

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Bauteile

a1)

Der Graph der Grenzkostenfunktion und der Graph der Stückkostenfunktion schneiden einander bei 10 ME.	A
Die Stückkosten bei einer Produktion von 10 ME betragen 10 GE/ME.	D

A	$\frac{K(10)}{10} = K'(10)$
B	$\frac{K'(10)}{10} = 10$
C	$K''(10) = 0$
D	$K(10) = 100$

a1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

b1)  $K'(x) = 700$  oder  $6 \cdot x^2 - 120 \cdot x + 700 = 700$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 20$$

Im Intervall  $[0; 20]$  betragen die Grenzkosten maximal 700 GE/ME.

*Die Angabe in Intervallschreibweise ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.*

b2)

$4 \cdot x - 60 = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

b3)  $G'(x) = 0$  oder  $-80 \cdot x + 1200 = 0$

$$x = 15$$

$$G(15) = 3000$$

$$15 \text{ ME} = 150000 \text{ Stück}$$

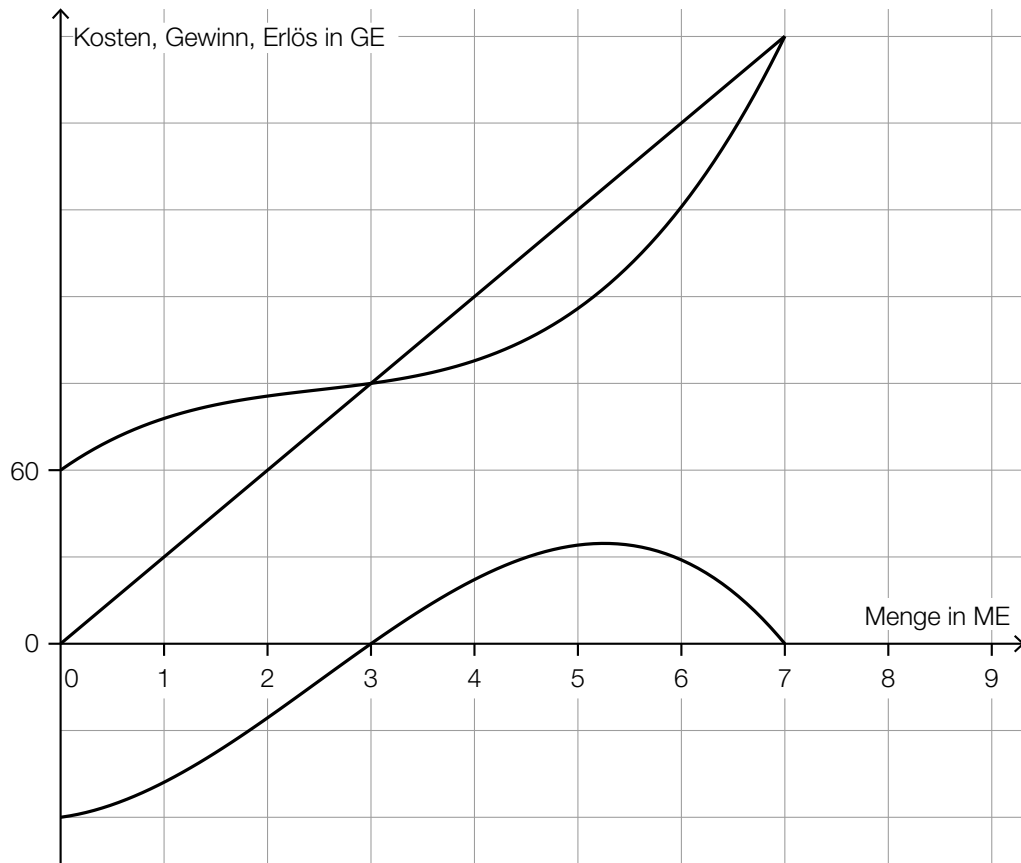
$$3000 \text{ GE} = 300.000 \text{ Euro}$$

$$\frac{300.000 \text{ Euro}}{150000 \text{ Stück}} = 2 \text{ Euro/Stück}$$

b4)  $a = 2$   
 $b = -100$   
 $c = 1900$

- b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Intervalls.  
 b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.  
 b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Gewinns pro Stück in der Einheit Euro/Stück.  
 b4) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Parameter  $a$ ,  $b$  und  $c$ .

c1)



c2)  $\frac{60}{2} = 30$

Der Preis beträgt 30 GE/ME.

- c1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion.  
 c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Preises.

d1)  $300 = p_H - 20 \cdot 5$   
 $p_H = 400 \text{ GE/ME}$

d2) Die Steigung  $-20$  gibt an, dass eine Preissenkung um  $20 \text{ GE/ME}$  zu einer Absatzsteigerung um  $1 \text{ ME}$  führt.

*oder:*

Soll die abgesetzte Menge um  $1 \text{ ME}$  gesteigert werden, so muss der Preis um  $20 \text{ GE/ME}$  gesenkt werden.

d1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Höchstpreises  $p_H$ .

d2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Swimmingpool

a1)  $i = 1,02\%$  p. a.

a2)  $Z \cdot (1 + 1,0102^2 + 1,0102^4 + 1,0102^5) = 2468,39$   
 $Z = 599,999\dots$

Die Höhe von  $Z$  beträgt € 600,00.

a1) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Jahreszinssatzes  $i$ .

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe von  $Z$ .

b1)

Wert aller Einzahlungen zum Zeitpunkt 1	A
Wert aller Einzahlungen zum Zeitpunkt 3	B

A	$X + X \cdot q + \frac{X}{q^2} + \frac{X}{q^4}$
B	$X + X \cdot q^2 + X \cdot q^3 + \frac{X}{q^2}$
C	$X \cdot q + X \cdot q^3 + X \cdot q^4 + \frac{X}{q}$
D	$X + \frac{X}{q} + \frac{X}{q^3} + \frac{X}{q^5}$

b1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1)  $20000 = 198,71 \cdot \frac{(1 + i_{12})^{120} - 1}{i_{12}} \cdot \frac{1}{(1 + i_{12})^{120}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:  $i_{12} = 0,0030\dots$

Der Monatszinssatz beträgt rund 0,3 %.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Monatszinssatzes.

d1) Der Tilgungsanteil im Monat 14 beträgt € 0, weil die Restschuld am Ende des Monats 14 gleich groß wie am Ende des Monats 13 ist.

d2)  $A_{15} = 6492,13 - 6217,55 + 6492,13 \cdot i_{12}$

oder:

$A_{15} = 274,58 + 6492,13 \cdot i_{12}$

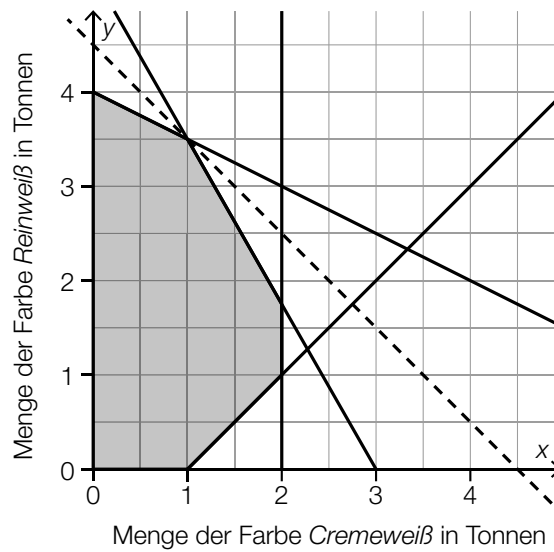
d1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Monats und das richtige Begründen.

d2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Wandfarben

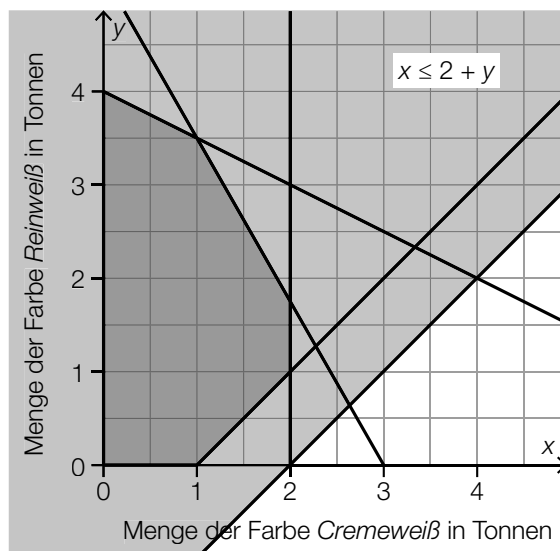
a1)



a2)  $4500 \cdot 1 + 4500 \cdot 3,5 = 20250$

Der maximale Erlös beträgt 20.250 Euro.

a3) Die durch die Ungleichung  $x \leq 2 + y$  festgelegte Halbebene enthält den Lösungsbereich zur Gänze (siehe nachstehende Abbildung).



Der Lösungsbereich wird daher durch die zusätzliche Bedingung nicht verkleinert.

- a1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Geraden.
- a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des maximalen Erlöses.
- a3) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b1) I:  $0,16 \cdot x + 0,2 \cdot y \leq 12$

II:  $x \geq \frac{4}{3} \cdot y$

- b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung I.  
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung II.

c1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$g(T) = -0,30 \cdot T + 9,91 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

c2) Wird die Temperatur um  $1 \text{ }^\circ\text{C}$  erhöht, so verringert sich die Trocknungszeit um rund  $0,30 \text{ h}$ .

c3)  $f'(T) = -0,3$  oder  $\frac{1}{30} \cdot T - 1 = -0,3$   
 $T = 21$

Bei einer Temperatur von  $21 \text{ }^\circ\text{C}$  beträgt die lokale Änderungsrate der Trocknungszeit  $-0,3 \text{ h/}^\circ\text{C}$ .

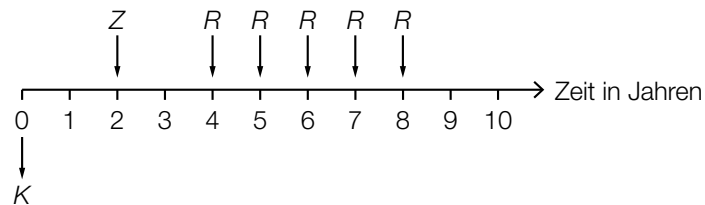
- c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion  $g$ .  
c2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.  
c3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Temperatur.

## Aufgabe 6 (Teil B)

Tischlerei

a1) 
$$A = \frac{K}{1,02^{-1} + 1,02^{-3}}$$

a2)



a3) 
$$60\,000 \cdot 1,02^3 = 20\,000 \cdot 1,02 + R \cdot \frac{1,02^5 - 1}{1,02 - 1} \cdot \frac{1}{1,02^5}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$R = 9\,180,619\dots$$

Die Ratenhöhe beträgt € 9.180,62.

- a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.  
 a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Raten  $R$ .  
 a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $R$ .

b1) Der Betrag  $B_3$  ist kleiner als  $B_2$ , weil dieser früher gezahlt wird und damit weniger Zinsen anfallen.

*Auch eine rechnerische Argumentation ist als richtig zu werten.*

b2)

$S \cdot q^2 = B_1 \cdot q^{-5} + B_2 \cdot q^{-3}$	<input checked="" type="checkbox"/>

- b1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.  
 b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	halbjährliche Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 45.000
1	€ 360	€ 3.140	€ 3.500	<b>€ 41.860</b>

c2)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	halbjährliche Annuität	Restschuld
13	€ 44,94	€ 3.455,06	€ 3.500,00	<b>€ 2.162,50</b>
14	€ 17,30	<b>€ 2.162,50</b>	<b>€ 2.179,80</b>	€ 0,00

*Wird der Tilgungsplan vollständig oder mithilfe der Restschuld im Semester 12 durchgerechnet, ergeben sich aufgrund der Rundung geringfügig abweichende Werte.*

c3) Es wird der (äquivalente) Monatszinssatz berechnet.

c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 1.

c2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zeilen für die Semester 13 und 14.

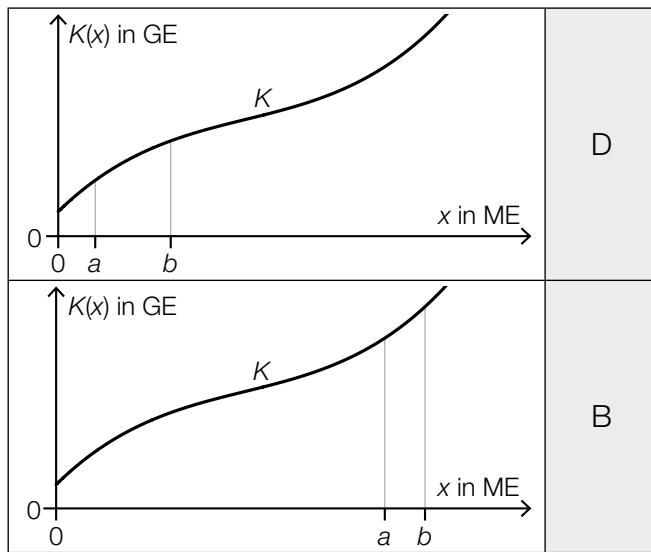
c3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.



## Aufgabe 7 (Teil B)

### Fahrradhelme

a1)



A	Die Gesamtkosten sind bei $a$ ME höher als bei $b$ ME.
B	Die Grenzkosten sind bei $a$ ME geringer als bei $b$ ME.
C	Die Kostenkehre liegt zwischen $a$ ME und $b$ ME.
D	Die Durchschnittskosten sind bei $a$ ME höher als bei $b$ ME.

a2)  $K(x) = 0,001 \cdot x^3 - 0,2 \cdot x^2 + 18 \cdot x + F$

$K(40) = 664$  oder  $0,001 \cdot 40^3 - 0,2 \cdot 40^2 + 18 \cdot 40 + F = 664$

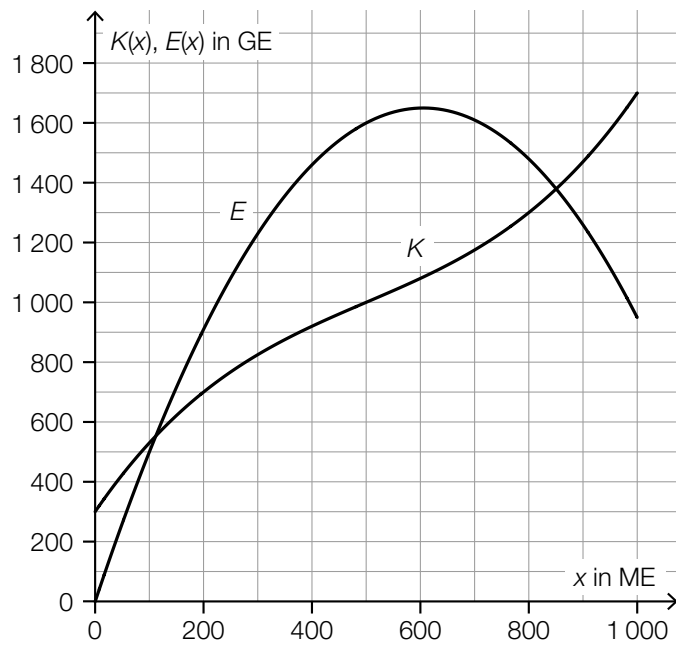
$F = 200$  GE

Die Fixkosten betragen 200 GE.

a1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Fixkosten.

b1)



b2)  $G(500) = E(500) - K(500) = 600$

Toleranzbereich: [570; 630]

Der Gewinn bei einem Absatz von 500 ME beträgt rund 600 GE.

b3)

①	
dem Preis	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
GE/ME	<input checked="" type="checkbox"/>

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion  $E$ .

b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Gewinns.

b3) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

c1)  $G'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I:  $G(0) = -220$

II:  $G(50) = 0$

III:  $G'(300) = 0$

oder:

I:  $c = -220$

II:  $2500 \cdot a + 50 \cdot b + c = 0$

III:  $600 \cdot a + b = 0$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -0,008$

$b = 4,8$

$c = -220$

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Fixkosten und des Break-even-Points.

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der Ableitung.

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten.

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Keramik

a1) I:  $x \geq y$

II:  $0,2 \cdot x + 0,4 \cdot y \leq 16$  oder II:  $200 \cdot x + 400 \cdot y \leq 16000$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung mithilfe der Information bezüglich der Mindestanzahl der Vasen.

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung mithilfe der Information bezüglich des maximalen Tonverbrauchs.

b1) 10 Krüge

b2) Diese Herstellung ist nicht möglich, da der Punkt (30 | 15) nicht im Lösungsbereich liegt.

b1) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Anzahl.

b2) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.

c1)  $E(x, y) = 40 \cdot x + 30 \cdot y$

c2)

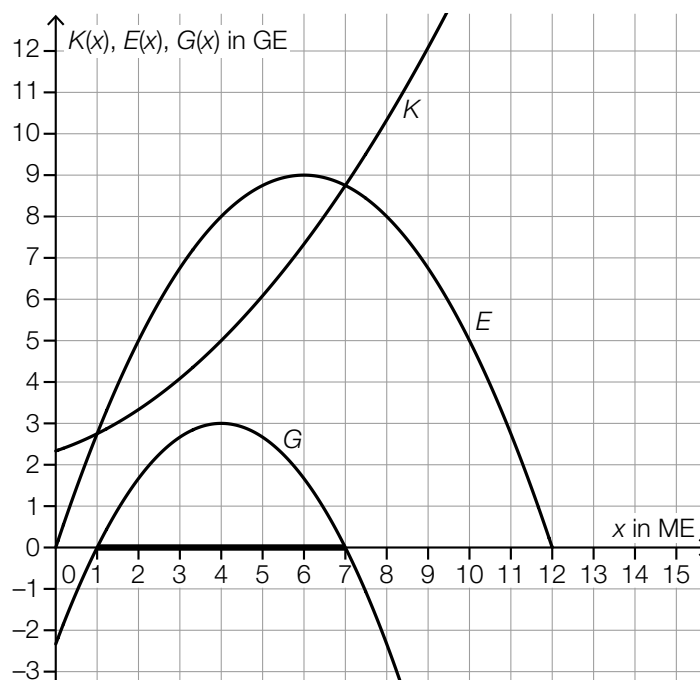
Die zur Geraden $h$ gehörende Bedingung wird weggelassen.	<input checked="" type="checkbox"/>

- c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Zielfunktion  $E$ .  
 c2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Trinkflaschen

a1)



a2)  $E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$

$$E(12) = 0$$

$$E(6) = 9$$

oder:

$$a \cdot 12^2 + b \cdot 12 = 0$$

$$a \cdot 6^2 + b \cdot 6 = 9$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -0,25$$

$$b = 3$$

$$E(x) = -0,25 \cdot x^2 + 3 \cdot x$$

a3)

2 GE/ME	<input checked="" type="checkbox"/>

a1) Ein Punkt für das Markieren des richtigen Gewinnbereichs.

a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Erlösfunktion  $E$ .

a3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

b1)  $K'(x) = 0,105 \cdot x^2 - 0,64 \cdot x + 1,2$

$K'(x) = 2,8$  oder  $0,105 \cdot x^2 - 0,64 \cdot x + 1,2 = 2,8$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 8$  ( $x_2 = -1,90\dots$ )

Bei einer Produktionsmenge von 8 ME betragen die Grenzkosten 2,8 GE/ME.

b2)  $K(9) - K(8) = 3,355$

Die absolute Änderung der Gesamtkosten beträgt 3,355 GE.

b3)  $K''(x) = 0,21 \cdot x - 0,64$

$K''(x) = 0$  oder  $0,21 \cdot x - 0,64 = 0$

$x = 3,047\dots$

Die Kostenkehre liegt bei rund 3,05 ME.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Produktionsmenge.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der absoluten Änderung der Gesamtkosten.

b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Kostenkehre.

c1) X ... Temperatur des Tees in °C

$P(X < 60) = 0,04$

Berechnung von  $\sigma$  mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 2,28\dots$

Die Standardabweichung beträgt rund 2,3 °C.

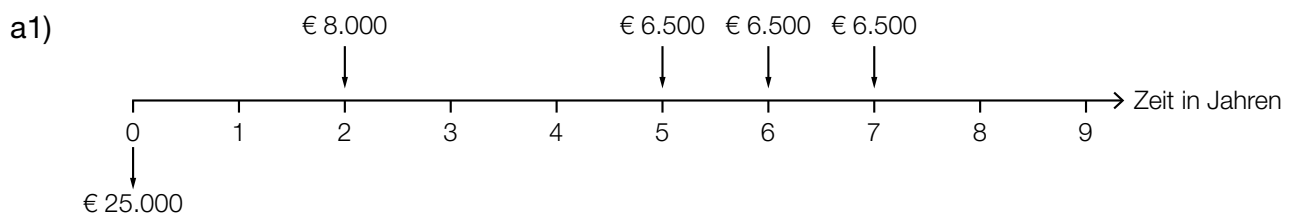
c2) 97 °C

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung  $\sigma$ .

c2) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Temperatur.

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Umbaufinanzierung



a2)  $25000 \cdot (1 + i)^7 = 8000 \cdot (1 + i)^5 + 6500 \cdot (1 + i)^2 + 6500 \cdot (1 + i) + 6500$

oder:

$$25000 \cdot (1 + i)^7 = 8000 \cdot (1 + i)^5 + 6500 \cdot \frac{(1 + i)^3 - 1}{i}$$

Auch ein Aufstellen der Gleichung unter Verwendung des Aufzinsungsfaktors  $q$  ist als richtig zu werten.

a1) Ein Punkt für das richtige Eintragen aller Rückzahlungen.

a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung.

b1)  $\left(25000 \cdot 1,03^5 - 5000 \cdot \frac{1,03^5 - 1}{0,03}\right) \cdot 1,03 = 2509,257\dots$

Die Höhe der Restzahlung beträgt € 2.509,26.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe der Restzahlung.

c1)  $\frac{26,06}{9998,09 + 423,94} = 0,00250\dots$

Der Monatszinssatz für den Monat 37 beträgt rund 0,25 %.

c2)

Monat	Zinsanteil	Tilgungsanteil	monatliche Annuität	Restschuld
37	€ 26,06	€ 423,94	€ 450,00	€ 9.998,09
38	€ 20,00	€ 430,00	€ 450,00	€ 9.568,09

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Monatszinssatzes für den Monat 37.

c2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zeile für den Monat 38.



d1)  $25\,000 \cdot 1,00375^n = 30\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$n = 48,7\dots$$

Nach 49 Monaten würde die Restschuld erstmals € 30.000 übersteigen.

*Für die Punktevergabe ist eine Rundung auf ganze Monate nicht erforderlich.*

d2)  $25\,000 \cdot 0,00375 = 93,75$

Die monatlichen Rückzahlungen müssen € 93,75 betragen.

d1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der Monate.

d2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Höhe der monatlichen Rückzahlungen.

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Vogelhäuschen

a1)

①	
doppelt so viele	<input checked="" type="checkbox"/>

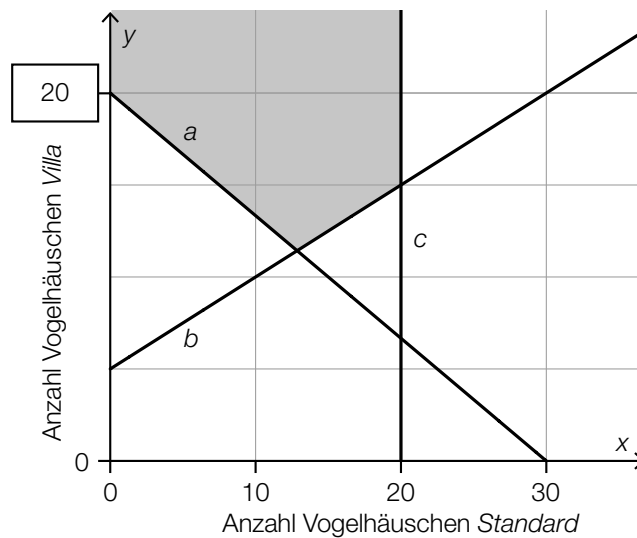
②	
$x - 2 \cdot y \geq 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

a2)  $x + 1,5 \cdot y \leq 80$

a1) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung.

b1, b3 und b4)



b2)  $y \geq \frac{1}{2} \cdot x + 5$

b1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahl.

b2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Ungleichung II.

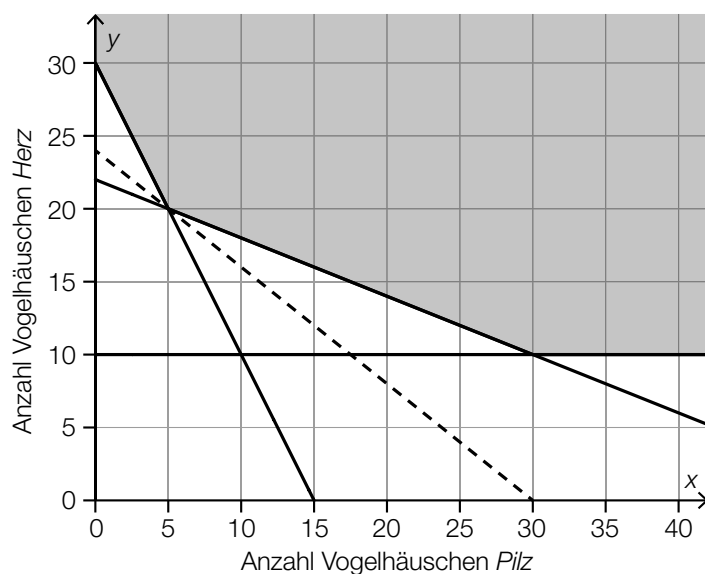
b3) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Begrenzungsgeraden c.

b4) Ein Punkt für das Kennzeichnen des richtigen Lösungsbereichs.

- c1) Holzbedarf für ein Vogelhäuschen *Pilz*:  $20 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 2000 \text{ cm}^2$   
 Holzbedarf für ein Vogelhäuschen *Herz*:  $50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} = 2500 \text{ cm}^2$

$$Z(x,y) = 2000 \cdot x + 2500 \cdot y$$

c2)



- c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Zielfunktion  $Z$ .  
 c2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Geraden.

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Niedrigzinsphase

a1)  $K_6 = 78030,55 + 8371,13 = 86401,68$

$$i = \frac{3628,87}{86401,68} = 0,0419\dots$$

Der Zinssatz beträgt rund 4,2 % p. a.

a2)  $K_0 \cdot 1,042^7 = 12000 \cdot \frac{1,042^7 - 1}{0,042} + 78030,55$

$$K_0 = 130000,001\dots$$

Die Höhe des Kredits betrug € 130.000.

a3)  $Z_{\text{neu}} < Z_8 \quad T_{\text{neu}} > T_8 \quad K_{\text{neu}} < K_8$

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes  $i$ .

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe des Kredits.

a3) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zeichen.

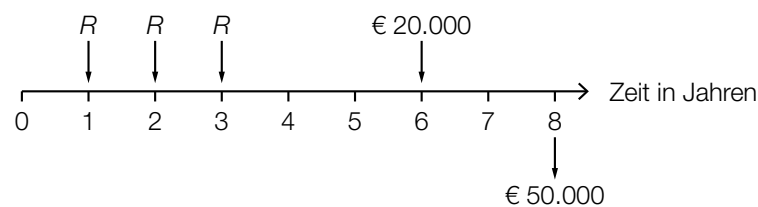
b1)

Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr gleich 0 ist,	C
Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr negativ ist,	D

A	so wird die Restschuld in diesem Jahr vollständig beglichen.
B	so ist die Restschuld in diesem Jahr niedriger als im vorhergehenden Jahr.
C	so werden in diesem Jahr nur die anfallenden Zinsen beglichen.
D	so wird in diesem Jahr weniger als die anfallenden Zinsen zurückgezahlt.

b1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1)



c2)  $R \cdot 3 + 20000 = 50000$

$$R = € 10.000$$

- c1) Ein Punkt für das richtige Eintragen der Raten.  
 Ein Punkt für das richtige Eintragen des Betrags in Höhe von € 20.000.  
 c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $R$ .

d1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$L(t) = 4,472 \cdot 0,599^t \quad (\text{Parameter gerundet})$$

d2)  $0,5 = 0,599^t$

$$t = \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,599)} = 1,352\dots$$

Der Leitzinssatz halbiert sich gemäß der Funktion  $L$  jeweils in einem Zeitraum von rund 1,35 Jahren.

- d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion  $L$ .  
 d2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Zeitraums.

## Aufgabe 7 (Teil B)

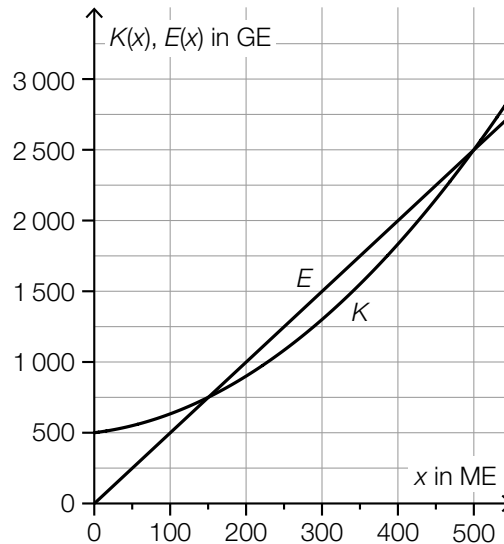
### Werkzeugproduktion

a1)  $p = \frac{250 \text{ GE}}{50 \text{ ME}} = 5 \text{ GE/ME}$

$p = \frac{605 \text{ GE}}{110 \text{ ME}} = 5,5 \text{ GE/ME}$

Dies steht im Widerspruch dazu, dass der Schraubenzieher zu einem fixen Preis verkauft wird.

a2)



a3) untere Gewinngrenze: 150 ME  
obere Gewinngrenze: 500 ME

Toleranzbereich: jeweils  $\pm 25$  ME

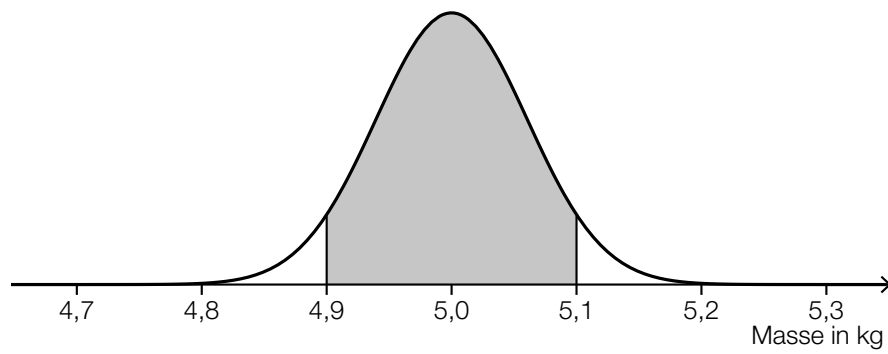
a4)

①	
$E'(x_0) = K'(x_0)$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$x_0$ diejenige Menge, bei der der Gewinn maximal ist	<input checked="" type="checkbox"/>

- a1) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.  
a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion  $E$ .  
a3) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Gewinngrenzen.  
a4) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

b1)



b2)  $X$  ... Masse in kg

$$P(X \leq 4,9) = 0,05$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\sigma = 0,060... \text{ kg}$$

b1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung.

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Müsli

- a1) I:  $0,25 \cdot x + 0,175 \cdot y \leq 22$   
II:  $0,235 \cdot x + 0,3 \cdot y \leq 28$   
III:  $y \geq 20$   
IV:  $x + y \leq 100$

*Die Angabe der Nichtnegativitätsbedingungen ist nicht erforderlich.*

- a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichungen I und II (Einschränkung bezüglich der zur Verfügung stehenden Fruchtmischung bzw. Getreideflocken).  
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichungen III und IV (Einschränkung bezüglich der Mindestanzahl von *Knabbertraum*, Einschränkung bezüglich der Gesamtanzahl).

b1)  $Z(x, y) = 3 \cdot x + 2,5 \cdot y$

- b2)  $Z(0, 40) = 3 \cdot 0 + 2,5 \cdot 40 = 100$   
 $Z(20, 40) = 3 \cdot 20 + 2,5 \cdot 40 = 160$   
 $Z(60, 20) = 3 \cdot 60 + 2,5 \cdot 20 = 230$   
 $Z(70, 0) = 3 \cdot 70 + 2,5 \cdot 0 = 210$

Der maximale Erlös beträgt € 230.

- b3) Der Betrieb kann unter dieser Voraussetzung höchstens **40** Packungen der Sorte A liefern.

- b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Zielfunktion Z.  
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des maximalen Erlöses.  
b3) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Satzes.



c1)

Von <i>Knusperkorn</i> werden mindestens doppelt so viele Packungen wie von <i>Fruchtstart</i> verkauft.	A
Von <i>Knusperkorn</i> werden höchstens halb so viele Packungen wie von <i>Fruchtstart</i> verkauft.	B

A	$x \geq 2 \cdot y$
B	$2 \cdot x \leq y$
C	$y \leq 2 \cdot x$
D	$x \leq 2 \cdot y$

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

d1)  $p_N(180) = 0$

$p_N(80) = 10$

oder:

$a \cdot 180^2 + b \cdot 180 + 30 = 0$

$a \cdot 80^2 + b \cdot 80 + 30 = 10$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = \frac{1}{1200} = 0,0008\dot{3}$$

$$b = -\frac{19}{60} = -0,31\dot{6}$$

d2)  $p_N(x) = 24$  oder  $\frac{1}{1200} \cdot x^2 - \frac{19}{60} \cdot x + 30 = 24$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 20 \quad (x_2 = 360)$

Bei einem Preis von 24 Euro pro Packung werden 20 Packungen nachgefragt.

 d1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten  $a$  und  $b$ .

d2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der nachgefragten Menge.

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Parfumherstellung

$$\begin{aligned} \text{a1) } K''(x) &= 0,3 \cdot x - 6 \\ K''(x) &= 0 \quad \text{oder} \quad 0,3 \cdot x - 6 = 0 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Für  $x > 20$  liegt ein progressiver Kostenverlauf vor.

$$\begin{aligned} \text{a2) } 0,15 \cdot x^2 - 6 \cdot x + c &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 0,15 \cdot c}}{2 \cdot 0,15} \end{aligned}$$

Der Ausdruck unter der Wurzel muss kleiner als null sein:

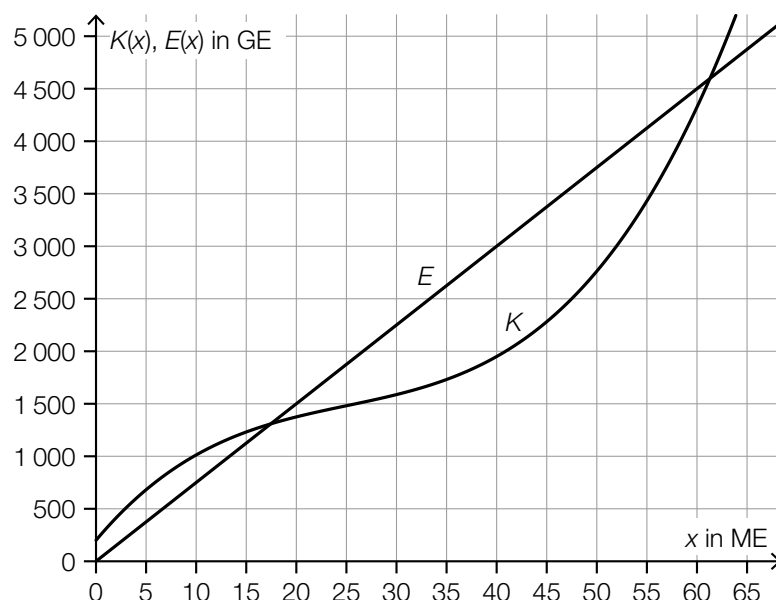
$$\begin{aligned} 36 - 4 \cdot 0,15 \cdot c &< 0 \\ c &> 60 \end{aligned}$$

*Auch ein Nachweis, dass  $K'(20) = 0$  für  $c = 60$  gilt, ist im Hinblick auf die Punktevergabe ausreichend.*

$$\begin{aligned} \text{a3) } \int (0,15 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 80) dx &= 0,05 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 80 \cdot x + F \\ F &= 250 \\ K(x) &= 0,05 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 80 \cdot x + 250 \end{aligned}$$

- a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Produktionsmengen mit einem progressiven Kostenverlauf.
- a2) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.
- a3) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Kostenfunktion  $K$ .

b1)



b2) [17; 61] (in ME)

Toleranzbereich untere Grenze: [15; 19]

Toleranzbereich obere Grenze: [59; 63]

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion  $E$ .

b2) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Gewinnbereichs.

c1)  $G(25) = 313,75$

$$\frac{313,75}{25} = 12,55$$

Bei einem Absatz von 25 ME beträgt der durchschnittliche Gewinn 12,55 GE/ME.

c2)  $G'(x) = -0,15 \cdot x^2 + 4,8 \cdot x - 9$

$$G'(x) = 0 \quad \text{oder} \quad -0,15 \cdot x^2 + 4,8 \cdot x - 9 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 30$$

$$(G(2) = -188,8)$$

$$G(30) = 360$$

Der maximale Gewinn beträgt 360 GE.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des durchschnittlichen Gewinns.

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des maximalen Gewinns.

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Küchengerät

a1)  $N_1(0) = S \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot 0}) = S \cdot (1 - 1) = 0$

a2)  $S = 5000$

$N_1(1) = 350$  oder  $5000 \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot 1}) = 350$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\lambda = -\ln(0,93) = 0,07257\dots$

a3)

$N_1(t) = N_2(t)$	A
$N_1'(t) = N_2'(t)$	B

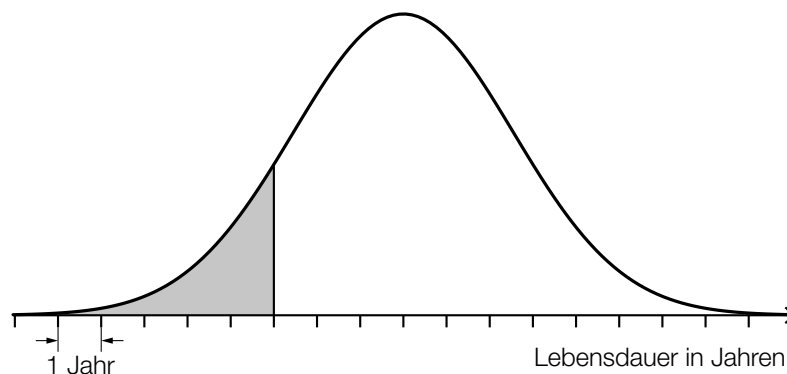
A	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist $\{0; 1\}$ .
B	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall $]0; 1[$ .
C	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall $[1; \infty[$ .
D	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist $\{0\}$ .

a1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $\lambda$ .

a3) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

b1)



b2)  $X$  ... Lebensdauer in Jahren

$P(X \leq 7) = 0,12$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 2,55\dots$  Jahre

b1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung.

c1)  $20 \cdot 1\,430 - 28\,000 = 600$

Der Gewinn beim Verkauf von 1 430 Stück beträgt 600 Euro, daher wird der Break-even-Point bei weniger als 1 430 Stück erreicht.

c2) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$p(x) = 64,7 \cdot e^{-0,00083 \cdot x} \quad (\text{Parameter gerundet})$$

c3) Die Sättigungsmenge ist die Nullstelle der Preis-Absatz-Funktion. Da hier ein exponentielles Modell gewählt wurde, gibt es keine Nullstelle.

c1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

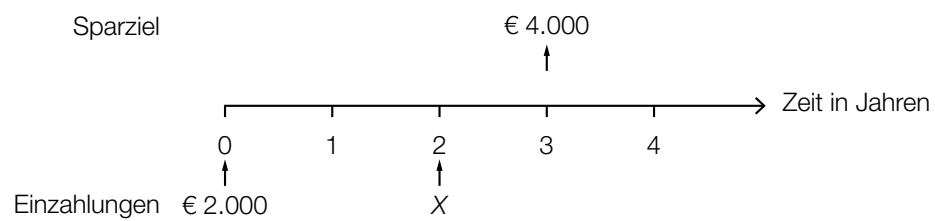
c2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung von  $p$ .

c3) Ein Punkt für das richtige Begründen.

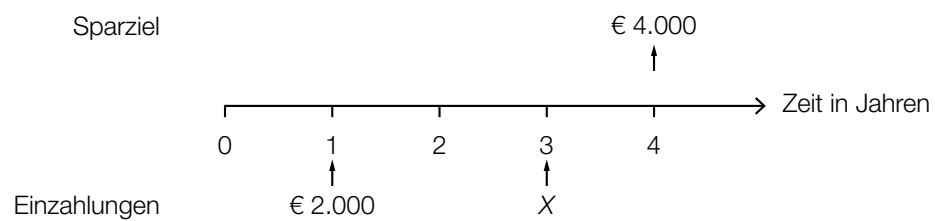
## Aufgabe 8 (Teil B)

### Esszimmereinrichtung

a1)



oder:



a2) 
$$X = \frac{4000}{1+i} - 2000 \cdot (1+i)^2$$

a1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen auf der Zeitachse.

a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

b1) „Monatlich € 1,65 pro € 100“ bedeutet, dass der Zinssatz 1,65 % p. m. beträgt.

$$i = 1,0165^{12} - 1 = 0,2169\dots$$

Der Jahreszinssatz beträgt also rund 21,7 %.

b2)  $X = 4000 \cdot 1,217 - 370 \cdot \frac{1,217^{\frac{12}{12}} - 1}{1,217^{\frac{1}{12}} - 1} = 2,053\dots$

Der Restbetrag hat eine Höhe von € 2,05.

b3)

$W = \frac{R}{q_{12}} + \frac{R}{q_{12}^2} + \frac{R}{q_{12}^3}$	<input checked="" type="checkbox"/>

b1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe des Restbetrags.

b3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) Die Zinsen im Jahr 3 sind (trotz gleichbleibender Annuität) höher als im Jahr 2.

c2)  $i = \frac{Z_5}{K_4} = \frac{36,13}{903,24} = 0,0400\dots$

Der Zinssatz im Jahr 5 beträgt rund 4 %.

c3)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
5	€ 36,13	€ 903,24	€ 939,37	€ 0,00

c1) Ein Punkt für das richtige Erklären.

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Zinssatzes.

c3) Ein Punkt für das Eintragen der beiden richtigen Zahlen.

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Süßwarenproduktion

a1) Wenn  $K_A(x_1) = K_B(x_1)$  gilt, dann gilt auch  $\frac{K_A(x_1)}{x_1} = \frac{K_B(x_1)}{x_1}$ , daher sind die jeweiligen Durchschnittskosten in beiden Werken gleich hoch.

a2)  $K_B(x) = 0,3 \cdot x + 260$

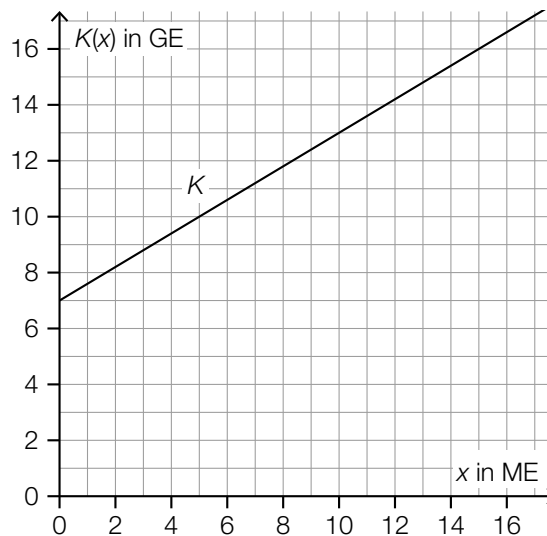
a3)  $K'_A(x) = K'_B(x)$  oder  $0,0002 \cdot x + 0,17 = 0,3$   
 $x = 650$

Bei einer Produktion von 650 ME sind die jeweiligen Grenzkosten in beiden Werken gleich hoch.

- a1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.  
 a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von  $K_B$ .  
 a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Produktionsmenge.

b1)  $a = 0,6 \text{ GE/ME}$

b2)



- b1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Wertes von  $a$ .  
 b2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Kostenfunktion  $K$ .



c1)  $G(x) = E(x) - K(x)$

$$G(x) = -0,0003 \cdot x^3 + 0,017 \cdot x^2 + 1,1 \cdot x - 40$$

c2)  $G'(x) = 0$  oder  $-0,0009 \cdot x^2 + 0,034 \cdot x + 1,1 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 58,62\dots \quad (x_2 = -20,84\dots)$$

$$G(58,62\dots) = 22,46\dots$$

Der maximale Gewinn beträgt rund 22,5 GE.

c3) Das Betriebsoptimum bei der Produktion von Schokolinsen liegt bei rund 52,5 ME.

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von G.

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des maximalen Gewinns.

c3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Autokauf

$$a1) 15000 = 216 \cdot \frac{q_{12}^{84} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{84}}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$q_{12} = 1,00463\dots$$

$$i_{12} = 0,46\dots \%$$

a2) X ist die Restschuld nach 24 Monaten (2 Jahren) in Euro.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Monatszinssatzes.

a2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.

$$b1) i_{12} = \sqrt[12]{1,062} - 1 = 0,005025\dots$$

Der zu 6,2 % p. a. äquivalente Monatszinssatz beträgt rund 0,503 %.

Eine Berechnung des äquivalenten Monatszinssatzes als  $\frac{6,2\%}{12} = 0,5166\dots\%$  ist als falsch zu werten.

b2)

Monat	Zinsanteil	Tilgungsanteil	monatliche Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 15.000,00
1	€ 75,38	€ 143,97	€ 219,35	€ 14.856,03

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des äquivalenten Monatszinssatzes.

b2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Ausschnitts des Tilgungsplans.

c1)

Es wird die Summe der Werte der beiden Spareinlagen zum heutigen Zeitpunkt berechnet.	A
Es wird die Summe der Werte der beiden Spareinlagen zum Zeitpunkt der Einzahlung von $B_2$ berechnet.	D

A	$B_1 \cdot 1,01^5 + B_2 \cdot 1,01^3$
B	$B_1 + B_2 \cdot 1,01^{-2}$
C	$B_1 \cdot 1,01^5 + B_2 \cdot 1,01^2$
D	$B_1 \cdot 1,01^2 + B_2$

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

d1)  $f(t) = k \cdot t + d$

$$k = \frac{10000 - 15000}{3 - 1} = -2500$$

$$d = 15000 + 2500 = 17500$$

$$f(t) = -2500 \cdot t + 17500$$

d2) Gemäß diesem Modell nimmt der Wert des Autos um € 2.500 pro Jahr ab.

d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von  $f$ .

d2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

## Aufgabe 8 (Teil B)

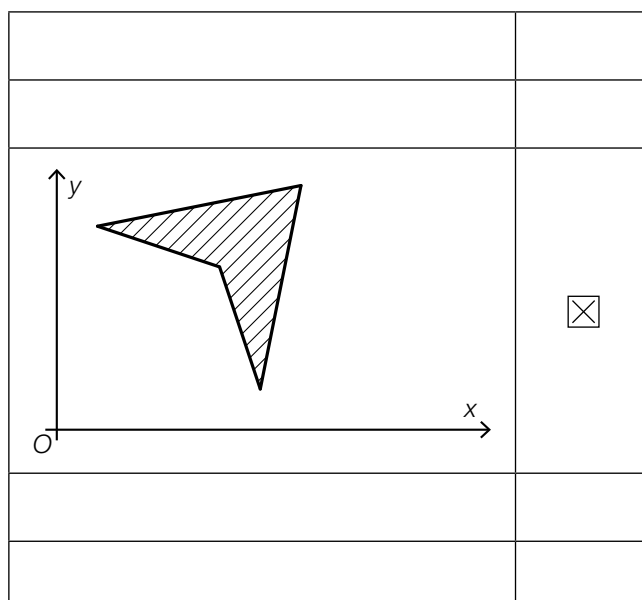
### Sonnencreme

a1) I:  $a \geq \frac{b}{3}$   
 II:  $b \geq 6$

a2)  $C = (2|6)$

- a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung I.  
 Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung II.  
 a2) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Koordinaten.

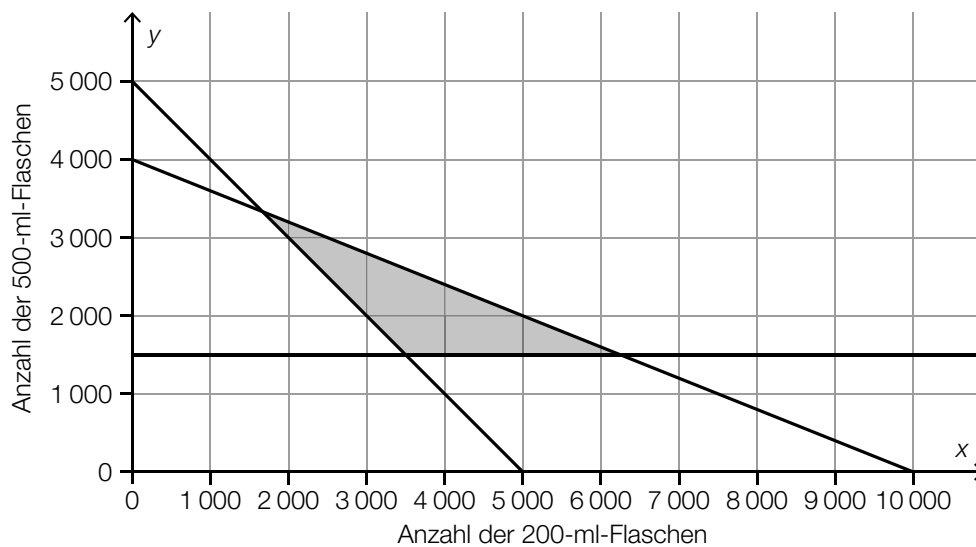
b1)



- b1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) Es sollen mindestens 5000 Flaschen abgefüllt werden.

c2)



c3) Der Lösungsbereich, der durch die Ungleichungen I bis III bestimmt wird, liegt bereits zur Gänze im 1. Quadranten des Koordinatensystems.

c4)  $Z(x, y) = 3,80 \cdot x + 8,75 \cdot y$

c1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

c2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Lösungsbereichs.

c3) Ein Punkt für das richtige Begründen.

c4) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Zielfunktion.

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Abfindung

$$a1) 80\,000 = \frac{25\,000}{(1+i)^3} + \frac{30\,000}{(1+i)^6} + \frac{35\,000}{(1+i)^9}$$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

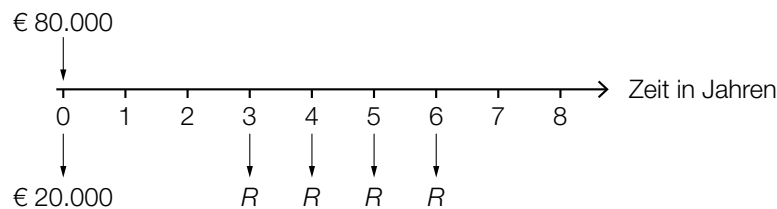
$$i = 0,01893\dots$$

Der Jahreszinssatz beträgt rund 1,89 %.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes.

b1)



b1) Ein Punkt für das richtige Darstellen auf der Zeitachse.

c1) Der (äquivalente) Quartalszinssatz beträgt rund 0,4962... %.

c2) Quartalsaufzinsungsfaktor  $q_4 = 1,02^{\frac{1}{4}}$

$$80\,000 \cdot 1,02 = 4\,000 \cdot \frac{q_4^n - 1}{q_4 - 1} \cdot \frac{1}{q_4^{n-1}}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$n = 21,4\dots$$

Es werden 21 volle Quartalsraten ausgezahlt.

$$c3) \left( 80\,000 \cdot 1,02 - 4\,000 \cdot \frac{q_4^{21} - 1}{q_4 - 1} \cdot \frac{1}{q_4^{20}} \right) \cdot q_4^{21} = 1\,799,003\dots$$

Die Höhe der Restzahlung beträgt € 1.799,00.

c1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der vollen Quartalsraten.

c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe der Restzahlung.

d1) Restschuld im Jahr 14:  $966,95 + 9680,57 = 10647,52$

$$\text{Zinssatz: } i = \frac{319,43}{10647,52} = 0,030... \approx 3 \%$$

d2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
16	€ 29,01	€ 966,95	€ 995,96	€ 0,00

d1) Ein Punkt für das richtige Zeigen.

d2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der letzten Zeile des Tilgungsplans.

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Farben und Lacke

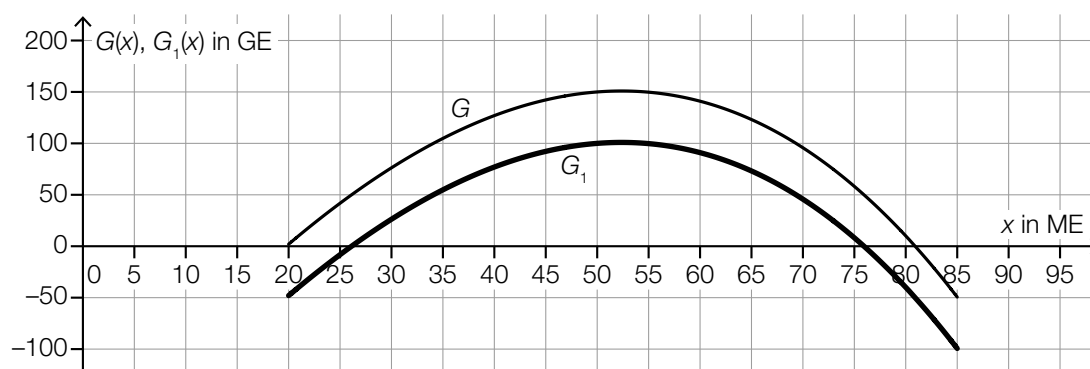
a1)

①	
$c < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
die Grenzkosten bei der Produktionsmenge 0 negativ sind	<input checked="" type="checkbox"/>

a1) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

b1)



b2) Die untere Gewinngrenze liegt bei rund 26 ME.

*Toleranzbereich: [25; 28]*

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen von  $G_1$  im Intervall [20; 85].

b2) Ein Punkt für das richtige Ablesen der unteren Gewinngrenze.



c1)  $p(x) = k \cdot x + d$

$$p(0) = 60$$

$$d = 60$$

$$p(200) = 20$$

$$k \cdot 200 + 60 = 20$$

$$k = -0,2$$

$$p(x) = -0,2 \cdot x + 60$$

c2) Die Steigung  $-0,2$  gibt an, dass eine Preissenkung um  $0,2 \text{ €/L}$  zu einer Absatzsteigerung um  $1 \text{ L}$  führt.

oder:

Soll die Absatzmenge um  $1 \text{ L}$  gesteigert werden, so muss der Preis um  $0,2 \text{ €/L}$  gesenkt werden.

c3)  $p(x) = 0$  oder  $-0,2 \cdot x + 60 = 0$

$$x = 300$$

Die Sättigungsmenge beträgt  $300 \text{ L}$ .

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von  $p$ .

c2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Sättigungsmenge.

d1)  $M = 0,14 \cdot 1,1 \cdot 1,2 \cdot A = 0,1848 \cdot A$

d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Thermometer

a1) Die tatsächliche Temperatur des Wassers beträgt 38 °C.

*oder:*

Der Grenzwert der angezeigten Temperatur beträgt 38 °C.

a2)  $f'(t) = 1,6624... \cdot 0,758^t$   
 $0,01 = 1,6624... \cdot 0,758^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 18,4...$$

Nach etwa 18 s ertönt der Piepton.

a1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit, nach der der Piepton ertönt.

b1) I:  $g(0) = 33$

II:  $g(4) = 36$

*oder:*

I:  $c - a = 33$

II:  $c - a \cdot e^{-0,275 \cdot 4} = 36$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = 4,49...$$

$$c = 37,49...$$

b1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Parameter  $a$  und  $c$ .

c1)  $\mu = 37,0 \text{ }^\circ\text{C}$

c2) Die Wahrscheinlichkeit beträgt 20 %.

c3)  $\mu = 37$  und  $P(X \leq 36,9) = 0,2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 0,118\dots$

*Auch ein näherungsweise Ermitteln der Standardabweichung mithilfe der Abbildung ist als richtig zu werten. (Toleranzbereich: [0,11; 0,13])*

c1) Ein Punkt für das richtige Ablesen des Erwartungswerts  $\mu$ .

c2) Ein Punkt für das richtige Ablesen der Wahrscheinlichkeit.

c3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Standardabweichung  $\sigma$ .

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Waldführungen

a1) I:  $x + y \leq 30$

II:  $x \leq y$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung I (Einschränkung bezüglich Personenanzahl).

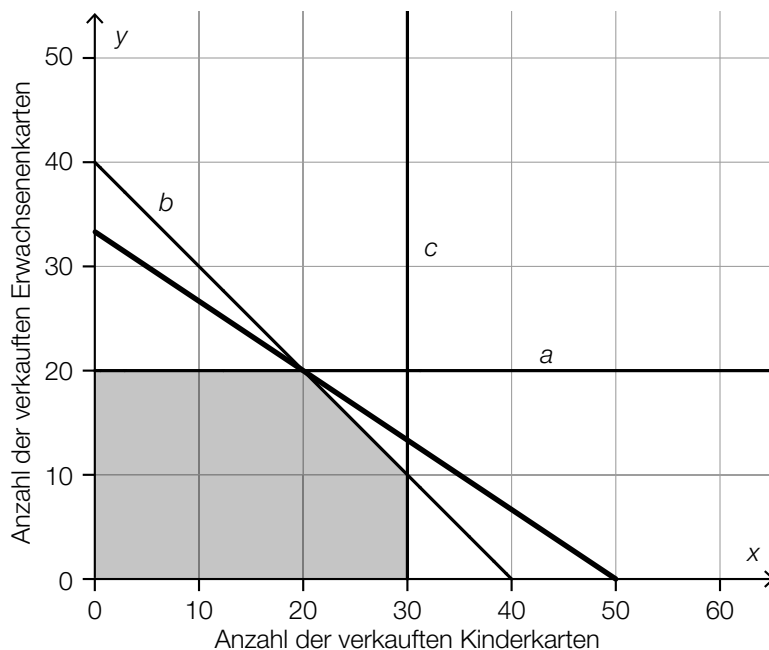
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung II (Einschränkung bezüglich des Verhältnisses der Anzahl der Kinder zur Anzahl der Erwachsenen).

b1)

①	
links von der Geraden c	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
höchstens 30 Kinderkarten	<input checked="" type="checkbox"/>

b2)



b3) optimale Verkaufszahlen:

20 Kinderkarten

20 Erwachsenenkarten

b4)  $Z(20, 20) = 4 \cdot 20 + 6 \cdot 20 = 200$

Der maximale Erlös beträgt € 200.

b1) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

b2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen derjenigen Geraden, auf der der optimale Wert der Zielfunktion  $Z$  im Lösungsbereich angenommen wird.

b3) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen optimalen Verkaufszahlen.

b4) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des maximalen Erlöses.

- c1) Bei einem Preis von 12,50 €/Stück beträgt die Nachfrage nach Jugendkarten 10 Stück.
- c2) Bei einem Verkauf von 13 Erwachsenenkarten ist ein Verkauf von 10 Jugendkarten nicht möglich, da der Punkt (10|13) nicht im Lösungsbereich liegt.

*oder:*

Beim einem Verkauf von 13 Erwachsenenkarten können nur mehr 7 Jugendkarten verkauft werden.

- c1) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Nachfrage.
- c2) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Scheiben für PKWs

a1)  $E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$

$$E(180) = 0$$

$$E(90) = 1200$$

oder:

$$a \cdot 180^2 + b \cdot 180 = 0$$

$$a \cdot 90^2 + b \cdot 90 = 1200$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{4}{27} = -0,148\dots$$

$$b = \frac{80}{3} = 26,6\dots$$

$$E(x) = -\frac{4}{27} \cdot x^2 + \frac{80}{3} \cdot x$$

a2)  $p_N(x) = -\frac{4}{27} \cdot x + \frac{80}{3}$

a3) [40; 95]

*Toleranzbereich für die obere Gewinngrenze: [93; 97]*

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Erlösfunktion  $E$ .

a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage  $p_N$ .

a3) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Gewinnzone.

b1)  $\bar{K}(x) = 0,0029 \cdot x^2 - 0,45 \cdot x + 24 + \frac{450}{x}$   
 $\bar{K}'(x) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x = 87,678\dots$

$\bar{K}(87,678\dots) = 11,970\dots$

Die langfristige Preisuntergrenze beträgt rund 11,97 GE/ME.

b2)

Fixkosten	<input checked="" type="checkbox"/>

b3) Höchstpreis: 30 GE/ME

b4)  $G(x) = p_N(x) \cdot x - K(x) = -0,0029 \cdot x^3 + 0,29 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 450$

$G'(x) = -0,0087 \cdot x^2 + 0,58 \cdot x + 6$

$G'(x) = 0 \quad \text{oder} \quad -0,0087 \cdot x^2 + 0,58 \cdot x + 6 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$(x_1 = -9,102\dots), x_2 = 75,768\dots$

$p_N(75,768\dots) = 17,876\dots$

Der Cournot'sche Preis beträgt rund 17,88 GE/ME.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der langfristigen Preisuntergrenze.

b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

b3) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Höchstpreises.

b4) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Cournot'schen Preises.



## Aufgabe 9 (Teil B)

### Zinsentwicklung

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$y = 1,3031 \cdot x - 2,7216 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

$x$  ... Zinssatz für Konsumkredite in % p. a.

$y$  ... Zinssatz für Immobilienkredite in % p. a.

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$r = 0,9909\dots$$

Der Korrelationskoeffizient liegt sehr nahe bei 1, daher besteht ein starker positiver linearer Zusammenhang zwischen dem Zinssatz für Konsumkredite und dem Zinssatz für Immobilienkredite.

a3) Mit  $x = 4,89$  erhält man:

$$1,3031\dots \cdot 4,89 - 2,7216\dots = 3,65\dots$$

tatsächlicher Zinssatz: 3,58

$$\text{Differenz der Zinssätze: } 3,65\dots - 3,58 = 0,07\dots$$

*Auch  $-0,07\dots$  ist als richtig zu werten.*

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Regressionsgeraden.

a2) Ein Punkt für das richtige Beurteilen mithilfe des Korrelationskoeffizienten.

a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Differenz.

b1) Zinssatz im Jahr 1:  $\frac{2100}{50000} = 0,042$

Zinssatz im Jahr 2:  $\frac{1894,2}{45100} = 0,042$

Zinssatz im Jahr 3:  $\frac{1399,8}{39994,2} = 0,035\dots$

Der Zinssatz hat sich im Jahr 3 verändert.

b2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 50.000,00
1	€ 2.100,00	€ 4.900,00	€ 7.000,00	€ 45.100,00
2	€ 1.894,20	€ 5.105,80	€ 7.000,00	€ 39.994,20
3	€ 1.399,80	<b>€ 5.600,20</b>	€ 7.000,00	<b>€ 34.394,00</b>

b1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b2) Ein Punkt für das Eintragen der beiden richtigen Beträge.

c1)  $E = B \cdot (1 + i_0)^2 \cdot (1 + i_1)^3$

c2)  $B \cdot 1,03^2 \cdot 1,01^3 = B \cdot (1 + i)^5$   
 $i = 0,01795... = 1,795... \%$

*Eine Berechnung von  $i$  mithilfe eines arithmetischen Mittels ist als falsch zu werten.*

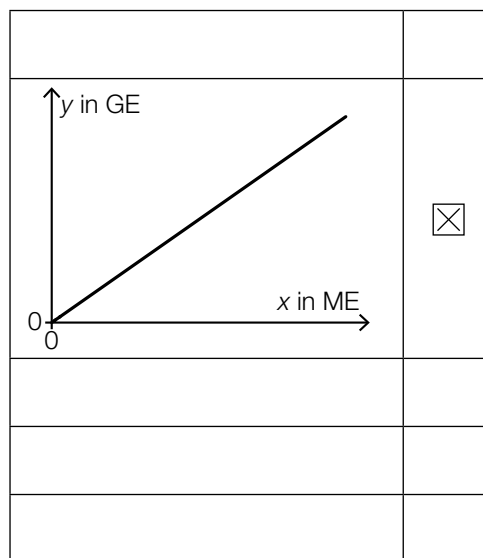
c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes  $i$ .

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Möbel

a1)



a1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

b1) Im Produktionsintervall  $[0; 400[$  ist der Verlauf der Kostenfunktion degressiv.

*Toleranzbereich für die obere Intervallgrenze  $[325; 475]$*

*Auch die Angabe als abgeschlossenes oder offenes Intervall ist als richtig zu werten.*

b2)  $\bar{K}_1(200) = \frac{K_1(200)}{200} = \frac{70\,000}{200} = 350$

Die Stückkosten betragen 350 GE\* pro Stück.

b3) Die Grenzkostenfunktion ist die Ableitung der Kostenfunktion. Die Fixkosten fallen beim Ableiten als konstantes Glied weg.

b1) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Produktionsintervalls.

b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Stückkosten.

b3) Ein Punkt für das richtige Begründen.

$$\text{c1) } 0,001 \cdot 100^3 - 0,9 \cdot 100^2 + a \cdot 100 + 3000 = 35000 \Rightarrow a = 400$$

$$\text{c2) } \bar{K}_2(x) = \frac{K_2(x)}{x} = 0,001 \cdot x^2 - 0,9 \cdot x + 400 + \frac{3000}{x}$$

$$\bar{K}'_2(x) = 0,002 \cdot x - 0,9 - \frac{3000}{x^2}$$

$$\bar{K}'_2(x) = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x = 457,1\dots$$

Das Betriebsoptimum liegt bei einer Produktion von rund 457 Kommoden.

$$\text{c3) } K_2(60) = 23976$$

$$p = \frac{23976}{60} = 399,6$$

Der Preis beträgt 399,60 GE pro Kommode.

- c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Koeffizienten  $a$ .
- c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Betriebsoptimums.
- c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Preises.

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Porzellan

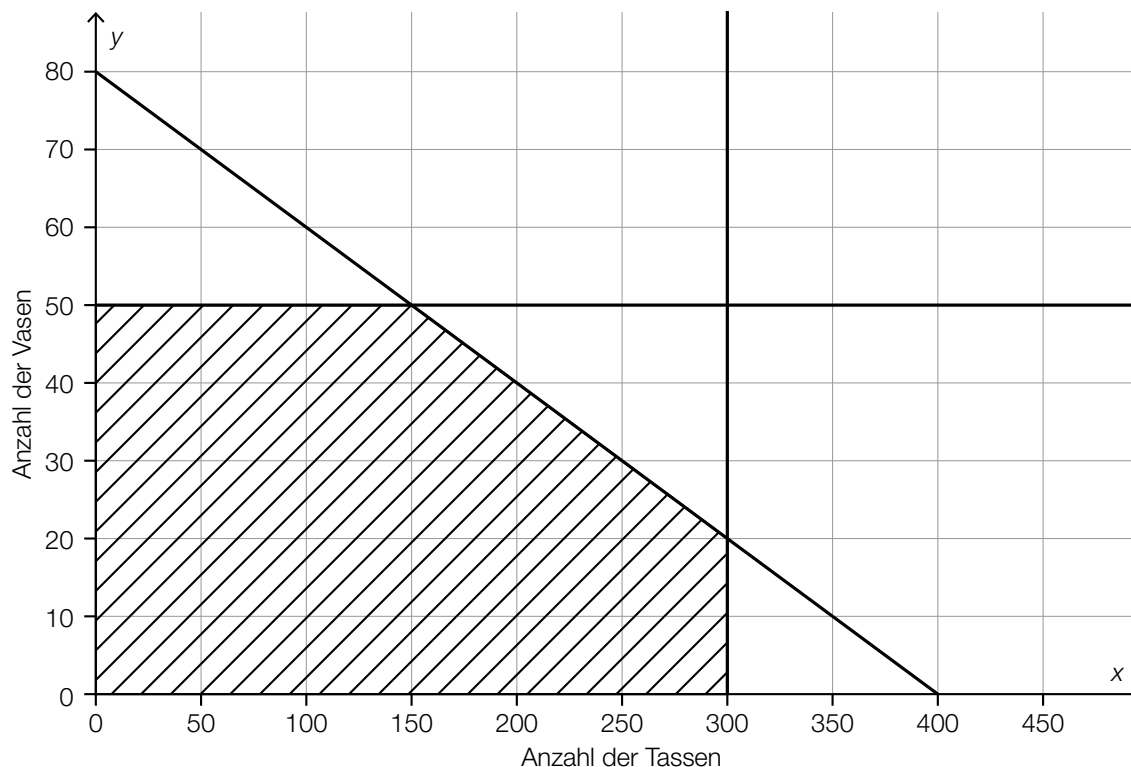
a1) I:  $0,2 \cdot x + y \leq 80$

II:  $x \leq 300$

III:  $y \leq 50$

Die Nichtnegativitätsbedingungen  $x \geq 0$  und  $y \geq 0$  sind für die Punktevergabe nicht relevant.

a2)



a3)  $0,2 \cdot 250 + 40 = 90$

Mit 90 kg Porzellanmasse ist es möglich, 250 Tassen und 40 Vasen zu produzieren.

Für die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, zu überprüfen, ob die Ungleichungen II und III erfüllt sind.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung I (Einschränkung bezüglich Porzellanmasse).

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichungen II und III (Einschränkung bezüglich der Maximalanzahl an Tassen und an Vasen).

a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Lösungsbereichs.

a3) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b1)  $y = \boxed{-\frac{2}{35}} \cdot x + \boxed{30}$

b2)

Eine Gleichung der Geraden ist gegeben durch: $-x + 15 \cdot y = 700$	B
Die zugehörige Ungleichung beschreibt die Mindestproduktionsmenge für eines der beiden Produkte.	A

A	$a$
B	$b$
C	$c$
D	$d$

b3)  $E(x, y) = 8 \cdot x + 12 \cdot y$

b4)  $E(200, 60) = 2320$

$E(350, 40) = 3280$

Es müssen 350 Tassen und 40 Vasen produziert werden.

- b1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Gleichung der Geraden  $e$ .
- b2) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.
- b3) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Zielfunktion  $E$ .
- b4) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der optimalen Produktionsmengen.

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Öffentlicher Verkehr in Wien

a1)  $q_{12}$  ... monatlicher Aufzinsungsfaktor

$$365 = 33 \cdot \frac{q_{12}^{12} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{11}}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$q_{12} = 1,0151\dots$$

$$i = q_{12}^{12} - 1 = 0,19818\dots$$

Der effektive Jahreszinssatz beträgt rund 19,82 %.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des effektiven Jahreszinssatzes.

b1) Der Ordinatenabschnitt ist der Funktionswert von  $N$  an der Stelle 0. Wegen  $a^0 = 1$  ist dieser Ordinatenabschnitt daher unabhängig von  $a$ .

$$b2) 700\,000 = 815\,000 - 450\,000 \cdot a^4 \Rightarrow a = 0,7110\dots$$

b3) Der Sättigungswert der Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten beträgt 815 000.

oder:

Gemäß der Funktion  $N$  nähert sich die Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten für  $t \rightarrow \infty$  der Zahl 815 000 beliebig nahe an.

b1) Ein Punkt für das richtige Erklären.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Parameters  $a$ .

b3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

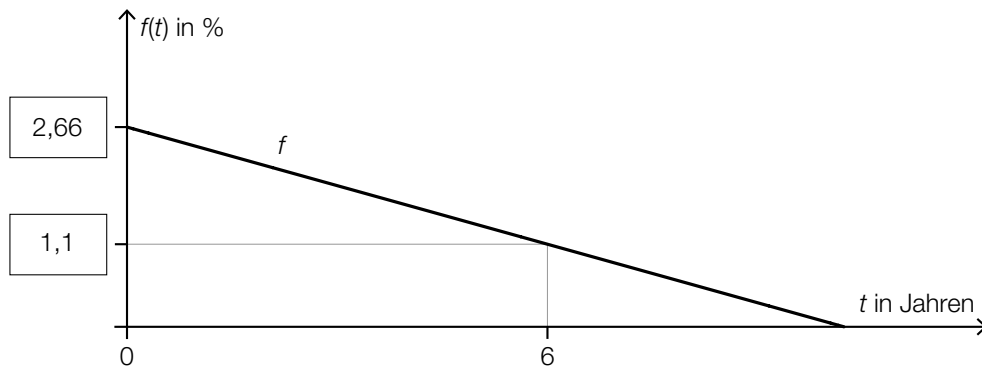
c1) Ermittlung mittels Technologieinsatz:

$$f(t) = -0,26 \cdot t + 2,66$$

$t$  ... Zeit in Jahren

$f(t)$  ... Anteil der Schwarzfahrer/innen zur Zeit  $t$  in Prozent

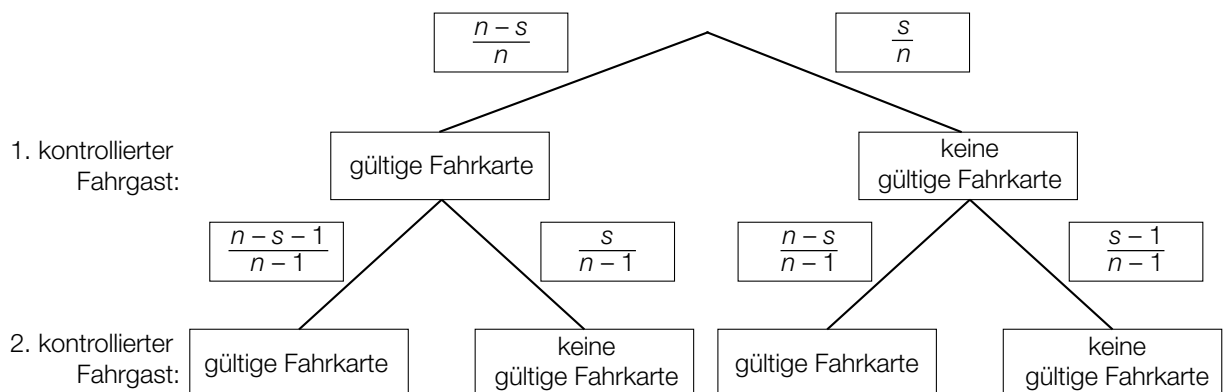
c2)



c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Gleichung der Funktion  $f$ .

c2) Ein Punkt für das Eintragen der beiden richtigen Zahlen.

d1)



d2)

$2 \cdot \frac{s}{n} \cdot \frac{n-s}{n-1}$	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

d1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Wahrscheinlichkeiten.

d2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.



## Aufgabe 6 (Teil B)

### Streaming

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $N(t) = 1000 \cdot 1,2^t$

a2)  $N(7) = 3583,1\dots$

Zur Zeit  $t = 7$  nutzen rund 3583 Kunden das Angebot.

a3)  $N(t) = 8000$  oder  $1000 \cdot 1,2^t = 8000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 11,40\dots$$

b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$A(t) = 5820 \cdot t - 82919 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

c1) 27 Monate nach der Markteinführung wächst die Anzahl der Kunden am stärksten.

*Toleranzbereich: [25; 29]*

c2)  $f(0) = 1000$  oder  $\frac{150000}{1+c} = 1000 \Rightarrow c = 149$

$$f(27) = 75000 \quad \text{oder} \quad \frac{150000}{1+149 \cdot e^{-\lambda \cdot 27}} = 75000$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\lambda = 0,185\dots$$

*Die Verwendung anderer Punkte auf dem Graphen von  $f$  für das Ermitteln des Parameters  $\lambda$  ist ebenfalls als richtig zu werten.*

## Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung
- a2) 1 × B1: für das richtige Berechnen der Anzahl der Kunden
- a3) 1 × B2: für das richtige Berechnen der Zeitdauer
- b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion
- c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Zeitpunkts des stärksten Wachstums (Toleranzbereich: [25; 29])
- c2) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Parameters  $c$   
1 × B2: für das richtige Ermitteln des Parameters  $\lambda$

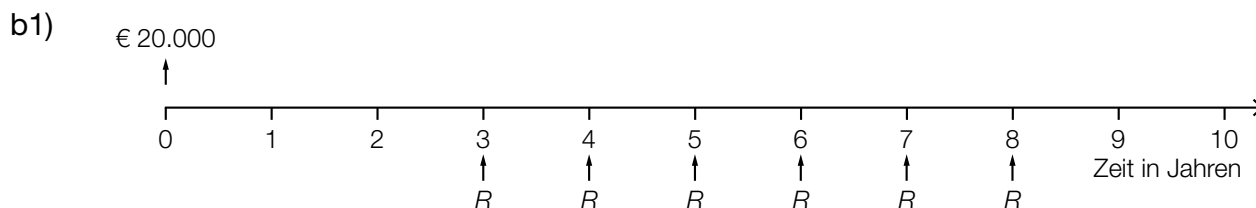
## Aufgabe 7 (Teil B)

### Wohnanlage

#### Möglicher Lösungsweg

$$a1) 52647,60 \cdot \frac{102}{52 + 60 + 78 + 102} = 18390,60$$

Der Kostenanteil für die Sanierung der größten Wohnung beträgt € 18.390,60.



$$b2) 20000 \cdot (1+i)^3 = R \cdot \frac{(1+i)^6 - 1}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^5}$$

Auch eine Verwendung des Aufzinsungsfaktors  $q = 1 + i$  ist als richtig zu werten.

b3) Da das Geld früher zurückgezahlt wird, fallen weniger Zinsen an, und damit sind die Raten weniger als doppelt so hoch.

$$c1) i = \frac{600}{20000} = 0,03 = 3 \%$$

c2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000,00
1	€ 600,00	€ 0,00	€ 600,00	
2	€ 600,00		€ 5.500,00	€ 15.100,00
3			€ 5.500,00	€ 10.053,00
4			€ 5.500,00	€ 4.854,59
5	€ 145,64	€ 4.854,59	€ 5.000,23	€ 0,00

#### Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B: für das richtige Berechnen des Kostenanteils
- b1) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen des Zahlungsstroms auf der Zeitachse
- b2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung
- b3) 1 × D: für das richtige Argumentieren
- c1) 1 × B1: für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes
- c2) 1 × A: für das richtige Eintragen des Tilgungsanteils im Jahr 1
- 1 × B2: für das richtige Eintragen der 3 Beträge in die letzte Zeile des Tilgungsplans

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Scharniere

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $K'(x) = 0,25 \cdot x + 5$

$x$  ... Produktionsmenge in ME

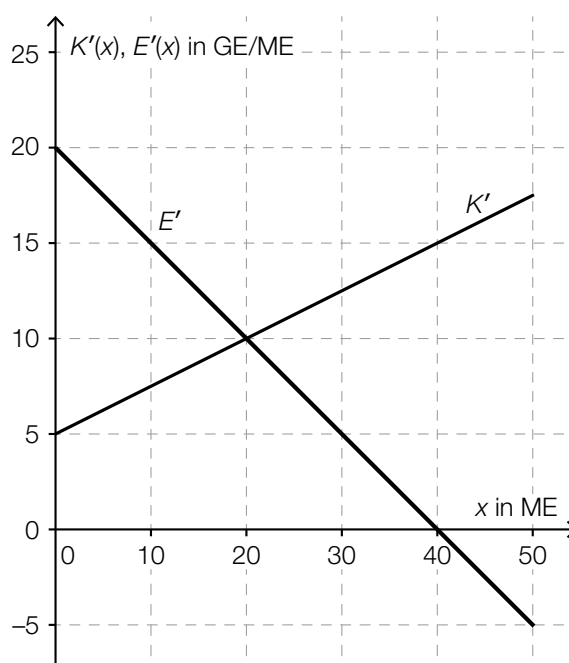
$K'(x)$  ... Grenzkosten bei der Produktionsmenge  $x$  in GE

a2)  $K(x) = \int (0,25 \cdot x + 5) dx = 0,125 \cdot x^2 + 5 \cdot x + C$

$K(0) = 50 \Rightarrow C = 50$

$K(x) = 0,125 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 50$

a3)



a4) Die Nullstelle der Grenzerlösfunktion ist diejenige Absatzmenge, bei der der Erlös maximal ist.

b1) Bei dieser Produktionsmenge handelt es sich um das Betriebsoptimum.

oder:

Bei dieser Produktionsmenge sind die Durchschnittskosten minimal.

b2)  $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = (-1) \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

c1)

$G(x) > 0$ und $G'(x) > 0$	B
$G(x) < 0$ und $G'(x) < 0$	D

A	Punkt A
B	Punkt B
C	Punkt C
D	Punkt D

d1)  $G(x) = 0$  oder  $-0,01 \cdot x^3 + 0,28 \cdot x^2 + 1,75 \cdot x - 50 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 13,48... \quad (x_2 = 27,83...; x_3 = -13,31...)$$

Die untere Gewinnngrenze liegt bei rund 13,5 ME.

d2)  $G'(x) = 0$  oder  $-0,03 \cdot x^2 + 0,56 \cdot x + 1,75 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 21,39... \quad (x_2 = -2,72...)$$

$$G(21,39...) = 17,67...$$

Der maximale Gewinn beträgt rund 17,7 GE.

### Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung der Grenzkostenfunktion
- a2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion
- a3) 1 × A3: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Grenzerlösfunktion
- a4) 1 × C: für das richtige Interpretieren der Nullstelle der Grenzerlösfunktion in Bezug auf den Erlös
- b1) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang
- b2) 1 × D: für das richtige Zeigen
- c1) 1 × C: für das richtige Zuordnen
- d1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der unteren Gewinnngrenze
- d2) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Strandbar

#### Möglicher Lösungsweg

a1) I:  $2 \cdot x + 3 \cdot y \leq 80$   
 II:  $x + y \leq 30$

a2) Es ist nicht möglich, weil die Ungleichung I in diesem Fall nicht erfüllt ist.  
 $2 \cdot 5 + 3 \cdot 25 > 80$

b1)  $p_2 = 1,2 \cdot p_1$

b2)  $72 = p_1 \cdot 10 + (1,2 \cdot p_1) \cdot 5 \Rightarrow p_1 = 4,5$   
 $p_2 = 1,2 \cdot 4,5 = 5,4$

c1)  $x + \boxed{2} \cdot y = 80$

c2)  $G(x, y) = 3,5 \cdot x + 4,5 \cdot y$

c3)  $G(0, 35) = 157,5$

$G(10, 35) = 192,5$

$G(20, 30) = 205$

$G(50, 0) = 175$

Der maximale Gewinn wird bei einem Verkauf von 20 Eiskaffees und 30 Bananensplits erzielt.

*Eine grafische Lösungsmethode ist ebenfalls zulässig.*

### Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen des Ungleichungssystems

Die Angabe der Nichtnegativitätsbedingungen ist nicht erforderlich.

a2) 1 × D: für das richtige nachweisliche Überprüfen

b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

b2) 1 × B: für das richtige Ermitteln von  $p_1$  und  $p_2$

c1) 1 × A1: für das richtige Vervollständigen der Gleichung

c2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung der Zielfunktion

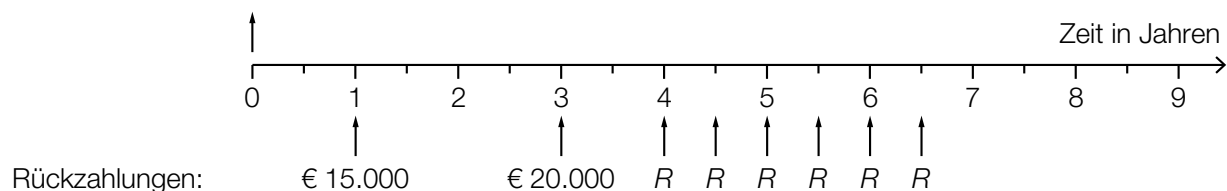
c3) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Verkaufsmengen, bei denen der Gewinn maximal ist

## Aufgabe 7 (Teil B)

Obsthändler

Möglicher Lösungsweg

a1) Auszahlung: € 60.000



$$\text{a2) } 60\,000 = \frac{15\,000}{1,03^2} + \frac{20\,000}{1,03^6} + R \cdot \frac{1,03^6 - 1}{0,03} \cdot \frac{1}{1,03^{13}} \Rightarrow R = 6\,609,203\dots$$

Die Ratenhöhe beträgt € 6.609,20.

b1)  $q_{12}$  ... monatlicher Aufzinsungsfaktor

$$60\,000 = 2\,400 \cdot \frac{q_{12}^{24} - 1}{q_{12} - 1}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:  $q_{12} = 1,00353\dots$

$$i = q_{12}^{12} - 1 = 0,04319\dots$$

Der effektive Jahreszinssatz beträgt rund 4,32 %.

b2) Im Falle vorschüssiger Einzahlungen wird jede Einzahlung 1 Monat länger verzinst. Da der Endwert gleich hoch ist, muss im Vergleich zu nachschüssigen Einzahlungen der zugehörige effektive Jahreszinssatz niedriger sein.

c1)  $\mu = 16 \text{ ME}$   
 $P(X \leq 14) = 0,2$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:  $\sigma = 2,376\dots$   
 Die Standardabweichung beträgt rund 2,38 ME.

c3)  $\frac{5-2}{5} = 0,6$

Ablesen derjenigen Menge  $q$ , für die gilt:  $P(X \leq q) = 0,6$   
 $q \approx 16,6 \text{ ME}$   
 Toleranzbereich:  $[16,4; 16,8]$

c4)

Wenn sowohl $p$ als auch $c$ verdoppelt werden, bleibt der Wert des Ausdrucks $\frac{p-c}{p}$ unverändert.	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen der Rückzahlungen
- a2) 1 × A2: für den richtigen Ansatz  
 1 × B: für das richtige Berechnen der Ratenhöhe
- b1) 1 × B: für das richtige Berechnen des effektiven Jahreszinssatzes
- b2) 1 × D: für das richtige Begründen
- c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Erwartungswerts und der Wahrscheinlichkeit
- c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Standardabweichung
- c3) 1 × C2: für das richtige Ermitteln der optimalen Bestandsmenge (Toleranzbereich:  $[16,4; 16,8]$ )
- c4) 1 × C3: für das richtige Ankreuzen

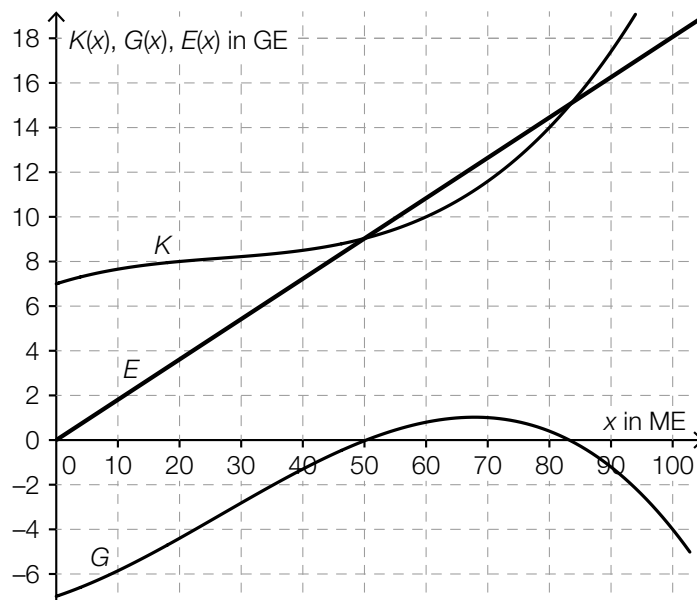


## Aufgabe 8 (Teil B)

Produktion von CD-Rohlingen und DVD-Rohlingen

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2)  $p = \frac{E(100)}{100} = \frac{18}{100} = 0,18$

Der Preis beträgt 0,18 GE/ME.

Toleranzbereich:  $[0,16; 0,20]$

a3)  $G_{\max} \approx 1$  GE

Toleranzbereich:  $[0,8; 1,2]$

b1)

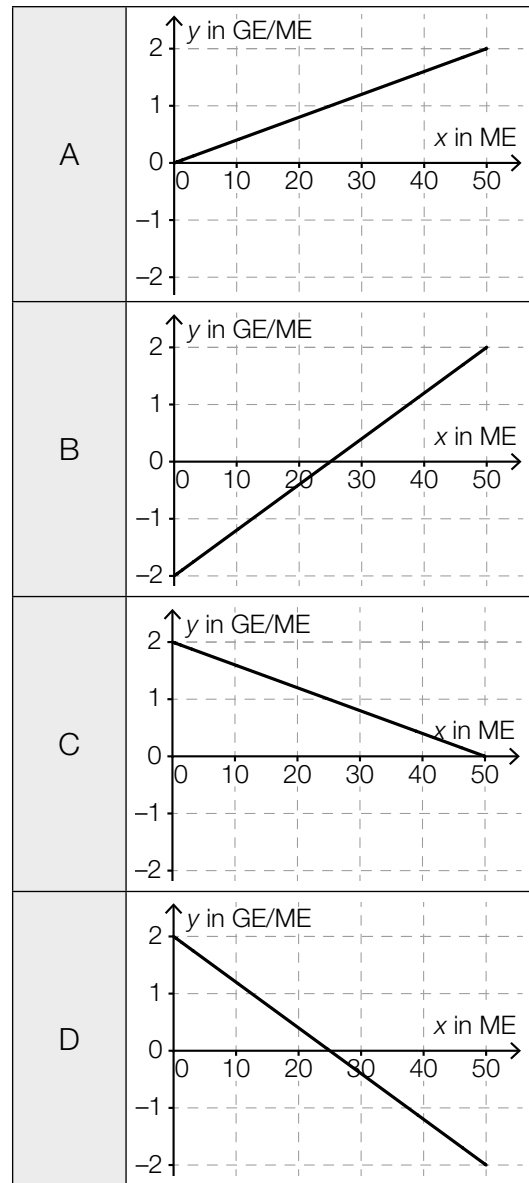
$-\frac{b}{a}$	<input checked="" type="checkbox"/>

c1)  $k = 1,2 \text{ GE/ME}$

c2) Wird bei einem Absatz von 10 ME der Absatz um 1 ME erhöht, dann steigt der Erlös um rund 1,2 GE.

c3)

Grenzerlösfunktion $E'$	D
Preisfunktion der Nachfrage $p_N$	C



### Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B1: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion
- a2) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des Preises (Toleranzbereich: [0,16; 0,20])
- a3) 1 × C: für das richtige Ablesen des maximalen Gewinns (Toleranzbereich: [0,8; 1,2])
- b1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen
- c1) 1 × C1: für das richtige Bestimmen der Steigung
- c2) 1 × C2: für das richtige Interpretieren des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
- c3) 1 × C3: für das richtige Zuordnen

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Sozialausgaben

#### Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$S_1(t) = 2,61 \cdot t + 35,3 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

$t$  ... Zeit in Jahren ( $t = 0$  für das Jahr 1990)

$S_1(t)$  ... Sozialausgaben zur Zeit  $t$  in Milliarden Euro

a2) Gemäß diesem Modell steigen die Sozialausgaben um rund 2,61 Milliarden Euro pro Jahr.

a3)  $S_1(30) = 2,61 \cdot 30 + 35,3 = 113,64\dots$

Für das Jahr 2020 sind Sozialausgaben in Höhe von rund 113,6 Milliarden Euro zu erwarten.

b1) Im Zeitraum von 2005 bis 2010 stiegen die Sozialausgaben um durchschnittlich rund 4,3 % pro Jahr.

b2)  $S_2(t) = 102,5 \cdot 1,025^t$

c1) Steigung  $k \approx \frac{340 - 140}{25} = 8$   
Toleranzbereich: [7; 9]

c2) Sozialquote für 2015:  $\frac{102,5}{340} = 0,301\dots$   
Toleranzbereich: [0,285; 0,320]

d1)  $102,5 \cdot \frac{35^\circ}{360^\circ} = 9,9\dots$

Für den Bereich „Familie/Kinder“ sind im Jahr 2015 rund 10 Mrd. Euro ausgegeben worden.

#### Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion

a2) 1 × C: für das richtige Interpretieren des Wertes der Steigung der Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang

a3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Prognose

b1) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang

b2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung

c1) 1 × A: für das richtige Ermitteln des Wertes der Steigung (Toleranzbereich: [7; 9])

c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Sozialquote (Toleranzbereich: [0,285; 0,320])

d1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Betrags

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Fruchtsaftproduktion

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + 105$

Gleichung:  $K'(25) = 30$  oder  $1875 \cdot a + 50 \cdot b + 105 = 30$

a2) Bei einer Produktionsmenge von 25 hl liegt die Kostenkehre.

oder:

Bei einer Produktionsmenge von 25 hl geht der Kostenverlauf von degressiv zu progressiv über.

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 0,04$ ;  $b = -3$

b1)

Kostenkehre	B
Betriebsminimum	C

A	Produktionsmenge $x_A$
B	Produktionsmenge $x_B$
C	Produktionsmenge $x_C$
D	Produktionsmenge $x_D$

c1)

①	
negativ	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
nach unten geöffnet ist	<input checked="" type="checkbox"/>

c2)  $E'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$0 = 2 \cdot a \cdot x_0 + b$

$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a}$

oder:

Die Nullstellen der Erlösfunktion sind 0 und  $-\frac{b}{a}$ .

Die Stelle des Maximums liegt in der Mitte bei  $-\frac{b}{2 \cdot a}$ .

d1)  $G'(x) = 0$  oder  $-0,12 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 220 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 29,280... \quad (x_2 = -62,613...)$$

Der maximale Gewinn wird bei einer Absatzmenge von rund 29,28 hl erzielt.

d2)  $G(x) = \int (-0,12 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 220) dx = -0,04 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 220 \cdot x + C$

Da  $G(0) = -F$ , gilt:  $G(x) = -0,04 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 220 \cdot x - 1215$

d3)  $G(x) = 1000$  oder  $-0,04 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 220 \cdot x - 1215 = 1000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 11,565... \quad x_2 = 44,950... \quad (x_3 = -106,516...)$$

Im Bereich [11,57 hl; 44,95 hl] beträgt der Gewinn mindestens 1.000 €.

### Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung

a2) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang

a3) 1 × B: für das richtige Berechnen der Koeffizienten

b1) 1 × C: für das richtige Zuordnen

c1) 1 × C: für das richtige Ergänzen der beiden Textlücken

c2) 1 × D: für das richtige Nachweisen

d1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Absatzmenge, bei der maximaler Gewinn erzielt wird

d2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Gewinnfunktion unter Berücksichtigung der Fixkosten

d3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des Bereichs

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Lagerhalle

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $X = 180\,000 - 50\,000 \cdot (1 + i)^4 - 70\,000 \cdot (1 + i)^3$

a2)  $X = 180\,000 - 50\,000 \cdot 1,025^4 - 70\,000 \cdot 1,025^3 = 49\,427,011\dots$   
 Es fehlt ein Betrag in Höhe von € 49.427,01.

b1)  $180\,000 = R \cdot \frac{1,01^{40} - 1}{0,01} \cdot \frac{1}{1,01^{40}} \Rightarrow R = 5\,482,007\dots$   
 Die Höhe einer Quartalsrate beträgt € 5.482,01.

c1)  $i = \frac{5\,400}{180\,000} = 0,03$   
 Der Jahreszinssatz beträgt 3 %.

c2) Das Unternehmen bezahlt im Jahr 1 nichts, die Annuität ist gleich null.  
 Da die Summe aus Zinsanteil und Tilgungsanteil gleich null ist, muss der Tilgungsanteil negativ sein.

c3)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
2	€ 5.562	€ 5.400	€ 10.962	€ 180.000

#### Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
- a2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Betrags  $X$
- b1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Höhe einer Quartalsrate
- c1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Jahreszinssatzes
- c2) 1 × D: für das richtige Erklären
- c3) 1 × B2: für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Jahr 2

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Käseproduktion

#### Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } K(x) = \int (0,03 \cdot x^2 - 0,5 \cdot x + 5) dx = 0,01 \cdot x^3 - 0,25 \cdot x^2 + 5 \cdot x + F$$

$$K(5) = 120 \quad \text{oder} \quad 0,01 \cdot 5^3 - 0,25 \cdot 5^2 + 5 \cdot 5 + F = 120 \quad \Rightarrow \quad F = 100$$

$$K(x) = 0,01 \cdot x^3 - 0,25 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 100$$

$x$  ... Produktionsmenge in kg

$K(x)$  ... Kosten bei der Produktionsmenge  $x$  in €

$$\text{a2) } K''(x) = 0,06 \cdot x - 0,5$$

$$K''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 8,33\dots$$

Die Kostenkehre liegt bei rund 8,3 kg.

a3) Wird die Produktion von 5 kg auf 10 kg gesteigert, so nehmen die Gesamtkosten um durchschnittlich € 3 pro kg zu.

b1) Betriebsoptimum: 22 kg

*Toleranzbereich: [21 kg; 23 kg]*

b2) kurzfristige Preisuntergrenze: 3,40 €/kg

*Toleranzbereich: [3,10 €/kg; 3,70 €/kg]*

$$\text{c1) } G(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$G'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$\text{I: } G(5) = -35$$

$$\text{II: } G(25) = 200$$

$$\text{III: } G(30) = 215$$

$$\text{IV: } G'(30) = 0$$

*oder:*

$$\text{I: } 5^3 \cdot a + 5^2 \cdot b + 5 \cdot c + d = -35$$

$$\text{II: } 25^3 \cdot a + 25^2 \cdot b + 25 \cdot c + d = 200$$

$$\text{III: } 30^3 \cdot a + 30^2 \cdot b + 30 \cdot c + d = 215$$

$$\text{IV: } 3 \cdot 30^2 \cdot a + 2 \cdot 30 \cdot b + c = 0$$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -0,01; \quad b = 0,25; \quad c = 12; \quad d = -100$$

## Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion (mit Integrationskonstante)
- a2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Kostenkehre
- a3) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
- b1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Betriebsoptimums im Toleranzbereich [21 kg; 23 kg] mit der Angabe der richtigen Einheit
- b2) 1 × C2: für das richtige Ablesen der kurzfristigen Preisuntergrenze im Toleranzbereich [3,10 €/kg; 3,70 €/kg] mit der Angabe der richtigen Einheit
- c1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Informationen zum Gewinn bei den Absatzmengen 5 kg, 25 kg und 30 kg  
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Ableitungsfunktion  $G'$
- c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten



## Aufgabe 8 (Teil B)

### Kredit und Sparbuch

#### Möglicher Lösungsweg

a1) Bei Kredit 2 wird eine Ratenzahlung ausgesetzt, dadurch muss die verbleibende Ratenhöhe  $x$  größer sein als die ursprüngliche Ratenhöhe  $R$ .

$$a2) 10000 = R \cdot \frac{1,03^7 - 1}{0,03} \cdot \frac{1}{1,03^7}$$

$$R = 1605,063\dots$$

Die Ratenhöhe  $R$  beträgt € 1.605,06.

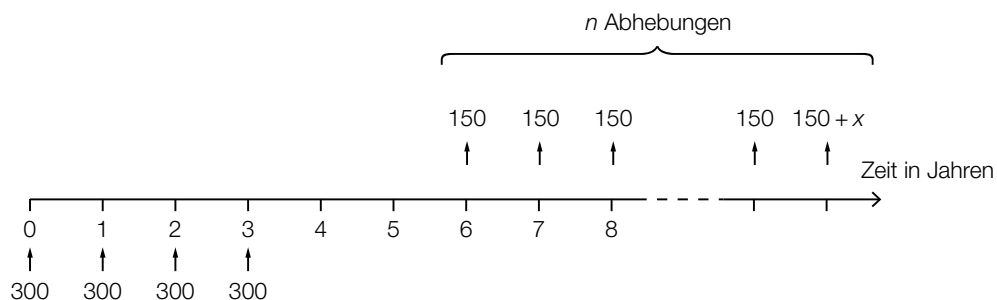
$$a3) 10000 \cdot 1,03^4 - 1605,06 \cdot 1,03^3 - 1605,06 \cdot 1,03^2 - 1605,06 \cdot 1,03 = 6145,175\dots$$

Die Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt 4 beträgt € 6.145,18.

*Wird bei der Berechnung der Höhe der Restschuld die ungerundete Ratenhöhe verwendet, so ist dies ebenfalls als richtig zu werten.*

$$b1) B_1 = B \cdot (1 + i) - R$$

c1)



c2)  $K$  ist das angesparte Kapital nach 6 Jahren.

$$c3) 1283,33 = 150 \cdot \frac{1,015^n - 1}{0,015} \cdot \frac{1}{1,015^{n-1}}$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:  $n = 9,0\dots$

Es finden 9 Abhebungen statt.

#### Lösungsschlüssel

a1) 1 × D: für die richtige Argumentation

a2) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Ratenhöhe  $R$

a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt  $t = 4$  Jahre

b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von  $B_1$

c1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Zeitachse

c2) 1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang

c3) 1 × B: für die richtige Berechnung von  $n$

## Aufgabe 9 (Teil B)

### Kfz-Bestand

#### Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$K(t) = 0,084 \cdot t + 4,6$$

$t$  ... Zeit in Jahren,  $t = 0$  für das Ende des Jahres 1992

$K(t)$  ... Kfz-Bestand zur Zeit  $t$  in Millionen

a2) Gemäß diesem Modell nimmt der Kfz-Bestand um 84 000 Kraftfahrzeuge pro Jahr zu.

a3)  $K(t) = 8$  oder  $0,084 \cdot t + 4,6 = 8$   
 $t = 40,47\dots$

Gemäß diesem Modell ist nach etwa 40,5 Jahren mit einem Kfz-Bestand von 8 Millionen zu rechnen.

*Die Lösung kann entweder als Zeit nach Ende des Jahres 1992 oder als Kalenderjahr angegeben werden.*

b1) Gemäß diesem Modell nimmt der Kfz-Bestand pro Jahr um rund 1,7 % zu.

b2) Gemäß diesem Modell verdoppelt sich der Kfz-Bestand nach (jeweils) rund 41,2 Jahren.

c1)  $K_B(0) = 4,5$   
 $K_B(20) = 6,3$

oder:

$$9 - b = 4,5$$

$$9 - b \cdot e^{-\lambda \cdot 20} = 6,3$$

c2)  $b = 9 - 4,5 = 4,5$   
 $\lambda = \frac{\ln(4,5) - \ln(2,7)}{20} = 0,025541\dots$

c3)  $K_B(28) = 6,79\dots$

Gemäß diesem Modell beträgt der Kfz-Bestand am Ende des Jahres 2020 rund 6,8 Millionen.

d1) Mit beliebig groß werdendem  $t$  geht  $e^{-0,06264 \cdot t}$  gegen null, der Nenner also gegen 3 und damit der Funktionswert gegen 7,5.

## Lösungsschlüssel

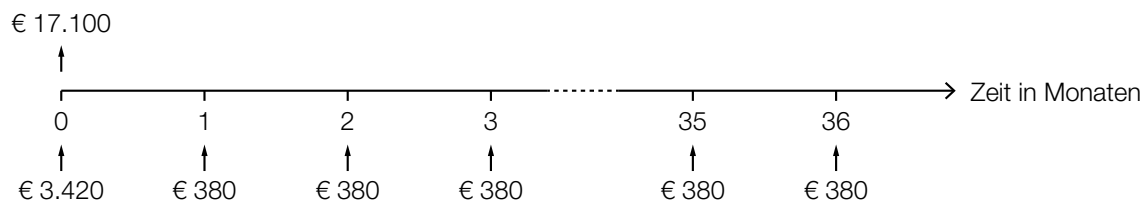
- a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion
- a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
- a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung derjenigen Zeit, nach der mit einem Kfz-Bestand von 8 Millionen zu rechnen ist
- b1) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Zahl 1,7 % im gegebenen Sachzusammenhang
- b2) 1 × C2: für die richtige Interpretation der Zahl 41,2 im gegebenen Sachzusammenhang
- c1) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
- c2) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Parameter  $b$  und  $\lambda$
- c3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Prognose für den Kfz-Bestand am Ende des Jahres 2020
- d1) 1 × D: für die richtige mathematische Argumentation

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Autokauf

#### Möglicher Lösungsweg

a1)



a2)  $3420 + 36 \cdot 380 = 17100$

Die Summe aller Zahlungen ergibt den Listenpreis. Daher ist die Behauptung des Händlers richtig.

b1)  $17100 = R + \frac{R}{1,02^2} + \frac{R}{1,02^3}$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:  
 $R = 5889,461\dots$

Es müssen jeweils € 5.889,46 bezahlt werden.

c1)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 17.100
1	€ 256,50	€ 5.743,50	€ 6.000,00	€ 11.356,50
2	€ 170,35	€ 5.829,65	€ 6.000,00	€ 5.526,85

c2)  $5526,85 \cdot 1,015 = 5609,75$

Die Höhe der Restzahlung beträgt € 5.609,75.

d1)  $17\,100 \cdot 0,92 = 15\,732$

Bei Barzahlung beträgt der Preis des Autos € 15.732.

d2)  $15\,732 = 3\,420 + 380 \cdot \frac{q_{12}^{36} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{36}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$q_{12} = 1,0058\dots$$

$$i = q_{12}^{12} - 1 = 0,0719\dots$$

Der Jahreszinssatz ist rund 7,2 %.

### Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Zahlungen und des Listenpreises auf der Zeitachse
- a2) 1 × D: für den richtigen Nachweis
- b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung zur Berechnung von  $R$
- b2) 1 × B: für die richtige Berechnung von  $R$
- c1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der beiden Zeilen des Tilgungsplans
- c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Restzahlung
- d1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Preises bei Barzahlung
- d2) 1 × A: für den richtigen Ansatz  
1 × B2: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Fahrräder

#### Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$A(t) = 7525 \cdot t + 7305 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

$t$  ... Zeit ab 2008 in Jahren

$A(t)$  ... Anzahl der pro Jahr verkauften E-Bikes zur Zeit  $t$

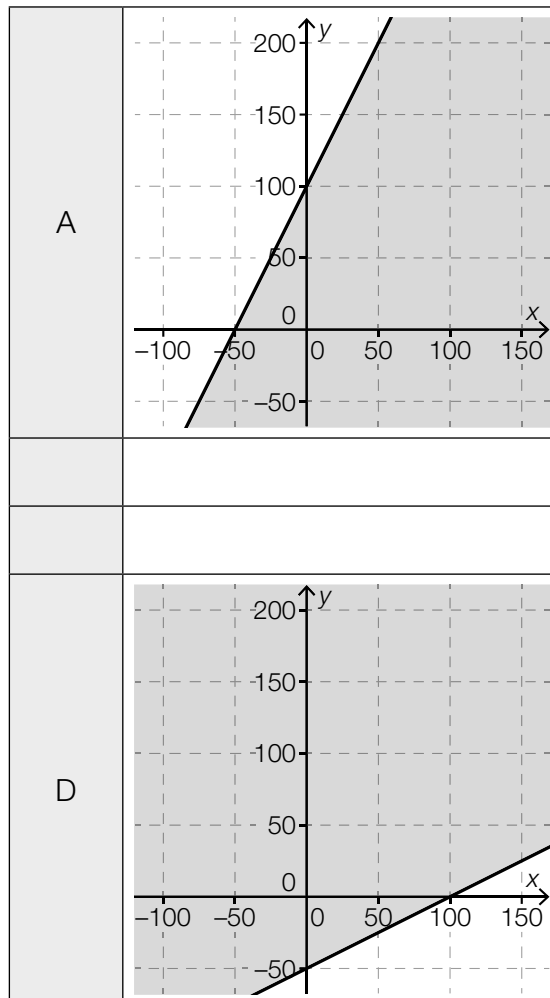
a2) Die Anzahl der pro Jahr verkauften E-Bikes steigt um rund 7 525 Stück pro Jahr.

b1)  $x + y \leq 100$

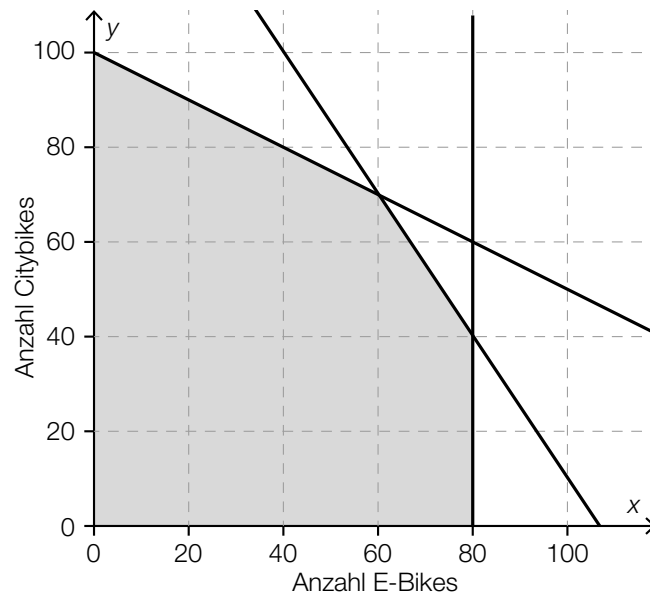
$x \geq y + 30$

c1)

$\frac{1}{2} \cdot x \leq y + 50$	D
$\frac{1}{2} \cdot y \leq x + 50$	A



d1 und d2)



e1) Die Gerade, für die die Zielfunktion im Lösungsbereich den maximalen Wert annimmt, ist identisch mit einer der Begrenzungsgeraden des Lösungsbereichs. Alle Punkte dieser Begrenzungsgeraden, die im Lösungsbereich liegen, sind mögliche Lösungen, daher gibt es keine eindeutige Lösung.

### Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion
- a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
- b1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Ungleichung zur Bedingung „höchstens 100 Fahrräder“  
1 × A2: für das richtige Erstellen der Ungleichung zur Bedingung „mindestens 30 E-Bikes mehr“
- c1) 1 × C: für die richtige Zuordnung
- d1) 1 × B: für das richtige Einzeichnen der Begrenzungsgeraden
- d2) 1 × C: für das richtige Markieren des Lösungsbereichs
- e1) 1 × D: für die richtige Argumentation

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Zeitschriften

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$$K(10) = 100$$

$$K'(10) = 1,5$$

oder:

$$10^3 \cdot a + 10^2 \cdot b + 10 \cdot c + 79 = 100$$

$$3 \cdot 10^2 \cdot a + 2 \cdot 10 \cdot b + c = 1,5$$

a2) Der Graph von  $K$  ist bei  $x = 10$  rechtsgekrümmt (degressiv).

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = 0,001$$

$$b = -0,08$$

$$c = 2,8$$

b1)  $\frac{E(40)}{40} = \frac{200}{40} = 5$

Toleranzbereich:  $[4,8; 5,2]$

Der Preis bei dieser Absatzmenge beträgt 5 GE/ME.

c1)

$-\frac{p_n}{x_s}$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Information zu den Gesamtkosten

1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Information zu den Grenzkosten

a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Vorzeichens

a3) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Koeffizienten

b1) 1 × C: für das richtige Ermitteln des Preises (Toleranzbereich:  $[4,8; 5,2]$ )

c1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen



## Aufgabe 6 (Teil B)

### Betonrohre

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $p(x) = -\frac{1}{50} \cdot x + 60$

$x$  ... nachgefragte Menge in Stück

$p(x)$  ... Preis bei der nachgefragten Menge  $x$  in €/Stück

a2) Die Steigung  $-\frac{1}{50}$  gibt an, dass eine Preisreduktion um € 1 pro Stück zu einer Erhöhung der nachgefragten Menge um 50 Stück führt.

oder:

Soll die nachgefragte Menge um 1 Stück gesteigert werden, muss der Preis um € 0,02 pro Stück gesenkt werden.

a3)  $p(x) = 32$  oder  $-\frac{1}{50} \cdot x + 60 = 32 \Rightarrow x = 1400$

Bei einem Preis von € 32 pro Stück ist mit einer nachgefragten Menge von 1400 Stück zu rechnen.

b1)

Der Break-even-Point liegt bei 200 ME.	B
Das Gewinnmaximum liegt bei 200 ME.	C

A	$G(0) = 200$
B	$G(200) = 0$
C	$G'(200) = 0$
D	$G''(200) = 0$

c1)  $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$   
 $\bar{K}(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c + \frac{d}{x}$

$K(0) = 150$

$K(20) = 530$

$K'(10) = 17$

$\bar{K}(30) = 22$

oder:

$d = 150$

$a \cdot 20^3 + b \cdot 20^2 + c \cdot 20 + d = 530$

$3 \cdot a \cdot 10^2 + 2 \cdot b \cdot 10 + c = 17$

$a \cdot 30^2 + b \cdot 30 + c + \frac{d}{30} = 22$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 0,02$

$b = -1,2$

$c = 35$

$d = 150$

d1)  $X$  ... Durchmesser in mm

$P(X < 98) = 0,03$

Berechnung von  $\sigma$  mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 1,06...$

Die Standardabweichung beträgt rund 1,1 mm.

## Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage

a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang

a3) 1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der nachgefragten Betonrohre

b1) 1 × C: für die richtige Zuordnung

c1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Kosten

1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Grenzkosten

1 × A3: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Stückkosten

c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten

d1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Standardabweichung

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Küchenkauf

#### Möglicher Lösungsweg

$$a1) 3000 \cdot (1+i)^7 + 3000 \cdot (1+i)^4 + 3000 \cdot (1+i) = 10000$$

$$i = 0,02617\dots$$

Der zugrunde liegende Jahreszinssatz beträgt rund 2,62 %.

$$a2) \frac{0,02617\dots}{0,75} = 0,0349\dots$$

Der Jahreszinssatz vor Abzug der KEST beträgt rund 3,5 %.

$$b1) i_2 = \sqrt{1,04} - 1 = 0,01980\dots$$

Der äquivalente Semesterzinssatz beträgt rund 1,98 %.

b2)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Semesterrate	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000
1	€ 396,08	€ 0	€ 396,08	€ 20.000
2	€ 396,08	€ 1.603,92	€ 2.000	€ 18.396,08

b3) Der Tilgungsanteil berechnet sich aus der Differenz von Semesterrate und Zinsanteil. Wenn die Semesterrate verdoppelt wird, bleibt der Zinsanteil trotzdem gleich hoch. Somit ist der neue Tilgungsanteil mehr als doppelt so hoch wie der alte Tilgungsanteil.

$$c1) S = 20000 \cdot (1+i)^t - 3000 \cdot \frac{(1+i)^t - 1}{i}$$

oder:

$$S = 20000 \cdot q^t - 3000 \cdot \frac{q^t - 1}{q - 1} \text{ mit } q = 1 + i$$

#### Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes

a2) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes vor Abzug der KEST

b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des äquivalenten Semesterzinssatzes

b2) 1 × B2: für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 1 des Tilgungsplans

1 × B3: für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 2 des Tilgungsplans

b3) 1 × D: für die richtige Erklärung

c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Alkoholfreie Cocktails

Möglicher Lösungsweg

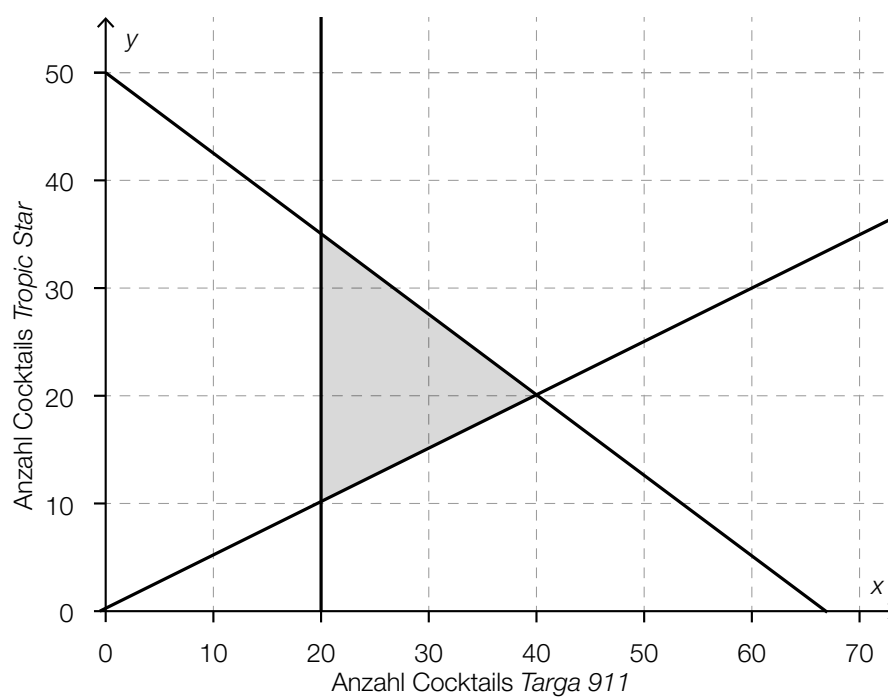
a1)

Einschränkung bezüglich Mangosaft	A
Einschränkung bezüglich Maracujasaft	C

A	$x + 2 \cdot y \leq 100$
B	$2 \cdot x + y \leq 100$
C	$y \leq -2 \cdot x + 50$
D	$x + 4 \cdot y \leq 200$

a2)  $x \geq 2 \cdot y$

b1)

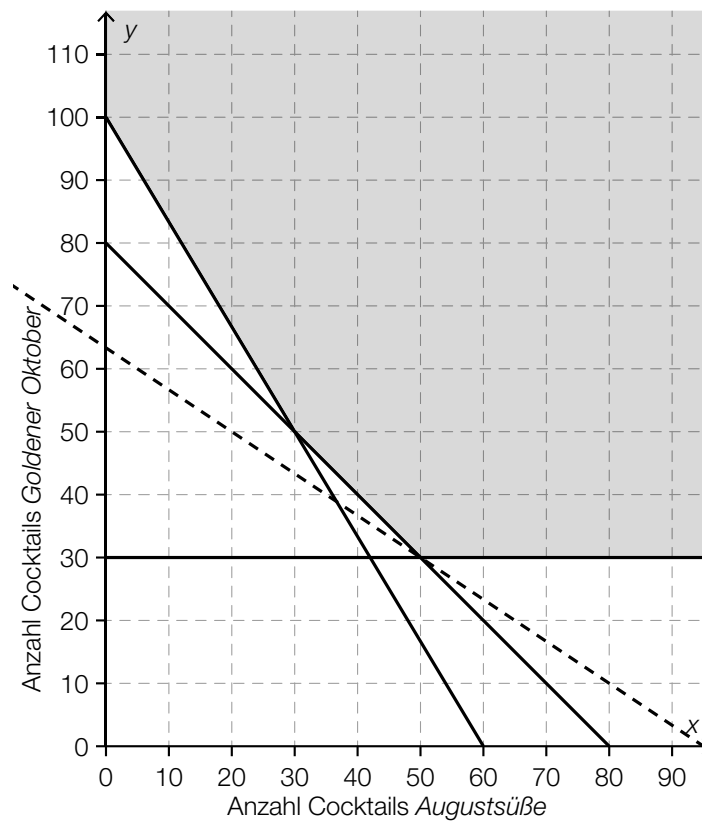


b2) Es sollen mindestens 20 Cocktails *Targa 911* zubereitet werden.

c1)  $Z(x, y) = x + 1,5 \cdot y$

Auch eine Angabe der Zielfunktion als  $Z(x, y) = k \cdot x + k \cdot 1,5 \cdot y$  mit  $k \in \mathbb{R}^+$  ist als richtig zu werten.

c2)



### Lösungsschlüssel

- a1) 1 × C: für die richtige Zuordnung
- a2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Ungleichung
- b1) 1 × B: für das richtige Einzeichnen der Begrenzungsgeraden  
1 × C1: für das richtige Einzeichnen des Lösungsbereichs
- b2) 1 × C2: für die richtige Interpretation der Bedeutung der Ungleichung im gegebenen Sachzusammenhang
- c1) 1 × A: für das richtige Angeben einer möglichen Zielfunktion
- c2) 1 × B: für das richtige Einzeichnen derjenigen Geraden, für die im Lösungsbereich der minimale Wert der Zielfunktion angenommen wird

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Werbung

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $N_G(8) = 835,8\dots$

Nach 8 Tagen kennen rund 835 Studierende das Gerücht.

b1)  $N_W(t) = N_G(t)$

Lösung mittels Technologieeinsatz:  $t = 6,779\dots \approx 6,78$

Nach etwa 6,78 Tagen haben gleich viele Studierende vom Gerücht erfahren, wie von der Werbekampagne erreicht wurden.

c1) Die Ableitung  $N_G'$  hat an der Stelle  $t_0$  eine Maximumstelle.  
Die Funktion  $N_G$  hat an der Stelle  $t_0$  eine Wendestelle.

c2) Zur Zeit  $t_0$  ist der Zuwachs der Studierenden, die von dem Gerücht erfahren haben, am größten.

c3) Die Funktion  $N_G$  ist zwar für  $0 \leq t < t_0$  positiv gekrümmt, für  $t > t_0$  jedoch negativ gekrümmt.  
Somit gilt hier für  $t > t_0$ :  $N_G''(t) < 0$ .

#### Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der Studierenden, die nach 8 Tagen von dem Gerücht erfahren haben (Auch ein Runden des Ergebnisses auf 836 Studierende ist als richtig zu werten.) (KA)
- b) 1 × A: für den richtigen Ansatz (KA)  
1 × B: für die richtige Bestimmung des Zeitpunkts (KB)
- c) 1 × C1: für die richtige Beschreibung zur Ableitung  $N_G'$  (KA)  
1 × C2: für die richtige Beschreibung zur Funktion  $N_G$  (KA)  
1 × C3: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang (KA)  
1 × D: für eine richtige Argumentation (KA)

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Ansparplan

#### Möglicher Lösungsweg

a1) Die Anleihe wird die ersten 6 Jahre zu 1 % p. a., dann 2 Jahre zu 2 % p. a., 2 Jahre zu 3 % p. a. und schließlich 2 Jahre zu 3,5 % p. a. verzinst.

$$a2) (1 + i)^{12} = 1,01^6 \cdot 1,02^2 \cdot 1,03^2 \cdot 1,035^2 \Rightarrow i = 0,0191\dots$$

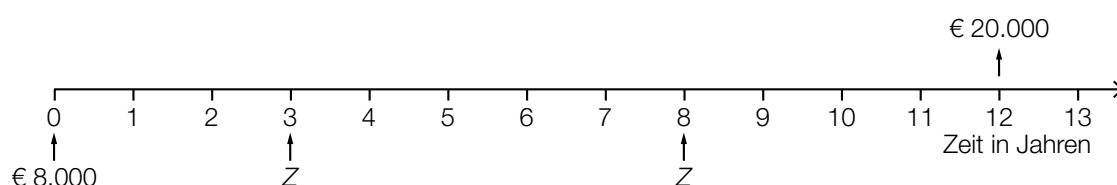
Der mittlere jährliche Zinssatz beträgt rund 1,9 %.

*(Eine Berechnung des mittleren jährlichen Zinssatzes als gewichtetes arithmetisches Mittel ist als falsch zu werten.)*

$$a3) \frac{20000}{1,01^6 \cdot 1,02^2 \cdot 1,03^2 \cdot 1,035^2} = 15934,786\dots$$

Monika muss € 15.934,79 anlegen, damit sie in 12 Jahren € 20.000 angespart hat.

b1)



$$b2) 8000 \cdot 1,02^{12} + Z \cdot 1,02^9 + Z \cdot 1,02^4 = 20000 \Rightarrow Z = 4326,655\dots$$

Die Höhe einer Einzahlung Z beträgt € 4.326,66.

$$c1) 20000 = R \cdot \frac{1,02^{12} - 1}{0,02} \cdot 1,02 \Rightarrow R = 1461,952\dots$$

Der jährliche Ansparbetrag beträgt € 1.461,95.

c2) Sie wird damit ihr Sparziel nicht erreichen, da die Zahlungen größtenteils später erfolgen und sie somit weniger Zinsen erhält.

#### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen der Zinssätze und der Verzinsungsdauer (KA)
- 1 × B1: für die richtige Berechnung des mittleren jährlichen Zinssatzes (KB)
- (Eine Berechnung des mittleren jährlichen Zinssatzes als gewichtetes arithmetisches Mittel ist als falsch zu werten.)
- 1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe des Betrags (KB)
- b) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen auf einer Zeitachse (KA)
- 1 × A2: für einen richtigen Ansatz (KA)
- 1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Zahlung Z (KB)
- c) 1 × B: für die richtige Berechnung des jährlichen Ansparbetrags (KA)
- 1 × D: für die richtige Argumentation (KB)

## Aufgabe 9 (Teil B)

### Verkehrsbetriebe

#### Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } E'(x) = -0,2 \cdot x + 6,6$$

$$E'(x) = 0$$

$$0 = -0,2 \cdot x + 6,6$$

$$x = 33$$

$$E(33) = 108,9$$

Der maximale Erlös beträgt € 108,9 Millionen.

(Der Graph von  $E$  ist eine nach unten offene Parabel. Die Nullstelle der Ableitungsfunktion  $E'$  ist also eine Maximumstelle.)

$$\text{a2) } p(x) = -0,1 \cdot x + 6,6$$

$$\text{a3) } p(33) = 3,3$$

Bei einem Einzelfahrscheinpreis von € 3,30 ist der Erlös maximal.

$$\text{b1) } \text{Höchstpreis: } € 6$$

b2) Die Sättigungsmenge ist diejenige Anzahl an nachgefragten Einzelfahrscheinen in Millionen, wenn der Einzelfahrscheinpreis € 0 beträgt.

$$\text{c1) } p(0) = 7,8$$

$$p(48) = 1,8$$

$$p(50) = 1,6$$

oder:

$$7,8 = c$$

$$1,8 = 2304 \cdot a + 48 \cdot b + c$$

$$1,6 = 2500 \cdot a + 50 \cdot b + c$$

c2) Lösung des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:  $a = 0,0005$ ;  $b = -0,149$ ;  $c = 7,8$



## Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für die richtige Berechnung des maximalen Erlöses  
(Die Zahl 108,9 allein als Lösung ist nicht als richtig zu werten.  
Dass es sich bei der Nullstelle von  $E'$  um eine Maximumstelle handelt, muss weder  
überprüft noch argumentativ begründet werden.) (KA)  
1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)  
1 × B2: für das richtige Ermitteln des Einzelfahrscheinpreises bei maximalem Erlös (KB)
- b) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Höchstpreises (KA)  
1 × C2: für die richtige Beschreibung der Sättigungsmenge im gegebenen Sachzusammen-  
hang (KA)
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten (KB)

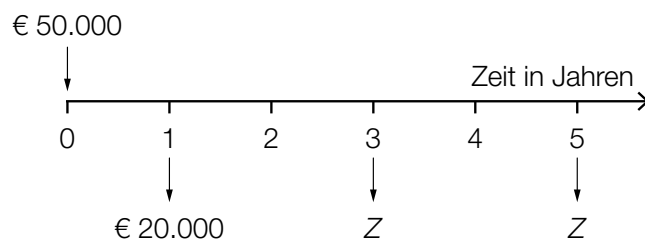
## Aufgabe 6 (Teil B)

### Erbschaft

#### Möglicher Lösungsweg

a1) Zinssatz: 3 % p. a.

a2)



$$a3) 50\,000 = \frac{20\,000}{1,03} + \frac{Z}{1,03^3} + \frac{Z}{1,03^5}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$Z = 17\,202,934\dots$$

Die Höhe der Auszahlungen  $Z$  beträgt € 17.202,93.

b1) Da das Erbe angelegt und verzinst wird, kann Jutta einen höheren Betrag als monatlich € 500 abheben.

$$b2) i_{12} = \sqrt[12]{1,03} - 1 = 0,002466\dots$$

Der Monatszinssatz beträgt rund 0,247 %.

$$b3) q_{12} = 1 + i_{12}$$

$$50\,000 \cdot 1,03^5 = R \cdot \frac{q_{12}^{60} - 1}{q_{12} - 1} + 20\,000$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$R = 587,846\dots$$

Die Höhe der Monatsraten beträgt € 587,85.

c1)

	<input type="checkbox"/>
[...]	
[...]	
[...]	
[...]	

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen des Jahreszinssatzes (KA)  
 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Auszahlungen auf der Zeitachse (KA)  
 1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Auszahlungen Z (KA)
- b) 1 × D: für die richtige Begründung (KA)  
 1 × B1: für die richtige Berechnung des äquivalenten Monatszinssatzes (KA)  
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe der Monatsraten (KB)
- c) 1 × C: für das richtige Ankreuzen (KA)

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Marmelade

#### Möglicher Lösungsweg

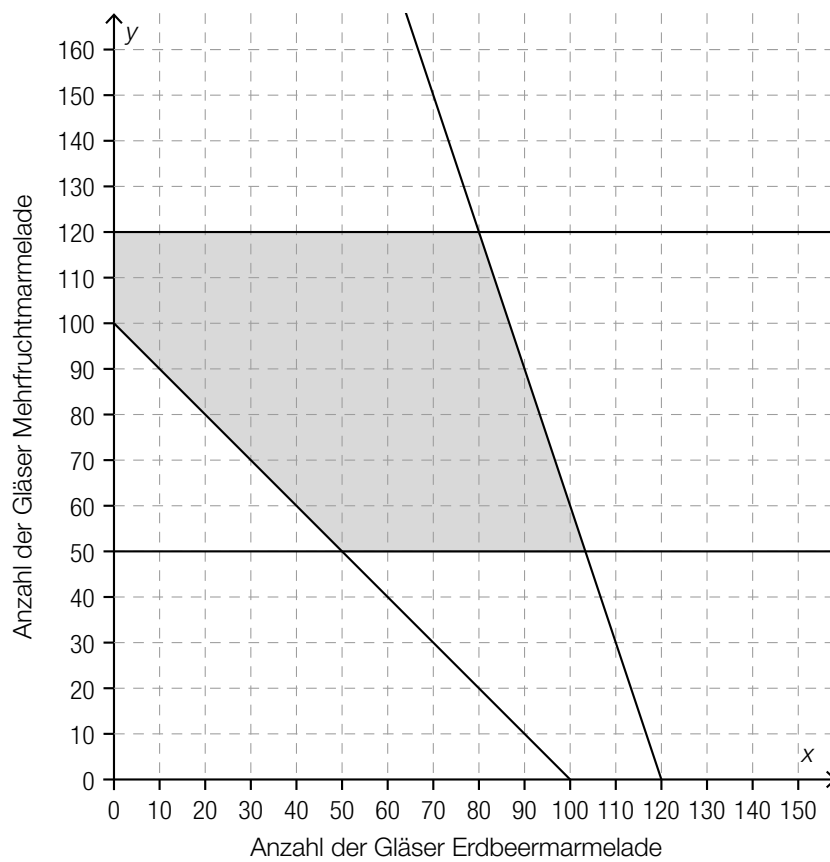
a1) I:  $160 \cdot x + 60 \cdot y \leq 15000$

II:  $60 \cdot y \leq 4000$

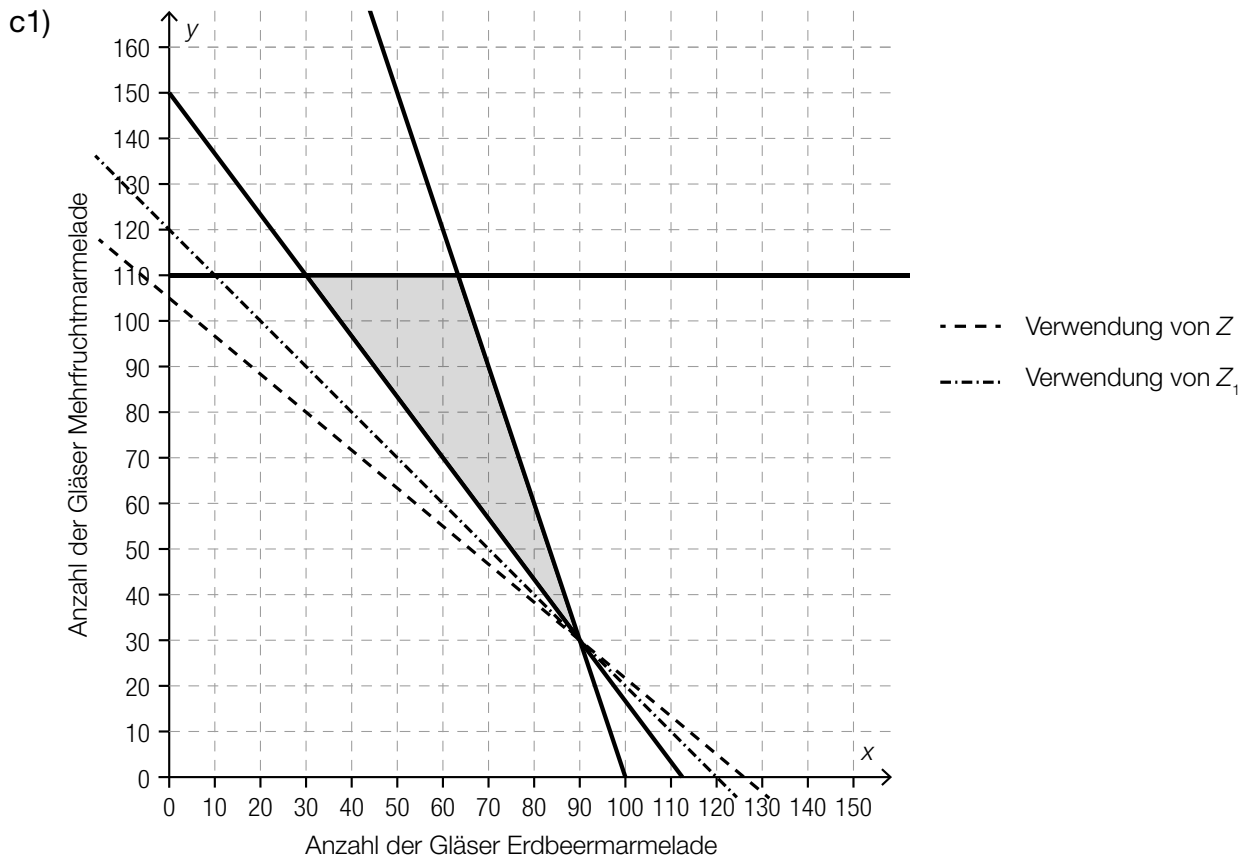
III:  $40 \cdot y \leq 2000$

IV:  $x \geq 70$

b1 und b2)



b3) Sie planen, mindestens 50 und höchstens 120 Gläser Mehrfruchtarmelade zu produzieren.



c2)  $Z_1(x, y) = 2,50 \cdot x + 2,50 \cdot y$

c3) Durch Einzeichnen derjenigen Geraden, für die der minimale Wert der Zielfunktion  $Z_1$  angenommen wird, kann man feststellen, dass dieselben Produktionsmengen zu minimalen Kosten führen.

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Ungleichungen (Einschränkung bezüglich der zur Verfügung stehenden Beeren) (KB)  
 1 × A2: für das richtige Erstellen der Ungleichung (Einschränkung „mindestens 70 Gläser Erdbeermarmelade“) (KA)  
 Die Angabe der Nichtnegativitätsbedingungen ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.
- b) 1 × B: für das richtige Einzeichnen der Begrenzungsgeraden (KA)  
 1 × C1: für das richtige Markieren des Lösungsbereichs (KB)  
 1 × C2: für die richtige Interpretation der Bedeutung der Ungleichungen III und IV im gegebenen Sachzusammenhang (KB)
- c) 1 × B: für das richtige Einzeichnen der Geraden, für die der minimale Wert der Zielfunktion angenommen wird (KA)  
 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der neuen Zielfunktion  $Z_1$  (KA)  
 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung (KB)

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Mixer

#### Möglicher Lösungsweg

a1) Der Parameter  $c$  muss null sein, da bei einem Absatz von null Stück auch der Erlös null ist.

a2) Erlös beim Absatz von 2000 Mixern:  $2000 \cdot 65 = 130\,000$

$$E(2000) = 130\,000$$

$$E(2500) = 131\,250$$

oder:

$$2000^2 \cdot a + 2000 \cdot b = 130\,000$$

$$2500^2 \cdot a + 2500 \cdot b = 131\,250$$

a3) Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{1}{40} = -0,025$$

$$b = 115$$

a4)  $E(x) = 0$

oder:

$$-0,025 \cdot x^2 + 115 \cdot x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 4\,600$$

Die Sättigungsmenge liegt bei 4 600 Stück.

b1)  $G(x) = 0$

oder:

$$-0,1 \cdot x^3 - 1,9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 940 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 5 \text{ ME (untere Gewinnngrenze)}$$

$$x_2 = 32,9... \text{ ME} \approx 33 \text{ ME (obere Gewinnngrenze)}$$

b2)  $G'(x) = 0$

oder:

$$-0,3 \cdot x^2 - 3,8 \cdot x + 200 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_1 = -32,9...)$$

$$x_2 = 20,2...$$

$$G(20,2...) = 1\,500,504...$$

Der maximale Gewinn beträgt rund 1.500,50 GE

b3)  $G_1(x) = G(x) + 200 = -0,1 \cdot x^3 - 1,9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 740$

c1)  $K''(x) = 0,24 \cdot x - 4,8$

$$K''(25) = 1,2 > 0$$

Da die 2. Ableitung für 25 ME positiv ist, ist der Kostenverlauf dort progressiv.

c2)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
$0 = 0,08 \cdot x - 2,4 - \frac{940}{x^2}$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × D: für die richtige Begründung (KA)
- 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems (KA)
- 1 × B1: für die richtige Berechnung der Koeffizienten  $a$  und  $b$  (KB)
- 1 × B2: für die richtige Berechnung der Sättigungsmenge (KB)
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Gewinnngrenzen (KA)
- 1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns (KA)
- 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der neuen Gewinnfunktion  $G_1$  (KA)
- c) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung (KA)
- 1 × C: für das richtige Ankreuzen (KA)

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Smartphones

#### Möglicher Lösungsweg

- a) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$L(t) = -3,210 \cdot t + 101,554 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

$t$  ... Zeit in h

$L(t)$  ... Akku-Ladestand zur Zeit  $t$  in %

$$15 = -3,210 \cdot t + 101,554$$

$$t = 26,9\dots$$

Nach etwa 27 Stunden sollte das Smartphone wieder ans Stromnetz angeschlossen werden.

- b) Mit beliebig groß werdendem  $t$  geht  $e^{-\lambda \cdot t}$  gegen null, und damit geht  $100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$  gegen 100.

$$80 = 100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot 2}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\lambda = 0,72345\dots$$

$$90 = 100 - 85 \cdot e^{-0,72345\dots \cdot t}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 2,9\dots$$

Nach etwa 3 Stunden ist ein Ladestand von 90 % erreicht.

- c)  $S(10) = \frac{1918}{1 + 4,84 \cdot e^{-0,54 \cdot 10}} = 1876,9\dots$

Gemäß diesem Modell werden bis zum Beginn des Jahres 2020 rund 1 877 Millionen Smartphones verkauft.

$t = 2,9$  ist die Wendestelle der Funktion  $S$ .

oder:

$t = 2,9$  ist die Stelle maximalen Wachstums von  $S$ .

#### Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion (KA)  
 1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts (KB)
- b) 1 × D: für die richtige mathematische Argumentation (KB)  
 1 × B1: für die richtige Berechnung von  $\lambda$  (KA)  
 1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts (KB)
- c) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Funktionswerts (KA)  
 1 × C: für die richtige Beschreibung der Bedeutung der Stelle  $t = 2,9$  in Bezug auf die Funktion  $S$  (KA)

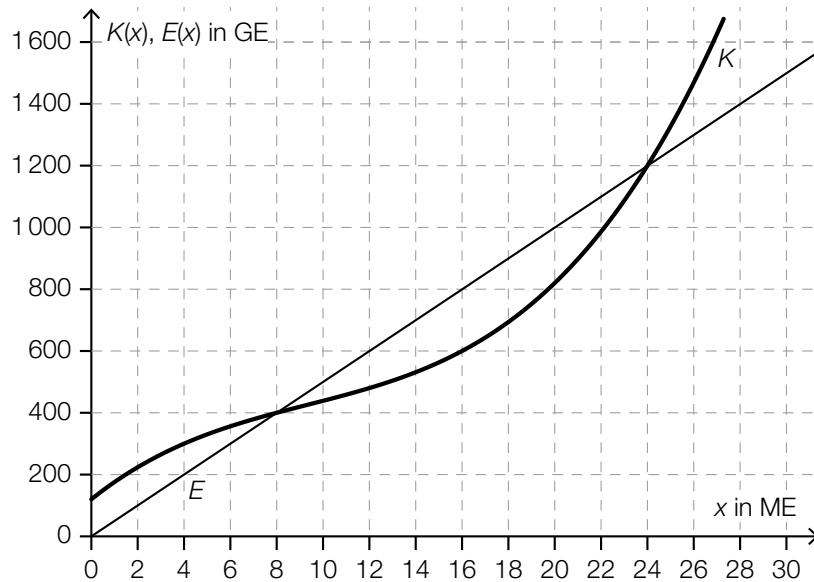


## Aufgabe 8 (Teil B)

### Rohrproduktion

#### Möglicher Lösungsweg

a)



Marktpreis: 50 GE/ME

x in ME	0	8	16
G(x) in GE	-120	0	200

Toleranzbereiche:

G(0): [-180; -100]

G(16): [150; 250]

$$b) K(x) = \int \left( \frac{15}{32} \cdot x^2 - \frac{35}{4} \cdot x + 60 \right) dx = \frac{5}{32} \cdot x^3 - \frac{35}{8} \cdot x^2 + 60 \cdot x + F$$

$$K(16) = 600 \Rightarrow 600 = \frac{5}{32} \cdot 16^3 - \frac{35}{8} \cdot 16^2 + 60 \cdot 16 + F \Rightarrow F = 120$$

$$K(x) = \frac{5}{32} \cdot x^3 - \frac{35}{8} \cdot x^2 + 60 \cdot x + 120$$

$$K''(x) = \frac{15}{16} \cdot x - \frac{35}{4}$$

$$K''(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{28}{3}$$

Die Kostenkehre liegt bei rund 9,33 ME.

c)

$E(11) = 13,2$	<input checked="" type="checkbox"/>

d)  $p_N(x) = -3,2 \cdot x + 80$

$x$  ... Absatzmenge in ME

$p_N(x)$  ... Preis bei der Absatzmenge  $x$  in GE/ME

Höchstpreis: 80 GE/ME

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion (KA)
- 1 × C: für das richtige Ermitteln des Marktpreises (KA)
- 1 × A2: für das richtige Ergänzen der fehlenden Werte in der Tabelle in den angegebenen Toleranzbereichen  $[-180; -100]$  bzw.  $[150; 250]$  (KB)
- b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion (KA)
- 1 × B: für die richtige Berechnung der Kostenkehre (KA)
- c) 1 × A: für das richtige Ankreuzen (KB)
- d) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage (KA)
- 1 × C: für das richtige Ermitteln des Höchstpreises (KB)

## Aufgabe 9 (Teil B)

### Baugrundstücke

#### Möglicher Lösungsweg

a)  $228\,000 \cdot (1 + i)^4 = 753\,000$

$$i = \sqrt[4]{\frac{753\,000}{228\,000}} - 1 = 0,3480\dots$$

Der mittlere jährliche Zinssatz beträgt rund 34,8 %.

b) Barwertvergleich:

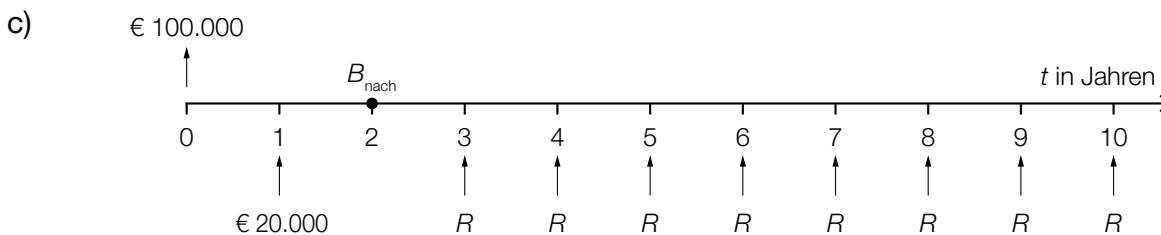
$$\text{Angebot 1: } 150\,000 + \frac{50\,000}{1,03^2} = 197\,129,795\dots$$

$$\text{Angebot 2: } \frac{202\,000}{1,03} = 196\,116,504\dots$$

$$197\,129,795\dots - 196\,116,504\dots = 1\,013,290\dots$$

Die beiden Angebote unterscheiden sich zum Zeitpunkt des Vertragsabschlusses also um rund € 1.013.

Bei einem Zinssatz von 1,98 % p. a. sind die beiden Angebote äquivalent.



Bewertung aller Zahlungen auf den Bezugszeitpunkt  $t = 2$  (Barwert der nachschüssigen Rente):  
 $100\,000 \cdot 1,03^2 - 20\,000 \cdot 1,03 = 85\,490$

$$85\,490 = R \cdot \frac{1,03^8 - 1}{0,03} \cdot \frac{1}{1,03^8} \Rightarrow R = 12\,178,596\dots$$

Die Höhe der Zahlungen  $R$  beträgt € 12.178,60.

d)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 120.000,00
1		€ -3.000,00	€ 0,00	€ 123.000,00
2		€ 0,00	€ 3.075,00	€ 123.000,00

$$123000 = 10000 \cdot \frac{1,025^n - 1}{0,025} \cdot \frac{1}{1,025^n}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$n = 14,88\dots$$

Die volle Annuität in Höhe von € 10.000 muss 14-mal bezahlt werden.

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für das richtige Ermitteln des mittleren jährlichen Zinssatzes (KA)
- b) 1 × D: für den richtigen Nachweis (KA)  
1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
- c) 1 × C: für das richtige Markieren des Bezugszeitpunkts (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe von  $R$  (KB)
- d) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Tilgungsanteils im Jahr 1 und der Annuität im Jahr 2 (KA)  
1 × B2: für die richtige Berechnung der Anzahl der vollen Annuitäten (KA)