Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit k standardiziranemu,
kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu izpitu

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

maj / junij 2023

Matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRP iz Matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

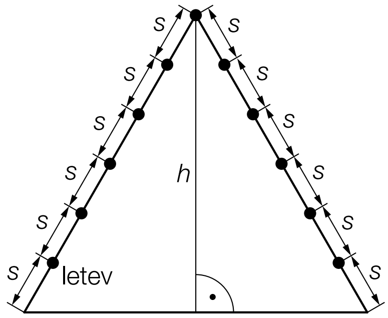
Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut« / prav dobro
10–11	»Gut« / dobro
8–9	»Befriedigend« / povoljno
6–7	»Genügend« / zadostno
0–5	»Nicht genügend« / nezadostno

Naloga 1

Plezalno ogrodje

a) Na naslednji sliki je predstavljeno neko plezalno ogrodje. V pogledu od strani gre pri tem za enakostranični trikotnik. Letve so predstavljene kot točke.

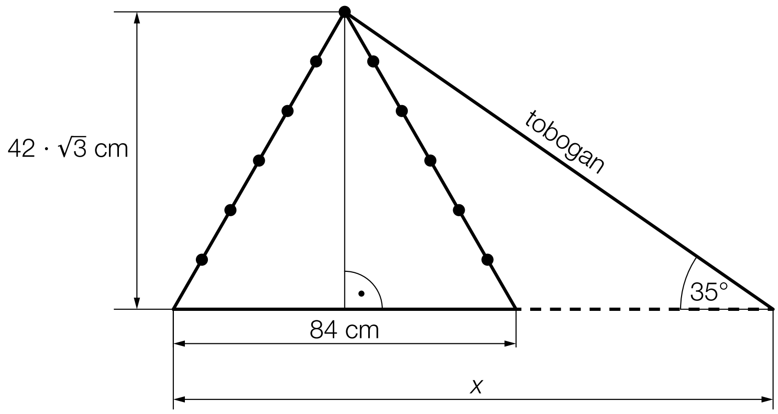
Vir: BMBWF



1) S pomočjo razmika med letvami s nastavite formulo za izračun višine h plezalnega ogrodja.

$h =$ ____

V neki trgovini z igračami se neko plezalno ogrodje ponuja tudi skupaj z ravnim toboganom (glejte naslednjo sliko, ki ni v pravem merilnem sorazmerju).



2) Izračunajte x.

b) Neka trgovina z igračami proda v nekem določenem mesecu x plezalnih ogrodij brez tobogana, ter y plezalnih ogrodij s toboganom. S prodajo plezalnih ogrodij z in brez tobogana, ima trgovina v tem mesecu skupaj 5.760 € prihodka.

To dejansko stanje je moč opisati z naslednjim sistemom linearnih enačb.

I: $100 \cdot x + 120 \cdot y = 5\,760$
II: $x + y = 50$

1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte vrednosti 100, 120 in 50.

Rešitev naloge 1

Plezalno ogrodje

a1) $h = \sqrt{(6 \cdot s)^2 - (3 \cdot s)^2} = \sqrt{27 \cdot s^2} = \sqrt{27} \cdot s$ *ali* $h = \frac{6 \cdot s}{2} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot s \cdot \sqrt{3}$

a2) $\tan(35°) = \frac{42 \cdot \sqrt{3}}{x - 42}$

$x = 145{,}89...$ cm

b1) Cena za plezalno ogrodje brez tobogana znaša 100 €.
Cena za plezalno ogrodje s toboganom znaša 120 €.
Skupno je bilo v tej trgovini z igračami v tem mesecu prodanih 50 plezalnih ogrodij.

Naloga 2

Igrala

Neko podjetje proizvaja in prodaja igrala.
Da bi lahko gospodarno načrtovali, analizirajo stroške, izkupiček in dobiček.

a) Stroške je moč približno modelirati s kvadratno funkcijo K.

$K(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... proizvedena igrala v KE
$K(x)$ ... stroški pri x proizvedenih igralih v DE

Velja:

Fiksni stroški znašajo 22 DE.
Pri 20 KE znašajo stroški 40 DE.
Pri 20 KE znaša lokalna hitrost spreminjanja stroškov 1,5 DE/KE.

1) Nastavite sistem enačb za izračun koeficientov funkcije K.

b) Dobiček je moč približno opisati s funkcijo G.

$G(x) = -\frac{11}{300} \cdot (x^2 - 70 \cdot x + 600)$
x ... prodana igrala v KE
$G(x)$ ... dobiček pri x prodanih igralih v DE

1) Izračunajte ničle funkcije G.

c) Za neki določeni x_0 velja:

$E'(x_0) = 0$
$E''(x_0) < 0$

x ... prodana igrala v KE
$E(x)$ ... izkupiček pri x prodanih igralih v DE

1) Interpretirajte pomen x_0 v dani vsebinski povezavi.

Rešitev naloge 2

Igrala

a1) $K'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $K(0) = 22$
II: $K(20) = 40$
III: $K'(20) = 1{,}5$

ali:

I: $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 22$
II: $a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c = 40$
III: $2 \cdot a \cdot 20 + b = 1{,}5$

b1) $G(x) = 0$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$x_1 = 10$, $x_2 = 60$

c1) Pri x_0 (v KE) igralih je dosežen maksimalni izkupiček.

Naloga 3

Spletni portal

a) Funkcija N modelno opisuje število oseb, ki uporabljajo neki spletni portal, v odvisnosti od časa t.

$N(t) = 3\,000 \cdot 1{,}22^t$

t ... čas v letih od začetka opazovanja
$N(t)$ ... število oseb, ki ta spletni portal uporabljajo v časovnem trenutku t

1) Izračunajte podvojitveni čas za število oseb, ki uporabljajo ta spletni portal.
2) Nastavite funkcijsko enačbo funkcije N v obliki $N(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$.

Z naslednjim izrazom naj bo izračunana povprečna hitrost spreminjanja števila oseb, ki uporabljajo ta spletni portal v teku prvih 6 let.

$$\frac{3\,000 \cdot 1{,}22^{\boxed{}} - \boxed{}}{\boxed{} - 0}$$

3) Vnesite manjkajoča števila v za to predvidene okvirčke.

Rešitev naloge 3

Spletni portal

a1) $6\,000 = 3\,000 \cdot 1{,}22^{t}$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$t = 3{,}48...$

Podvojitveni čas znaša okoli 3,5 let.

a2) $\ln(1{,}22) = 0{,}1988...$

$N(t) = 3\,000 \cdot e^{0{,}199 \cdot t}$ *(koeficient zaokrožen)*

a3) $$\frac{3\,000 \cdot 1{,}22^{\boxed{6}} - \boxed{3\,000}}{\boxed{6} - 0}$$

Naloga 4

Krvne skupine

V naslednji preglednici je podana porazdelitev krvnih skupin (v Avstriji).

krvna skupina	0	A	B	AB
frekvenca	36 %	44 %	14 %	6 %

a) V okviru neke študije je bilo slučajno izbranih *n* oseb iz Avstrije in določena je bila njihova krvna skupna.

1) Izpopolnite naslednjo formulo za izračun verjetnosti, da ima natanko 5 oseb krvno skupino AB.

$P(\text{»natanko 5 oseb ima krvno skupino AB«}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{}^{5} \cdot \boxed{}^{\boxed{}}$

b) V okviru neke druge študije je bilo slučajno izbranih 85 oseb iz Avstrije in določena je bila njihova krvna skupna.

1) Izračunajte verjetnost, da znaša pri tem število oseb s krvno skupino A najmanj 25 in največ 30.

c) Pri neki nadaljnji študiji sta slučajno izbrani 2 osebi iz Avstrije.

1) V dani vsebinski povezavi opišite možni dogodek *E*, čigar verjetnost se izračuna z naslednjim izrazom.

$P(E) = 2 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}14 \approx 0{,}10$

Rešitev naloge 4

Krvne skupine

a1) $P(\text{»natanko 5 oseb ima krvno skupino AB«}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{0{,}06}^{5} \cdot \boxed{0{,}94}^{\boxed{n-5}}$

b1) X ... število oseb s krvno skupino A

Binomska porazdelitev pri $n = 85$ in $p = 0{,}44$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$P(25 \leq X \leq 30) = 0{,}0627...$

Verjetnost znaša okoli 6,3 %.

c1) E ... izmed teh 2 oseb ima natanko ena oseba krvno skupino 0 in 1 oseba krvno skupino B

Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit k standardiziranemu,
kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu izpitu

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

oktober 2023

Matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRP iz Matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/prav dobro
10–11	»Gut«/dobro
8–9	»Befriedigend«/povoljno
6–7	»Genügend«/zadostno
0–5	»Nicht genügend«/nezadostno

Naloga 1

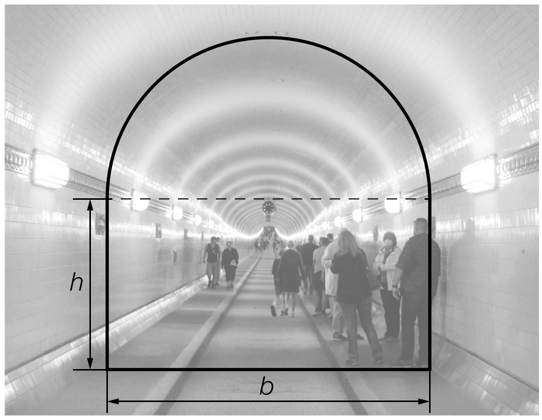
Stari predor pod Elbo

Stari predor pod Elbo v Hamburgu omogoča prečkanje Elbe.

a) Prečni presek predora približno ustreza pravokotniku z nadčrtanim polkrogom (glejte naslednjo sliko).

b ... širina v m
h ... višina v m

Daniel želi izračunati prostornino zraka V v 426,5 dolgem Starem predoru pod Elbo.

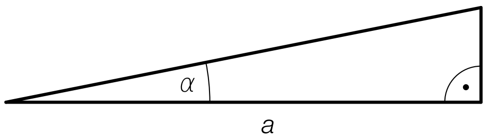


Vir: BMBWF

1) S pomočjo b in h nastavite formulo za izračun V.

V = ____

b) Na naslednji sliki je modelno predstavljen vzpon nekega dela kolesarske poti v predoru.



a ... vodoravna dolžina dela poti v m
α ... kot vzpona dela poti

Neka kolesarka se po tem delu poti pelje s hitrostjo v v m/s.

Velja: $\dfrac{\frac{a}{\cos(\alpha)}}{v} = 12{,}5$

1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte vrednost 12,5. Pri tem navedite pripadajočo enoto.

c) V prvem letu po otvoritvi je Stari predor pod Elbo uporabilo 20 milijonov ljudi. Število oseb letno, ki uporabljajo Stari predor pod Elbo, je do leta 1985 za 97,5 % upadlo in nato zopet naraslo. V letu 2008 je Stari predor pod Elbo uporabilo za 40 % več oseb, kakor v letu 1985.

1) Izračunajte število oseb, ki je v letu 2008 uporabilo Stari predor pod Elbo.

Rešitev naloge 1

Stari predor pod Elbo

a1) $V = 426{,}5 \cdot \left(b \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi\right)$

ali:

$V = 426{,}5 \cdot \left(b \cdot h + \frac{b^2}{8} \cdot \pi\right)$

b1) Kolesarka potrebuje za ta del poti 12,5 s.

c1) $20\,000\,000 \cdot 0{,}025 \cdot 1{,}4 = 700\,000$

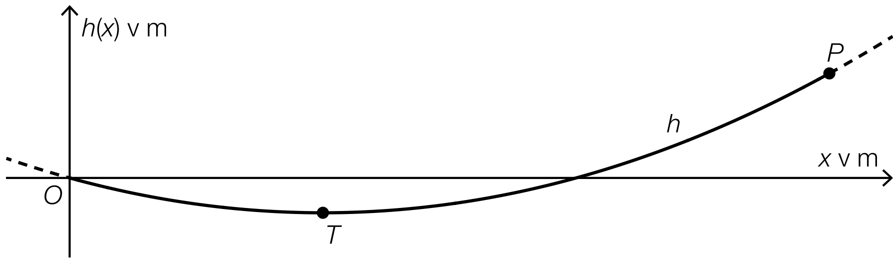
V letu 2008 je Stari predor pod Elbo uporabilo 700 000 oseb.

Naloga 2

Viseči most

Potek nekega določenega visečega mostu za pešce je moč modelno opisati s kvadratno funkcijo.

a) V nekem modelu je potek visečega mostu opisan s funkcijo h, pri $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ (glejte naslednjo sliko v pogledu od strani).



Graf funkcije h poteka skozi točko $P = (120|6)$. Na mestu $x = 40$ se nahaja najnižja točka mostu T.

Za izračun koeficientov a in b je, s pomočjo informacij o točkah P in T, nastavljen naslednji sistem enačb.

1) Vnesite manjkajoča števila v za to predvidene okvirčke.

I: $a \cdot \boxed{}^2 + b \cdot \boxed{} = \boxed{}$

II: $a \cdot \boxed{} + b = \boxed{}$

Za funkcijo h velja: $h(x) = 0{,}00125 \cdot x^2 - 0{,}1 \cdot x$

2) Izračunajte naklonski kot tangente na graf funkcije h v točki P.

V nekem drugem koordinatnem sistemu je moč potek visečega mostu opisati s funkcijo f, pri $f(x) = a \cdot x^2$.

3) V zgornjo sliko vrišite koordinatni osi za graf funkcije f.

Rešitev naloge 2

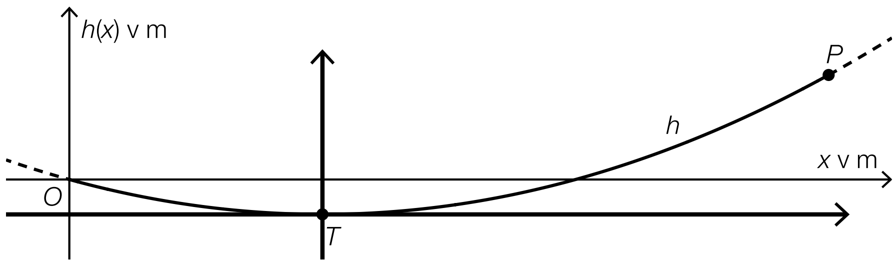
Viseči most

a1) I: $a \cdot \boxed{120}^2 + b \cdot \boxed{120} = \boxed{6}$

II: $a \cdot \boxed{80} + b = \boxed{0}$

a2) $\alpha = \arctan(h'(120)) = \arctan(0{,}2)$
$\alpha = 11{,}30...°$

a3)



Naloga 3

Športni artikli

a) Za neki športni artikel je dana funkcije odvoda K' funkcije stroškov K.

$K'(x) = 3 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 20$

x ... število proizvedenih KE
$K'(x)$ ... 1. odvod funkcije stroškov K pri x KE, v DE/KE

Fiksni stroški znašajo 4 200 DE.

1) Nastavite funkcijsko enačbo funkcije stroškov K.

b) Za neki drugi športni artikel sta podani funkcije stroškov K_1 in funkcija izkupička E_1.

$K_1(x) = 0{,}01 \cdot x^2 + 10 \cdot x + 200$
$E_1(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 50 \cdot x$

x ... število proizvedenih in prodanih KE
$K_1(x)$ ... skupni stroški pri x KE v DE
$E_1(x)$ ... izkupiček pri x KE v DE

1) Izračunajte dobiček pri $x = 70$ KE.

c) V neki študiji so proučevali koliko količinskih enot nekega določenega športnega artikla je moč dolgoročno prodati.
Število prodanih količinskih enot je moč v odvisnosti od čas modelirati s funkcijo A.

$A(t) = a - 30 \cdot b^t$ pri $0 < b < 1$

t ... čas v mesecih pri $t = 0$ za začetek prodaje
$A(t)$ ... število ob času t prodanih količinskih enot
a, b ... parametra

1) Na podlagi funkcijske enačbe za A utemeljite, zakaj glede na ta model nikoli ne more biti prodanih več kot a količinskih enot.

Rešitev naloge 3

Športni artikli

a1) $K(x) = \int K'(x)\,\mathrm{d}x = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - 8 \cdot \frac{x^2}{2} + 20 \cdot x + C = x^3 - 4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + C$
$K(0) = 4\,200$
$C = 4\,200$

$K(x) = x^3 - 4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + 4\,200$

b1) $G_1(x) = E_1(x) - K_1(x) = -0{,}26 \cdot x^2 + 40 \cdot x - 200$
$G_1(70) = 1\,326$

Dobiček pri 70 KE znaša 1 326 DE.

c1) Izraz $30 \cdot b^t$ je za vse t pozitiven in zato izraz $a - 30 \cdot b^t$ nikoli ne more zavzeti večje vrednosti kot a.

Naloga 4

Metanje kocke

Pri neki določeni igri se mečejo poštene igralne kocke s po šestimi ploskvami. Stranske ploskve teh kock so vsakič označene s številkami $1, 2, 3, \dots, 6$.

a) Andrea večkrat vrže eno kocko.

1) Nastavite formulo za izračun naslednje verjetnosti *P*.

P(»Andrea pri *a* metih kocke ne vrže niti ene šestice«) = ____________________

b) Ferdinand enkrat vrže 2 kocki.

On zatrjuje: »Verjetnost, da je vsota števil na vrženih kockah 5, je večja, kot je verjetnost, da je vsota števil na vrženih kockah 4.«

1) Računsko dokažite, da je Ferdinandova trditev pravilna.

c) Sabrina vrže enkrat 5 kock.

1) Izračunajte verjetnost, da pri tem natanko 4 izmed 5 kock kažejo enako številko.

Rešitev naloge 4

Metanje kocke

a1) $P(E) = \left(\frac{5}{6}\right)^a$

b1) Vsota števil 5: 1 + 4 *ali* 2 + 3 *ali* 3 + 2 *ali* 4 + 1
Vsota števil 4: 1 + 3 *ali* 2 + 2 *ali* 3 + 1
S tem velja:
$P(X = 5) = \frac{4}{36}$
$P(X = 4) = \frac{3}{36}$
$\frac{4}{36} > \frac{3}{36}$

c1) $6 \cdot \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = 0{,}0192...$
Verjetnost znaša okoli 1,9 %.

Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit k standardiziranemu,
kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu izpitu

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

junij 2022

Matematika

Kompenzacijski izpit 5
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRP iz Matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/prav dobro
10–11	»Gut«/dobro
8–9	»Befriedigend«/povoljno
6–7	»Genügend«/zadostno
0–5	»Nicht genügend«/nezadostno

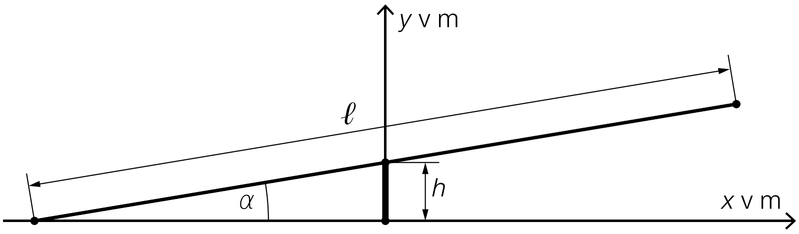
Naloga 1

Igrišče

Na nekem igrišču so na voljo različna igrala.

a) Na sliki 1 je prikazana gugalnica. Na sliki 2 je ta gugalnica modelno predstavljena v pogledu s strani.

slika 1



slika 2

Vir slik: Chabe01 – own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Aire_Jeux_Rives_Menthon_St_Cyr_Menthon_16.jpg [23.12.2021] (prirejeno).

Prečka ima dolžino ℓ in njeno središče se nahaja na višini h.

1) S pomočjo h in ℓ nastavite formulo za izračun kota α:

α = ____

b) Okrogla odskočna ploskev na nekem trampolinu ima ploščino 5 m^2.

1) Izračunajte premer odskočne ploskve tega trampolina.

c) Nek stari peskovnik s kvadratno osnovno ploskvijo s stranico a in višino h, bo nadomeščen z novim peskovnikom.

Ta novi peskovnik s kvadratno osnovno ploskvijo naj ima enako višino, toda za 50 % večje dolžine stranic kot stari peskovnik.

1) Pokažite da prostornina novega peskovnika <u>ne bo</u> dvakrat tako velika kot je prostornina starega peskovnika.

Rešitev naloge 1

Igrišče

a1) $\alpha = \arcsin\left(\frac{h}{\frac{\ell}{2}}\right)$

ali:

$\alpha = \arcsin\left(\frac{2 \cdot h}{\ell}\right)$

b1) $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{5}{\pi}} = 2{,}52...$

Odskočna deska ima premer okoli 2,5 m.

c1) $V_{\text{stari}} = a^2 \cdot h$

$V_{\text{novi}} = (1{,}5 \cdot a)^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot a^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot V_{\text{stari}}$

Prostornina novega peskovnika torej ni dvakrat tako velika kot prostornina starega peskovnika.

Tudi dokaz s konkretnimi števili je vrednotiti kot pravilen.

Naloga 2

Pivska pena

Ko natočimo pivo v kozarec, nastala pivska pena počasi zopet pade sama vase.

a) Thomas v nekem določenem kozarcu meri višino pivske pene po natočenju.
V naslednji preglednici so podani njegovi rezultati merjenja.

čas po natočenju v s	0	20	60
višina pivske pene v cm	4	2,5	2

1) Ugotovite povprečno hitrost spreminjanja višine pivske pene za prvih 60 sekund po natočenju. Rezultat navedite s pripadajočo enoto.

Višina pivske pene naj bo opisana z eksponentno funkcijo h v obliki $h(t) = a \cdot b^t$.

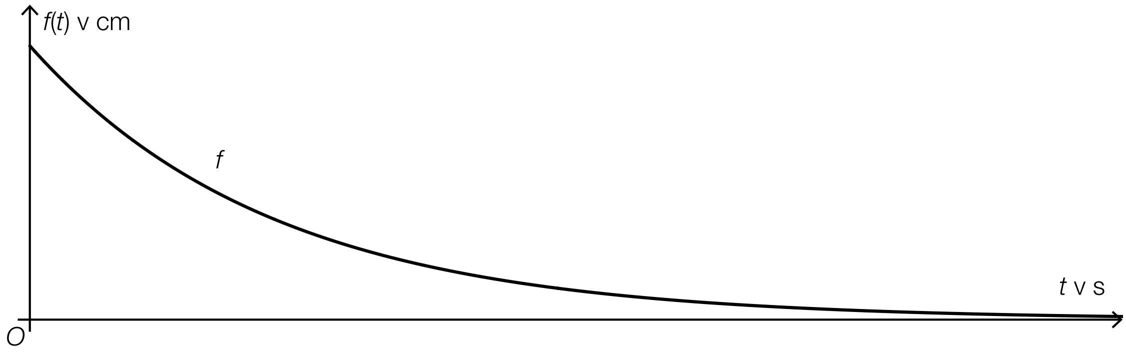
t ... čas po natočenju v s
$h(t)$ ... višina pivske pene ob času t v cm

2) Pokažite, da ni nobene eksponentne funkcije h v tej obliki, na katere grafu ležijo vsi trije rezultati merjenja.

b) Martin opisuje višino pivske pene po natočenju v neki drugi kozarec s funkcijo f (glej spodnje slike).

1) Na spodnji sliki (slika 2) skicirajte graf funkcije f'.

Slika 1



Slika 2

Rešitev naloge 2

Pivska pena

a1) $\dfrac{2-4}{60-0}=-0{,}0\dot{3}$

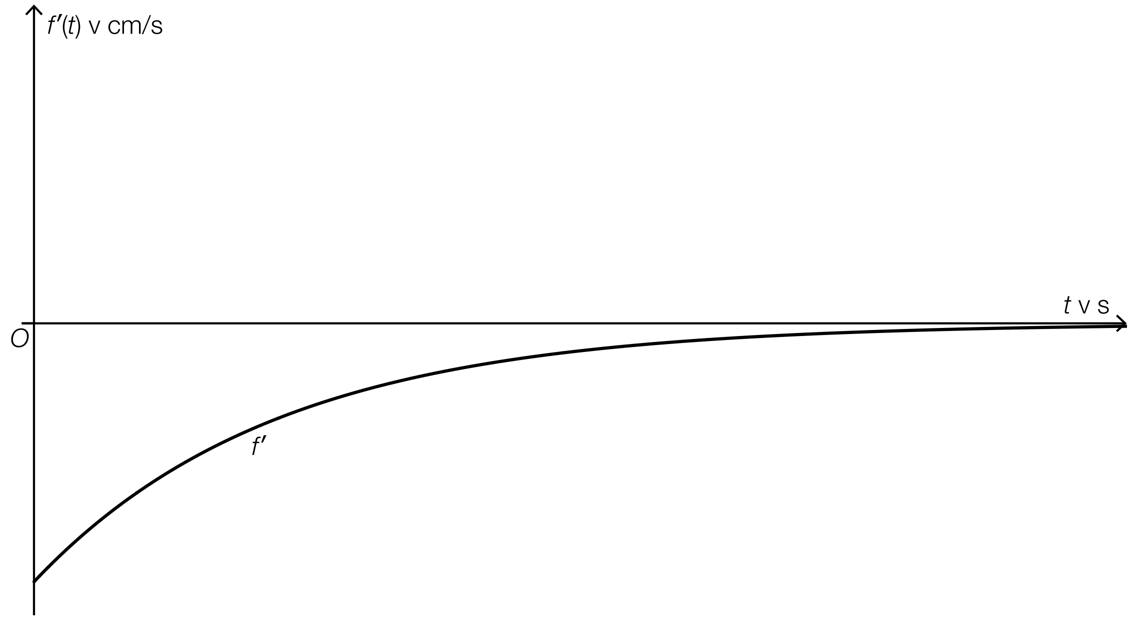
Povprečna hitrost spreminjanja znaša okoli –0,03 cm/s.

a2) $4\cdot b^{20}=2{,}5 \quad\Rightarrow\quad b=\sqrt[20]{\dfrac{2{,}5}{4}}=0{,}976\ldots$

$4\cdot b^{60}=2 \quad\Rightarrow\quad b=\sqrt[60]{\dfrac{2}{4}}=0{,}988\ldots$

Ker faktorji spreminjanja niso enaki, ni eksponentne funkcije v tej obliki, na katere grafu bi ležali vsi 3 rezultati merjenja.

b1)



Graf mora biti monotono naraščajoč in negativno ukrivljen ter se asimptotsko približevati vodoravni osi.

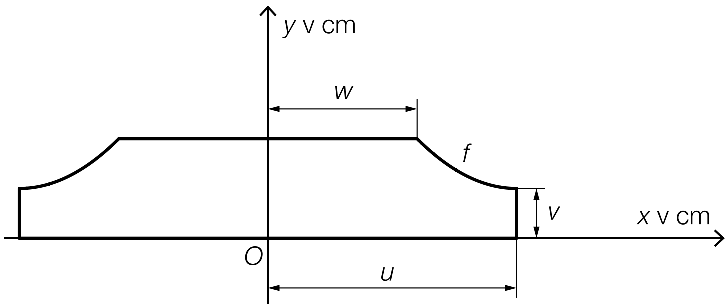
Naloga 3

Pokrov za cevi

a) Na sliki ob strani je predstavljena slika nekega pokrova za cevi za dve cevi za ogrevanje.

Vir slike: BMBWF

Na naslednji sliki je modelno predstavljena ploskev prečnega preseka tega pokrova za cevi, v pogledu od strani.



Del mejne črte prečnega preseka je moč modelirati z grafom kvadratne funkcije f pri $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

Teme funkcije f ima koordinate $(u|v)$.
Kot vzpona na mestu w znaša $-45°$.

1) Sestavite sistem enačb za izračun koeficientov a, b in c. Pri tem uporabite u, v in w.

2) Na gornji sliki označite tisto ploskev, katere ploščino je moč izračunati z naslednjim izrazom.
$\int_w^u f(x)\,\mathrm{d}x$

Za neki določeni pokrov za cevi pri $u = 5$ velja:

$f(x) = 0{,}25 \cdot x^2 - 2{,}5 \cdot x + 8{,}75$ pri $w \leq x \leq u$

3) Za ta pokrov za cevi izračunajte dolžino v.

Rešitev naloge 3

Pokrov za cevi

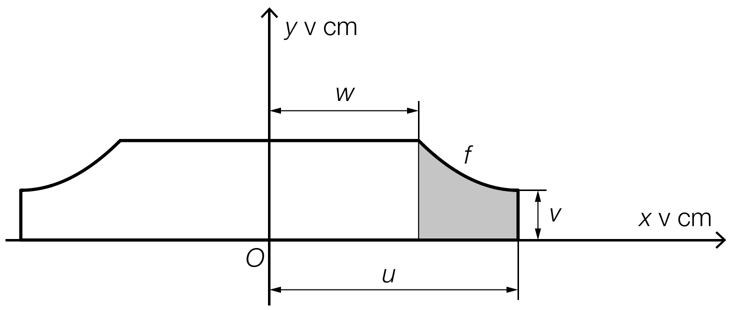
a1) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(u) = v$
II: $f'(u) = 0$
III: $f'(w) = -1$

ali:

I: $a \cdot u^2 + b \cdot u + c = v$
II: $2 \cdot a \cdot u + b = 0$
III: $2 \cdot a \cdot w + b = -1$

a2)



a3) $f(5) = 2{,}5$

Dolžina v znaša 2,5 cm.

Naloga 4

Paketne službe

Zaradi velikega povečanja spletnega trgovanja vedno več ljudi uporablja paketno službo.

a) Za sporočanje težav s paketno službo so posebna mesta za pritožbe.
Na osnovi daljših opazovanj je znano, da se na enem takem mestu za pritožbe 11 % vseh pritožb zgodi zaradi predolgih časov dostave.

Na neki določeni dan je prispelo, neodvisno med seboj, skupaj 42 pritožb.

1) Izračunajte verjetnost, da se je natanko 8 od teh 42 pritožb zgodilo zaradi predolgih časov dostave.

b) Za vsako paketno službo je *kvota prve dostave* pomembna količina.
Kvota prve dostave ustreza verjetnosti, da je lahko neki slučajno izbrani paket dostavljen pri prvem poskusu. Pri neki določeni paketni službi znaša kvota prve dostave 90 %.

Neka dostavljalka paketov mora dostaviti n paketov.

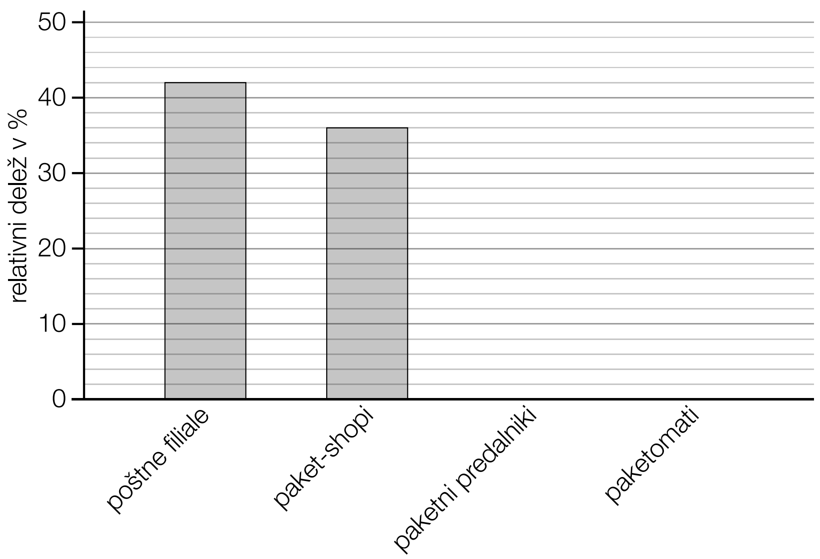
1) V dani vsebinski povezavi opišite dogodek E, katerega verjetnost se izračuna z naslednjim izrazom.

$P(E) = 1 - 0{,}9^n$

c) Z neko določeno paketno službo je bilo moč v letu 2020 odposlati pakete iz skupaj 31 200 oddajnih mest.

Teh 31 200 oddajnih mest sestoji iz 13 104 poštnih filial, 11 232 paket-shopov, 624 paketnih predalnikov in določenega števila paketomatov.

1) Dopolnite dva manjkajoča stolpca v naslednjem stolpčnem diagramu.



Rešitev naloge 4

Paketne službe

a1) X ... število pritožb zaradi predolgih časov dostave

Binomska porazdelitev pri $n = 42$, $p = 0{,}11$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

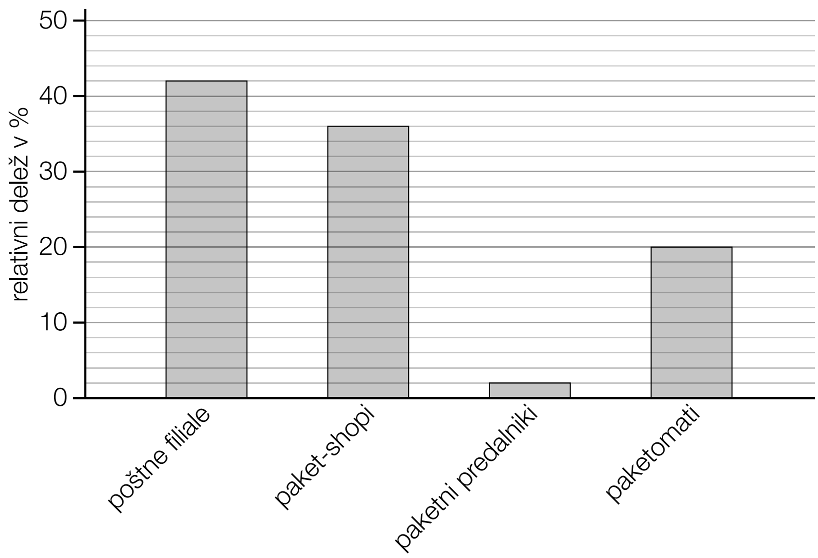
$P(X = 8) = 0{,}0481...$

Verjetnost znaša okoli 4,8 %.

b1) E ... »Dostavljalka paketov izmed teh n paketov najmanj 1 paketa ne more dostaviti v prvem poskusu«

c1) $\frac{624}{31\,200} = 0{,}02$

$\frac{31\,200 - 13\,104 - 11\,232 - 624}{31\,200} = 0{,}2$



Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit k standardiziranemu,
kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu izpitu

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

oktober 2022

Matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRP iz Matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">kandidat/ka 1</td><td colspan="3">kandidat/ka 2</td><td colspan="3">kandidat/ka 3</td><td colspan="3">kandidat/ka 4</td><td colspan="3">kandidat/ka 5</td></tr>
<tr><td>naloga 1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>naloga 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>naloga 3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>naloga 4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>skupaj</td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

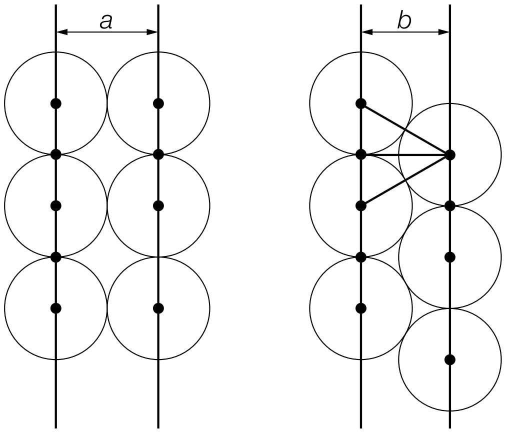
Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/prav dobro
10–11	»Gut«/dobro
8–9	»Befriedigend«/povoljno
6–7	»Genügend«/zadostno
0–5	»Nicht genügend«/nezadostno

Naloga 1

Cvetlični lončki

Cvetlične lončke valjaste oblike je moč razporediti v tako imenovano *kvadratno postavitev* ali v tako imenovano *trikotno postavitev* (glej naslednji modelni sliki v pogledu od zgoraj).



a) Razdalja b pri trikotni postavitvi je pri tem manjša, kot je razdalja a pri kvadratni postavitvi.

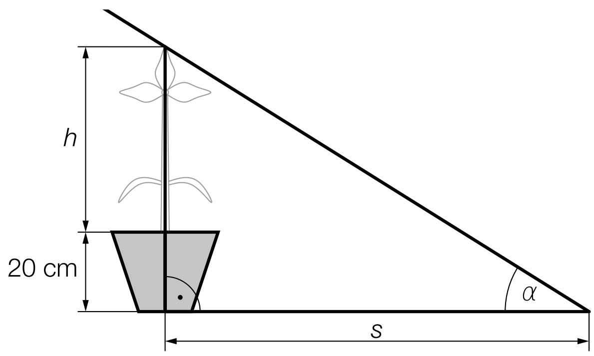
1) Izračunajte razliko $a - b$ za primer, ko znaša premer cvetličnih lončkov 40 cm.

b) Dva cvetlična lončka valjaste oblike z osnovno ploskvijo v obliki kroga, med seboj primerjamo.

Cvetlični lonček A ima polmer r in višino h.
Prostornina tega cvetličnega lončka znaša V_A.
Cvetlični lonček B ima pri enaki višini h za 10 % večji polmer kot cvetlični lonček A.

1) Pokažite, da je prostornina V_B cvetličnega lončka B za 21 % večja kot je V_A.

c) V nekem cvetličnem lončku z višino 20 cm se nahaja rastlina z višino h (v cm). Vpadajoči sončni žarki tvorijo s horizontalo kot α. (Glej sliko ob strani.)



1) S pomočjo h in α nastavite formulo za izračun dolžine sence s (v cm).

$s =$ ______________________________

Rešitev naloge 1

Cvetlični lončki

a1) $a = 40$

b je višina enakostraničnega trikotnika s stranico 40.

$b = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = 34{,}64...$

ali:

$b = \sqrt{40^2 - 20^2} = 34{,}64...$

$a - b = 40 - 34{,}64...$
$a - b = 5{,}35...$ cm

b1) $V_A = r^2 \cdot \pi \cdot h$
$V_B = (1{,}1 \cdot r)^2 \cdot \pi \cdot h = 1{,}21 \cdot V_A$

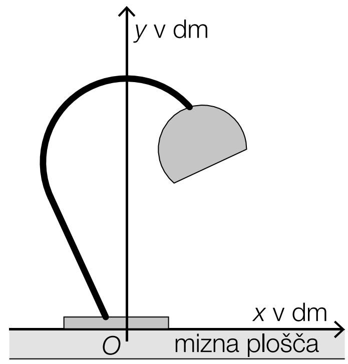
c1) $s = \dfrac{h + 20}{\tan(\alpha)}$

Naloga 2

Luči za pisalno mizo

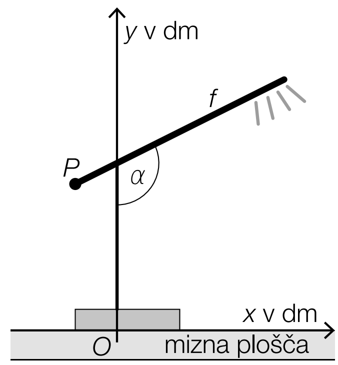
V ponudbi so različni modeli luči za pisalno mizo. Del stojala, na katerem je obešeno svetilo, ima pri tem, glede na model, vsakič neko drugo obliko, ki je na spodnjih slikah vsakič modelno predstavljena z debelo črno črto.

a) Na sliki ob strani je predstavljen tak del stojala modela *A*.



1) Utemeljite, zakaj oblika tega dela stojala ne more biti opisana z grafom ene same funkcije (*y* v odvisnosti od *x*).

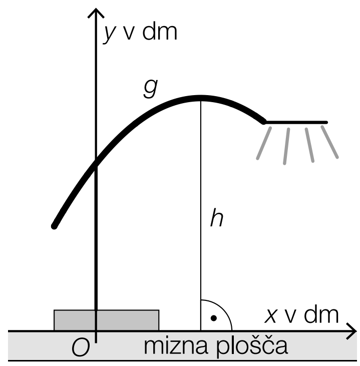
b) Del stojala, na katerem je obešeno svetilo pri modelu *B*, je moč opisati z grafom linearne funkcije *f* (glej sliko ob strani).



1) S pomočjo $P = (-1\,|\,3{,}5)$ in $\alpha = 116{,}56°$ nastavite enačbo funkcije *f*.

c) Del stojala, na katerem je obešeno svetilo pri modelu *C* je moč opisati z grafom kvadratne funkcije *g* (glej sliko ob strani).

Velja: $g(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 1{,}25 \cdot x + 4$



1) Izračunajte maksimalno višino *h* tega dela stojala nad mizno ploščo.

Rešitev naloge 2

Luči za pisalno mizo

a1) Funkcija vsaki vrednosti x priredi natanko eno vrednost y. Ker obstoja območje v katerem ležita 2 točki na delu stojala ena nad drugo, ne more biti ta del stojala opisan z grafom ene same funkcije.

b1) $f(x) = k \cdot x + d$

$k = \tan(116{,}56° - 90°) = 0{,}499...$
$-1 \cdot 0{,}499... + d = 3{,}5$
$d = 3{,}99...$

$f(x) = 0{,}5 \cdot x + 4$ *(koeficienti zaokroženi)*

c1) $g'(x) = 0$ *oder* $-0{,}5 \cdot x + 1{,}25 = 0$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

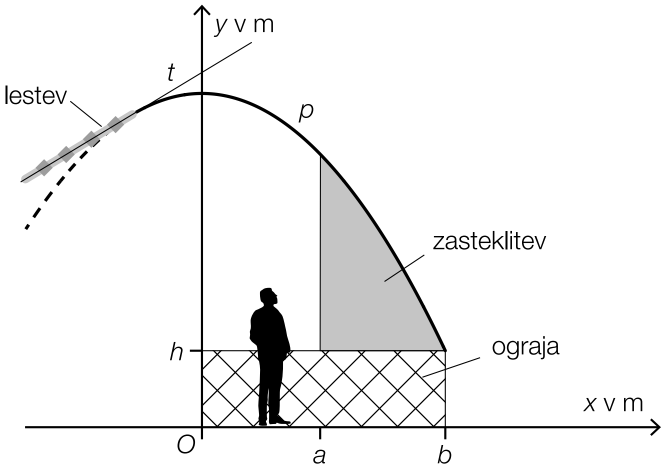
$x = 2{,}5$
$g(2{,}5) = 5{,}56...$

Maksimalna višina h tega dela stojala nad mizno ploščo znaša okoli 5,6 dm.

Naloga 3

Razgledna ploščad

Na naslednji sliki je predstavljena pokrita razgledna ploščad v pogledu od strani.



a) Streha je modelirana z grafom kvadratne funkcije p.

$p(x) = -0{,}302 \cdot x^2 + 4{,}8$

x, $p(x)$ ... koordinate v m

Za namene čiščenja je na streho nameščena lestev. Lestev poteka vzdolž tangente t na graf funkcije p na mestu $x = -1$.

1) Izračunajte naklonski kot tangente t.

b) Ploščad naj bi ob straneh zasteklili. Zasteklitev naj bi segala od zgornjega roba ograje do nadstreška (glej gornjo sliko).

1) Nastavite formulo za izračun ploščine A sivo označene ploskve.

$A =$ ____

c) Iz varnostnih razlogov naj bi se za streho namestila opora z dolžino $\ell = p(a) - h$.

1) Na gornji sliki označite ℓ.

Rešitev naloge 3

Razgledna ploščad

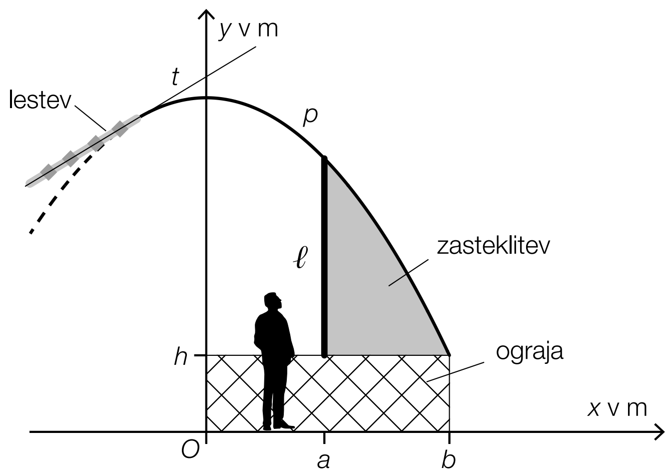
a1) $p'(x) = -0{,}604 \cdot x$

$p'(-1) = 0{,}604$
$\alpha = \arctan(0{,}604) = 31{,}13...°$

Naklonski kot tangente t znaša okoli 31,1°.

b1) $A = \int_a^b (p(x) - h)\,\mathrm{d}x$ *ali* $A = \int_a^b p(x)\,\mathrm{d}x - (b - a) \cdot h$

c1)



Naloga 4

Cigarete

Številne sestavine cigaretnega dima so zdravju škodljive.

a) Pri 100 kadilkah so preiskovali količino sestavin dima njihovih cigaret. Le-to so razvrstili v 3 razrede (glej naslednjo preglednico).

razred	količina sestavin dima na cigareto v mg	sredina razreda	absolutna frekvenca
1	[0; 10[	5	55
2	[10; 30[	20	40
3	[30; 50[	40	5

Izračunati je treba aritmetično sredino količine sestavin dima. Zato je približno ugotovljena vsakokratna sredina razreda.

1) Izračunajte aritmetično sredino količine sestavin dima.
2) Pojasnite, zakaj leži mediana količine sestavin dima v razredu 1.

b) Verjetnost, da slučajno izbrana kadilka na dan pokadi več kot eno cigareto, znaša p.

Izračunati je treba verjetnost, da natanko 5 od 100 kadilk pokadi na dan po več kot eno cigareto.

1) Nastavite formulo za izračun te verjetnosti.

Rešitev naloge 4

Cigarete

a1) $\frac{5 \cdot 55 + 20 \cdot 40 + 40 \cdot 5}{100} = 12{,}75$

Aritmetična sredina količine sestavin dima znaša 12,75 mg.

a2) Mediana urejenega nabora leži vedno na sredini vseh vrednosti. Pri danih 100 vrednostih leži 55 vrednosti, torej več kot polovica, v razredu 1. Zato mora tudi mediana ležati v tem razredu.

b1) X ... število kadilk, ki pokadijo po več kot eno cigareto na dan

Binomska porazdelitev pri $n = 100$ in p

$P(X = 5) = \binom{100}{5} \cdot p^5 \cdot (1 - p)^{95}$