Berechnen Sie die Zeit t_1, nach der die Bevölkerung Österreichs gemäß diesem Modell gegenüber dem Jahresbeginn 2010 um ein Viertel zugenommen hat.

b) In einem anderen Modell wird die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs durch eine lineare Funktion beschrieben.

Die nachstehende Tabelle zeigt die Bevölkerungszahl Österreichs zu Jahresbeginn 2010 bzw. 2020.

Jahresbeginn	2010	2020
Bevölkerungszahl in Millionen	8,35	8,9

1) Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Funktion auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Jahresbeginn 2010.

Lösung zur Aufgabe 3

Bevölkerungszahl Österreichs

a1) 0,64 %

a2) $1{,}25 \cdot 8{,}35 = 8{,}35 \cdot 1{,}0064^{t_1} \quad \Rightarrow \quad t_1 = 34{,}97...$

Nach rund 35 Jahren hat die Bevölkerung Österreichs um ein Viertel zugenommen.

b1) $f(t) = 8{,}35 + \frac{8{,}9 - 8{,}35}{2020 - 2010} \cdot t = 8{,}35 + 0{,}055 \cdot t$

t ... Zeit ab dem Jahresbeginn 2010 in Jahren
$f(t)$ ... Bevölkerungszahl zum Zeitpunkt t in Millionen

Aufgabe 4

Gewinnspiele

Im Rahmen der Eröffnung eines Einkaufszentrums werden Gewinnspiele durchgeführt. Dabei können Gutscheine gewonnen werden.

a)* In einer Urne befinden sich bis auf die Beschriftung nicht unterscheidbare Kugeln. Diese Kugeln sind mit „0“, „10“, „50“ oder „100“ beschriftet.

Die Beschriftung der jeweiligen Kugel gibt den Wert des gewonnenen Gutscheins in Euro an. Nach dem Ziehen wird die gezogene Kugel wieder in die Urne zurückgelegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kugel gezogen wird, die mit „10“ beschriftet ist, beträgt p.

Max zieht nacheinander und mit Zurücklegen 2 Kugeln aus der Urne.

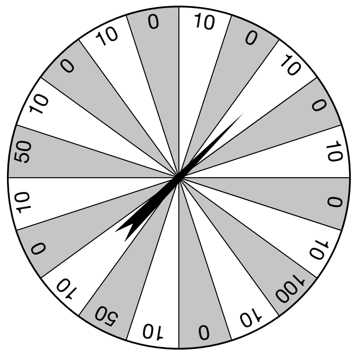
1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„genau 1 der gezogenen Kugeln ist mit „10“ beschriftet“) = ____________________

b) Ein Glücksrad besteht aus 20 gleich großen Sektoren, die mit „0“, „10“, „50“ oder „100“ beschriftet sind (siehe unten stehende Abbildung).

Die Beschriftung des jeweiligen Sektors gibt den Wert des gewonnenen Gutscheins in Euro an.

In der Mitte des Glücksrads ist ein Zeiger montiert. Der Zeiger bleibt in einem dieser Sektoren mit der gleichen Wahrscheinlichkeit stehen wie in jedem anderen Sektor. Die Ergebnisse der Drehungen sind voneinander unabhängig.



Der Zeiger des Glücksrads wird 2-mal gedreht.

1) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dabei mindestens 1 Gutschein im Wert von 100 Euro zu gewinnen, kleiner ist als jene, nichts zu gewinnen.

Der Zeiger des Glücksrads wird 8-mal gedreht.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau 3-mal ein Gutschein im Wert von 50 Euro gewonnen wird.

Lösung zur Aufgabe 4

Gewinnspiele

a1)* P(„genau 1 der gezogenen Kugeln ist mit „10" beschriftet") $= 2 \cdot p \cdot (1 - p)$

b1) P(„Gewinn von mindestens 1 Gutschein im Wert von 100 Euro") $= 1 - \left(\frac{19}{20}\right)^2 = 0{,}0975$
P(„kein Gewinn") $= \left(\frac{7}{20}\right)^2 = 0{,}1225$
$0{,}0975 < 0{,}1225$

Die Wahrscheinlichkeit, mindestens 1 Gutschein im Wert von 100 Euro zu gewinnen, ist also kleiner als jene, nichts zu gewinnen.

b2) X ... Anzahl der Drehungen, bei denen ein Gutschein im Wert von 50 Euro gewonnen wird

Binomialverteilung mit $n = 8$ und $p = 0{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X = 3) = 0{,}0330...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 3,3 %.

* adaptiert

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

<table>
<tr><th></th><th colspan="3">Kandidat/in 1</th><th colspan="3">Kandidat/in 2</th><th colspan="3">Kandidat/in 3</th><th colspan="3">Kandidat/in 4</th><th colspan="3">Kandidat/in 5</th></tr>
<tr><td>Aufgabe 1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Aufgabe 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Aufgabe 3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Aufgabe 4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>gesamt</td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Grundstücke

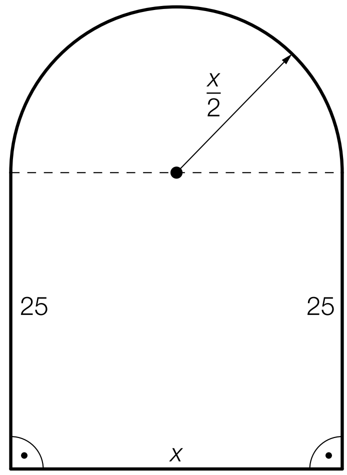
a) In einer bestimmten Region stieg der Quadratmeterpreis von Grundstücken innerhalb eines Jahres um 8 %.

A ... Quadratmeterpreis am Anfang des Jahres
N ... Quadratmeterpreis am Ende des Jahres

1) Stellen Sie mithilfe von N eine Formel zur Berechnung von A auf.

$A =$ ______________________________

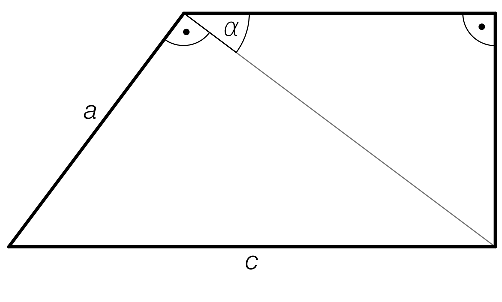
b) In der nebenstehenden Abbildung ist ein bestimmtes Grundstück mit seinen Abmessungen (in m) dargestellt. Die Fläche dieses Grundstücks setzt sich aus einer Rechtecksfläche und einer Halbkreisfläche zusammen.



Der Flächeninhalt dieses Grundstücks beträgt 800 m².

1) Berechnen Sie x.

c) In der nachstehenden Abbildung ist ein anderes Grundstück mit seinen Abmessungen dargestellt.



Die Länge b kann folgendermaßen berechnet werden:
$b = \cos(\alpha) \cdot \sqrt{c^2 - a^2}$

1) Kennzeichnen Sie b in der obigen Abbildung.

Lösung zur Aufgabe 1

Grundstücke

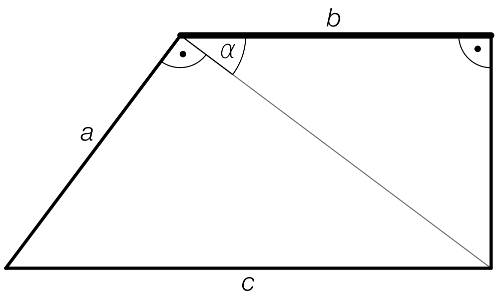
a1) $A = \frac{N}{1{,}08}$

b1) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot \pi + 25 \cdot x = 800$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 23{,}399...$ $\quad$ $(x_2 = -87{,}061...)$

c1)



Aufgabe 2

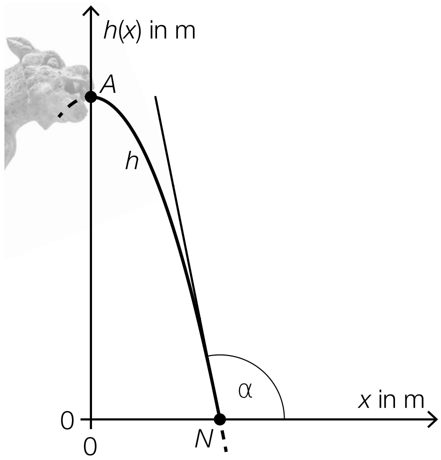
Brunnen

a) Die Anzahl der Brunnen in einem bestimmten Land stieg von knapp 4000 im Jahr 1968 auf etwa 32000 im Jahr 2012.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{32\,000 - 4\,000}{2012 - 1968} \approx 636$$

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein Wasserstrahl, der waagrecht aus einem Wasserspeier austritt, modellhaft dargestellt.



Bildquelle: Reinhold Möller – own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Paris_Montmartre_Sacré-Cœur_Gargoyle--20140603-RM-160933.jpg [26.01.2021] (adaptiert).

Der Verlauf des Wasserstrahls kann näherungsweise durch die quadratische Funktion h beschrieben werden.
A ist der Hochpunkt der Funktion h.
Im Punkt $N = (0{,}4|0)$ trifft der Wasserstrahl unter einem Winkel von $\alpha = 101{,}31°$ auf dem Boden auf.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion h.

c) Fällt ein Stein senkrecht in einen leeren Brunnenschacht, so lässt sich sein zurückgelegter Weg näherungsweise durch die Funktion s beschreiben.

$s(t) = 5 \cdot t^2$

t ... Zeit in s
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg zum Zeitpunkt t in m

Nach 5 Sekunden trifft der Stein auf dem Boden des Brunnenschachts auf.

1) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der der Stein auf dem Boden auftrifft.

Lösung zur Aufgabe 2

Brunnen

a1) Die Anzahl der Brunnen ist im Zeitraum von 1968 bis 2012 durchschnittlich um 636 Brunnen pro Jahr gestiegen.

b1) $h(x) = a \cdot x^2 + c$
$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x$

I: $h(0,4) = 0$
II: $h'(0,4) = \tan(101,31°)$

oder:

I: $a \cdot 0,4^2 + c = 0$
II: $0,8 \cdot a = \tan(101,31°)$

c1) $v(t) = s'(t)$
$v(t) = 10 \cdot t$
$v(5) = 50$

Der Stein trifft mit einer Geschwindigkeit von 50 m/s auf dem Boden auf.

Aufgabe 3

Apps

Für eine bestimmte App soll die zeitliche Entwicklung der Downloads durch drei verschiedene Modelle beschrieben werden.

Zu Beginn des Beobachtungszeitraums ($t = 0$) betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 0,35 Millionen (Mio.). 365 Tage später betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 1,81 Mio.

a) Im Modell *A* soll die zeitliche Entwicklung der Downloads mithilfe der linearen Funktion f beschrieben werden.

t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen
$f(t)$ ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

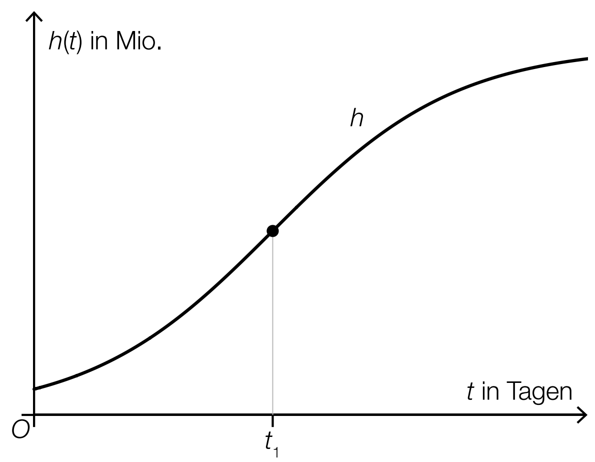
1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf.

b) Im Modell *B* soll die zeitliche Entwicklung der Downloads mithilfe der Exponentialfunktion g mit $g(t) = a \cdot b^t$ beschrieben werden.

t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen
$g(t)$ ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

1) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Downloads gemäß dem Modell *B*.

c) Im Modell *C* soll die zeitliche Entwicklung der Downloads durch die Funktion h beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen
$h(t)$ ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

Es gilt: $h''(t_1) = 0$

1) Interpretieren Sie den Wert von $h'(t_1)$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 3

Apps

a1) $f(t) = k \cdot t + d$
$1{,}81 = k \cdot 365 + 0{,}35$
$k = 0{,}004$
$f(t) = 0{,}004 \cdot t + 0{,}35$

b1) $g(t) = 0{,}35 \cdot b^t$
$1{,}81 = 0{,}35 \cdot b^{365}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$b = 1{,}0045...$

Verdoppelungszeit:
$\frac{\ln(2)}{\ln(b)} = 153{,}9...$
Die Verdoppelungszeit beträgt rund 154 Tage.

c1) $h'(t_1)$ entspricht der maximalen momentanen Änderungsrate der Anzahl der Downloads.

Aufgabe 4

Straßenlaternen

Eine Straße wird zu Testzwecken mit neuen Straßenlaternen ausgestattet.

a) Bei diesen Straßenlaternen können die Fehler F_1, F_2 und F_3 auftreten. Diese 3 Fehler treten unabhängig voneinander mit den Wahrscheinlichkeiten p_1, p_2 und p_3 auf.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E auf.

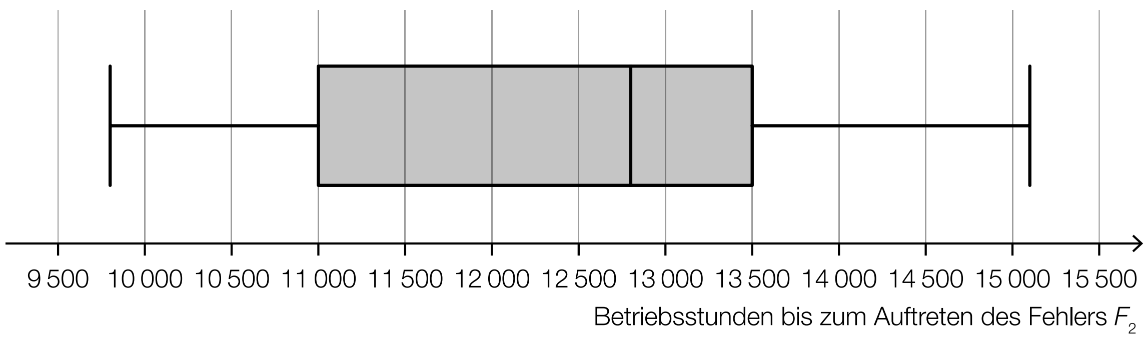
E ... „eine zufällig ausgewählte Straßenlaterne weist keinen einzigen dieser 3 Fehler auf"

$P(E) =$ ____

b) Der Fehler F_1 tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 % auf.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei höchstens 2 von 100 Straßenlaternen der Fehler F_1 auftritt.

c) Im Testzeitraum wurde gemessen, nach wie vielen Betriebsstunden der Fehler F_2 auftritt (siehe nachstehende Abbildung).



Der Interquartilsabstand ist die Differenz von 3. Quartil und 1. Quartil.

1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Interquartilsabstand ab.

Lösung zur Aufgabe 4

Straßenlaternen

a1) $P(E) = (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot (1 - p_3)$

b1) Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0{,}01$
X ... Anzahl der Straßenlaternen, bei denen der Fehler F_1 auftritt

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 2) = 0{,}920...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 92 %.

c1) Interquartilsabstand: $13\,500 - 11\,000 = 2\,500$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

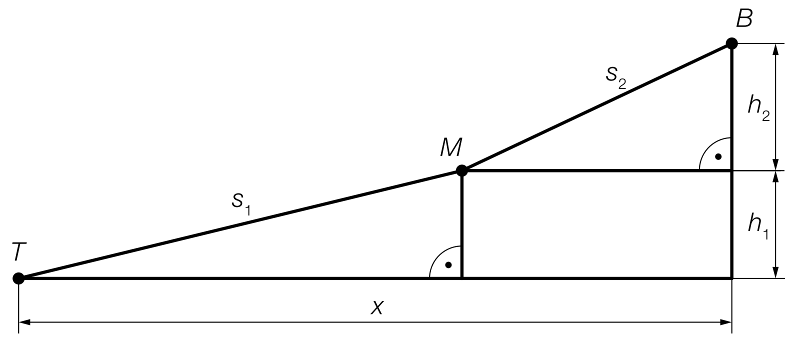
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Bergbahn

Die *Imster Bergbahnen* planen eine neue Bahnstrecke.

a) In der unten stehenden Abbildung ist die geplante Bahnstrecke schematisch dargestellt. Sie verläuft im ersten Abschnitt von der Talstation T zur Mittelstation M und im zweiten Abschnitt weiter zur Bergstation B.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der horizontalen Distanz x auf. Verwenden Sie dabei s_1, s_2, h_1 und h_2.

$x =$ ____

2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α, der mit der nachstehenden Formel berechnet werden kann.

$\cos(\alpha) = \frac{h_1}{s_1}$

Einem Werbefolder sind folgende Informationen über die beiden Abschnitte der Bahn zu entnehmen:

Abschnitt 1: $s_1 = 2\,324$ m
$h_1 = 447$ m
Abschnitt 2: $s_2 = 1\,487$ m
$h_2 = 533$ m

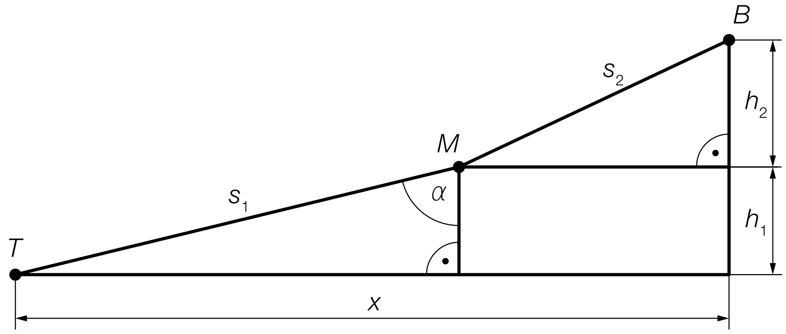
3) Zeigen Sie rechnerisch, dass die Steigung in Prozent am Abschnitt 2 rund doppelt so groß ist wie die Steigung in Prozent am Abschnitt 1.

Lösung zur Aufgabe 1

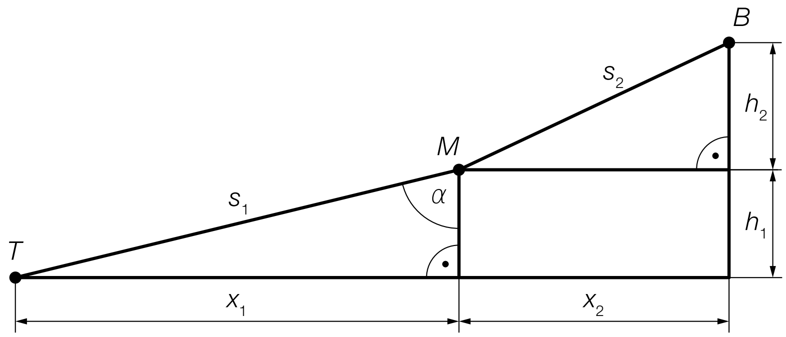
Bergbahn

a1) $x = \sqrt{s_1^2 - h_1^2} + \sqrt{s_2^2 - h_2^2}$

a2)



a3)



$x_1 = \sqrt{s_1^2 - h_1^2} = 2\,280{,}60...$
$x_2 = \sqrt{s_2^2 - h_2^2} = 1\,388{,}19...$

Steigung in Prozent am Abschnitt 1: $\frac{h_1}{x_1} = 0{,}1960... = 19{,}6...\ \%$

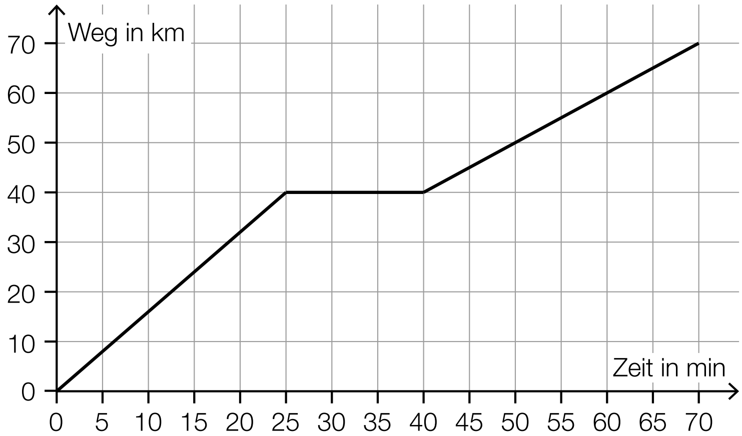
Steigung in Prozent am Abschnitt 2: $\frac{h_2}{x_2} = 0{,}3839... = 38{,}3...\ \%$

Die Steigung in Prozent am Abschnitt 2 ist also rund doppelt so groß wie die Steigung in Prozent am Abschnitt 1.

Aufgabe 2

Zugfahrt

a) In der nachstehenden Abbildung ist das Weg-Zeit-Diagramm einer bestimmten Fahrt eines Regionalzugs modellhaft dargestellt.



1) Berechnen Sie mithilfe der obigen Abbildung die mittlere Geschwindigkeit des Regionalzugs im Zeitintervall [0; 70].

Ein Schnellzug startet 30 min nach dem Regionalzug und fährt dieselbe Strecke mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 km/min.

2) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Fahrt dieses Schnellzugs.

b) Für eine bestimmte Fahrt eines Güterzugs gilt:

$$\int_0^{10} v(t)\,\mathrm{d}t = 426$$

t ... Zeit nach Abfahrt des Güterzugs in h
$v(t)$ ... Geschwindigkeit des Güterzugs zum Zeitpunkt t in km/h

1) Interpretieren Sie die Zahlen 10 und 426 in der obigen Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

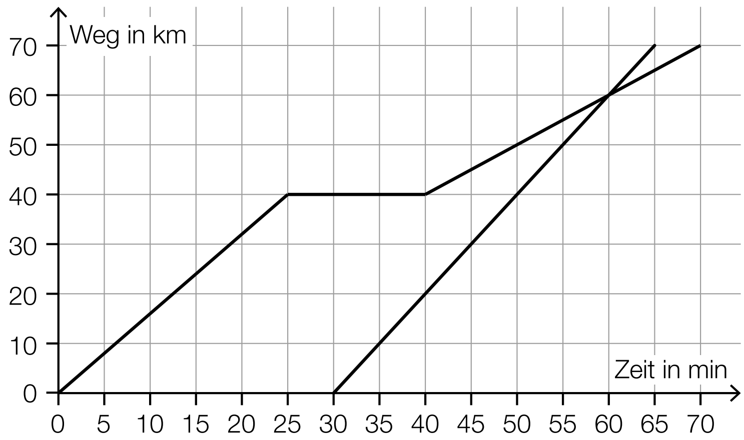
Lösung zur Aufgabe 2

Zugfahrt

a1) $\overline{v} = \frac{70}{70} = 1$

$\overline{v} = 1$ km/min

a2)

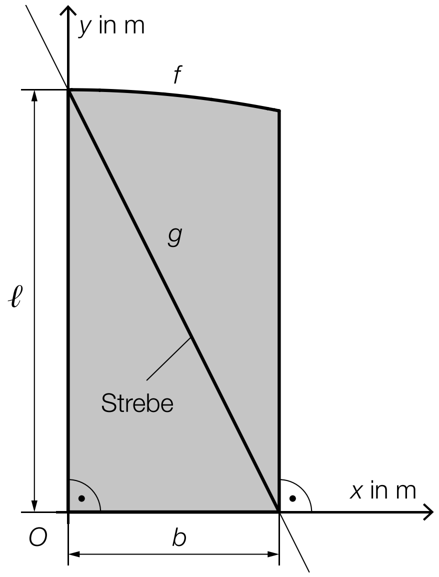


b1) Der Güterzug legt in den ersten 10 Stunden nach der Abfahrt 426 km zurück.

Aufgabe 3

Gartentor

In der nachstehenden Abbildung ist die Vorderansicht des rechten Flügels eines Gartentors in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



a) Zur Verstärkung ist eine Strebe angebracht, deren Verlauf durch den Graphen der linearen Funktion g modelliert wird.

1) Stellen Sie mithilfe von ℓ und b eine Gleichung der linearen Funktion g auf.

$g(x) =$ ____

b) Die obere Begrenzungslinie des Flügels wird durch den Graphen der Funktion f modelliert.

Es gilt: $b = 2$ m

$f(x) = -0{,}05 \cdot x^2 + 4$
x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

1) Ermitteln Sie den Inhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.
2) Begründen Sie, warum f im Intervall [1; 2] streng monoton fallend ist.

Lösung zur Aufgabe 3

Gartentor

a1) $g(x) = -\frac{\ell}{b} \cdot x + \ell$

b1) $A = \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$A = 7{,}86...$

Der Inhalt der Fläche beträgt rund 7,9 m².

b2) Da der Koeffizient vor x^2 negativ ist, ist f rechts vom Scheitelpunkt (für alle $x \geq 0$) streng monoton fallend.

oder:

$f'(x) = -0{,}1 \cdot x$

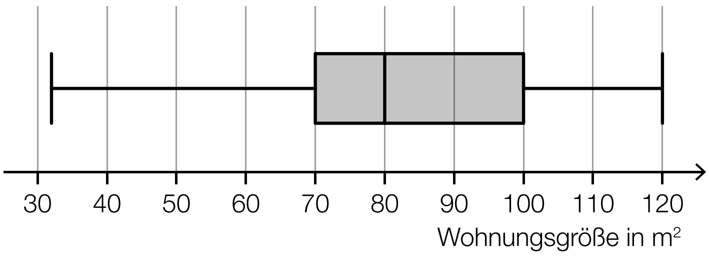
Für alle x im Intervall [1; 2] ist die 1. Ableitung negativ, also ist die Funktion f in diesem Intervall streng monoton fallend.

Aufgabe 4

Wohnungssuche

Sonja ist auf Wohnungssuche und sieht sich die Wohnungsanzeigen in einer bestimmten Zeitung an.

a) Die Größen der in dieser Zeitung angebotenen Wohnungen sind im nachstehenden Boxplot dargestellt.



Sonja behauptet: „Es gibt mehr Wohnungen, die eine Größe von höchstens 80 m^2 haben, als solche, die eine Größe von mehr als 100 m^2 haben.“

1) Argumentieren Sie anhand des obigen Boxplots, dass diese Behauptung richtig ist.

b) Erfahrungsgemäß ist eine Wohnung, die bereits vor einer Woche in dieser Zeitung angeboten wurde, mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % vergeben.

Sonja findet 5 Anzeigen für Wohnungen, die bereits vor einer Woche in dieser Zeitung angeboten wurden.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von diesen 5 angebotenen Wohnungen höchstens 2 bereits vergeben sind.

c) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte angebotene Wohnung einen Balkon hat, beträgt p.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„von 7 dieser Wohnungen hat keine einzige Wohnung einen Balkon“) = _______________

Lösung zur Aufgabe 4

Wohnungssuche

a1) Mindestens 50 % der Wohnungen haben eine Größe von 80 m² oder weniger.
Höchstens 25 % der Wohnungen haben eine Größe von mehr als 100 m².
Somit ist die Behauptung richtig.

b1) X ... Anzahl der vergebenen Wohnungen
Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = 0{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 2) = 0{,}99144$

Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 der 5 Wohnungen bereits vergeben sind, beträgt 99,144 %.

c1) P(„von 7 Wohnungen hat keine einzige Wohnung einen Balkon“) $= (1 - p)^7$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

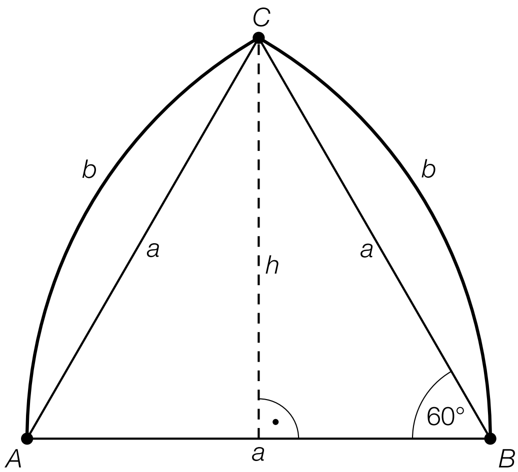
Aufgabe 1

Spitzbögen

Typische gotische Fenster haben die Form eines Spitzbogens (siehe nebenstehende Abbildung).

Bildquelle: https://pixabay.com/de/photos/fenster-spitzbogen-kirchenfenster-408315/ [03.08.2020].

a) In der unten stehenden Abbildung ist ein bestimmter Spitzbogen modellhaft dargestellt.
Die Form dieses Spitzbogens erhält man, indem, ausgehend von den beiden Mittelpunkten A und B, jeweils ein Kreisbogen mit dem Radius a gezeichnet wird. Dadurch ergibt sich das gleichseitige Dreieck ABC.



1) Stellen Sie mithilfe von a eine Formel zur Berechnung der Bogenlänge b auf.

b = ____________________

2) Berechnen Sie a für einen Spitzbogen mit der Höhe $h = 5{,}2$ m.

b) Helmut behauptet:

„Verlängert man alle Seiten eines gleichseitigen Dreiecks um 25 %, so vergrößert sich sein Flächeninhalt um mehr als die Hälfte.“

1) Überprüfen Sie nachweislich, ob Helmuts Behauptung richtig ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Spitzbögen

a1) $b = \frac{a \cdot \pi \cdot 60°}{180°} = \frac{a \cdot \pi}{3}$

a2) $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}} = 6{,}00...$

Der Radius *a* beträgt rund 6,0 m.

b1) $A_{\text{alt}} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$

$A_{\text{neu}} = \frac{(1{,}25 \cdot a)^2}{4} \cdot \sqrt{3} = 1{,}5625 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} > 1{,}5 \cdot A_{\text{alt}}$

Helmuts Behauptung ist also richtig.

Aufgabe 2

Raumfahrt

a) Die Umlaufzeit eines oberflächennahen Satelliten, der sich um einen Planeten mit der mittleren Dichte ϱ bewegt, lässt sich mit der nachstehenden Formel berechnen.

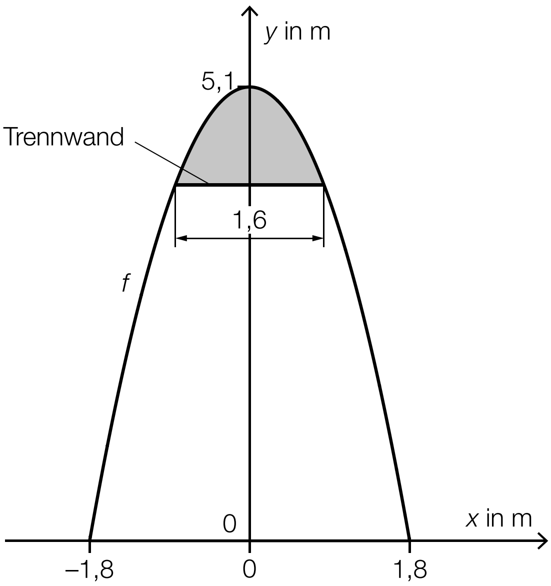
$$t = \frac{3{,}7578 \cdot 10^5}{\sqrt{\varrho}}$$

ϱ ... mittlere Dichte des Planeten in kg/m³
t ... Umlaufzeit des Satelliten in s

Die Erde hat eine mittlere Dichte von 5515 kg/m³.

1) Berechnen Sie die Umlaufzeit, die ein solcher Satellit bei seiner Bewegung um die Erde hat, in Minuten.

b) Um Güter oder Menschen ins All zu bringen, benötigt man Transportkapseln. In der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist der Querschnitt einer solchen Transportkapsel in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie kann durch den Graphen der quadratischen Funktion f modelliert werden. Die untere Begrenzungslinie liegt auf der x-Achse.

1) Stellen Sie eine Gleichung der quadratischen Funktion f auf.

Eine waagrechte Trennwand grenzt den Ladebereich vom darüberliegenden Bereich ab (siehe obige Abbildung).

2) Vervollständigen Sie den nachstehenden Ausdruck zur Berechnung des Inhalts A der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

$$A = \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} (f(x) - f(0{,}8))\,\mathrm{d}x$$

Lösung zur Aufgabe 2

Raumfahrt

a1) $t = \frac{3{,}7578 \cdot 10^5}{\sqrt{5515}} = 5\,060{,}12...$

$5\,060{,}12...$ s $= 84{,}33...$ min

Die Umlaufzeit beträgt rund 84,3 Minuten.

b1) $f(x) = a \cdot x^2 + b$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

$b = 5{,}1$

$f(1{,}8) = 0$ *oder* $0 = a \cdot 1{,}8^2 + 5{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -1{,}5740...$

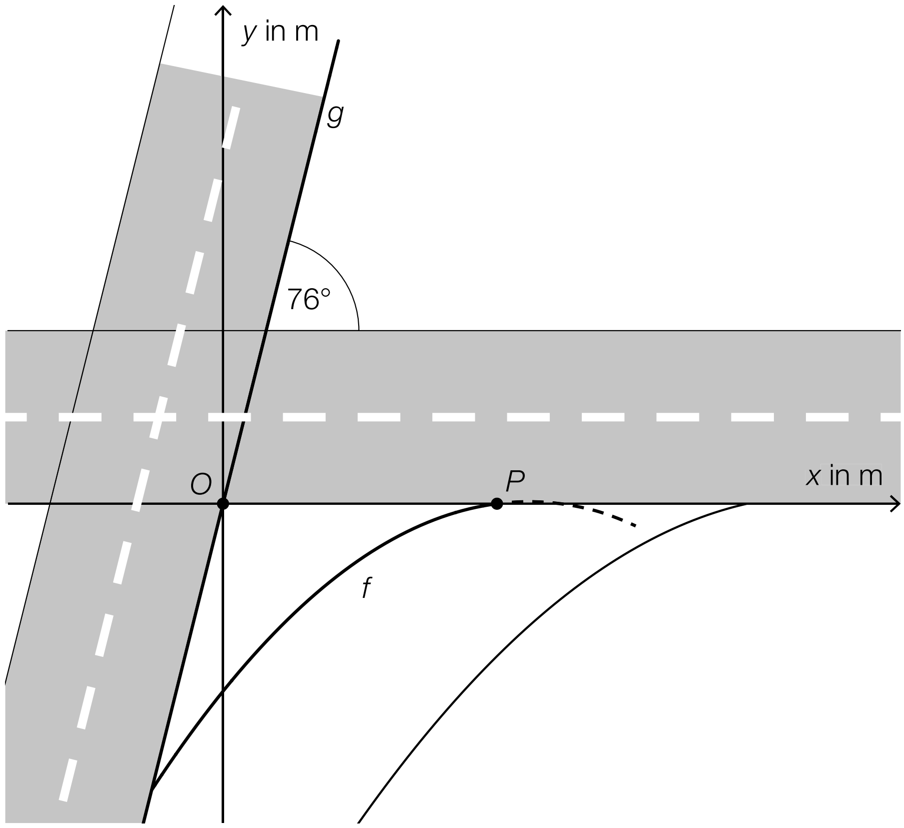
$f(x) = -1{,}574 \cdot x^2 + 5{,}1$ *(Koeffizient gerundet)*

b2) $A = \int_{\boxed{-0{,}8}}^{\boxed{0{,}8}} (f(x) - f(0{,}8))\,\mathrm{d}x$

Aufgabe 3

Straßenkreuzung

In der nachstehenden Abbildung ist eine Straßenkreuzung mit Abbiegespur in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.



a) Ein Teil einer Straßenbegrenzung wird durch den Graphen der linearen Funktion *g* beschrieben. Der Graph von *g* verläuft durch den Koordinatenursprung *O* und hat den Steigungswinkel 76°.

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion *g* auf.

Die linke Begrenzungslinie der Abbiegespur lässt sich näherungsweise mithilfe des Graphen der Funktion *f* beschreiben (siehe obige Abbildung).

$f(x) = -0{,}039 \cdot x^2 + 1{,}24 \cdot x - 9{,}75$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

Der Graph der Funktion *f* schneidet die *x*-Achse im Punkt *P*.

2) Berechnen Sie die Steigung der Tangente von *f* im Punkt *P*.

3) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt *A* mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$A = \left| \int_0^{x_P} f(x) \, \mathrm{d}x \right|$

Lösung zur Aufgabe 3

Straßenkreuzung

a1) $g(x) = k \cdot x + d$
$k = \tan(76°) = 4{,}01...$
$g(x) = 4{,}0 \cdot x$ *(Koeffizient gerundet)*

a2) $f(x) = 0$ *oder* $-0{,}039 \cdot x^2 + 1{,}24 \cdot x - 9{,}75 = 0$

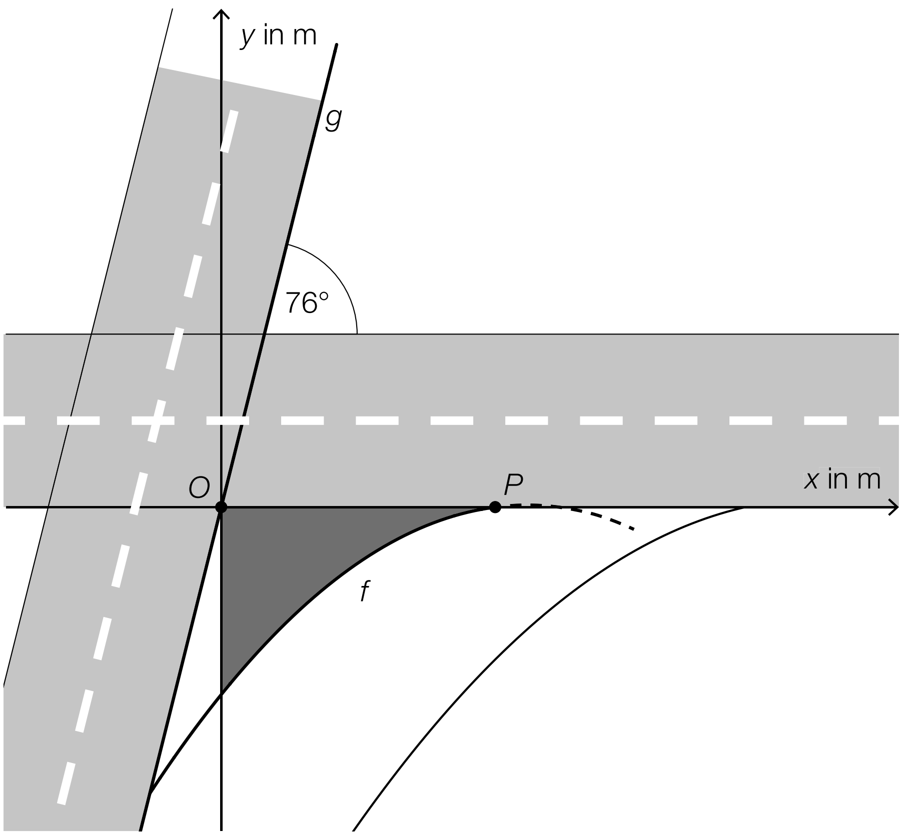
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 14{,}24...$ $(x_2 = 17{,}54...)$

$f'(x) = -0{,}078 \cdot x + 1{,}24$
$f'(14{,}24...) = 0{,}128...$

Die Steigung der Tangente von f im Punkt P beträgt rund 0,13.

a3)

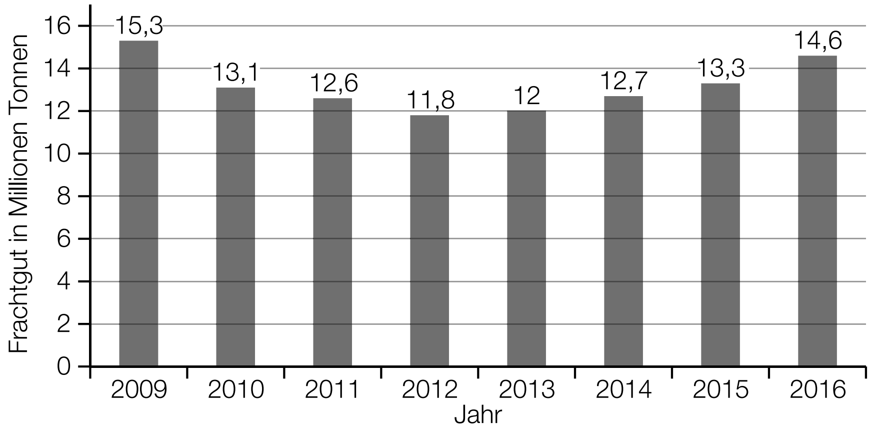


Aufgabe 4

Brenner

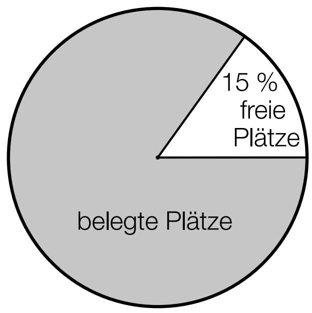
Der Brenner ist eine der wichtigsten Transitrouten der Alpen.

a) Ein Teil des Frachtguts wird per Bahn über den Brenner transportiert.
Im nachstehenden Säulendiagramm ist das Frachtgut (in Millionen Tonnen) für 8 aufeinanderfolgende Jahre dargestellt.



1) Ermitteln Sie den Median des Frachtguts für diese 8 Jahre.

b) Ein Teil des Frachtguts wird auf der sogenannten *rollenden Landstraße* in LKWs transportiert, wobei diese LKWs dafür auf spezielle Züge verladen werden.



Das nebenstehende Diagramm zeigt die Auslastung der rollenden Landstraße über den Brenner für das Jahr 2017.
Dabei entspricht die weiße Fläche den 28 340 freien Plätzen auf der rollenden Landstraße.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{28\,340}{0{,}15} \approx 188\,933$$

c) Ein großer Teil des Frachtguts wird per LKW über den Brenner transportiert.
Am Brennersee gibt es einen Parkplatz für LKWs. Hans wird im nächsten halben Jahr 20-mal freitags zur gleichen Tageszeit mit seinem LKW zu diesem Parkplatz kommen. Er weiß aus Erfahrung, dass er dort mit einer Wahrscheinlichkeit p einen freien Parkplatz findet.

1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

E ... „Hans wird im nächsten halben Jahr höchstens 1-mal <u>keinen</u> freien Parkplatz finden“

$P(E) =$ ____

Lösung zur Aufgabe 4

Brenner

a1) geordnete Liste:
11,8; 12; 12,6; 12,7; 13,1; 13,3; 14,6; 15,3

$\frac{12{,}7 + 13{,}1}{2} = 12{,}9$

Der Median beträgt 12,9 Millionen Tonnen.

b1) Im Jahr 2017 wurden insgesamt rund 188 933 Plätze auf der rollenden Landstraße über den Brenner angeboten.

c1) $P(E) = p^{20} + 20 \cdot (1 - p) \cdot p^{19}$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Spielplatz

Auf einem Spielplatz stehen verschiedene Spielgeräte zur Verfügung.

a) In Abbildung 1 ist eine Wippe abgebildet. In Abbildung 2 ist diese Wippe in einer Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.

Abbildung 1

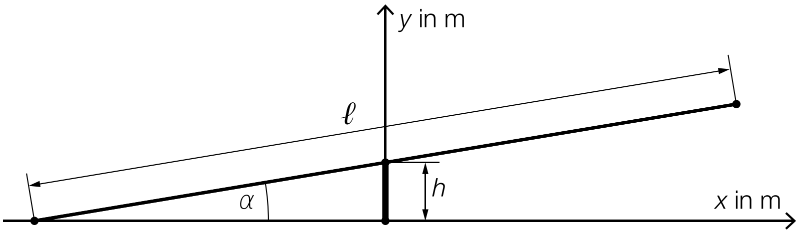


Abbildung 2

Bildquelle: Chabe01 – own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Aire_Jeux_Rives_Menthon_St_Cyr_Menthon_16.jpg [23.12.2021] (adaptiert).

Der Balken hat die Länge ℓ und sein Mittelpunkt befindet sich in der Höhe h.

1) Stellen Sie mithilfe von h und ℓ eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

α = ____

b) Die kreisförmige Sprungfläche eines Trampolins hat einen Flächeninhalt von 5 m^2.

1) Berechnen Sie den Durchmesser der Sprungfläche dieses Trampolins.

c) Eine alte Sandkiste mit quadratischer Grundfläche mit der Seitenlänge a und der Höhe h wird durch eine neue Sandkiste ersetzt.

Diese neue Sandkiste mit quadratischer Grundfläche soll die gleiche Höhe, aber um 50 % größere Seitenlängen als die alte Sandkiste haben.

1) Zeigen Sie, dass das Volumen der neuen Sandkiste <u>nicht</u> doppelt so groß wie jenes der alten Sandkiste ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Spielplatz

a1) $\alpha = \arcsin\left(\frac{h}{\frac{\ell}{2}}\right)$

oder:

$\alpha = \arcsin\left(\frac{2 \cdot h}{\ell}\right)$

b1) $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{5}{\pi}} = 2{,}52...$

Die Sprungfläche hat einen Durchmesser von rund 2,5 m.

c1) $V_{alt} = a^2 \cdot h$

$V_{neu} = (1{,}5 \cdot a)^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot a^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot V_{alt}$

Das Volumen der neuen Sandkiste ist also nicht doppelt so groß wie jenes der alten Sandkiste.

Auch ein Nachweis mit konkreten Zahlen ist als richtig zu werten.

Aufgabe 2

Bierschaum

Nach dem Einschenken von Bier in ein Glas fällt der entstandene Bierschaum langsam wieder in sich zusammen.

a) Thomas misst die Höhe des Bierschaums nach dem Einschenken in ein bestimmtes Glas. In der nachstehenden Tabelle sind seine Messergebnisse angegeben.

Zeit nach dem Einschenken in s	0	20	60
Höhe des Bierschaums in cm	4	2,5	2

1) Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Höhe des Bierschaums für die ersten 60 Sekunden nach dem Einschenken. Geben Sie das Ergebnis mit der dazugehörigen Einheit an.

Die Höhe des Bierschaums soll durch eine Exponentialfunktion h der Form $h(t) = a \cdot b^t$ beschrieben werden.

t ... Zeit nach dem Einschenken in s
$h(t)$ ... Höhe des Bierschaums zum Zeitpunkt t in cm

2) Zeigen Sie, dass es keine Exponentialfunktion h dieser Form gibt, auf deren Graphen alle 3 Messergebnisse liegen.

b) Martin beschreibt die Höhe des Bierschaums nach dem Einschenken in ein anderes Glas durch die Funktion f (siehe unten stehende Abbildungen).

1) Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung 2 den Graphen von f'.

Abbildung 1

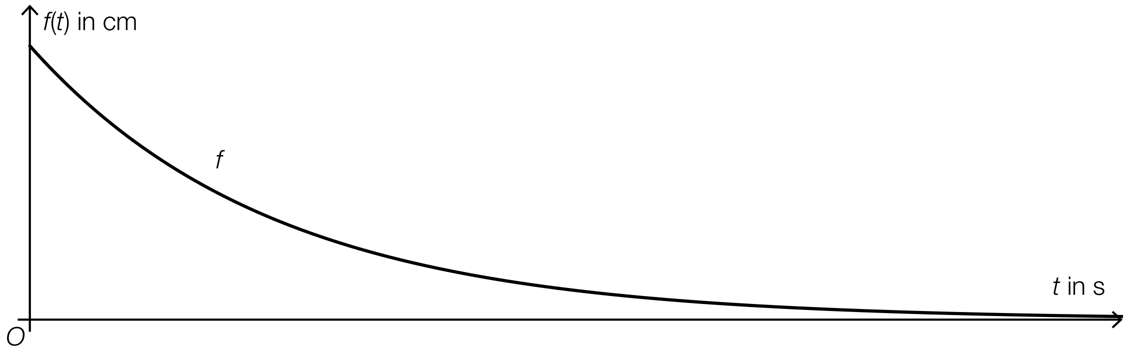


Abbildung 2

Lösung zur Aufgabe 2

Bierschaum

a1) $\frac{2-4}{60-0} = -0{,}0\dot{3}$

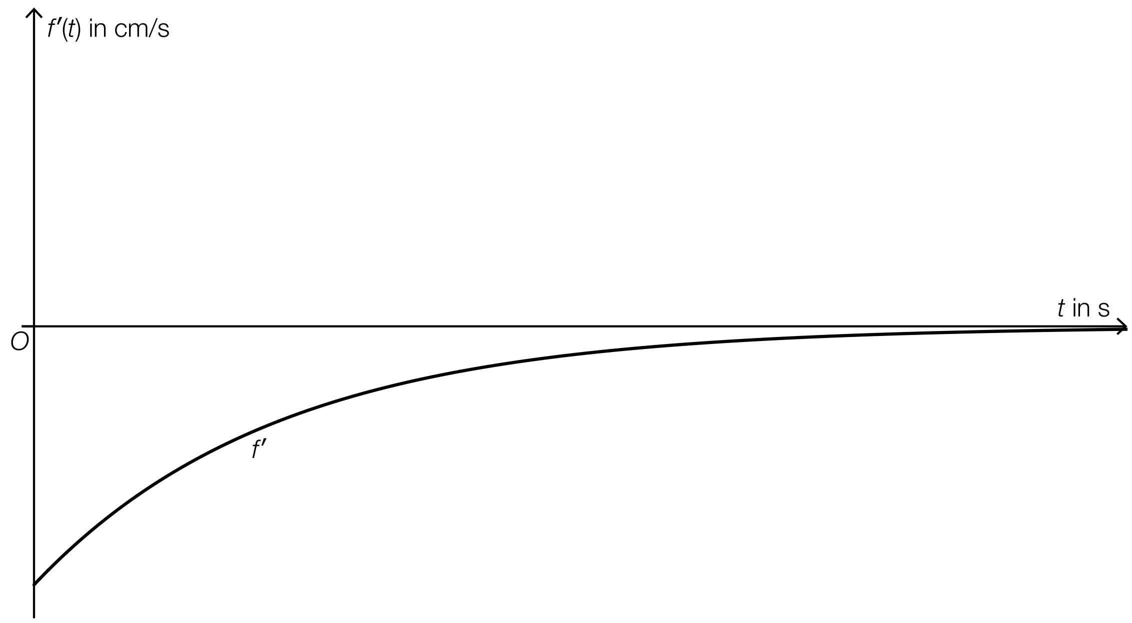
Die mittlere Änderungsrate beträgt rund –0,03 cm/s.

a2) $4 \cdot b^{20} = 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[20]{\frac{2{,}5}{4}} = 0{,}976...$

$4 \cdot b^{60} = 2 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[60]{\frac{2}{4}} = 0{,}988...$

Da die Änderungsfaktoren nicht gleich sind, gibt es keine Exponentialfunktion dieser Form, auf deren Graphen alle 3 Messergebnisse liegen.

b1)



Der Graph muss monoton steigend und negativ gekrümmt sein und sich asymptotisch der horizontalen Achse nähern.

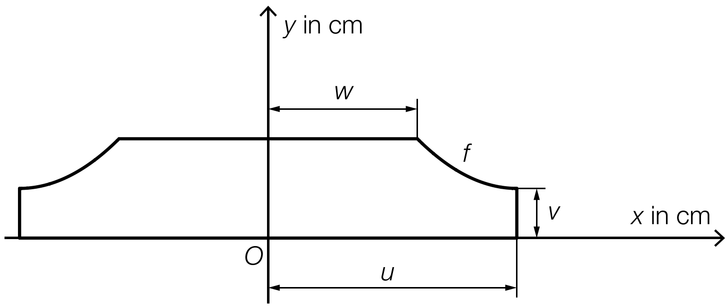
Aufgabe 3

Rohrabdeckung

a) In der nebenstehenden Abbildung ist das Bild einer Rohrabdeckung für zwei Heizungsrohre dargestellt.

Bildquelle: BMBWF

In der nachstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche dieser Rohrabdeckung in der Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.



Ein Teil der Begrenzungslinie des Querschnitts kann durch den Graphen der quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ modelliert werden.

Der Scheitelpunkt der Funktion f hat die Koordinaten $(u\,|\,v)$.
Der Steigungswinkel an der Stelle w beträgt –45°.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c. Verwenden Sie dabei u, v und w.

2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$\int_w^u f(x)\,\mathrm{d}x$$

Für eine bestimmte Rohrabdeckung mit $u = 5$ gilt:

$f(x) = 0{,}25 \cdot x^2 - 2{,}5 \cdot x + 8{,}75 \quad \text{mit} \quad w \leq x \leq u$

3) Berechnen Sie für diese Rohrabdeckung die Länge v.

Lösung zur Aufgabe 3

Rohrabdeckung

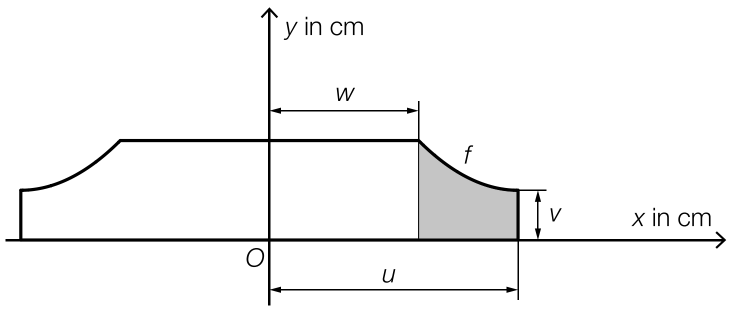
a1) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(u) = v$
II: $f'(u) = 0$
III: $f'(w) = -1$

oder:

I: $a \cdot u^2 + b \cdot u + c = v$
II: $2 \cdot a \cdot u + b = 0$
III: $2 \cdot a \cdot w + b = -1$

a2)



a3) $f(5) = 2{,}5$

Die Länge v beträgt 2,5 cm.

Aufgabe 4

Paketdienste

Aufgrund des stark zunehmenden Online-Handels nutzen immer mehr Menschen Paketdienste.

a) Zur Meldung von Problemen mit Paketdiensten gibt es eigene Beschwerdestellen.
Aufgrund langfristiger Beobachtungen ist bekannt, dass bei einer solchen Beschwerdestelle 11 % aller Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten erfolgen.

An einem bestimmten Tag gehen insgesamt 42 Beschwerden unabhängig voneinander ein.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 8 dieser 42 Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten erfolgen.

b) Für jeden Paketdienst ist die *Erstzustellquote* eine wichtige Größe.
Die Erstzustellquote entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Paket beim ersten Versuch zugestellt werden kann. Bei einem bestimmten Paketdienst beträgt die Erstzustellquote 90 %.

Eine Paketfahrerin soll n Pakete zustellen.

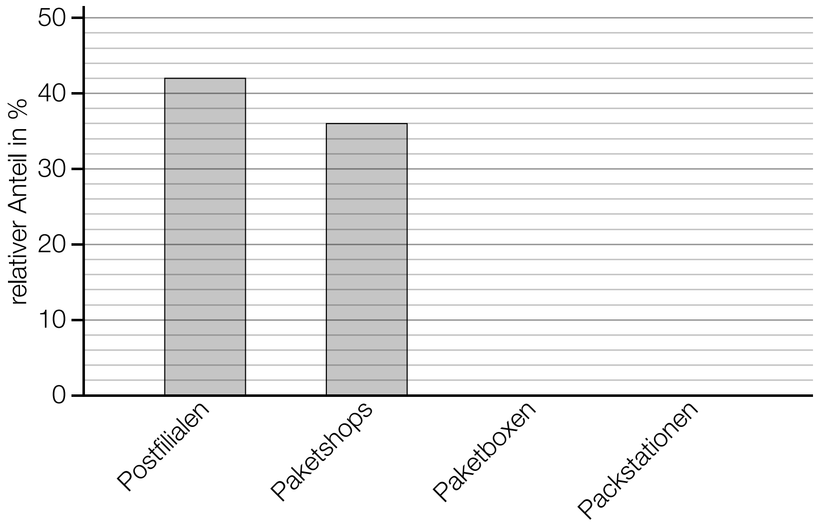
1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}9^n$

c) Mit einem bestimmten Paketdienst konnten im Jahr 2020 von insgesamt 31 200 Abgabestellen Pakete versendet werden.

Diese 31 200 Abgabestellen setzten sich aus 13 104 Postfilialen, 11 232 Paketshops, 624 Paketboxen und einer bestimmten Anzahl an Packstationen zusammen.

1) Ergänzen Sie die zwei fehlenden Säulen im nachstehenden Säulendiagramm.



Lösung zur Aufgabe 4

Paketdienste

a1) X ... Anzahl der Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten

Binomialverteilung mit $n = 42$, $p = 0{,}11$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

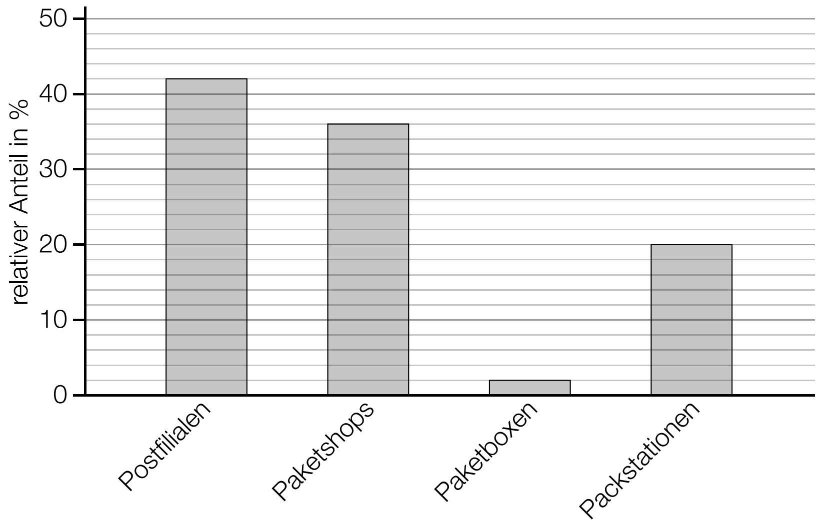
$P(X = 8) = 0{,}0481...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 4,8 %.

b1) E ... „die Paketfahrerin kann von diesen n Paketen mindestens 1 Paket nicht beim ersten Versuch zustellen"

c1) $\frac{624}{31\,200} = 0{,}02$

$\frac{31\,200 - 13\,104 - 11\,232 - 624}{31\,200} = 0{,}2$



Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 6
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Haus der Natur

Im Jahr 2017 waren die nachstehend angegebenen Preise für einen Tageseintritt ins Haus der Natur in Salzburg zu bezahlen.

Kinder bis 4 Jahre	frei
Kinder über 4 Jahre bis 18 Jahre	€ 5,50
Erwachsene über 18 Jahre bis 60 Jahre	€ 8,00
Erwachsene über 60 Jahre	€ 7,50

a) An einem bestimmten Tag bezahlten e Erwachsene und k Kinder den Tageseintritt für das Haus der Natur.
Alle k Kinder waren über 4 Jahre und unter 18 Jahre alt.
Von den insgesamt e Erwachsenen waren s Erwachsene über 60 Jahre alt.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der gesamten Einnahmen E aus allen Tageseintritten an diesem Tag auf. Verwenden Sie dabei e, k und s.

$E =$ ____

2) Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{e-s}{e}$$

b) Der Preis eines Tageseintritts ergab sich aus der Summe des Nettopreises und 13 % Mehrwertsteuer von diesem Nettopreis.

1) Berechnen Sie die enthaltene Mehrwertsteuer im Preis eines Tageseintritts eines Erwachsenen über 60 Jahre in Euro.

Lösung zur Aufgabe 1

Haus der Natur

a1) $E = (e - s) \cdot 8 + s \cdot 7{,}5 + k \cdot 5{,}5$

a2) Der Ausdruck beschreibt den relativen Anteil der Erwachsenen über 18 Jahre bis 60 Jahre an der Gesamtzahl aller Erwachsenen, die das Haus der Natur besuchten.

b1) $7{,}50 - \frac{7{,}50}{1{,}13} = 0{,}862...$

Die Mehrwertsteuer betrug rund 0,86 Euro.

Aufgabe 2

Drohnenflug

a) Die Funktion v beschreibt näherungsweise die Geschwindigkeit einer bestimmten Drohne im Zeitintervall $[t_1; t_2]$.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der mittleren Beschleunigung a der Drohne im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ auf.

$a =$ ______________________________

b) Die Funktion f beschreibt die Geschwindigkeit einer anderen Drohne.

$f(t) = 30 - 30 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t}$ mit $0 \leq t \leq 60$

t ... Zeit ab dem Start der Drohne in s
$f(t)$ ... Geschwindigkeit der Drohne zum Zeitpunkt t in m/s

1) Zeigen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion f streng monoton steigend ist.

2) Berechnen Sie den zurückgelegten Weg dieser Drohne im Zeitintervall [0; 60].

Lösung zur Aufgabe 2

Drohnenflug

a1) $a = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$

b1) $f'(t) = 1{,}2 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t}$

Die Funktion *f* ist streng monoton steigend, da die 1. Ableitung für alle $0 \leq t \leq 60$ positiv ist.

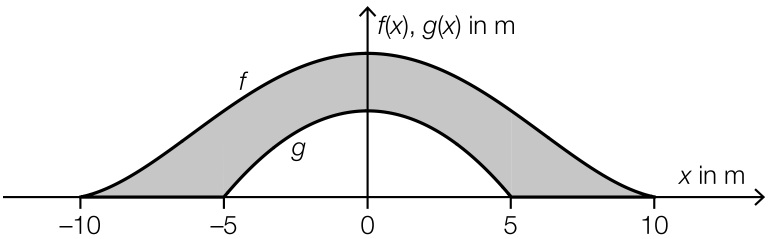
b2) $\int_0^{60} (30 - 30 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t})\,\mathrm{d}t = 1\,118{,}0...$

Die Drohne legt im Zeitintervall [0; 60] rund 1 118 m zurück.

Aufgabe 3

Brücke

In einem Park wird eine Brücke über einen Fluss gebaut. Diese Brücke ist in der unten stehenden Abbildung in der Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.
Die obere Begrenzungslinie kann im Intervall [–10; 10] durch den Graphen der Funktion *f* beschrieben werden, die untere Begrenzungslinie kann im Intervall [–5; 5] durch den Graphen der Funktion *g* beschrieben werden.



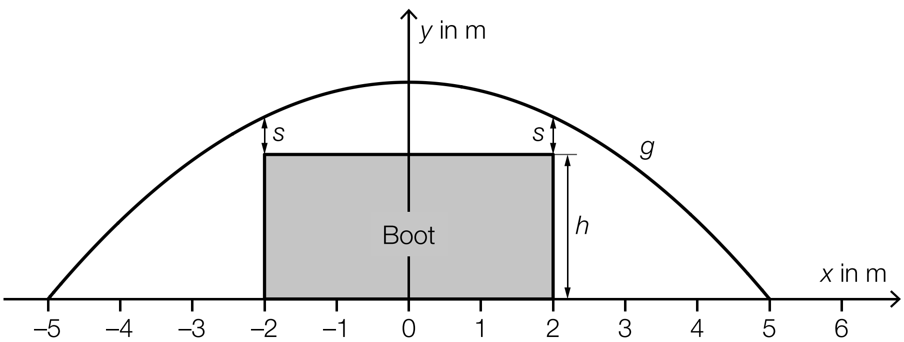
a) Die Funktion *f* hat im dargestellten Bereich genau 2 Wendepunkte.
Jemand möchte eine Gleichung der Funktion *f* aufstellen.

1) Begründen Sie, warum *f* keine Polynomfunktion 3. Grades sein kann.

b) 1) Stellen Sie mithilfe von *f* und *g* eine Formel zur Berechnung des Inhalts *A* der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ____

c) Ein 4 m breites Boot fährt mittig unter der Brücke durch (siehe nachstehende modellhafte Abbildung).



Für die Funktion *g* gilt:

$g(x) = -0{,}12 \cdot x^2 + 3$

Der Abstand bei der Durchfahrt beträgt $s = 40$ cm (siehe obige Abbildung).

1) Berechnen Sie *h*.

Lösung zur Aufgabe 3

Brücke

a1) Eine Polynomfunktion 3. Grades hat genau 1 Wendepunkt, *f* hat aber 2 Wendepunkte.

b1) $A = \int_{-10}^{10} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-5}^{5} g(x)\,\mathrm{d}x$

oder:

$A = 2 \cdot \left(\int_{0}^{10} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{0}^{5} g(x)\,\mathrm{d}x\right)$

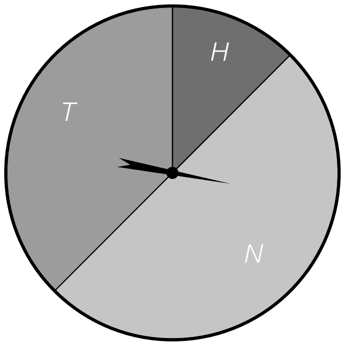
c1) $g(2) = 2{,}52$

$h = 2{,}52\text{ m} - 0{,}4\text{ m} = 2{,}12\text{ m}$

Aufgabe 4

Glücksrad

Das nachstehend abgebildete Glücksrad ist in die drei unterschiedlichen Sektoren *T*, *H* und *N* unterteilt.
In der Mitte des Glücksrads ist ein drehbarer Zeiger montiert, der bei jedem Spiel einmal gedreht wird und in einer zufälligen Position anhält. Die Ergebnisse der Drehungen sind voneinander unabhängig.



Der Sektor *H* nimmt $\frac{1}{8}$ der Fläche des Glücksrads ein.
Der Sektor *N* nimmt die Hälfte der Fläche des Glücksrads ein.

a) Der Zeiger des Glücksrads wird 2-mal hintereinander gedreht.

1) Geben Sie alle möglichen Versuchsausgänge dieses Zufallsversuchs an. Verwenden Sie dabei *T*, *H* und *N*.

b) Der Zeiger des Glücksrads wird 1-mal gedreht.

Eine Person bezahlt vor der Drehung des Zeigers des Glücksrads einen Einsatz von 2 Euro.
Bleibt der Zeiger im Sektor *T* stehen, so bekommt die Person nur den Einsatz zurück und gewinnt nichts.
Bleibt der Zeiger im Sektor *H* stehen, so bekommt die Person den Einsatz zurück und gewinnt zusätzlich 4 Euro.
Bleibt der Zeiger im Sektor *N* stehen, so verliert die Person den Einsatz.

Die Zufallsvariable *X* beschreibt die Höhe des Gewinns dieser Person.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert von *X*.

c) Der Zeiger des Glücksrads wird 10-mal hintereinander gedreht.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - \left(\frac{7}{8}\right)^{10} = 0{,}736...$

Lösung zur Aufgabe 4

Glücksrad

a1) Die 9 Ausgänge des Zufallsversuchs lauten:
$\{NN, NH, NT, HH, HT, HN, TT, TH, TN\}$

b1) $E(X) = -2 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{8} + 0 \cdot \frac{3}{8} = -0{,}5$

c1) E ... „der Zeiger bleibt bei 10-maligem Drehen mindestens 1-mal im Sektor H stehen“

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

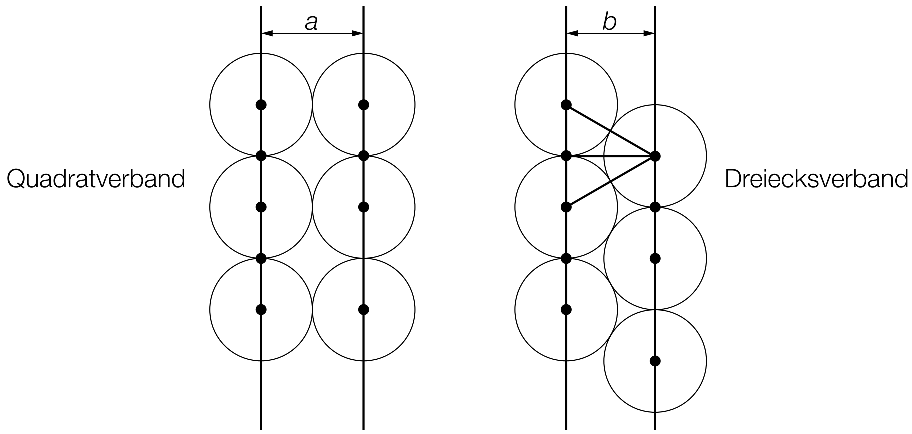
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10 – 11	Gut
8 – 9	Befriedigend
6 – 7	Genügend
0 – 5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Blumentöpfe

Zylinderförmige Blumentöpfe können in einem sogenannten *Quadratverband* oder in einem sogenannten *Dreiecksverband* angeordnet werden (siehe nachstehende modellhafte Abbildungen in der Ansicht von oben).



a) Der Abstand b beim Dreiecksverband ist dabei geringer als der Abstand a beim Quadratverband.

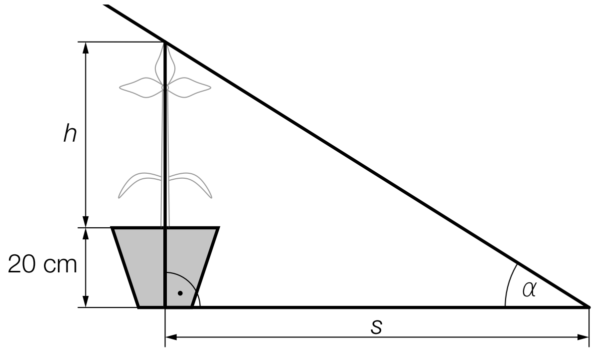
1) Berechnen Sie die Differenz $a - b$ für den Fall, dass der Durchmesser der Blumentöpfe 40 cm beträgt.

b) Zwei zylinderförmige Blumentöpfe mit kreisrunder Grundfläche werden miteinander verglichen.

Der Blumentopf A hat den Radius r und die Höhe h.
Das Volumen dieses Blumentopfs beträgt V_A.
Der Blumentopf B hat bei gleicher Höhe h einen um 10 % größeren Radius als der Blumentopf A.

1) Zeigen Sie, dass das Volumen V_B des Blumentopfs B um 21 % größer als V_A ist.

c) In einem Blumentopf mit der Höhe 20 cm befindet sich eine Pflanze mit der Höhe h (in cm). Die einfallenden Sonnenstrahlen bilden mit der Horizontalen den Winkel α. (Siehe nebenstehende Abbildung.)



1) Stellen Sie mithilfe von h und α eine Formel zur Berechnung der Schattenlänge s (in cm) auf.

$s =$ ________________________________

Lösung zur Aufgabe 1

Blumentöpfe

a1) $a = 40$

b ist die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 40.

$b = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = 34{,}64...$

oder:

$b = \sqrt{40^2 - 20^2} = 34{,}64...$

$a - b = 40 - 34{,}64...$
$a - b = 5{,}35...$ cm

b1) $V_A = r^2 \cdot \pi \cdot h$
$V_B = (1{,}1 \cdot r)^2 \cdot \pi \cdot h = 1{,}21 \cdot V_A$

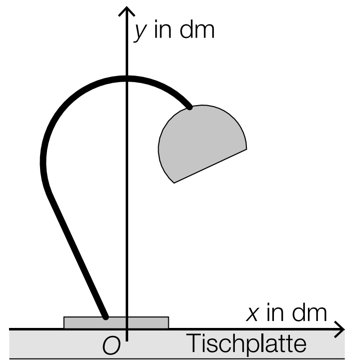
c1) $s = \frac{h + 20}{\tan(\alpha)}$

Aufgabe 2

Schreibtischlampen

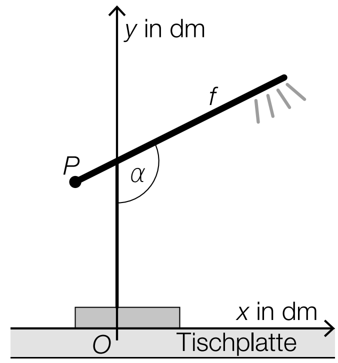
Schreibtischlampen werden in verschiedenen Modellen angeboten. Die Aufhängung für das Leuchtmittel hat dabei je nach Modell eine andere Form, die in den unten stehenden Abbildungen jeweils durch eine dicke schwarze Linie modellhaft dargestellt ist.

a) Die Aufhängung des Modells *A* ist in der nebenstehenden Abbildung dargestellt.



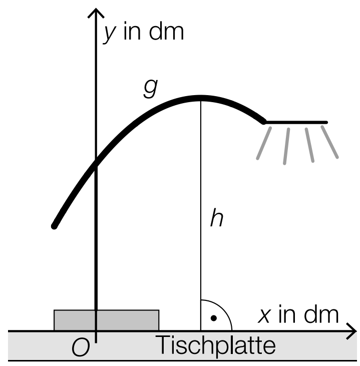
1) Begründen Sie, warum diese Aufhängung nicht durch den Graphen einer einzigen Funktion (*y* in Abhängigkeit von *x*) beschrieben werden kann.

b) Die Aufhängung des Modells *B* kann durch den Graphen der linearen Funktion *f* beschrieben werden (siehe nebenstehende Abbildung).



1) Stellen Sie mithilfe von $P = (-1|3{,}5)$ und $\alpha = 116{,}56°$ eine Gleichung der Funktion *f* auf.

c) Die Aufhängung des Modells *C* kann durch den Graphen der quadratischen Funktion *g* beschrieben werden (siehe nebenstehende Abbildung).



Es gilt: $g(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 1{,}25 \cdot x + 4$

1) Berechnen Sie die maximale Höhe *h* der Aufhängung über der Tischplatte.

Lösung zur Aufgabe 2

Schreibtischlampen

a1) Eine Funktion ordnet jedem x-Wert genau einen y-Wert zu. Da es einen Bereich gibt, in dem 2 Punkte der Aufhängung übereinanderliegen, kann die Aufhängung nicht durch den Graphen einer einzigen Funktion beschrieben werden.

b1) $f(x) = k \cdot x + d$

$k = \tan(116{,}56° - 90°) = 0{,}499...$
$-1 \cdot 0{,}499... + d = 3{,}5$
$d = 3{,}99...$

$f(x) = 0{,}5 \cdot x + 4$ *(Koeffizienten gerundet)*

c1) $g'(x) = 0$ *oder* $-0{,}5 \cdot x + 1{,}25 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

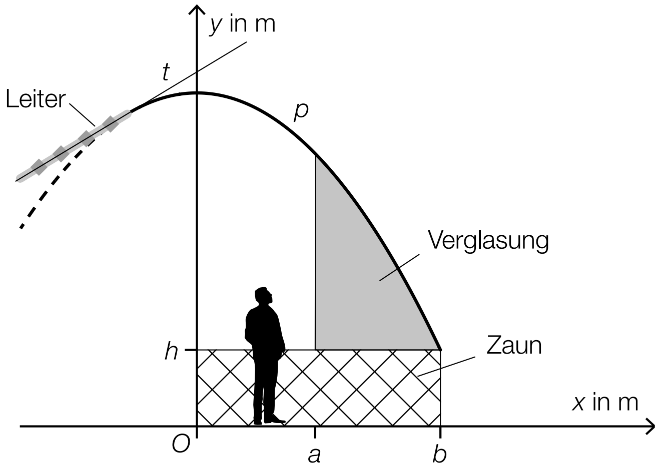
$x = 2{,}5$
$g(2{,}5) = 5{,}56...$

Die maximale Höhe h der Aufhängung über der Tischplatte beträgt rund 5,6 dm.

Aufgabe 3

Aussichtsplattform

In der unten stehenden Abbildung ist eine überdachte Aussichtsplattform in der Ansicht von der Seite dargestellt.



a) Das Dach wird durch den Graphen der quadratischen Funktion p modelliert.

$p(x) = -0{,}302 \cdot x^2 + 4{,}8$

x, $p(x)$ ... Koordinaten in m

Für Reinigungszwecke ist eine Leiter auf dem Dach montiert. Die Leiter verläuft entlang der Tangente t an den Graphen von p an der Stelle $x = -1$.

1) Berechnen Sie den Steigungswinkel der Tangente t.

b) Die Plattform soll seitlich verglast werden. Die Verglasung soll von der Oberkante des Zaunes bis zur Überdachung reichen (siehe obige Abbildung).

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ____

c) Aus Sicherheitsgründen soll für das Dach eine Verstrebung mit der Länge $\ell = p(a) - h$ angebracht werden.

1) Kennzeichnen Sie ℓ in der obigen Abbildung.

Lösung zur Aufgabe 3

Aussichtsplattform

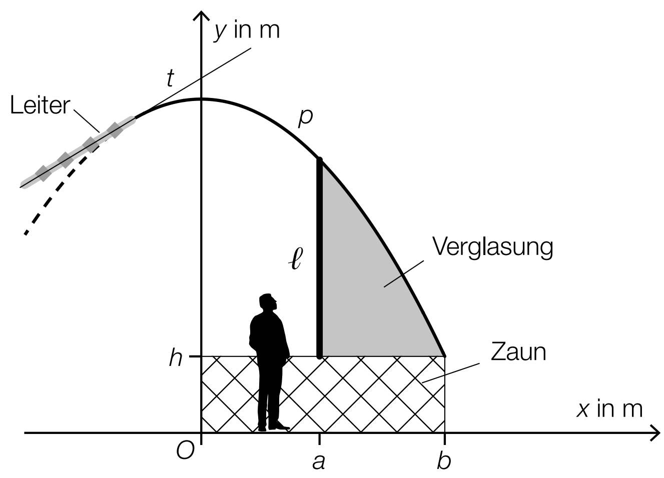
a1) $p'(x) = -0{,}604 \cdot x$

$p'(-1) = 0{,}604$
$\alpha = \arctan(0{,}604) = 31{,}13...°$

Der Steigungswinkel der Tangente t beträgt rund 31,1°.

b1) $A = \int_a^b (p(x) - h)\,\mathrm{d}x$ *oder* $A = \int_a^b p(x)\,\mathrm{d}x - (b - a) \cdot h$

c1)



Aufgabe 4

Zigaretten

Viele Rauchinhaltsstoffe von Zigaretten sind gesundheitsschädlich.

a) Von 100 Raucherinnen wurde die Menge an Rauchinhaltsstoffen ihrer Zigaretten untersucht. Diese wurden in 3 Klassen eingeteilt (siehe nachstehende Tabelle).

Klasse	Menge an Rauchinhaltsstoffen pro Zigarette in mg	Klassenmitte	absolute Häufigkeit
1	[0; 10[	5	55
2	[10; 30[	20	40
3	[30; 50[	40	5

Das arithmetische Mittel der Menge an Rauchinhaltsstoffen soll berechnet werden. Dafür wird näherungsweise die jeweilige Klassenmitte herangezogen.

1) Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Menge an Rauchinhaltsstoffen.
2) Erklären Sie, warum der Median der Menge an Rauchinhaltsstoffen in der Klasse 1 liegt.

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Raucherin mehr als eine Zigarette pro Tag raucht, beträgt p.

Es soll die Wahrscheinlichkeit, dass genau 5 von 100 Raucherinnen jeweils mehr als eine Zigarette pro Tag rauchen, berechnet werden.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit auf.

Lösung zur Aufgabe 4

Zigaretten

a1) $\frac{5 \cdot 55 + 20 \cdot 40 + 40 \cdot 5}{100} = 12{,}75$

Das arithmetische Mittel der Menge an Rauchinhaltsstoffen beträgt 12,75 mg.

a2) Der Median einer geordneten Liste liegt immer in der Mitte aller Werte. Bei den gegebenen 100 Werten liegen 55 Werte, also mehr als die Hälfte, in der Klasse 1. Daher muss auch der Median in dieser Klasse liegen.

b1) X ... Anzahl der Raucherinnen, die jeweils mehr als eine Zigarette pro Tag rauchen

Binomialverteilung mit $n = 100$ und p

$P(X = 5) = \binom{100}{5} \cdot p^5 \cdot (1 - p)^{95}$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

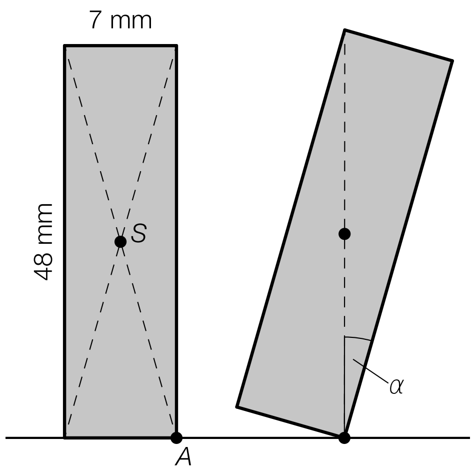
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Dominosteine

Im Rahmen einer Fernsehshow werden Dominosteine so hintereinander aufgestellt, dass nach dem Anstoßen des ersten Dominosteines alle anderen nacheinander umfallen.

a) Ein aufgestellter Dominostein fällt nach dem Anstoßen um, wenn der Schwerpunkt *S* über den Auflagepunkt *A* kippt (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung in der Ansicht von der Seite).



1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel α.

b) In einer bestimmten Fernsehshow wurden 2 500 000 Dominosteine aufgestellt.
In der darauffolgenden Fernsehshow wurden 3 112 000 Dominosteine aufgestellt.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{3\,112\,000 - 2\,500\,000}{2\,500\,000} = 0{,}2448$$

c) In einer Box sind *r* Stück rote und *g* Stück grüne Dominosteine enthalten.

Folgendes ist bekannt:
Insgesamt sind 940 Stück Dominosteine in der Box.
Es sind um 12 % weniger rote Dominosteine als grüne Dominosteine in der Box.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von *r* und *g*.

Lösung zur Aufgabe 1

Dominosteine

a1) $\tan(\alpha) = \frac{7}{48}$
$\alpha = 8{,}29...°$

b1) In der darauffolgenden Fernsehshow wurden um 24,48 % mehr Dominosteine aufgestellt als in der vorhergehenden Fernsehshow.

c1) $r + g = 940$
$r = g \cdot 0{,}88$

Aufgabe 2

Datenspeicherung

a) Für die Speicherung von Daten werden immer öfter sogenannte *SSDs* verwendet.
Im Jahr 2015 wurden von diesen SSDs 103 Millionen Stück verkauft, im Jahr 2020 waren es 223 Millionen Stück.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{223 - 103}{2020 - 2015} = 24$$

Die zeitliche Entwicklung der insgesamt bis zum Zeitpunkt t verkauften SSDs soll durch die Polynomfunktion 3. Grades f modelliert werden.

$f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Ende des Jahres 2013
$f(t)$ … Anzahl der insgesamt bis zum Zeitpunkt t verkauften SSDs in Millionen Stück

In der nachstehenden Tabelle ist die Anzahl der insgesamt verkauften SSDs für drei Jahre angegeben.

Ende des Jahres	2013	2015	2020
Anzahl der insgesamt verkauften SSDs in Millionen Stück	57	160	383

Am Ende des Jahres 2020 betrug die momentane Änderungsrate für die Anzahl der insgesamt verkauften SSDs 14,2 Millionen Stück pro Jahr.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten a, b, c und d.

b) Das weltweit vorhandene Datenvolumen in Milliarden Terabyte in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren wird in einem einfachen Modell durch die Funktion D beschrieben.

$D(t) = 40 \cdot 1{,}41^t$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2020
$D(t)$ … Datenvolumen zum Zeitpunkt t in Milliarden Terabyte

1) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit des Datenvolumens gemäß diesem Modell.

Lösung zur Aufgabe 2

Datenspeicherung

a1) Die Anzahl der verkauften SSDs stieg im Zeitraum von 2015 bis 2020 um durchschnittlich 24 Millionen Stück pro Jahr.

a2) $f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$
$f'(t) = 3 \cdot a \cdot t^2 + 2 \cdot b \cdot t + c$

$f(0) = 57$
$f(2) = 160$
$f(7) = 383$
$f'(7) = 14{,}2$

oder:

$d = 57$
$8 \cdot a + 4 \cdot b + 2 \cdot c + d = 160$
$343 \cdot a + 49 \cdot b + 7 \cdot c + d = 383$
$147 \cdot a + 14 \cdot b + c = 14{,}2$

b1) $80 = 40 \cdot 1{,}41^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

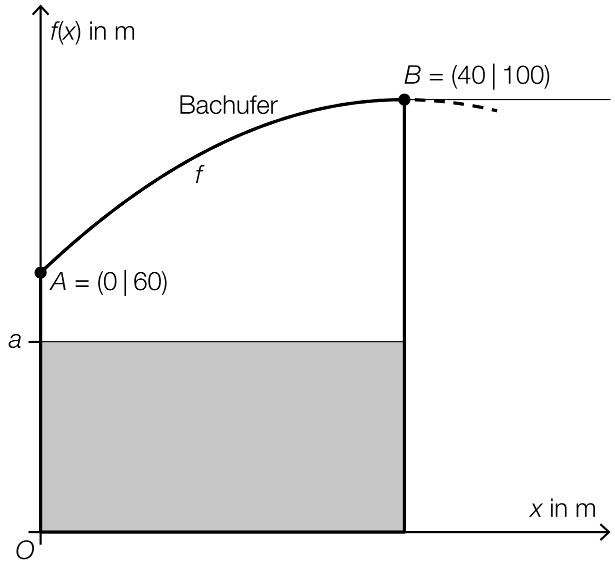
$t = 2{,}0\ldots$

Die Verdoppelungszeit beträgt rund 2 Jahre.

Aufgabe 3

Bachufer

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Grundstück in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Das Grundstück wird auf einer Seite durch ein Bachufer begrenzt. Der Verlauf dieses Bachufers kann im Intervall [0; 40] näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

$f(x) = -0{,}025 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 60$

Die Hälfte des gesamten Grundstücks soll begrünt werden. Daher wird ein rechteckiger Teil des Grundstücks eingezäunt (siehe obige Abbildung).

1) Berechnen Sie die Seitenlänge a des Rechtecks.

Von A bis B wird ein anderer geradlinig verlaufender Zaun errichtet.

2) Stellen Sie eine Gleichung der Geraden durch die Punkte A und B auf.

Der Verlauf des Bachufers kann ab dem Punkt B näherungsweise durch die Tangente an die Funktion f beschrieben werden (siehe obige Abbildung).

3) Zeigen Sie, dass die Tangente an die Funktion f im Punkt B parallel zur x-Achse verläuft.

Lösung zur Aufgabe 3

Bachufer

a1) gesamter Flächeninhalt:

$$\int_0^{40} f(x)\,\mathrm{d}x = 3\,466{,}6...$$

$$a = \frac{3\,466{,}6...}{2 \cdot 40} = 43{,}3...$$

Die Seitenlänge *a* beträgt rund 43 m.

a2) $g(x) = k \cdot x + d$
$A = (0|60)$, $B = (40|100)$
$k = \frac{40}{40} = 1$
$g(x) = x + 60$

a3) $f'(x) = -0{,}05 \cdot x + 2$
$f'(40) = -0{,}05 \cdot 40 + 2 = 0$
Da die 1. Ableitung an der Stelle 40 null ist, verläuft die Tangente parallel zur *x*-Achse.

Aufgabe 4

Stundenverkürzung

Die wöchentliche Unterrichtszeit in Österreichs Schulen ist üblicherweise in Unterrichtseinheiten (UE) zu je 50 min aufgeteilt. Eine bestimmte Schule verkürzt ihre UE auf je 40 min. Da jedoch die gesamte wöchentliche Unterrichtszeit gleich bleiben muss, steigt dadurch die Anzahl der UE.

a) In der nachstehenden Tabelle ist für eine bestimmte Klasse die tägliche Anzahl der UE zu je 50 min dargestellt.

Unterrichtstag	Anzahl der UE zu je 50 min
Montag	8
Dienstag	6
Mittwoch	5
Donnerstag	8
Freitag	5

Der Unterricht dieser Klasse soll nun in UE zu je 40 min aufgeteilt werden.

1) Berechnen Sie die durchschnittliche tägliche Anzahl an UE zu je 40 min.

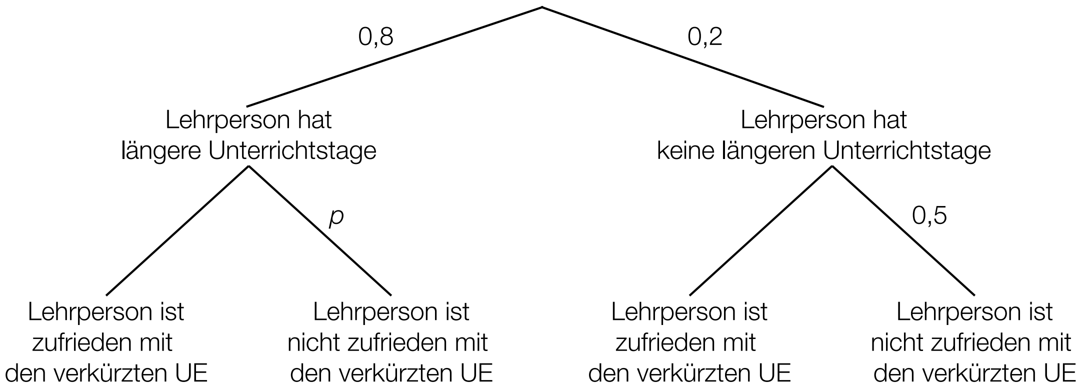
b) Eine schulinterne Umfrage hat ergeben: 98% aller Schüler/innen möchten die verkürzten UE beibehalten.

Es werden 4 Schüler/innen zufällig ausgewählt.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 0{,}98^4 + 0{,}98^3 \cdot 0{,}02 \cdot 4 = 0{,}997...$

c) Durch die Verkürzung der UE ergeben sich für 80 % der Lehrpersonen längere Unterrichtstage.
Die Ergebnisse einer schulinternen Umfrage über die Zufriedenheit mit den verkürzten UE sind im nachstehenden Baumdiagramm dargestellt.



1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E auf.

E ... „eine zufällig ausgewählte Lehrperson ist zufrieden mit den verkürzten UE“

$P(E)$ = ____

Lösung zur Aufgabe 4

Stundenverkürzung

a1) $\frac{1}{5} \cdot \frac{32 \cdot 50}{40} = 8$

Pro Unterrichtstag finden durchschnittlich 8 UE zu je 40 min statt.

b1) *E* ... „von diesen 4 Schülerinnen und Schülern möchten mindestens 3 die verkürzten UE beibehalten"

c1) $P(E) = 0{,}8 \cdot (1 - p) + 0{,}2 \cdot 0{,}5$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Februar 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Die Kreiszahl π

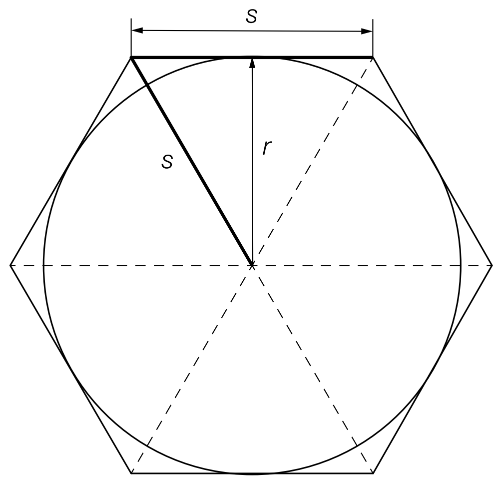
Im Laufe der Geschichte wurden verschiedene Methoden eingesetzt, um die Kreiszahl $\pi = 3{,}141...$ möglichst genau zu bestimmen.

a) Im ältesten bekannten Rechenbuch der Welt *(Papyrus Rhind)* ist für die Kreiszahl der folgende Näherungswert π_N angegeben:

$$\pi_N = \left(\frac{16}{9}\right)^2$$

1) Berechnen Sie die prozentuelle Abweichung des Näherungswerts π_N von der Kreiszahl π.

b) Bei einer anderen Methode wird der Umfang eines Kreises mit dem Radius r durch den Umfang eines umgeschriebenen Sechsecks angenähert (siehe nebenstehende Abbildung).

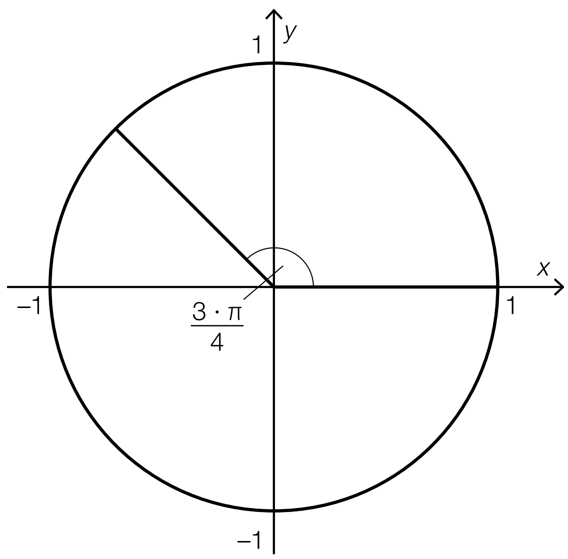


1) Stellen Sie mithilfe von r eine Formel zur Berechnung des Umfangs u des umgeschriebenen Sechsecks auf.

$u =$ ____

c) 1) Veranschaulichen Sie im nachstehenden Einheitskreis den Winkel α mit $\alpha \neq \frac{3 \cdot \pi}{4}$, für den gilt:

$$\sin\left(\frac{3 \cdot \pi}{4}\right) = \sin(\alpha)$$



Lösung zur Aufgabe 1

Die Kreiszahl π

a1) $\frac{\pi_N - \pi}{\pi} = \frac{0{,}0189...}{3{,}1415...} = 0{,}0060...$

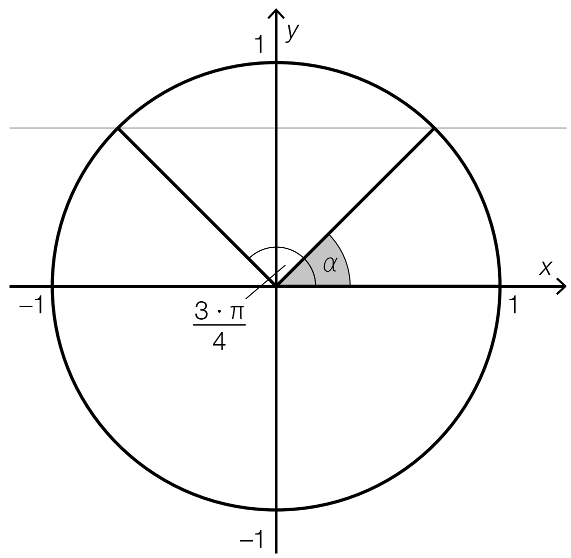
Die prozentuelle Abweichung des Näherungswerts von der Kreiszahl π beträgt rund 0,6 %.

b1) $s^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + r^2$

$s = \frac{2 \cdot r}{\sqrt{3}}$

$u = 6 \cdot s = \frac{12 \cdot r}{\sqrt{3}}$

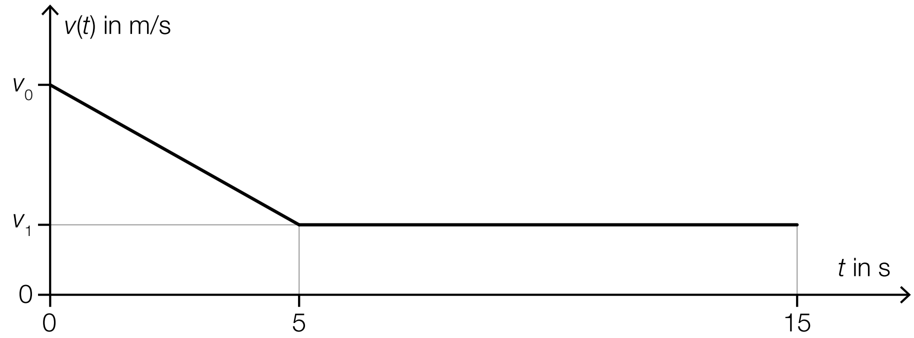
c1)



Aufgabe 2

Autofahrt

a) In der nachstehenden Abbildung ist die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit für eine bestimmte Autofahrt in einem Zeitraum von 15 s dargestellt.



Der zurückgelegte Weg in den ersten 5 s ist gleich lang wie der zurückgelegte Weg in den darauffolgenden 10 s.

1) Stellen Sie mithilfe von v_0 und v_1 eine Gleichung auf, die diesen Sachverhalt richtig beschreibt.

b) Für eine andere Autofahrt kann die Geschwindigkeit näherungsweise durch die Funktion v_A beschrieben werden.

$v_A(t) = 70 \cdot t^3 - 260 \cdot t^2 + 230 \cdot t + 80 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 1{,}5$

t ... Zeit in h
$v_A(t)$ ... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in km/h

1) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit bei dieser Autofahrt.
2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$v_A'(0) = 230$

Lösung zur Aufgabe 2

Autofahrt

a1) $\frac{(v_0 + v_1) \cdot 5}{2} = 10 \cdot v_1$

b1) $v_A'(t) = 210 \cdot t^2 - 520 \cdot t + 230$
$v_A'(t) = 0$ *oder* $210 \cdot t^2 - 520 \cdot t + 230 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 0{,}57\ldots$ $(t_2 = 1{,}89\ldots)$
$v_A(t_1) = 139{,}59\ldots$
Die maximale Geschwindigkeit beträgt rund 140 km/h.

b2) Die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit (Beschleunigung) zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt 230 km/h².

Aufgabe 3

Bakterien

In einem Labor wird eine Probe mit Bakterien untersucht.

Die Anzahl der Bakterien beträgt zu Beobachtungsbeginn 1 200.
Nach 6 Tagen beträgt die Anzahl der Bakterien 1 800.

a) Die zeitliche Entwicklung der Anzahl der Bakterien wird modellhaft durch die lineare Funktion f beschrieben.

t ... Zeit in Tagen mit $t = 0$ für den Beobachtungsbeginn
$f(t)$ ... Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf.

b) Die zeitliche Entwicklung der Anzahl dieser Bakterien wird in einem anderen Modell durch die Exponentialfunktion g beschrieben.

t ... Zeit in Tagen mit $t = 0$ für den Beobachtungsbeginn
$g(t)$ ... Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t

1) Tragen Sie jeweils das fehlende Zeichen (<, > oder =) in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

$g'(t) \boxed{} g'(t + 1)$

$g''(t) \boxed{} 0$

2) Ermitteln Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem gemäß diesem Modell die Anzahl der Bakterien 6 000 beträgt.

Lösung zur Aufgabe 3

Bakterien

a1) $f(t) = 100 \cdot t + 1\,200$

oder:

$f(t) = \frac{600}{6} \cdot t + 1\,200$

b1) $g'(t) \boxed{<} g'(t+1)$

$g''(t) \boxed{>} 0$

b2) $g(t) = a \cdot b^t$
$g(0) = 1\,200$
$g(6) = 1\,800$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$g(t) = 1\,200 \cdot 1{,}0699^t$ *(Koeffizient gerundet)*

$g(t) = 6\,000$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 23{,}8...$

Die Anzahl der Bakterien wird rund 24 Tage nach Beobachtungsbeginn 6000 betragen.

Aufgabe 4

Würfel

a) Zwei faire sechsflächige Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 werden gleichzeitig geworfen und die Augensumme wird ermittelt.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Augensumme der beiden Würfel.

1) Begründen Sie, warum gilt: $P(X = 11) = 2 \cdot P(X = 12)$.

b) Alex nimmt an einem Gewinnspiel teil. Bei diesem Gewinnspiel wird ein fairer sechsflächiger Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 2, 3, 3 und 3 einmal geworfen.

Der Spielleiter nimmt vor dem Würfelwurf von Alex einen Einsatz von e Euro ein.

Zeigt der Würfel die Augenzahl 1, so zahlt der Spielleiter an Alex x Euro.
Zeigt der Würfel die Augenzahl 2, so zahlt der Spielleiter an Alex 2 Euro.
Zeigt der Würfel die Augenzahl 3, so zahlt der Spielleiter an Alex nichts.

Der Spielleiter weiß aus Erfahrung, dass er pro Würfelwurf einen Gewinn in Höhe von 0,50 Euro erwarten kann.

1) Stellen Sie mithilfe von e eine Gleichung zur Berechnung von x auf.

c) Bei der Produktion eines bestimmten sechsflächigen Würfels mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 ist es zu Ungenauigkeiten gekommen. Dies hat zur Folge, dass eine bestimmte Seitenfläche nicht mehr mit der gleichen Wahrscheinlichkeit wie die anderen Seitenflächen nach einem Wurf nach oben zeigt.

Der Würfel wird 500-mal geworfen, die Ergebnisse sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit der Augenzahl	75	98	65	110	80	72

1) Berechnen Sie auf Basis dieser Ergebnisse einen Schätzwert für die nachstehende Wahrscheinlichkeit.

P(„bei einmaligem Werfen ist die Augenzahl größer als 3“) = ____________________

Lösung zur Aufgabe 4

Würfel

a1) Augensumme 12 ist bei einem Versuchsausgang möglich: {(6, 6)}
Augensumme 11 ist hingegen bei zwei Versuchsausgängen möglich: {(5, 6), (6, 5)}

Alle möglichen Versuchsausgänge haben die gleiche Wahrscheinlichkeit, daher gilt:
$P(X = 11) = 2 \cdot P(X = 12)$

b1) $e - \left(x \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{2}\right) = 0{,}5$

c1) $P(\text{„bei einmaligem Werfen ist die Augenzahl größer als 3“}) = \frac{110 + 80 + 72}{500} = 0{,}524$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Februar 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

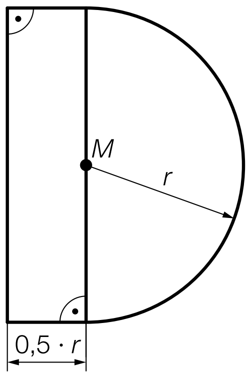
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Bewegungsmelder

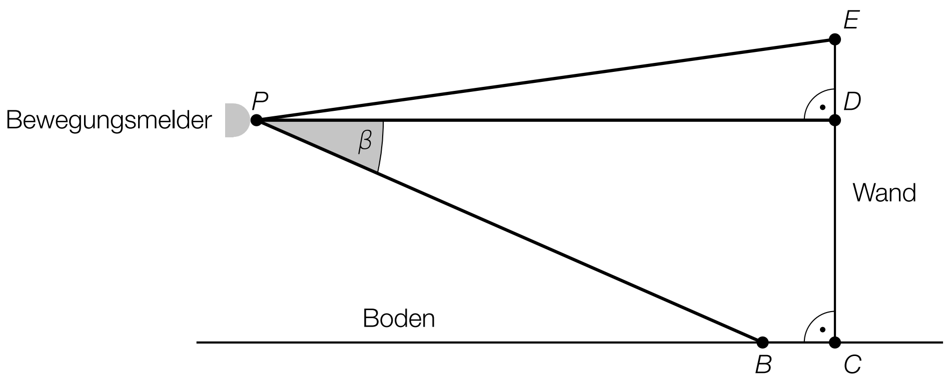
a) In der nachstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche eines Bewegungsmelders modellhaft dargestellt.



1) Stellen Sie mithilfe von r eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der Querschnittsfläche dieses Bewegungsmelders auf.

$A =$ ____________________________________

b) In der nachstehenden Abbildung ist derjenige Bereich, der von einem bestimmten Bewegungsmelder erfasst wird, in der Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.



1) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α, der mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$\cos(\alpha) = \frac{\overline{PD}}{\overline{PE}}$$

Es gilt:
$\beta = 17{,}2°$, $\overline{PD} = 8$ m, $\overline{BC} = 1$ m

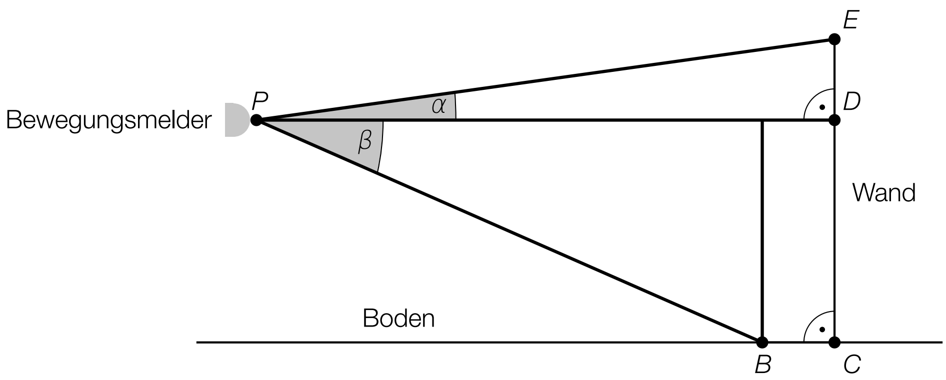
2) Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{CD}$.

Lösung zur Aufgabe 1

Bewegungsmelder

a1) $A = 2 \cdot r \cdot 0{,}5 \cdot r + \frac{r^2 \cdot \pi}{2} = r^2 + \frac{r^2 \cdot \pi}{2}$

b1)



b2) $\tan(\beta) = \frac{\overline{CD}}{\overline{PD} - \overline{BC}}$

$\overline{CD} = \tan(17{,}2°) \cdot 7$

$\overline{CD} = 2{,}16...\text{ m}$

Aufgabe 2

Streamingkanal

Die zeitliche Entwicklung der Anzahl der Abos eines bestimmten Streamingkanals wird betrachtet.

a) Modellhaft wird angenommen, dass sich die Anzahl der Abos dieses Streamingkanals alle 3 Wochen verdoppelt.
Am Neujahrstag 2021 hatte der Streamingkanal 484 Abos.

1) Berechnen Sie die Anzahl der Abos 6 Wochen vor dem Neujahrstag 2021.

Die Anzahl der Abos soll in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

t ... Zeit in Wochen
$f(t)$ ... Anzahl der Abos zur Zeit t

2) Stellen Sie eine Gleichung der Exponentialfunktion f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Neujahrstag 2021.

b) In einem anderen Modell wird die Anzahl der Abos im Zeitintervall [0; 3] mit der Funktion g beschrieben.

$g(t) = 18 \cdot t^2 + 106 \cdot t + 484 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 3$
t ... Zeit in Wochen
$g(t)$ ... Anzahl der Abos zur Zeit t

1) Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

$g'(0) < g'(3)$	☐
$g''(t) < 0$	☐
$\frac{g(3) - g(0)}{3 - 0} < g'(0)$	☐
$g(0) < g(3)$	☐
$g'(t) < 0$	☐

Lösung zur Aufgabe 2

Streamingkanal

a1) $\frac{484}{2^2} = 121$

6 Wochen vor dem Neujahrstag 2021 waren es 121 Abos.

a2) $f(t) = a \cdot b^t$

$b = \sqrt[3]{2} = 1{,}259...$

$f(t) = 484 \cdot 1{,}26^t$ *oder* $f(t) = 484 \cdot e^{0{,}231 \cdot t}$ *(Parameter gerundet)*

b1)

$g'(0) < g'(3)$	☒
$g(0) < g(3)$	☒

Aufgabe 3

Blutzucker

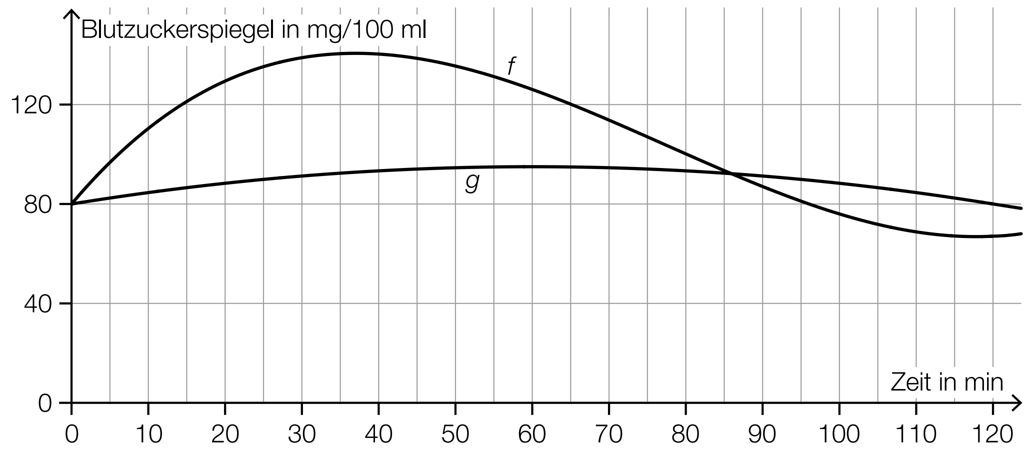
a) Die Funktion *f* beschreibt näherungsweise den zeitlichen Verlauf des Blutzuckerspiegels einer bestimmten Person, die ein Stück Traubenzucker einnimmt.

$f(t) = 0{,}00028 \cdot t^3 - 0{,}065 \cdot t^2 + 3{,}66 \cdot t + 80 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 120$

t ... Zeit nach der Einnahme in min
$f(t)$ ... Blutzuckerspiegel zum Zeitpunkt t in mg/100 ml

1) Berechnen Sie den maximalen Blutzuckerspiegel im Zeitintervall [0; 120].

In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der Funktion *f* und der Verlauf des Blutzuckerspiegels nach der Einnahme einer bestimmten Menge an Kidneybohnen durch den Graphen der Funktion *g* dargestellt.



Der glykämische Index *G* von Kidneybohnen entspricht dem relativen Anteil des Flächeninhalts unter dem Graphen von *g* im Intervall [0; 120] bezogen auf den Flächeninhalt unter dem Graphen von *f* im Intervall [0; 120].

2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des glykämischen Index *G* auf.

$G =$ ____________________

Bei einem Blutzuckerspiegel von unter 80 mg/100 ml stellt sich ein Hungergefühl ein. Dieses tritt nach der Einnahme von Traubenzucker früher auf als nach der Einnahme von Kidneybohnen.

3) Lesen Sie aus der obigen Abbildung diesen Zeitunterschied ab.

Lösung zur Aufgabe 3

Blutzucker

a1) $f'(t) = 0$ *oder* $0{,}00084 \cdot t^2 - 0{,}13 \cdot t + 3{,}66 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 36{,}99...$ ($t_2 = 117{,}76...$)
$f(36{,}99...) = 140{,}6...$

Der maximale Blutzuckerspiegel beträgt rund 141 mg/100 ml.

a2) $G = \dfrac{\int_0^{120} g(t)\,\mathrm{d}t}{\int_0^{120} f(t)\,\mathrm{d}t}$

a3) Der Zeitunterschied beträgt 24 min.
Toleranzbereich: [23; 25]

Aufgabe 4

Würfeln

Für drei verschiedene Zufallsexperimente werden faire sechsflächige Würfel verwendet.

Die Seitenflächen der Würfel sind mit Augenzahlen wie folgt beschriftet:

Würfel vom Typ *A*: 2, 2, 2, 2, 6, 6
Würfel vom Typ *B*: 1, 1, 1, 5, 5, 5

a) Beim ersten Zufallsexperiment wird 2-mal mit einem Würfel vom Typ *A* gewürfelt.
Die Zufallsvariable *X* beschreibt das Produkt der beiden geworfenen Augenzahlen.

1) Geben Sie alle Werte an, die diese Zufallsvariable *X* annehmen kann.

b) Beim zweiten Zufallsexperiment wird folgender Vorgang 5-mal wiederholt:

Es wird mit 2 Würfeln vom Typ *B* gewürfelt und die Summe der beiden geworfenen Augenzahlen gebildet.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im Sachzusammenhang.

$$\binom{5}{1} \cdot 0{,}25^1 \cdot 0{,}75^4 \approx 0{,}4$$

c) Beim dritten Zufallsexperiment wird jeweils 1-mal mit einem Würfel vom Typ *A* und mit einem Würfel vom Typ *B* gewürfelt.
Die Zufallsvariable *Y* beschreibt die Summe der beiden geworfenen Augenzahlen.
Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von *Y* ist in der nachstehenden Tabelle angegeben.

y	3	7	11
$P(Y = y)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

1) Berechnen Sie den Erwartungswert $E(Y)$.

Lösung zur Aufgabe 4

Würfeln

a1) 4, 12, 36

b1) Die Wahrscheinlichkeit, bei diesem Zufallsexperiment genau 1-mal die Augensumme 10 zu werfen, beträgt rund 0,4.

oder:

Die Wahrscheinlichkeit, bei diesem Zufallsexperiment genau 1-mal die Augensumme 2 zu werfen, beträgt rund 0,4.

c1) $E(Y) = 3 \cdot \frac{1}{3} + 7 \cdot \frac{1}{2} + 11 \cdot \frac{1}{6} = 6{,}33...$