Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai/Juni 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

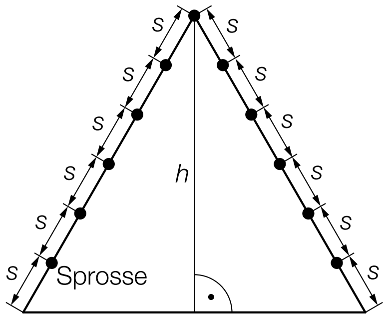
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Klettergerüst

a) In den unten stehenden Abbildungen ist ein Klettergerüst dargestellt. In der Ansicht von der Seite handelt es sich dabei um ein gleichseitiges Dreieck. Die Sprossen sind als Punkte dargestellt.

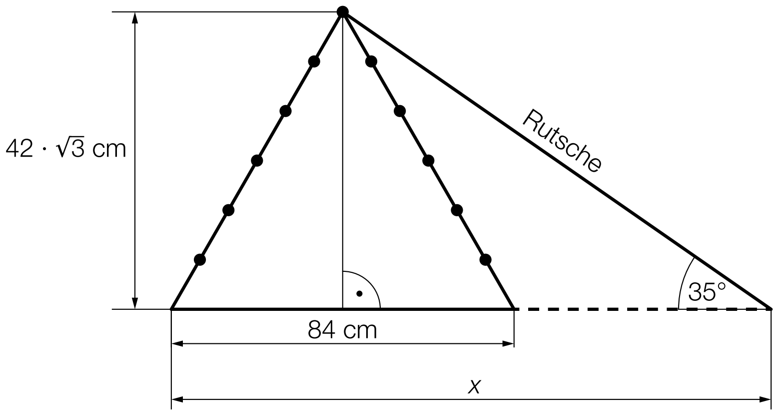
Quelle: BMBWF



1) Stellen Sie mithilfe des Sprossenabstandes *s* eine Formel zur Berechnung der Höhe *h* dieses Klettergerüsts auf.

h = ____

In einem Spielwarengeschäft wird ein Klettergerüst auch zusammen mit einer geraden Rutsche angeboten (siehe nebenstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



2) Berechnen Sie x.

b) Ein Spielwarengeschäft verkauft in einem bestimmten Monat x Klettergerüste ohne Rutsche und y Klettergerüste mit Rutsche. Durch den Verkauf der Klettergerüste mit und ohne Rutsche nimmt das Spielwarengeschäft in diesem Monat insgesamt € 5.760 ein.

Mit dem nachstehenden linearen Gleichungssystem kann dieser Sachverhalt beschrieben werden.

I: $100 \cdot x + 120 \cdot y = 5760$
II: $x + y = 50$

1) Interpretieren Sie die Werte 100, 120 und 50 im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 1

Klettergerüst

a1) $h = \sqrt{(6 \cdot s)^2 - (3 \cdot s)^2} = \sqrt{27 \cdot s^2} = \sqrt{27} \cdot s$ *oder* $h = \frac{6 \cdot s}{2} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot s \cdot \sqrt{3}$

a2) $\tan(35°) = \frac{42 \cdot \sqrt{3}}{x - 42}$

$x = 145{,}89...$ cm

b1) Der Preis für ein Klettergerüst ohne Rutsche beträgt € 100.
Der Preis für ein Klettergerüst mit Rutsche beträgt € 120.
Insgesamt werden in diesem Spielwarengeschäft in diesem Monat 50 Klettergerüste verkauft.

Aufgabe 2

Spielgeräte

Eine Firma produziert und verkauft Spielgeräte.
Um wirtschaftlich planen zu können, werden Kosten, Erlös und Gewinn untersucht.

a) Die Kosten lassen sich näherungsweise durch die quadratische Funktion K modellieren.

$K(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... produzierte Spielgeräte in ME
$K(x)$ ... Kosten bei x produzierten Spielgeräten in GE

Es gilt:

Die Fixkosten betragen 22 GE.
Bei 20 ME betragen die Kosten 40 GE.
Bei 20 ME beträgt die lokale Änderungsrate der Kosten 1,5 GE/ME.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von K.

b) Der Gewinn lässt sich näherungsweise durch die Funktion G beschreiben.

$G(x) = -\frac{11}{300} \cdot (x^2 - 70 \cdot x + 600)$

x ... verkaufte Spielgeräte in ME
$G(x)$ ... Gewinn bei x verkauften Spielgeräten in GE

1) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion G.

c) Für ein bestimmtes x_0 gilt:

$E'(x_0) = 0$
$E''(x_0) < 0$

x ... verkaufte Spielgeräte in ME
$E(x)$ ... Erlös bei x verkauften Spielgeräten in GE

1) Interpretieren Sie die Bedeutung von x_0 im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 2

Spielgeräte

a1) $K'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $K(0) = 22$
II: $K(20) = 40$
III: $K'(20) = 1{,}5$

oder:

I: $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 22$
II: $a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c = 40$
III: $2 \cdot a \cdot 20 + b = 1{,}5$

b1) $G(x) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 10$, $x_2 = 60$

c1) Der maximale Erlös wird bei x_0 (in ME) Spielgeräten erzielt.

Aufgabe 3

Internetplattform

a) Die Funktion N beschreibt modellhaft die Anzahl der Personen, die eine Internetplattform nutzen, in Abhängigkeit von der Zeit t.

$N(t) = 3\,000 \cdot 1{,}22^t$

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$N(t)$ ... Anzahl der Personen, die diese Internetplattform zum Zeitpunkt t nutzen

1) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Personen, die diese Internetplattform nutzen.

2) Stellen Sie die Funktionsgleichung von N in der Form $N(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$ auf.

Mit dem nachstehenden Ausdruck soll die mittlere Änderungsrate der Anzahl der Personen, die diese Internetplattform innerhalb der ersten 6 Jahre nutzen, berechnet werden.

$$\frac{3\,000 \cdot 1{,}22^{\square} - \boxed{}}{\boxed{} - 0}$$

3) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

Lösung zur Aufgabe 3

Internetplattform

a1) $6000 = 3000 \cdot 1{,}22^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 3{,}48...$

Die Verdoppelungszeit beträgt rund 3,5 Jahre.

a2) $\ln(1{,}22) = 0{,}1988...$

$N(t) = 3000 \cdot e^{0{,}199 \cdot t}$ *(Koeffizient gerundet)*

a3) $$\frac{3000 \cdot 1{,}22^{\boxed{6}} - \boxed{3000}}{\boxed{6} - 0}$$

Aufgabe 4

Blutgruppen

In der nachstehenden Tabelle ist die Verteilung der Blutgruppen (in Österreich) angegeben.

Blutgruppe	0	A	B	AB
Häufigkeit	36 %	44 %	14 %	6 %

a) Im Rahmen einer Studie werden n Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass genau 5 Personen die Blutgruppe AB haben.

$P(\text{„genau 5 Personen haben die Blutgruppe AB“}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{}^{5} \cdot \boxed{}^{\boxed{}}$

b) Im Rahmen einer anderen Studie werden 85 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Anzahl der Personen mit Blutgruppe A mindestens 25 und höchstens 30 beträgt.

c) Bei einer weiteren Studie werden 2 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt.

1) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 2 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}14 \approx 0{,}10$

Lösung zur Aufgabe 4

Blutgruppen

a1) P(„genau 5 Personen haben die Blutgruppe AB“) = $\binom{n}{5} \cdot \boxed{0{,}06}^{5} \cdot \boxed{0{,}94}^{\boxed{n-5}}$

b1) X ... Anzahl der Personen mit Blutgruppe A

Binomialverteilung mit $n = 85$ und $p = 0{,}44$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(25 \leq X \leq 30) = 0{,}0627...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 6,3 %.

c1) E ... von diesen 2 Personen hat genau 1 Person die Blutgruppe 0 und 1 Person die Blutgruppe B

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai/Juni 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

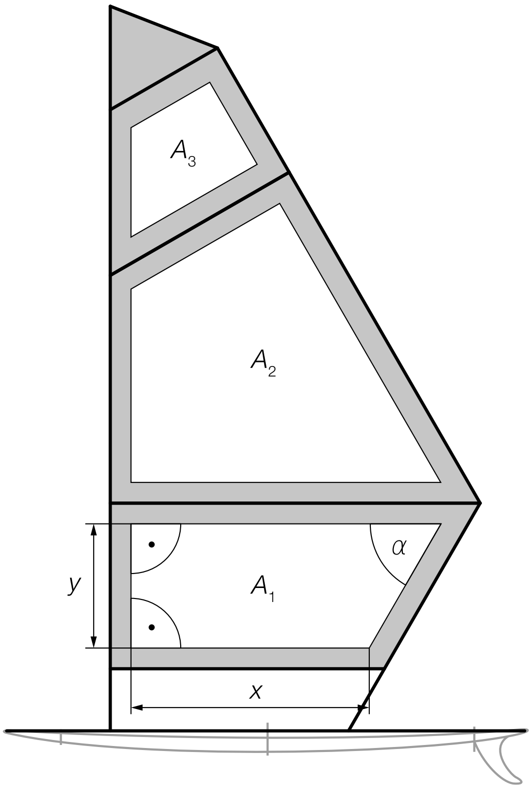
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Segel

In der nebenstehenden Abbildung ist ein Surfbrett mit Segel modellhaft dargestellt.

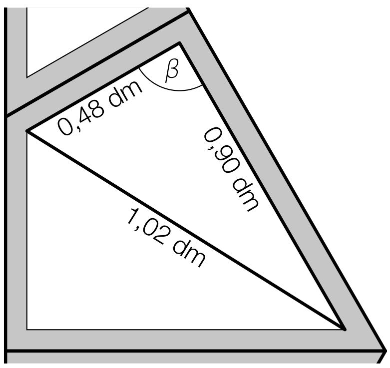
Die weißen Flächen mit den Inhalten A_1, A_2 und A_3 werden bedruckt.



a) 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts der Fläche A_1 auf. Verwenden Sie dabei x, y und α.

$A_1 =$ ____

b) Beim Bedrucken des Segels wird die Fläche A_2 durch eine Diagonale unterteilt (siehe nachstehende Abbildung).



1) Zeigen Sie rechnerisch, dass der Winkel β ein rechter Winkel ist.

c) Der Inhalt der bedruckten Flächen A_1, A_2 und A_3 beträgt insgesamt 86 dm^2. Das entspricht 63 % des Inhalts der gesamten Segelfläche.

1) Berechnen Sie den Inhalt der <u>nicht</u> bedruckten Fläche.

Lösung zur Aufgabe 1

Segel

a1) $A_1 = x \cdot y + \frac{y \cdot \frac{y}{\tan(\alpha)}}{2}$

oder:

$A_1 = \frac{x + \left(x + \frac{y}{\tan(\alpha)}\right)}{2} \cdot y$

b1) Der Winkel β ist ein rechter Winkel, da gilt:

$0{,}48^2 + 0{,}9^2 = 1{,}0404 = 1{,}02^2$

Auch ein rechnerischer Nachweis mithilfe von Winkelfunktionen ist als richtig zu werten.

c1) $\frac{86}{0{,}63} \cdot 0{,}37 = 50{,}50...$

Der Inhalt der nicht bedruckten Fläche beträgt rund 50,5 dm^2.

Aufgabe 2

Smartphones

Die (weltweit durchschnittlichen) Anschaffungskosten in US-Dollar ($) für ein bestimmtes Smartphone sind für verschiedene Jahre in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Jahr	2010	2013	2015	2018
Anschaffungskosten in $	363	284	252	345

a) 1) Berechnen Sie die durchschnittliche Änderung der Anschaffungskosten in $ pro Jahr im Zeitraum von 2013 bis 2018.

b) Die Anschaffungskosten in Abhängigkeit von der Zeit t können in einem einfachen Modell durch die Polynomfunktion 3. Grades K beschrieben werden.

$K(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2010
$K(t)$ … Anschaffungskosten zur Zeit t in $

1) Begründen Sie mithilfe der 2. Ableitung der Funktion K, warum die Funktion K genau 1 Wendestelle hat.

2) Erstellen Sie mithilfe der obigen Tabelle ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion K.

Lösung zur Aufgabe 2

Smartphones

a1) $\frac{345 - 284}{2018 - 2013} = 12{,}2$

Die durchschnittliche Änderung der Anschaffungskosten im Zeitraum von 2013 bis 2018 beträgt 12,2 \$ pro Jahr.

b1) $K''(t) = 6 \cdot a \cdot t + 2 \cdot b$

Zur Berechnung von Wendestellen werden die Nullstellen von K'' berechnet.
Da K'' eine lineare Funktion ist, gibt es genau 1 Nullstelle (mit Vorzeichenwechsel) von K'' und somit hat K genau 1 Wendestelle.

b2) I: $K(0) = 363$
II: $K(3) = 284$
III: $K(5) = 252$
IV: $K(8) = 345$

oder:

I: $d = 363$
II: $27 \cdot a + 9 \cdot b + 3 \cdot c + d = 284$
III: $125 \cdot a + 25 \cdot b + 5 \cdot c + d = 252$
IV: $512 \cdot a + 64 \cdot b + 8 \cdot c + d = 345$

Aufgabe 3

Kochen

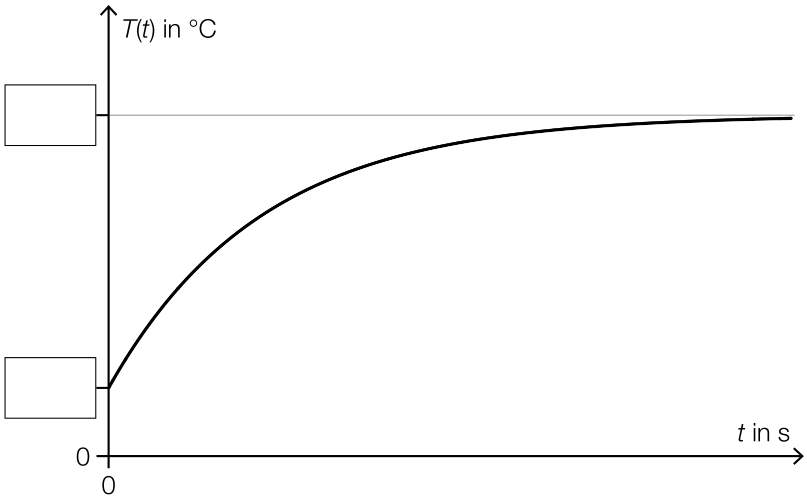
Ein bestimmter Erwärmungsvorgang lässt sich näherungsweise durch die Funktion T beschreiben.

$T(t) = 100 - 76 \cdot e^{-0{,}025 \cdot t}$

t ... Zeit seit Beginn des Erwärmungsvorgangs in s
$T(t)$ ... Temperatur zum Zeitpunkt t in °C

a) 1) Ermitteln Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Temperatur 50 °C beträgt.

In der nachstehenden Abbildung ist der zeitliche Verlauf der Temperatur während des Erwärmungsvorgangs dargestellt.



2) Tragen Sie in der obigen Abbildung die fehlenden Werte in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

b) Der Erwärmungsvorgang soll im Intervall [60; 90] näherungsweise durch die lineare Funktion f beschrieben werden. An den Stellen 60 und 90 stimmen die Funktionswerte von f und T überein.

t ... Zeit seit Beginn des Erwärmungsvorgangs in s
$f(t)$ ... Temperatur zum Zeitpunkt t in °C

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion f auf.

Lösung zur Aufgabe 3

Kochen

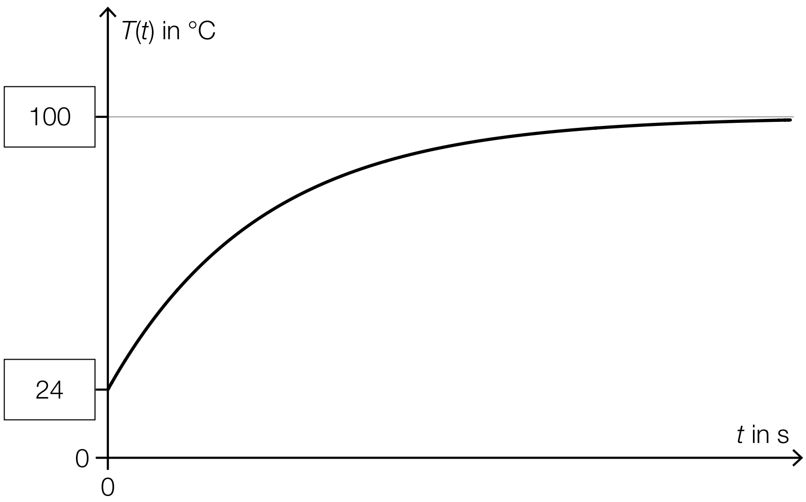
a1) $T(t) = 50$ *oder* $100 - 76 \cdot e^{-0{,}025 \cdot t} = 50$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 16{,}74...$

Nach rund 16,7 s beträgt die Temperatur 50 °C.

a2)



b1) $f(t) = k \cdot t + d$

I: $f(60) = T(60)$
II: $f(90) = T(90)$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = 0{,}298 \cdot t + 65{,}1$ *(Koeffizienten gerundet)*

Aufgabe 4

Elektromobilität

a) Ende des Jahres 2021 gab es in Österreich insgesamt 76 539 Elektro-PKW. Davon entfiel der größte Anteil auf die Automarke *T* mit einer Anzahl von 13 494 Elektro-PKW.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Elektro-PKW in Österreich Ende des Jahres 2021 von der Automarke *T* ist.

b) In der nachstehenden Tabelle sind die unterschiedlichen Kraftstoffarten und die jeweilige Anzahl an PKW, die mit diesen Kraftstoffen betrieben werden, angegeben. (Alle Angaben gelten für Österreich am 31.12.2021.)

Kraftstoffart	Anzahl an PKW nach Kraftstoffart
Klassische Kraftstoffart	
Benzin	2 197 006
Diesel	2 717 475
Alternative Kraftstoffart	
Elektro	76 539
Flüssiggas	1
Erdgas	2 654
Hybrid	140 106
Wasserstoff	55

Quelle: Statistik Austria

Von den am 31.12.2021 in Österreich zugelassenen 7 214 970 Kraftfahrzeugen waren 71,2 % PKW.

Karoline führt mithilfe der obigen Werte die nachstehende Berechnung durch.

$$\frac{76\,539 + 1 + 2\,654 + 140\,106 + 55}{7\,214\,970 \cdot 0{,}712} \approx 0{,}043$$

1) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

c) Ein bestimmtes Unternehmen hat 10 Elektro-PKW, die jeweils einen durchschnittlichen Stromverbrauch von *x* Kilowattstunden (kWh) pro 100 km haben.
Das Unternehmen kauft nun 1 weiteren Elektro-PKW mit einem Stromverbrauch von 15 kWh pro 100 km.

1) Stellen Sie mithilfe von *x* eine Formel zur Berechnung des durchschnittlichen Stromverbrauchs $\bar{x}$ aller 11 Elektro-PKW des Unternehmens auf.

$\bar{x}$ = ____________________ kWh pro 100 km

Lösung zur Aufgabe 4

Elektromobilität

a1) $\frac{13494}{76539} = 0{,}1763...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Elektro-PKW in Österreich Ende des Jahres 2021 von der Automarke T ist, beträgt rund 17,6 %.

b1) Rund 4,3 % aller PKW in Österreich werden mit alternativen Kraftstoffen angetrieben.

c1) $\bar{x} = \frac{x \cdot 10 + 15}{11}$ kWh pro 100 km

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai/Juni 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

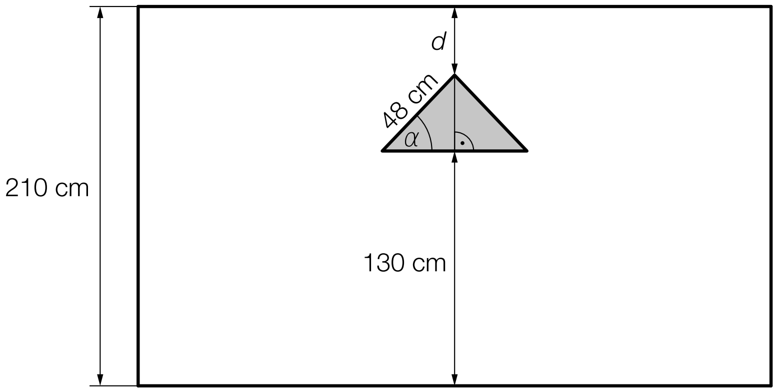
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Tor

a) Ein rechteckiges Tor hat eine Höhe von 210 cm. In das Tor wird ein dreieckiges Fenster eingebaut. (Siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung.)



1) Tragen Sie im nachstehenden Ausdruck die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$\sin(\alpha) = \frac{\boxed{} - d}{\boxed{}}$$

Aus optischen Gründen soll für die Höhe h und die Breite b des Tores folgender Zusammenhang gelten:

$$\frac{b+h}{b} = \frac{b}{h}$$

Die Höhe h des Tores beträgt 210 cm.

2) Berechnen Sie die Breite b dieses Tores.

b) Das Tor wird lackiert. Dazu werden ein Farblack und ein Härtungsmittel miteinander vermischt.

Insgesamt werden 3,5 L dieser Mischung hergestellt.
Die Mischung enthält (in Litern) 5-mal so viel Härtungsmittel wie Farblack.

F ... benötigte Menge an Farblack in L
H ... benötigte Menge an Härtungsmittel in L

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von F und H.

Lösung zur Aufgabe 1

Tor

a1) $\sin(\alpha) = \dfrac{\boxed{80} - d}{\boxed{48}}$

a2) $\dfrac{b + 210}{b} = \dfrac{b}{210}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

($b_1 = -129{,}7...$) $b_2 = 339{,}7...$

Die Breite b beträgt rund 340 cm.

b1) I: $F + H = 3{,}5$

II: $H = 5 \cdot F$

Aufgabe 2

Vorhang

a) In den unten stehenden Abbildungen ist eine Doppeltüre mit Vorhängen modellhaft dargestellt. Die Begrenzungslinien der Vorhänge können modellhaft durch die Graphen der Funktionen f, g und h beschrieben werden.

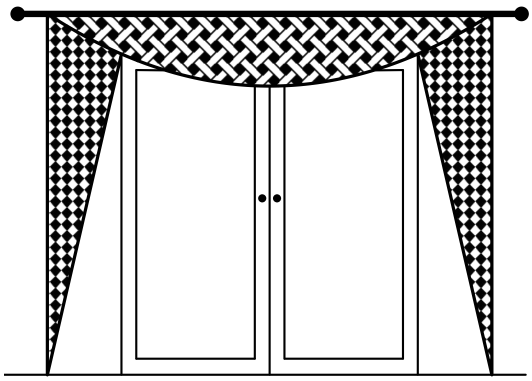


Abbildung 1

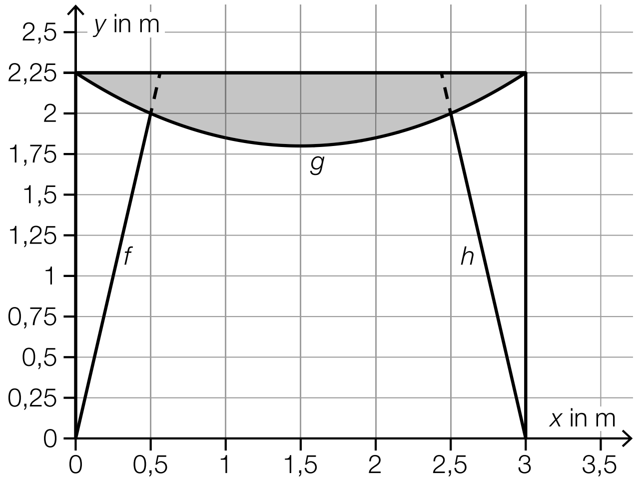


Abbildung 2

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion h auf.

Es gilt:
$g(x) = 0{,}2 \cdot x^2 - 0{,}6 \cdot x + 2{,}25 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 3$

2) Berechnen Sie den Inhalt der in der obigen Abbildung 2 grau markierten Fläche.

Die Funktion g hat an der Stelle $x = 1{,}5$ ihren Tiefpunkt.

3) Tragen Sie die fehlenden Zahlen (größer 1) in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$g(1) = g(\boxed{})$

$-g'(0{,}5) = g'(\boxed{})$

Lösung zur Aufgabe 2

Vorhang

a1) $h(x) = k \cdot x + d$

I: $h(2{,}5) = 2$
II: $h(3) = 0$

oder:

I: $2 = k \cdot 2{,}5 + d$
II: $0 = k \cdot 3 + d$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$h(x) = -4 \cdot x + 12$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$2{,}25 \cdot 3 - \int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 0{,}9$

Der Inhalt der grau markierten Fläche beträgt 0,9 m^2.

a3) $g(1) = g\left(\boxed{2}\right)$

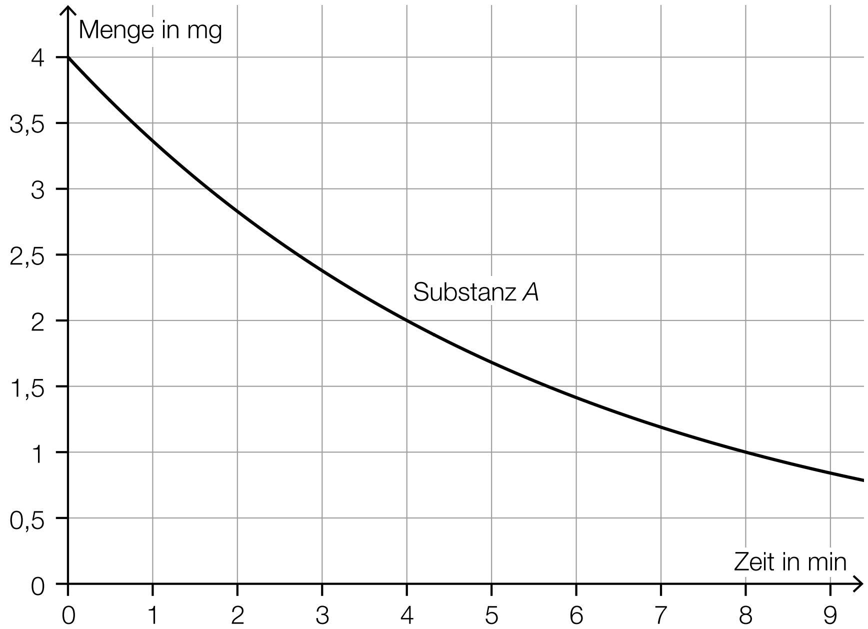
$-g'(0{,}5) = g'\left(\boxed{2{,}5}\right)$

Aufgabe 3

Radioaktiver Zerfall

Der Zerfall von radioaktiven Substanzen kann durch Exponentialfunktionen beschrieben werden.

a) Der in der nachstehenden Abbildung dargestellte Graph beschreibt den exponentiellen Zerfall der Substanz *A*.



Die Substanz *B* hat dieselbe Anfangsmenge wie die Substanz *A*.
Die Halbwertszeit der Substanz *B* ist halb so groß wie die Halbwertszeit der Substanz *A*.

1) Zeichnen Sie in die obige Abbildung den Graphen für den exponentiellen Zerfall der Substanz *B* ein.

b) Der Zerfall der Substanz *C* lässt sich durch die Funktion *f* beschreiben.

$f(t) = a \cdot b^t$

t ... Zeit in min
$f(t)$ ... vorhandene Menge der Substanz *C* zum Zeitpunkt t in mg

Die Substanz *C* hat eine Halbwertszeit von 30 min.
Zum Zeitpunkt t_1 ist nur mehr 1 % der Anfangsmenge von *C* vorhanden.

1) Berechnen Sie den Zeitpunkt t_1.

Für den Zerfall der radioaktiven Substanz *C* im Zeitintervall [0; 5] gilt:

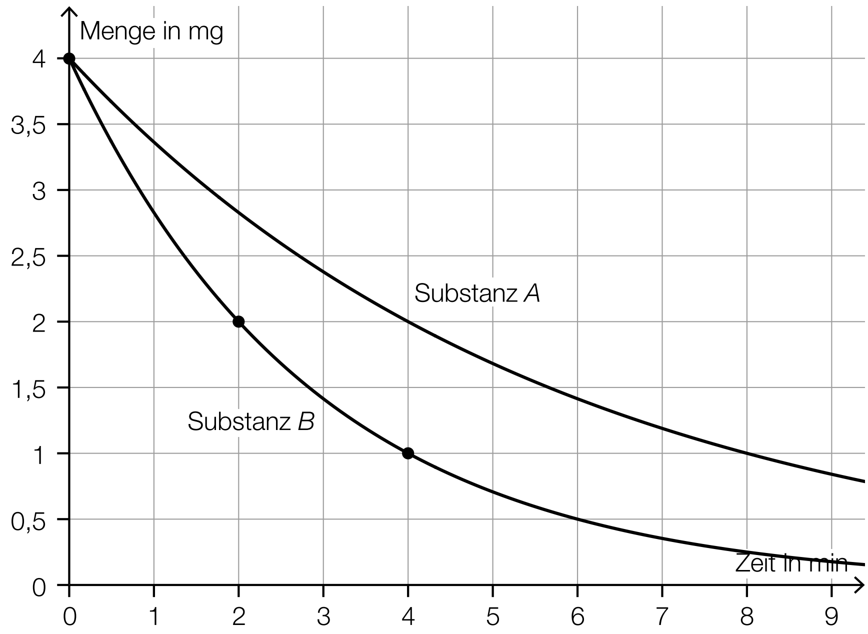
$\frac{f(5) - f(0)}{f(0)} \approx -0{,}11$

2) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 3

Radioaktiver Zerfall

a1)



Der Graph der Substanz B muss linksgekrümmt (positiv gekrümmt) sein und durch die Punkte (0|4)*,* (2|2) *und* (4|1) *verlaufen.*

b1) $f(30) = 0{,}5 \cdot f(0)$ *oder* $a \cdot b^{30} = 0{,}5 \cdot a \cdot b^0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$b = 0{,}9771...$

$f(t_1) = 0{,}01 \cdot f(0)$ *oder* $a \cdot b^{t_1} = 0{,}01 \cdot a \cdot b^0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 199{,}3...$

Nach rund 199 min ist nur mehr 1 % der Anfangsmenge vorhanden.

b2) Die Menge der radioaktiven Substanz *C* nimmt im Zeitintervall [0; 5] um rund 11 % ab.

Aufgabe 4

Niederschlag

a) Die jährliche Niederschlagsmenge an einem bestimmten Ort ist näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 650 mm und der Standardabweichung σ = 100 mm.

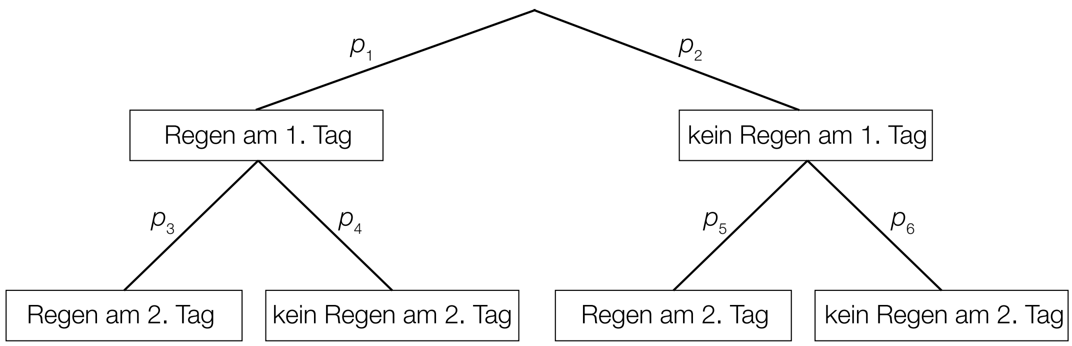
1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion besitzt an der Stelle $\boxed{}$ einen Hochpunkt.

Der linke Wendepunkt der Dichtefunktion liegt an der Stelle $\boxed{}$, der rechte Wendepunkt liegt an der Stelle $\boxed{}$.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die jährliche Niederschlagsmenge an diesem Ort in einem zufällig ausgewählten Jahr mindestens 800 mm beträgt.

b) Ein Reiseveranstalter plant für eine Gruppe einen zweitägigen Aufenthalt. Im nachstehenden Baumdiagramm sind die Wahrscheinlichkeiten für Regen an diesen beiden Tagen dargestellt.



1) Stellen Sie mithilfe der im obigen Baumdiagramm angegebenen Wahrscheinlichkeiten eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„es regnet an genau einem der beiden Tage“) = ______________________

Lösung zur Aufgabe 4

Niederschlag

a1) Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion besitzt an der Stelle $\boxed{650}$ einen Hochpunkt.
Der linke Wendepunkt der Dichtefunktion liegt an der Stelle $\boxed{550}$, der rechte Wendepunkt liegt an der Stelle $\boxed{750}$.

a2) X ... jährliche Niederschlagsmenge in mm

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 800) = 0{,}06680...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 6,68 %.

b1) P(„es regnet an genau einem der beiden Tage") $= p_1 \cdot p_4 + p_2 \cdot p_5$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai/Juni 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Bewegung und Sport

Im Unterrichtsfach Bewegung und Sport werden Bälle und Sportgeräte verwendet.

a) Ein Tennisball hat eine Masse von $m = 58$ g und ein Volumen von $V = 144$ cm^3.
Die Masse m ist das Produkt aus Dichte ϱ und Volumen V, also $m = \varrho \cdot V$.

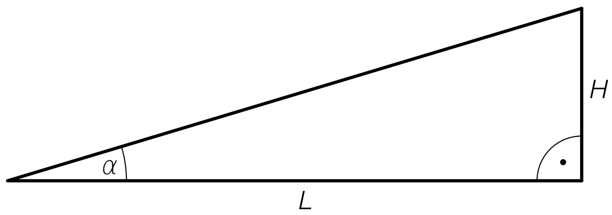
1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung. Geben Sie die zugehörige Einheit an.

$\frac{58}{144} = 0{,}402...$

b) Ein Fußball hat einen um 17 % größeren Durchmesser als ein Handball. Beide Bälle werden als annähernd kugelförmig angenommen.

1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent das Volumen eines Fußballs größer ist als jenes eines Handballs.

c) Im Unterrichtsfach Bewegung und Sport wird unter anderem eine Rampe verwendet (siehe nachstehende modellhafte Abbildung).



1) Stellen Sie mithilfe von α und H eine Formel zur Berechnung von L auf.

$L =$ ____

Lösung zur Aufgabe 1

Bewegung und Sport

a1) Es wird die Dichte dieses Tennisballs in g/cm^3 berechnet.

b1) Volumen des Handballs:

$$V_H = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} = \frac{d^3 \cdot \pi}{6}$$

Volumen des Fußballs:

$$V_F = \frac{(1{,}17 \cdot d)^3 \cdot \pi}{6} = \frac{1{,}601... \cdot d^3 \cdot \pi}{6} = 1{,}601... \cdot V_H$$

Das Volumen eines Fußballs ist um rund 60 % größer als das Volumen eines Handballs.

c1) $L = \frac{H}{\tan(\alpha)}$

Aufgabe 2

Wasserstand eines Flusses

Die Funktion *h* beschreibt näherungsweise den zeitlichen Verlauf des Wasserstands eines bestimmten Flusses an einer Messstelle.

t ... Zeit in h
$h(t)$ ... Wasserstand zum Zeitpunkt t in m

a) 1) Stellen Sie einen Ausdruck zur Berechnung der mittleren Änderungsrate des Wasserstands im Zeitintervall $[0; a]$ auf.

b) Nach einem starken Regen beginnt der Wasserstand dieses Flusses zu steigen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat der Wasserstand die Hochwasser-Vorwarnstufe erreicht.

Für die Funktion *h* gilt:
$h(t) = \frac{3}{1\,000} \cdot (t^3 - 40 \cdot t^2 + 370 \cdot t + 700) \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 20$

1) Ermitteln Sie den Zeitpunkt, zu dem der Wasserstand erstmals wieder die Höhe der Hochwasser-Vorwarnstufe erreicht.

Für einen bestimmten Zeitpunkt t_0 mit $0 \leq t_0 \leq 20$ gilt:

$h'(t_0) = 0$
$h''(t_0) < 0$
$h(t_0) \approx 5$

2) Interpretieren Sie den Wert 5 im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 2

Wasserstand eines Flusses

a1) $\frac{h(a) - h(0)}{a - 0}$

b1) Hochwasser-Vorwarnstufe: $h(0) = 2{,}1$ m

$h(t) = 2{,}1$ *oder* $\frac{3}{1\,000} \cdot (t^3 - 40 \cdot t^2 + 370 \cdot t + 700) = 2{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 14{,}52...$

Nach rund 14,5 Stunden wird die Hochwasser-Vorwarnstufe wieder erreicht.

b2) Zum Zeitpunkt t_0 hat der Wasserstand die größte Höhe (5 m) erreicht.

Aufgabe 3

Partyballons

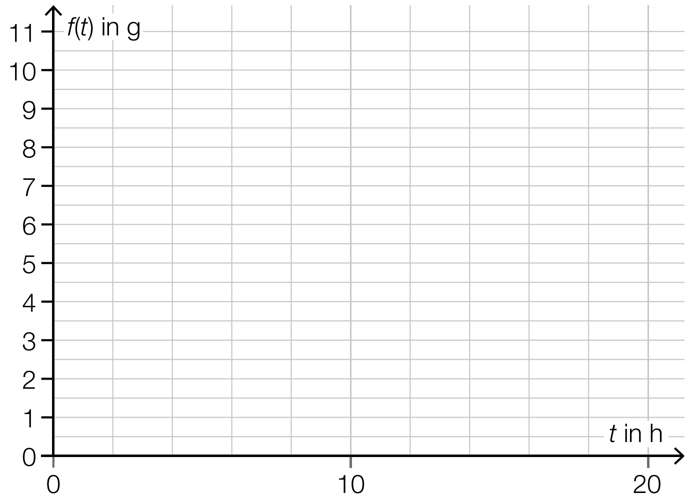
Hängt man an einen mit Helium befüllten Luftballon eine bestimmte Masse, so steigt dieser nicht mehr in die Höhe. Diese Masse wird als *Tragfähigkeit* bezeichnet.

Mit der Zeit entweicht das Helium aus dem Luftballon. Dadurch sinkt die Tragfähigkeit des Luftballons.

a) Bei einer bestimmten Luftballonart lässt sich die Tragfähigkeit in Gramm in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden näherungsweise durch die Exponentialfunktion f beschreiben.

Nach 10 Stunden beträgt die Tragfähigkeit 5 g. Das ist die Hälfte der Tragfähigkeit, die der Luftballon zum Zeitpunkt der Befüllung ($t = 0$) hatte.

1) Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Funktion f im Intervall [0; 20] ein.



Es gilt: $f'(15) \approx -0{,}27$

2) Interpretieren Sie den Wert $-0{,}27$ im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

b) Bei einer anderen Luftballonart wird angenommen, dass die Tragfähigkeit pro Stunde um einen konstanten Wert abnimmt.
Zum Zeitpunkt der Befüllung ($t = 0$) beträgt die Tragfähigkeit 17 g. Nach 300 Stunden beträgt die Tragfähigkeit 12 g.

Dieser Zusammenhang soll durch die Funktion m beschrieben werden.

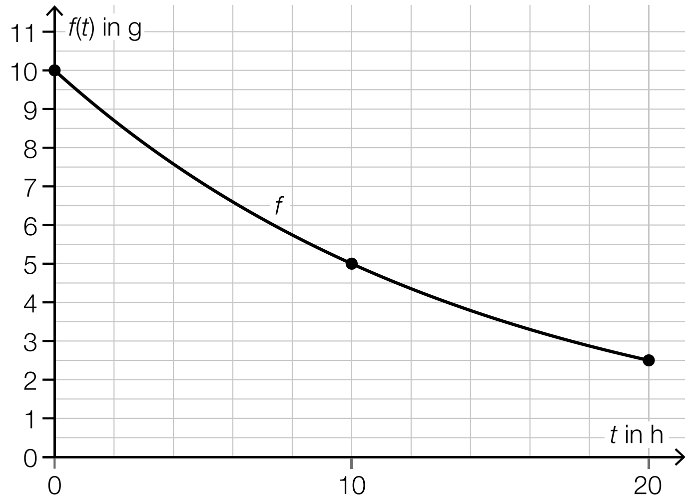
t ... Zeit nach der Befüllung in h
$m(t)$ ... Tragfähigkeit zur Zeit t in g

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion m auf.

Lösung zur Aufgabe 3

Partyballons

a1)



Der Graph von f muss linksgekrümmt (positiv gekrümmt) sein und durch die Punkte (0|10), (10|5) *und* (20|2,5) *verlaufen.*

a2) Die momentane Änderungsrate der Tragfähigkeit zum Zeitpunkt $t = 15$ h beträgt –0,27 g/h.

oder:

Die Tragfähigkeit des Ballons nimmt zum Zeitpunkt $t = 15$ h um 0,27 g/h ab.

b1) $m(t) = k \cdot t + d$

$k = \frac{12 - 17}{300} = -\frac{1}{60} = -0{,}0166...$

$d = 17$

$m(t) = -\frac{1}{60} \cdot t + 17$

Aufgabe 4

Winterurlaub

a) In einer bestimmten Wintersaison wurden von der Seilbahnwirtschaft in Österreich Investitionen in den folgenden Sektoren getätigt:

- Schneesicherheit: *a* Euro
- Qualität der Anlagen: *b* Euro
- Sonstiges: *c* Euro

Ulli möchte für diese drei Sektoren ein Kreisdiagramm erstellen. Dazu muss unter anderem der Winkel α für den Sektor Schneesicherheit berechnet werden.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. Verwenden Sie dabei *a*, *b* und *c*.

α = ______________________________

b) In einem bestimmten Skigebiet wird zum Saisonstart eine Tombola veranstaltet.

In einem Behälter befinden sich 30 Lose, wobei 20 % dieser Lose einen Gewinn bedeuten. Es werden nach dem Zufallsprinzip und ohne Zurücklegen 2 Lose aus diesem Behälter gezogen.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 2 \cdot \frac{6}{30} \cdot \frac{24}{29} \approx 0{,}33$

c) In einem bestimmten Skigebiet werden die Wartezeiten bei einem Lift gemessen. Aus Erfahrung weiß man, dass die Wartezeit für eine zufällig ausgewählte Person näherungsweise normalverteilt ist mit dem Erwartungswert $\mu = 170$ s und der Standardabweichung $\sigma = 50$ s.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Wartezeit für eine zufällig ausgewählte Person mehr als 240 s beträgt.

Lösung zur Aufgabe 4

Winterurlaub

a1) $\alpha = \frac{a}{a + b + c} \cdot 360°$

b1) *E* ... (genau) 1 der 2 Lose bedeutet einen Gewinn

oder:

E ... (genau) 1 der 2 Lose bedeutet keinen Gewinn

c1) *X* ... Wartezeit in s

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X > 240) = 0{,}080...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 8 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai/Juni 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

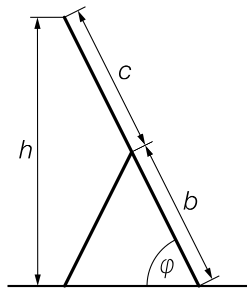
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Tablethüllen

Bestimmte Tablethüllen verfügen über einen Standmodus.

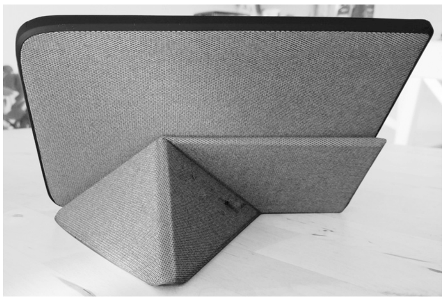
a) In der nebenstehenden Abbildung ist eine Tablethülle im Standmodus in der Ansicht von der Seite dargestellt.



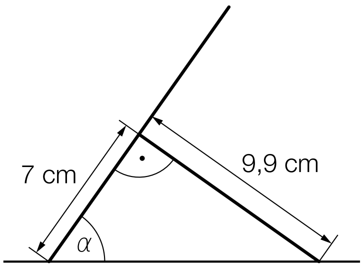
1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von h auf. Verwenden Sie dabei b, c und φ.

$h =$ ____

b) Eine bestimmte Tablethülle kann durch Faltung in den *Origami*-Standmodus gebracht werden (siehe nachstehende Abbildungen).

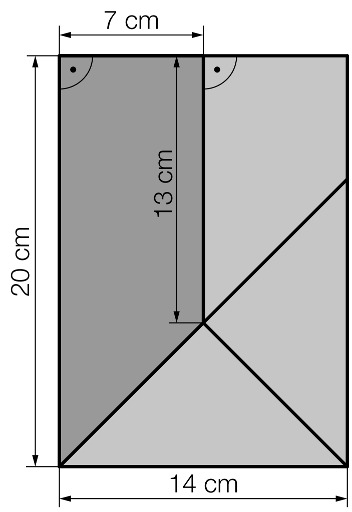


Bildquelle: BMBWF



1) Berechnen Sie den Neigungswinkel α.

In der nebenstehenden Abbildung ist die Tablethülle im nicht gefalteten Modus dargestellt.
Die Faltlinien teilen die rechteckige Tablethülle in zwei Trapeze und zwei Dreiecke.



2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot (20 + 13) \cdot 7}{14 \cdot 20} = 0{,}4125$$

Lösung zur Aufgabe 1

Tablethüllen

a1) $h = (c + b) \cdot \sin(\varphi)$

b1) $\tan(\alpha) = \left(\frac{9{,}9}{7}\right)$

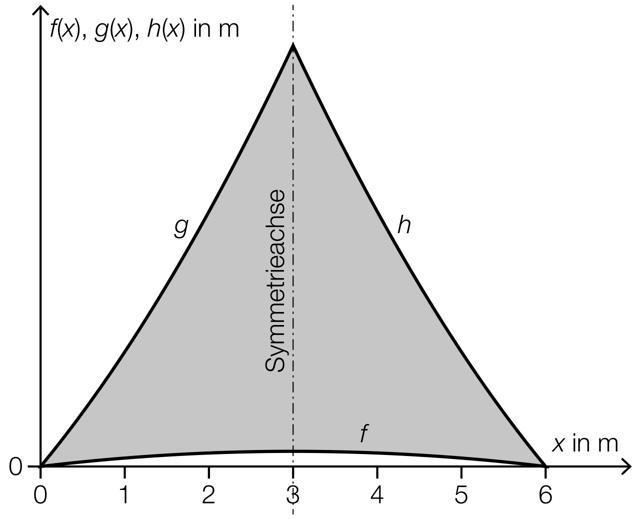
$\alpha = 54{,}73...°$

b2) Der Flächeninhalt des dunkelgrauen Trapezes beträgt 41,25 % des Flächeninhalts des Rechtecks.

Aufgabe 2

Beschattung

a) Für die Beschattung einer Terrasse wird ein symmetrisches Sonnensegel aus Stoff angefertigt. Die Begrenzungslinien können mithilfe der Graphen der Funktionen *f*, *g* und *h* beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



Der Flächeninhalt *A* der grau markierten Fläche soll berechnet werden.

1) Tragen Sie in die nachstehende Formel die fehlenden Ausdrücke in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$A = 2 \cdot \int_0^{\square} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\square} \square \,\mathrm{d}x$$

Für die Funktion *f* gilt: $f(x) = -\frac{1}{50} \cdot x^2 + u \cdot x$

2) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den Koeffizienten u.

Eine der Begrenzungslinien kann durch den Graphen der Funktion *h* mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.

3) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Der Koeffizient *a* muss ___①___ sein; der Graph der Funktion *h* ___②___.

①	
positiv	☐
negativ	☐
gleich null	☐

②	
ist positiv gekrümmt	☐
ist negativ gekrümmt	☐
hat keine Krümmung	☐

Lösung zur Aufgabe 2

Beschattung

a1) $A = 2 \cdot \int_0^{\boxed{3}} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\boxed{6}} \boxed{f(x)}\,\mathrm{d}x$

a2) $f(6) = 0$ *oder:* $-\frac{1}{50} \cdot 6^2 + u \cdot 6 = 0$

oder:

$f'(3) = 0$ *oder:* $-\frac{1}{25} \cdot 3 + u = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$u = 0{,}12$

a3)

①	
positiv	☒

②	
ist positiv gekrümmt	☒

Aufgabe 3

Erwerbstätigkeit

a) In einer bestimmten Stadt gab es zu Beobachtungsbeginn 20000 Erwerbstätige. Innerhalb von 4 Jahren erhöhte sich diese Anzahl um 6000. In einem einfachen Modell geht man davon aus, dass die Anzahl der Erwerbstätigen jedes Jahr um denselben Wert zunimmt.

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$f(t)$ ... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion f auf.

b) Die Anzahl der Erwerbstätigen in einer anderen Stadt kann in Abhängigkeit von der Zeit t mithilfe der Funktion g beschrieben werden.

$g(t) = 24000 \cdot 1{,}02^t$

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$g(t)$ ... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

Die Lösung der nachstehenden Gleichung wurde berechnet:

$48000 = 24000 \cdot 1{,}02^{t_1}$
$t_1 \approx 35$ Jahre

1) Interpretieren Sie den Wert 35 im gegebenen Sachzusammenhang.

c) In einer weiteren Stadt kann die Anzahl der Erwerbstätigen näherungsweise mithilfe der Funktion h beschrieben werden.

$h(t) = 6000 - 2312 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$h(t)$ ... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

20 Jahre nach Beobachtungsbeginn gab es in dieser Stadt 5400 Erwerbstätige.

1) Berechnen Sie den Parameter λ.

Lösung zur Aufgabe 3

Erwerbstätigkeit

a1) $f(t) = \frac{6000}{4} \cdot t + 20000$

oder:

$f(t) = 1500 \cdot t + 20000$

b1) Nach rund 35 Jahren hat sich die Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt verdoppelt.

oder:

Die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt beträgt rund 35 Jahre.

oder:

Nach rund 35 Jahren ist die Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt auf 48000 gestiegen.

c1) $5400 = 6000 - 2312 \cdot e^{-20 \cdot \lambda}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

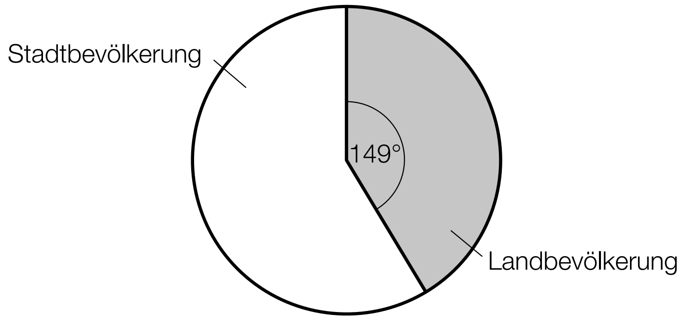
$\lambda = 0{,}0674...$

Aufgabe 4

Urbanisierung

a) Im Jahr 2021 wurde eine Studie zur Urbanisierung in Österreich durchgeführt.

Im nachstehenden Kreisdiagramm ist die Unterteilung der Bevölkerung Österreichs in die Kategorien „Stadtbevölkerung“ und „Landbevölkerung“ gemäß dieser Studie dargestellt.



Insgesamt lebten in Österreich zum Zeitpunkt der Durchführung dieser Studie 8,9 Millionen Menschen.

1) Berechnen Sie die Anzahl der Menschen, die laut dieser Studie zur Stadtbevölkerung zählen.

b) Im Jahr 2019 wurde eine Untersuchung zur Urbanisierung in Europa durchgeführt.

In der nachstehenden Tabelle ist der jeweilige Prozentsatz der Stadtbevölkerung für 4 Länder dargestellt.

Land	Stadtbevölkerung in %
Frankreich	80,98
Deutschland	77,45
Italien	71,04
Österreich	x

Österreich hat von diesen 4 Ländern den kleinsten Prozentsatz der Stadtbevölkerung.

1) Begründen Sie, warum der Wert des Medians der Prozentsätze dieser 4 Länder unabhängig von x ist.

c) In einem bestimmten Land beträgt der Anteil der Stadtbevölkerung 60 %. Für eine Untersuchung werden zufällig 10 Personen aus der Bevölkerung dieses Landes ausgewählt.

Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E soll berechnet werden.

E ... von 10 zufällig ausgewählten Personen zählen genau 8 zur Stadtbevölkerung

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$P(E) = \binom{\square}{8} \cdot 0{,}6^8 \cdot 0{,}4^{\square}$$

Lösung zur Aufgabe 4

Urbanisierung

a1) $\frac{360 - 149}{360} \cdot 8{,}9 = 5{,}21...$

Rund 5,2 Millionen Menschen zählen laut dieser Studie zur Stadtbevölkerung.

b1) Um den Median zu bestimmen, benötigt man die geordnete Liste (aufsteigend oder absteigend). Diese Liste hat vier Werte, damit ist der Median das arithmetische Mittel des 2. und 3. Werts. Das Minimum der 4 Werte hat somit keinen Einfluss auf diese Berechnung.

Eine Argumentation mit konkreten Zahlen ist ebenfalls zulässig.

c1) $P(E) = \binom{\boxed{10}}{8} \cdot 0{,}6^8 \cdot 0{,}4^{\boxed{2}}$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

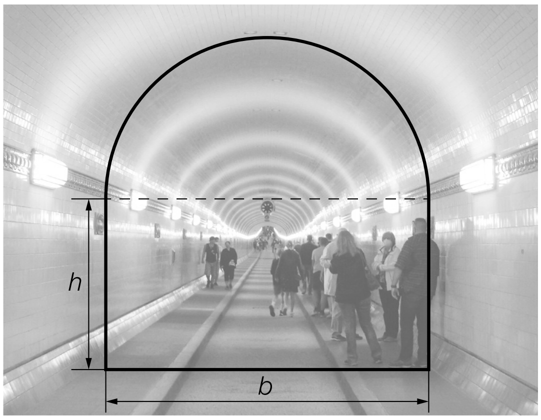
Alter Elbtunnel

Der Alte Elbtunnel in Hamburg ermöglicht das Unterqueren der Elbe.

a) Der Querschnitt des Tunnels entspricht näherungsweise einem Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis (siehe nebenstehende Abbildung).

b ... Breite in m
h ... Höhe in m

Daniel möchte das Luftvolumen V im 426,5 m langen Alten Elbtunnel berechnen.

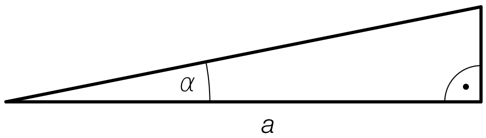


Quelle: BMBWF

1) Stellen Sie mithilfe von b und h eine Formel zur Berechnung von V auf.

V = ____

b) In der nachstehenden Abbildung ist die Steigung eines Teilstücks des Fahrradwegs im Tunnel modellhaft dargestellt.



a ... waagrechte Länge des Teilstücks in m
α ... Steigungswinkel des Teilstücks

Eine Radfahrerin fährt auf diesem Teilstück mit der Geschwindigkeit v in m/s.

Es gilt: $\frac{\frac{a}{\cos(\alpha)}}{v} = 12{,}5$

1) Interpretieren Sie den Wert 12,5 im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

c) Im ersten Jahr nach der Eröffnung haben 20 Millionen Personen den Alten Elbtunnel genutzt. Die Anzahl der Personen, die jährlich den Alten Elbtunnel nutzten, ist bis 1985 um 97,5 % zurückgegangen und anschließend wieder gestiegen. Im Jahr 2008 haben um 40 % mehr Personen den Alten Elbtunnel genutzt als im Jahr 1985.

1) Berechnen Sie die Anzahl der Personen, die den Alten Elbtunnel im Jahr 2008 genutzt haben.

Lösung zur Aufgabe 1

Alter Elbtunnel

a1) $V = 426{,}5 \cdot \left(b \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi\right)$

oder:

$V = 426{,}5 \cdot \left(b \cdot h + \frac{b^2}{8} \cdot \pi\right)$

b1) Die Radfahrerin benötigt für dieses Teilstück 12,5 s.

c1) $20\,000\,000 \cdot 0{,}025 \cdot 1{,}4 = 700\,000$

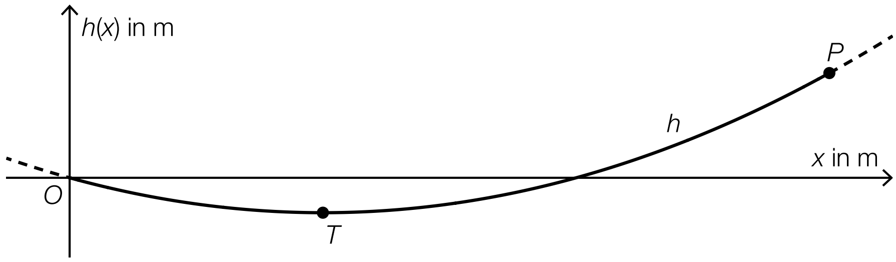
Im Jahr 2008 haben 700 000 Personen den Alten Elbtunnel genutzt.

Aufgabe 2

Hängebrücke

Der Verlauf einer bestimmten Hängebrücke für Fußgänger lässt sich modellhaft durch quadratische Funktionen beschreiben.

a) In einem Modell wird der Verlauf der Hängebrücke durch die Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ beschrieben (siehe nachstehende Abbildung in der Ansicht von der Seite).



Der Graph von h verläuft durch den Punkt $P = (120|6)$. An der Stelle $x = 40$ befindet sich der tiefste Punkt T der Brücke.

Zur Berechnung der Koeffizienten a und b wird mithilfe der Informationen zu den Punkten P und T das nachstehende Gleichungssystem erstellt.

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

I: $a \cdot \boxed{}^2 + b \cdot \boxed{} = \boxed{}$

II: $a \cdot \boxed{} + b = \boxed{}$

Für die Funktion h gilt: $h(x) = 0{,}00125 \cdot x^2 - 0{,}1 \cdot x$

2) Berechnen Sie den Steigungswinkel der Tangente an den Graphen von h im Punkt P.

In einem anderen Koordinatensystem kann der Verlauf der Hängebrücke durch die Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2$ beschrieben werden.

3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Koordinatenachsen für den Graphen von f ein.

Lösung zur Aufgabe 2

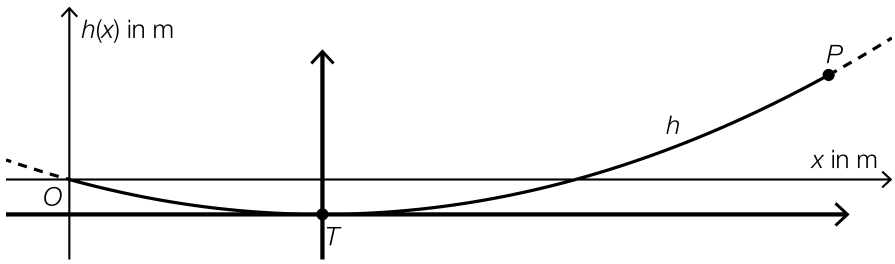
Hängebrücke

a1) I: $a \cdot \boxed{120}^2 + b \cdot \boxed{120} = \boxed{6}$

II: $a \cdot \boxed{80} + b = \boxed{0}$

a2) $\alpha = \arctan(h'(120)) = \arctan(0{,}2)$
$\alpha = 11{,}30...°$

a3)



Aufgabe 3

Sportartikel

a) Für einen bestimmten Sportartikel ist die Ableitungsfunktion K' der Kostenfunktion K gegeben.

$K'(x) = 3 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 20$

x ... Anzahl der produzierten ME
$K'(x)$ ... 1. Ableitung der Kostenfunktion K bei x ME in GE/ME

Die Fixkosten betragen 4 200 GE.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Kostenfunktion K auf.

b) Für einen anderen Sportartikel sind die Kostenfunktion K_1 und die Erlösfunktion E_1 gegeben.

$K_1(x) = 0{,}01 \cdot x^2 + 10 \cdot x + 200$
$E_1(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 50 \cdot x$

x ... Anzahl der produzierten und verkauften ME
$K_1(x)$ ... Gesamtkosten bei x ME in GE
$E_1(x)$ ... Erlös bei x ME in GE

1) Berechnen Sie den Gewinn bei $x = 70$ ME.

c) In einer Studie hat man untersucht, wie viele Mengeneinheiten eines bestimmten Sportartikels langfristig verkauft werden können.
Die Anzahl der verkauften Mengeneinheiten kann in Abhängigkeit von der Zeit durch die Funktion A modelliert werden.

$A(t) = a - 30 \cdot b^t$ mit $0 < b < 1$

t ... Zeit in Monaten mit $t = 0$ für den Verkaufsbeginn
$A(t)$ ... Anzahl der zur Zeit t verkauften Mengeneinheiten
a, b ... Parameter

1) Begründen Sie anhand der Funktionsgleichung von A, warum gemäß diesem Modell niemals mehr als a Mengeneinheiten verkauft werden können.

Lösung zur Aufgabe 3

Sportartikel

a1) $K(x) = \int K'(x)\,\mathrm{d}x = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - 8 \cdot \frac{x^2}{2} + 20 \cdot x + C = x^3 - 4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + C$
$K(0) = 4\,200$
$C = 4\,200$

$K(x) = x^3 - 4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + 4\,200$

b1) $G_1(x) = E_1(x) - K_1(x) = -0{,}26 \cdot x^2 + 40 \cdot x - 200$
$G_1(70) = 1\,326$

Der Gewinn bei 70 ME beträgt 1 326 GE.

c1) Der Ausdruck $30 \cdot b^t$ ist für alle t positiv und daher kann der Ausdruck $a - 30 \cdot b^t$ niemals einen größeren Wert als a annehmen.

Aufgabe 4

Würfeln

Bei einem bestimmten Spiel wird mit fairen sechsflächigen Würfeln gewürfelt. Die Seitenflächen dieser Würfel sind jeweils mit den Ziffern 1, 2, 3, ..., 6 beschriftet.

a) Andrea würfelt mehrmals mit einem Würfel.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit P auf.

P(„Andrea würfelt bei a Würfen keinen einzigen Sechser“) = ____________________

b) Ferdinand würfelt einmal mit 2 Würfeln.

Er behauptet: „Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 5 zu würfeln, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 4 zu würfeln.“

1) Weisen Sie rechnerisch nach, dass Ferdinands Behauptung richtig ist.

c) Sabrina würfelt einmal mit 5 Würfeln.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau 4 der 5 Würfel die gleiche Ziffer zeigen.

Lösung zur Aufgabe 4

Würfeln

a1) $P(E) = \left(\frac{5}{6}\right)^a$

b1) Augensumme 5: 1 + 4 *oder* 2 + 3 *oder* 3 + 2 *oder* 4 + 1
Augensumme 4: 1 + 3 *oder* 2 + 2 *oder* 3 + 1
Damit gilt:
$P(X = 5) = \frac{4}{36}$
$P(X = 4) = \frac{3}{36}$
$\frac{4}{36} > \frac{3}{36}$

c1) $6 \cdot \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = 0{,}0192...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 1,9 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

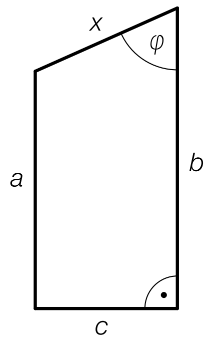
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Trapez

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Trapez mit den Seiten a, b, c und x und dem Winkel φ dargestellt.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von x auf. Verwenden Sie dabei a, b und φ.

$x =$ ______________________________

2) Zeigen Sie, dass eine Verlängerung der Seiten a, b, c und x um jeweils 20 % eine Vergrößerung des Umfangs um 20 % ergibt.

Die Seite b ist um 2 cm länger als die Seite a. Die Seite c ist um 3 cm kürzer als die Seite a. Der Flächeninhalt des Trapezes beträgt 38,25 cm^2.

3) Berechnen Sie die Länge der Seite a.

Lösung zur Aufgabe 1

Trapez

a1) $\cos(\varphi) = \frac{b - a}{x}$

$x = \frac{b - a}{\cos(\varphi)}$

a2) $u = 1{,}2 \cdot a + 1{,}2 \cdot b + 1{,}2 \cdot x + 1{,}2 \cdot c = 1{,}2 \cdot (a + b + x + c)$

Eine Verlängerung der 4 Seiten um jeweils 20 % ergibt also eine Vergrößerung des Umfangs um 20 %.

a3) $b = a + 2$

$c = a - 3$

$A = \frac{(a + b) \cdot c}{2}$

$\frac{a + a + 2}{2} \cdot (a - 3) = 38{,}25$

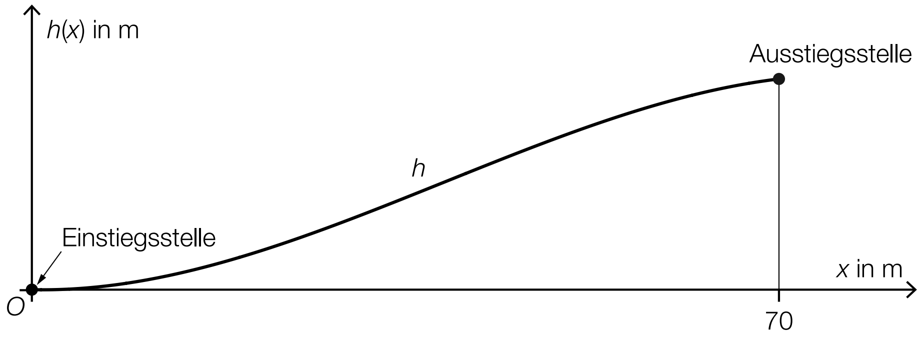
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 7{,}5$ cm

Aufgabe 2

Kinderskikurs

a) Auf einem Übungshang können Kinder mit einem Förderband von der Einstiegsstelle zur Ausstiegsstelle befördert werden (siehe nachstehende Abbildung in der Ansicht von der Seite).



Der Graph der Funktion h beschreibt modellhaft den Verlauf dieses Förderbands.

$h(x) = -\frac{1}{42\,875} \cdot x^3 + \frac{3}{1\,225} \cdot x^2$

1) Berechnen Sie die mittlere Steigung des Förderbands zwischen Einstiegsstelle und Ausstiegsstelle.

Bei $x_1 = 35$ hat das Förderband die größte Steigung von 8,5... %.

2) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$h'(x_1) = \boxed{}$

$h''(x_1) = \boxed{}$

b) Ein Kind fährt einen Übungshang hinunter. Die Funktion v beschreibt die Geschwindigkeit des Kindes in Abhängigkeit von der Zeit t (t in s, $v(t)$ in m/s).

Es gilt: $\int_0^{45} v(t)\,\mathrm{d}t = 55$

1) Interpretieren Sie die beiden Zahlen 45 und 55 unter Verwendung der entsprechenden Einheiten im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 2

Kinderskikurs

a1) $\frac{h(70) - h(0)}{70 - 0} = \frac{4 - 0}{70 - 0} = 0{,}0571...$

Die mittlere Steigung beträgt rund 5,7 %.

a2) $h'(x_1) = \boxed{0{,}085...}$

$h''(x_1) = \boxed{0}$

b1) Das Kind legt in 45 Sekunden eine Strecke von 55 Metern zurück.

Aufgabe 3

Speicherung von Daten

a) Ein Unternehmen produziert Festplattenspeicher und analysiert die bisher insgesamt produzierte Speicherkapazität in Zettabyte (ZB).

Die Vorsilbe *Zetta* steht für 1 Trilliarde (= 10^{21}).

Im Jahr 2015 betrug dieser Wert 1 ZB.
Im Jahr 2019 betrug dieser Wert 2 ZB.

Alex geht davon aus, dass das Unternehmen im Zeitraum von 2015 bis 2019 jährlich die gleiche Speicherkapazität produziert hat.

Die insgesamt produzierte Speicherkapazität in Abhängigkeit von der Zeit kann durch die Funktion g modelliert werden.

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2015
$g(t)$ … insgesamt produzierte Speicherkapazität zur Zeit t in ZB

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion g auf.

Robin geht davon aus, dass die insgesamt produzierte Speicherkapazität durch die Exponentialfunktion f modellliert werden kann.

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2015
$f(t)$ … insgesamt produzierte Speicherkapazität zur Zeit t in ZB

2) Tragen Sie die fehlenden Zeichen („>“, „<“ oder „=“) in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$f(1)$ ☐ $f(2)$

$f'(1)$ ☐ $f'(2)$

b) Solid-State-Disks (SSDs) sind Datenspeicher, die unter anderem in Smartphones und PCs eingesetzt werden.
Die mittlere Änderungsrate der Anzahl an jährlich verkauften SSDs betrug im Zeitraum von 2017 bis 2021 laut einer Studie 18 Millionen Stück pro Jahr.

Im Jahr 2021 wurden 236 Millionen Stück verkauft.

1) Berechnen Sie die Anzahl der im Jahr 2017 verkauften SSDs.

Lösung zur Aufgabe 3

Speicherung von Daten

a1) $g(t) = \frac{1}{4} \cdot t + 1$

a2) $f(1)$ $\boxed{<}$ $f(2)$

$f'(1)$ $\boxed{<}$ $f'(2)$

b1) $236 - 4 \cdot 18 = 164$

Die Anzahl der im Jahr 2017 verkauften SSDs betrug 164 Millionen Stück.

Aufgabe 4

Kochunterricht

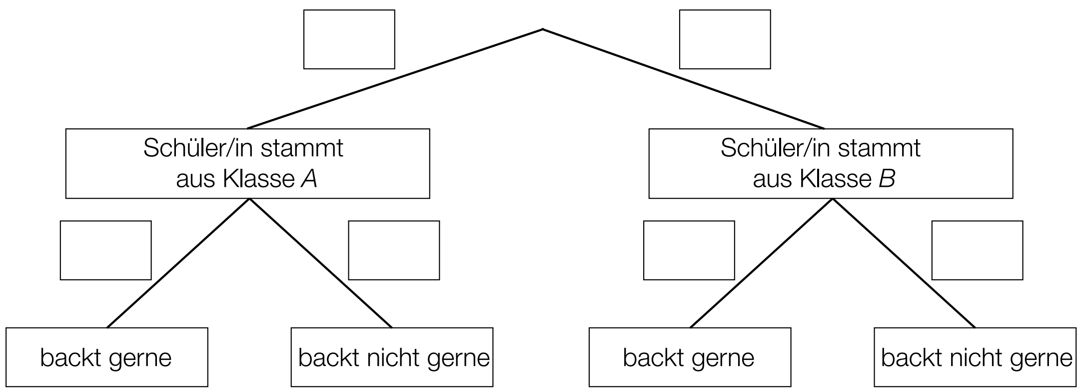
a) Es haben sich 12 Schüler/innen aus der Schulklasse *A* und 18 Schüler/innen aus der Schulklasse *B* zum Freifach Kochen angemeldet.

Es werden 3 Schüler/innen, die sich zum Freifach Kochen angemeldet haben, nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei nur Schüler/innen aus der Schulklasse *A* ausgewählt werden.

Von den angemeldeten Schülerinnen und Schülern der Schulklasse *A* geben $\frac{2}{3}$ an, dass sie gerne backen.
Von den angemeldeten Schülerinnen und Schülern der Schulklasse *B* geben 50 % an, dass sie gerne backen. Für die zufällige Auswahl einer angemeldeten Schülerin bzw. eines angemeldeten Schülers wird das unten stehende Baumdiagramm erstellt.

2) Tragen Sie in diesem Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.



b) An der Schule findet ein Backwettbewerb in den Kategorien „Kleingebäck", „Torten" und „Kuchen" statt.

Felix nimmt am Backwettbewerb in allen drei Kategorien teil.

Felix geht für den Backwettbewerb von den in der nachstehenden Tabelle angegebenen Gewinnwahrscheinlichkeiten aus.

Kleingebäck	Torten	Kuchen
15 %	60 %	20 %

1) Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}85 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8$

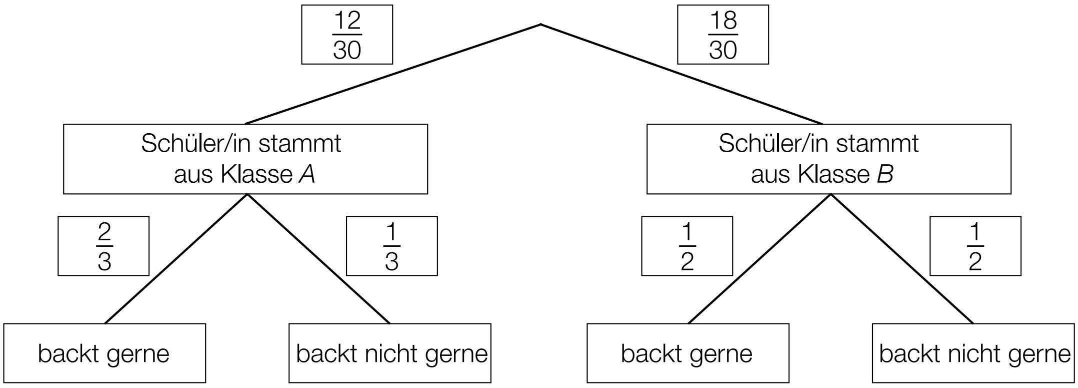
Lösung zur Aufgabe 4

Kochunterricht

a1) $\frac{12}{30} \cdot \frac{11}{29} \cdot \frac{10}{28} = \frac{11}{203} = 0{,}0541...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass in einer 3er-Gruppe nur Schüler/innen aus der Schulklasse *A* sind, beträgt rund 5,4 %.

a2)



b1) *E* ... „Felix gewinnt in mindestens 1 Kategorie“

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

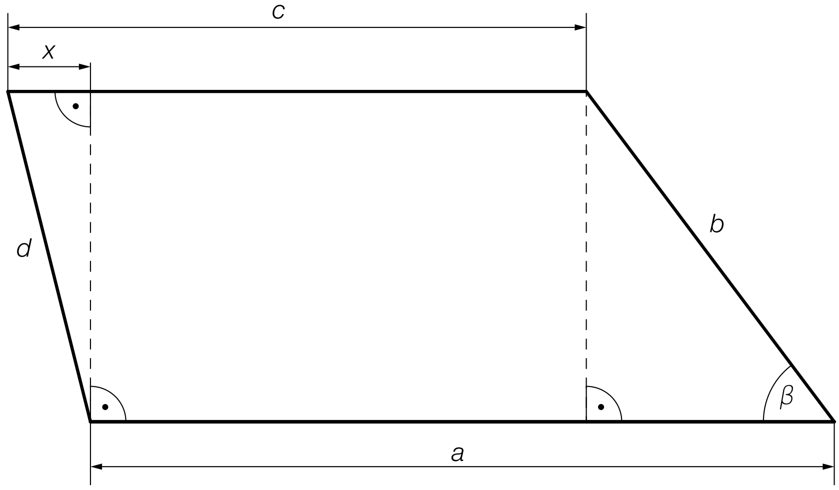
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Grundstück

a) Ein Grundstück hat die Form eines Vierecks (siehe nachstehende modellhafte Abbildung in der Ansicht von oben).



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von b auf. Verwenden Sie dabei a, c, x und β.

$b =$ ____

Es gilt: $\sin(\varphi) = \frac{\sqrt{d^2 - x^2}}{d}$

2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den spitzen Winkel φ.

b) Der Preis eines Grundstücks hat innerhalb eines bestimmten Beobachtungszeitraums um 125 % zugenommen und beträgt nun € 82.125.

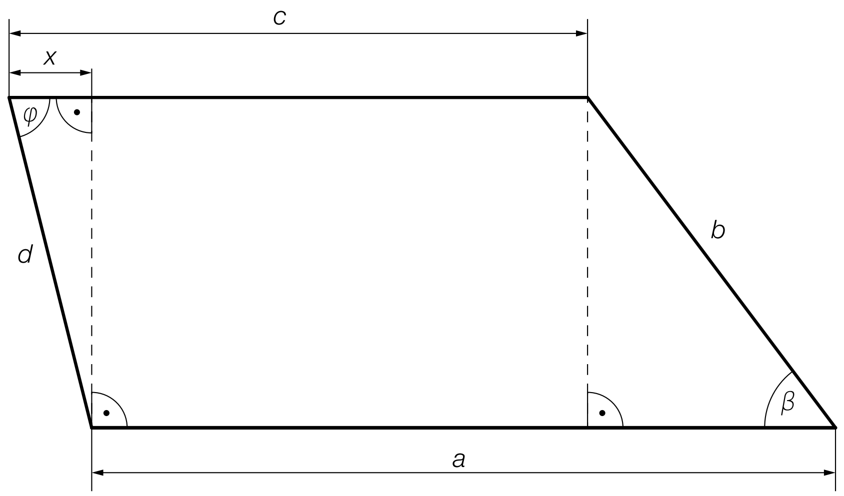
1) Berechnen Sie den Preis des Grundstücks zu Beginn dieses Beobachtungszeitraums.

Lösung zur Aufgabe 1

Grundstück

a1) $b = \frac{a - (c - x)}{\cos(\beta)} = \frac{a - c + x}{\cos(\beta)}$

a2)



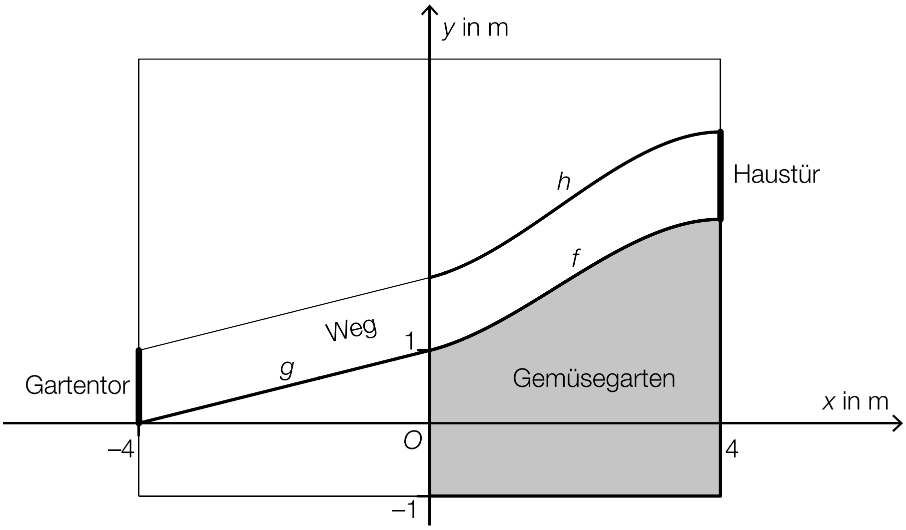
b1) $\frac{82\,125}{2{,}25} = 36\,500$

Der Preis des Grundstücks betrug zu Beginn dieses Beobachtungszeitraums € 36.500.

Aufgabe 2

Garten

a) Durch einen rechteckigen Garten führt ein Weg vom Gartentor bis zur Haustür (siehe nachstehende modellhafte Abbildung in der Ansicht von oben).



Im Intervall [–4; 0] kann der Verlauf einer der Begrenzungslinien des Weges durch den Graphen der linearen Funktion g beschrieben werden.

1) Stellen Sie eine Gleichung von g auf.

Im Intervall [0; 4] kann der Verlauf einer der Begrenzungslinien des Weges durch den Graphen der Polynomfunktion f beschrieben werden.

$f(x) = -0{,}04063 \cdot x^3 + 0{,}2125 \cdot x^2 + 0{,}25 \cdot x + 1$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

Die in der obigen Abbildung grau markierte Fläche soll als Gemüsegarten genutzt werden.

2) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Gemüsegartens.

Im Intervall [0; 4] kann der Verlauf der anderen Begrenzungslinie des Weges durch den Graphen der Polynomfunktion h beschrieben werden.

Der Graph der Funktion h hat an der Stelle 4 eine horizontale Tangente und ist an dieser Stelle rechtsgekrümmt.

3) Tragen Sie die fehlenden Zeichen („<“, „>“ oder „=“) in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$h'(4)$ ☐ 0

$h''(4)$ ☐ 0

Lösung zur Aufgabe 2

Garten

a1) $g(x) = \frac{1}{4} \cdot x + 1$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$4 \cdot 1 + \int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 4 + 7{,}93... = 11{,}93...$

Der Flächeninhalt des Gemüsegartens beträgt rund 11,9 m².

a3) $h'(4) \boxed{=} 0$

$h''(4) \boxed{<} 0$

Aufgabe 3

Hitzefalle Auto

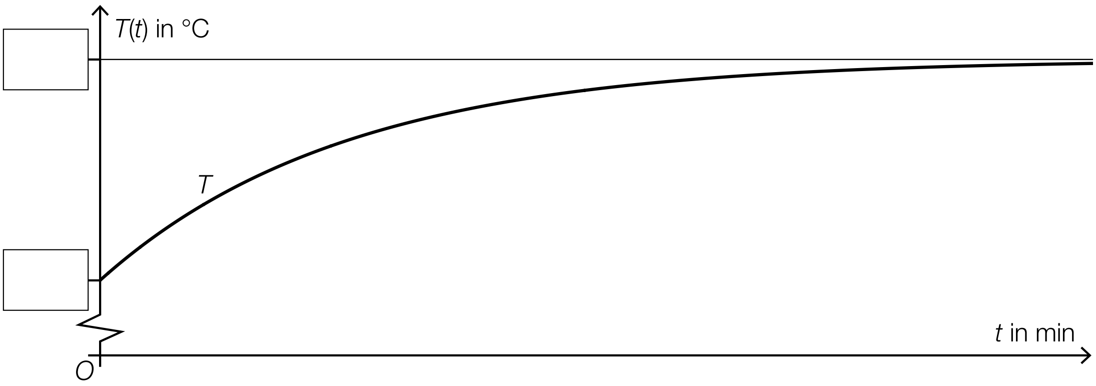
a) An einem heißen Sommertag wird ein Auto mit geschlossenen Fenstern in der Sonne geparkt.

Die Temperatur im Innenraum des Autos kann in Abhängigkeit von der Zeit näherungsweise durch die Funktion T beschrieben werden.

$T(t) = 60 - 28 \cdot e^{-0{,}05 \cdot t}$

t ... Zeit ab dem Verschließen des Autos in min
$T(t)$ ... Temperatur im Innenraum des Autos zur Zeit t in °C

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion T dargestellt.



1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

2) Berechnen Sie, nach welcher Zeit im Innenraum des Autos eine Temperatur von 46 °C erreicht wird.

3) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie die zugehörige Einheit an.

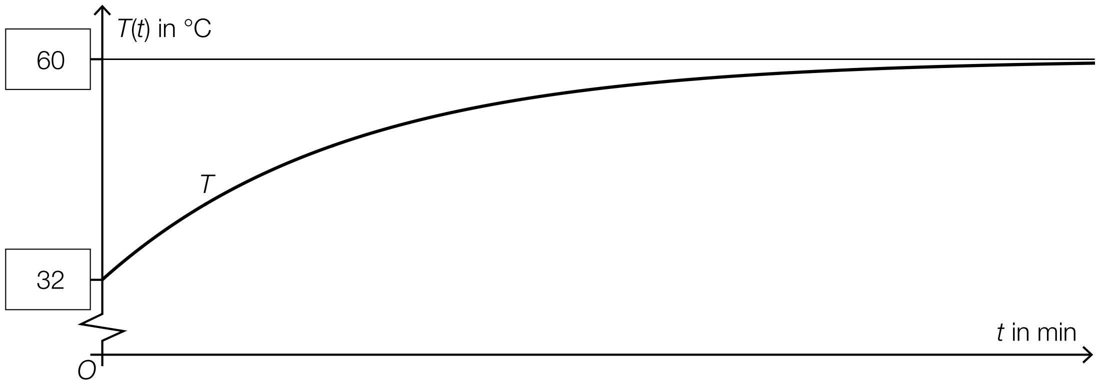
Es gilt: $t_1 = 0$ min und $t_2 = 5$ min

$\frac{T(t_2) - T(t_1)}{t_2 - t_1} \approx 1{,}2$

Lösung zur Aufgabe 3

Hitzefalle Auto

a1)



a2) $T(t) = 46$
$60 - 28 \cdot e^{-0{,}05 \cdot t} = 46$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 13{,}86...$

Nach rund 13,9 min wird im Innenraum des Autos eine Temperatur von 46 °C erreicht.

a3) Die mittlere Änderungsrate der Temperatur im Innenraum des Autos im Intervall [0; 5] beträgt rund 1,2 °C pro min.

oder:

Die Temperatur im Innenraum des Autos nimmt im Intervall [0; 5] pro Minute durchschnittlich um rund 1,2 °C zu.

Aufgabe 4

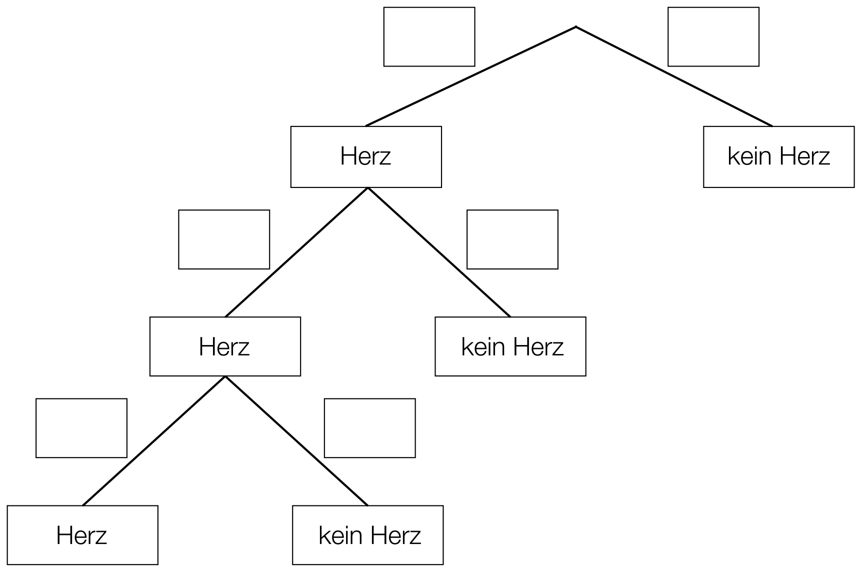
Bauernschnapsen

Das Kartenspiel *Bauernschnapsen* wird mit 20 Karten gespielt.

a) Genau 5 der 20 Karten haben das Symbol *Herz*.

Margit spielt mit ihren Freunden Bauernschnapsen. Vor einem Spiel werden die Karten gemischt, sodass die Reihenfolge der Karten im Stapel zufällig ist. Margit erhält die obersten 3 Karten des Kartenstapels. Um die Wahrscheinlichkeit, dass alle 3 Karten das Symbol *Herz* haben, zu berechnen, wird das unten stehende Baumdiagramm erstellt.

1) Vervollständigen Sie dieses Baumdiagramm durch Eintragen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten in die dafür vorgesehenen Kästchen.



b) An einem bestimmten Spieleabend hat Margit nach jedem gewonnenen Spiel für ihr Team die erzielten Punkte aufgeschrieben. Die absoluten Häufigkeiten für jede erzielbare Punktzahl hat sie nach dem Spieleabend in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

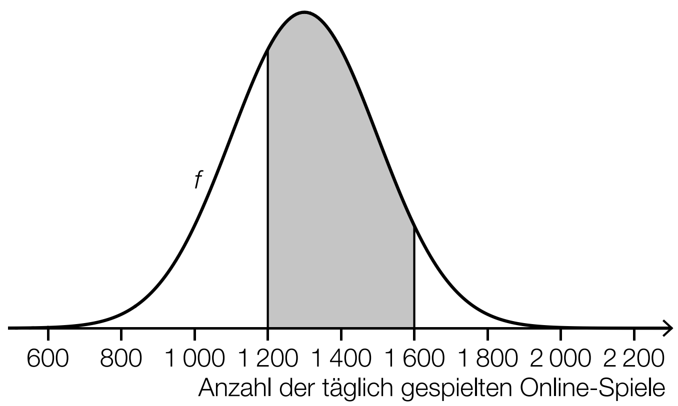
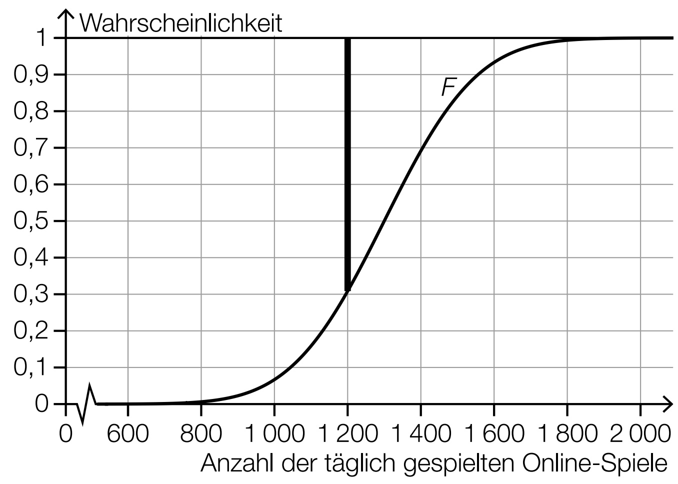
Name des Spieles	erzielte Punkte	absolute Häufigkeit
normales Spiel	1	19
normales Spiel	2	14
normales Spiel	3	11
Schnapser	6	5
Gang	9	6
Bauernschnapser	12	2
Kontraschnapser	12	1

1) Ermitteln Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der von Margits Team bei 58 Spielen erzielten Punkte.

c) Das Kartenspiel *Bauernschnapsen* kann auch online gespielt werden. Bei einem bestimmten Onlineanbieter ist die Anzahl der täglich gespielten Online-Spiele annähernd normalverteilt.

Mithilfe der zugehörigen Dichtefunktion f und der Verteilungsfunktion F werden zwei verschiedene Wahrscheinlichkeiten dargestellt (siehe nachstehende Abbildungen).

1) Ordnen Sie den beiden Abbildungen jeweils die zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu.

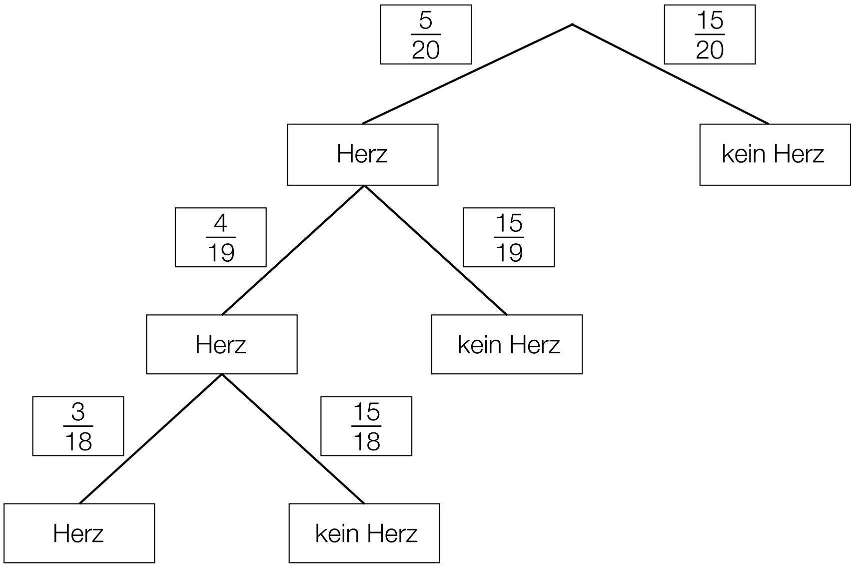
	
	

A	$P(X \leq 1\,600)$
B	$P(X \leq 1\,200)$
C	$P(X \geq 1\,200)$
D	$P(1\,200 \leq X \leq 1\,600)$

Lösung zur Aufgabe 4

Bauernschnapsen

a1)

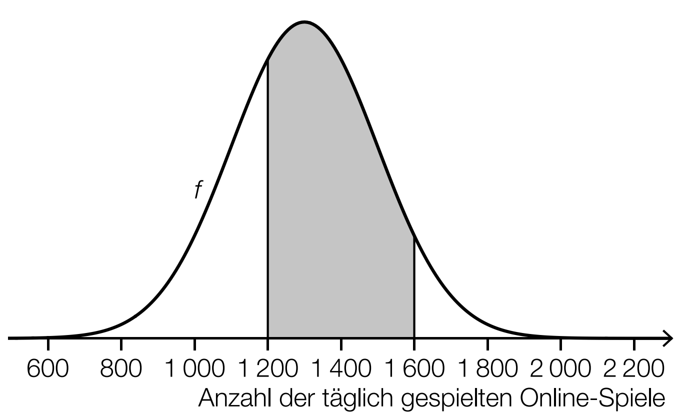
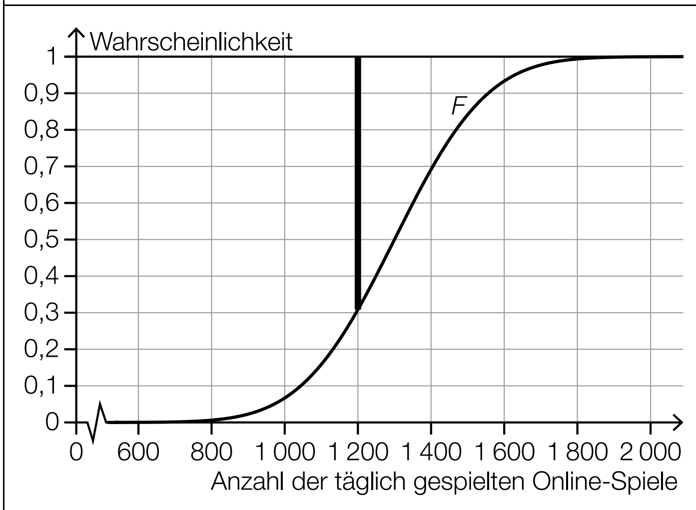


b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$\bar{x} = 3{,}448...$
$s = 3{,}168...$

Auch eine Ermittlung der Standardabweichung als $s_{n-1} = 3{,}196...$ *ist als richtig zu werten.*

c1)

	D
	C

A	$P(X \leq 1\,600)$
B	$P(X \leq 1\,200)$
C	$P(X \geq 1\,200)$
D	$P(1\,200 \leq X \leq 1\,600)$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2024

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Erdöl

a) An einem bestimmten Tag betrug der weltweite Erdölverbrauch 15,1 Milliarden Liter.

Eine Maßeinheit für das Volumen von Erdöl ist das Barrel.

1 Barrel entspricht dabei dem Volumen eines zylinderförmigen Fasses mit 50 cm Durchmesser und 81 cm Höhe.

1) Geben Sie 15,1 Milliarden Liter in der Einheit Barrel an.

b) Im Jahr 2018 sind in Österreich 8,4 Milliarden Liter Diesel und 2,2 Milliarden Liter Benzin verkauft worden.

Der durchschnittliche Preis für 1 Liter Diesel betrug x Euro, der durchschnittliche Preis für 1 Liter Benzin betrug y Euro.
Die Einnahmen aus dem Verkauf von Diesel und Benzin betrugen insgesamt 13,02 Milliarden Euro.
Die Einnahmen aus dem Verkauf von Diesel waren um 7,476 Milliarden Euro höher als die Einnahmen aus dem Verkauf von Benzin.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von x und y.

c) Gegeben ist ein Gleichungssystem in den Variablen x und y mit dem Parameter c.

I: $c \cdot x + 4 \cdot y = 40$
II: $4 \cdot x + 2 \cdot y = 26$

1) Geben Sie den Wert von c so an, dass das Gleichungssystem keine Lösung hat.

$c =$ ____________________

Lösung zur Aufgabe 1

Erdöl

a1) Volumen eines Barrels in Litern:

$V = 2{,}5^2 \cdot \pi \cdot 8{,}1 = 159{,}0...$

$\frac{15{,}1 \cdot 10^9}{159{,}0...} = 94{,}9... \cdot 10^6$

15,1 Milliarden Liter entsprechen rund 95 Millionen Barrel.

b1) I: $8{,}4 \cdot x + 2{,}2 \cdot y = 13{,}02$

II: $8{,}4 \cdot x = 7{,}476 + 2{,}2 \cdot y$

c1) $c = 8$

Aufgabe 2

Beleuchtung

a) Auf einer bestimmten Straße einer Gemeinde werden bei 174 Straßenlaternen neue Lampen eingebaut. Die Gemeinde holt folgenden Kostenvoranschlag ein:
Eine neue Lampe kostet € 7,90 und in jede Straßenlaterne wird genau 1 Lampe eingebaut.
Die Kosten für den Betrieb aller 174 Straßenlaternen betragen € 2,86 pro Stunde.

Die gesamten Kosten für die Beleuchtung dieser Straße sollen in Abhängigkeit von der Betriebsdauer t durch die Funktion K beschrieben werden.

t ... Betriebsdauer in h
$K(t)$ ... Kosten für die Betriebsdauer t in Euro

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion K auf. Wählen Sie dabei $t = 0$ für den Zeitpunkt der Inbetriebnahme der neuen Lampen.

b) Für die Beleuchtung einer anderen Straße stehen die zwei Lampenarten A und B zur Auswahl.
Die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart A können durch die Funktion K_A beschrieben werden.
Die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart B können durch die Funktion K_B beschrieben werden.

$K_A(t) = 600 + 429 \cdot t$
$K_B(t) = 1\,050 + 285 \cdot t$

t ... Zeit in Jahren
$K_A(t)$, $K_B(t)$ ... Beleuchtungskosten nach insgesamt t Jahren in Euro

1) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren die Beleuchtungskosten bei beiden Lampenarten gleich sind.

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

   $K_A(10) - K_B(10) = 990$

Lösung zur Aufgabe 2

Beleuchtung

a1) $K(t) = 174 \cdot 7{,}9 + 2{,}86 \cdot t$

oder:

$K(t) = 1\,374{,}6 + 2{,}86 \cdot t$

b1) $1\,050 + 285 \cdot t = 600 + 429 \cdot t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 3{,}125$

Nach 3,125 Jahren sind die Beleuchtungskosten bei beiden Lampenarten gleich.

b2) Nach insgesamt 10 Jahren sind die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart *A* um 990 Euro höher als die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart *B*.

Aufgabe 3

Gewitter

Im Juni 2012 fanden in Österreich schwere Gewitter statt.

a) Bei einem Gewitter in Graz wurden folgende Daten ermittelt:
Zu Beginn des Gewitters betrug der momentane Niederschlag pro Quadratmeter 150 ml pro min.
Das Maximum des momentanen Niederschlags pro Quadratmeter wurde 50 min nach dem Beginn des Gewitters erreicht und betrug 400 ml pro min.

Der zeitliche Verlauf des momentanen Niederschlags pro Quadratmeter kann näherungsweise durch die quadratische Funktion f mit $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ beschrieben werden.

t ... Zeit ab Beginn des Gewitters in min
$f(t)$ ... momentaner Niederschlag pro Quadratmeter zum Zeitpunkt t in ml pro min

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

b) In Mürzzuschlag dauerte ein Gewitter 2,5 h. Für dieses Gewitter kann der momentane Niederschlag pro Quadratmeter näherungsweise durch die nachstehende Funktion N beschrieben werden.

$N(t) = -\frac{44}{3} \cdot t^3 + 44 \cdot t^2 - \frac{103}{3} \cdot t + 40 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 2{,}5$
t ... Zeit ab Beginn des Gewitters in h
$N(t)$ ... momentaner Niederschlag pro Quadratmeter zum Zeitpunkt t in L pro h

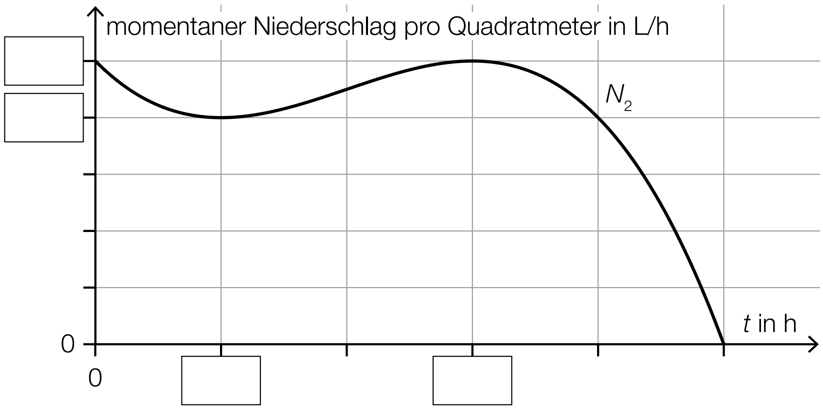
Die gesamte Niederschlagsmenge pro Quadratmeter im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ kann durch den nachstehenden Ausdruck berechnet werden.
$\int_{t_1}^{t_2} N(t)\,\mathrm{d}t$

1) Berechnen Sie die gesamte Niederschlagsmenge pro Quadratmeter, die in diesen 2,5 Stunden gefallen ist. Geben Sie das Ergebnis mit der zugehörigen Einheit an.

c) Auch in einer benachbarten Gemeinde wurde der momentane Niederschlag pro Quadratmeter gemessen.
Mithilfe der gemessenen Werte wurde der Graph der Polynomfunktion 3. Grades N_2 erstellt.

- $t_w = 1$ ist die Wendestelle der Funktion N_2.
- An der Minimumstelle t_m der Funktion N_2 gilt: $f(t_m) = 32$ und $f'(t_m) = 0$

1) Tragen Sie in der nachstehenden Abbildung die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.



Lösung zur Aufgabe 3

Gewitter

a1) $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$
$f'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$

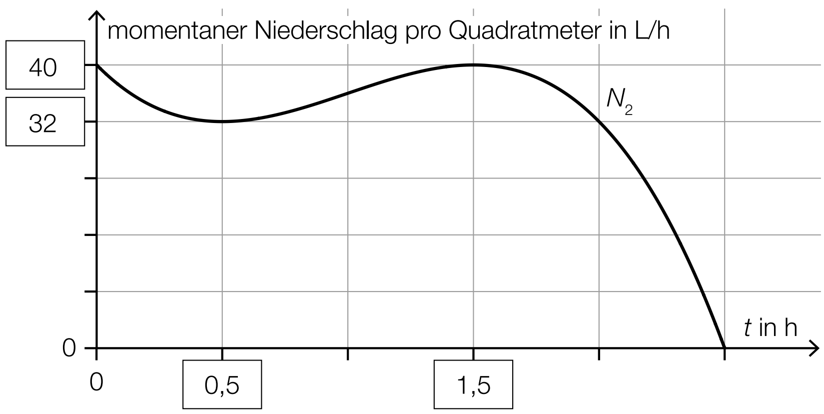
$f(0) = 150$
$f'(50) = 0$
$f(50) = 400$

oder:

$c = 150$
$100 \cdot a + b = 0$
$2\,500 \cdot a + 50 \cdot b + c = 400$

b1) $\int_0^{2,5} N(t)\,\mathrm{d}t = 78,645...$
Die gesamte Niederschlagsmenge pro Quadratmeter betrug rund 78,6 L.

c1)



Aufgabe 4

Limonadeflaschen

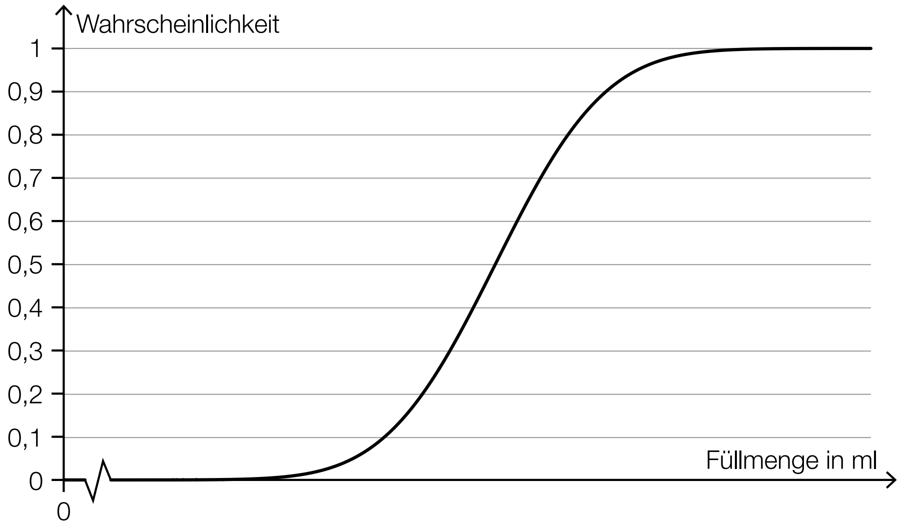
a) In einer bestimmten Abfüllanlage ist die Füllmenge von Limonadeflaschen annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 504$ ml und der Standardabweichung $\sigma = 5{,}5$ ml.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge einer zufällig ausgewählten Limonadeflasche um mehr als 4 ml vom Erwartungswert abweicht.

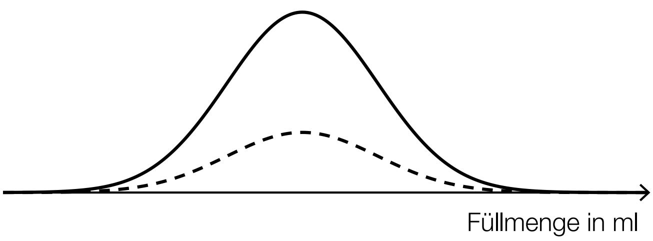
b) In einer anderen Abfüllanlage ist die Füllmenge von Limonadeflaschen ebenfalls annähernd normalverteilt.

Aus Erfahrung weiß man, dass 10 % der Limonadeflaschen eine Füllmenge von mehr als 505 ml haben.

1) Veranschaulichen Sie die Füllmenge von 505 ml und die oben beschriebene Wahrscheinlichkeit von 10 % in der nachstehenden Abbildung.



c) 1) Erklären Sie, warum <u>nicht</u> beide Graphen in der nachstehenden Abbildung Graph der Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsvariablen sein können.



Lösung zur Aufgabe 4

Limonadeflaschen

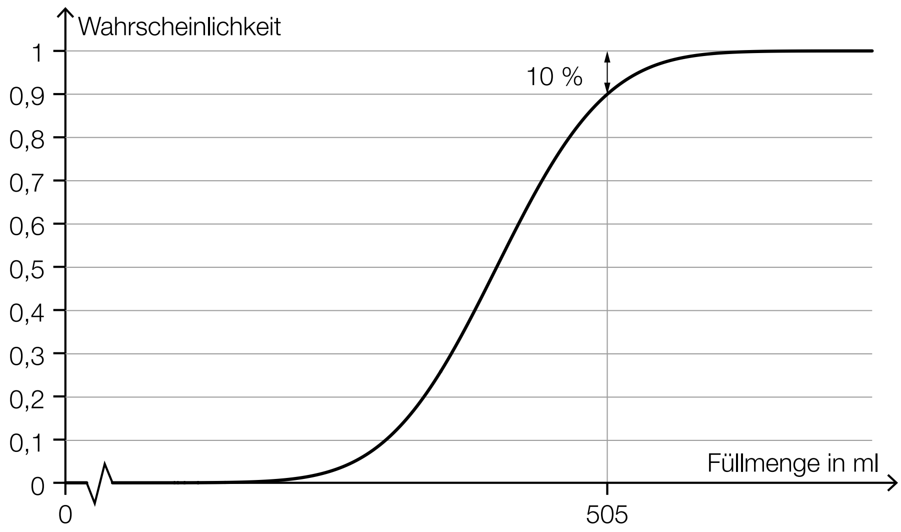
a1) X ... Füllmenge in ml

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X < 500) + P(X > 508) = 0{,}4670...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 46,7 %.

b1)



c1) Der Flächeninhalt zwischen dem Graphen einer Dichtefunktion und der waagrechten Achse beträgt immer 1. Aus der Abbildung erkennt man, dass die beiden Flächeninhalte unterschiedlich groß sind. Somit kann mindestens 1 Graph nicht Graph einer Dichtefunktion sein.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2024

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

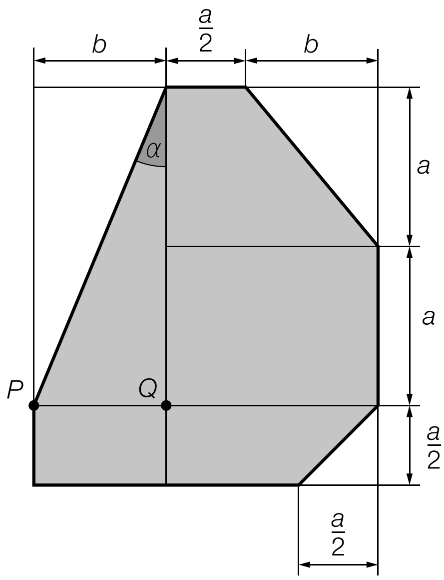
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Baggerschaufel

a) Im nebenstehenden Foto ist ein Spielzeugbagger abgebildet, in der nachstehenden Abbildung ist die Seitenfläche seiner Baggerschaufel schematisch dargestellt.

Bildquelle: BMBWF



1) Ergänzen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

$$A = \left(2 \cdot b + \frac{a}{2}\right) \cdot \left(2 \cdot a + \frac{a}{2}\right) - \boxed{} - \boxed{} - \boxed{}$$

2) Vervollständigen Sie mithilfe der Abmessungen aus der obigen Abbildung die nachstehende Gleichung.

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{PQ}}{\boxed{}}$$

b) Der Spielzeugbagger ist maßstabgetreu einem Originalbagger nachgebaut. Das Volumen der Baggerschaufel des Originalbaggers beträgt rund 2,5 m³ und ist um den Faktor 16^3 größer als das Volumen der Baggerschaufel des Spielzeugbaggers.

1) Tragen Sie die Maßzahl für das Volumen der Baggerschaufel des Spielzeugbaggers in Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $k \in \mathbb{Z}$ ein.

$V_{\text{Spielzeugbagger}}$ = ____ mm³

Lösung zur Aufgabe 1

Baggerschaufel

a1) $A = \left(2 \cdot b + \frac{a}{2}\right) \cdot \left(2 \cdot a + \frac{a}{2}\right) - \boxed{\frac{2 \cdot a \cdot b}{2}} - \boxed{\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{4}} - \boxed{\frac{a \cdot b}{2}}$

Äquivalente Darstellungen (z. B. auch durch Zusammenfassung von Subtrahenden in ein Kästchen) sind als richtig zu werten.

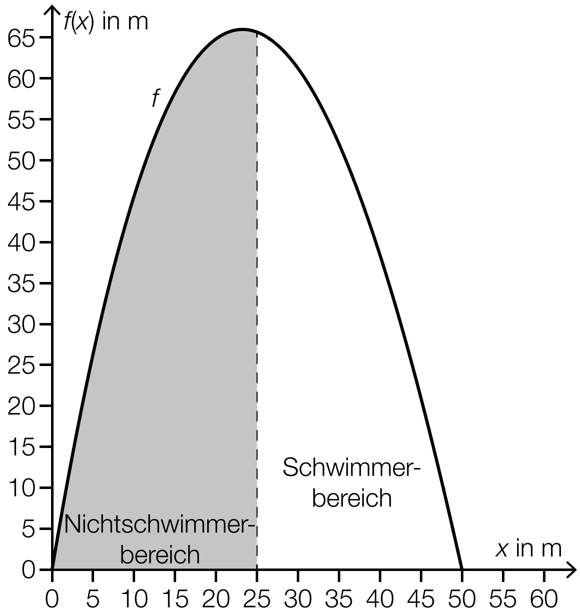
a2) $\tan(\alpha) = \frac{\overline{PQ}}{\boxed{2 \cdot a}}$

b1) $V_{\text{Spielzeugbagger}} = \frac{2{,}5}{16^3}\text{ m}^3 = \frac{2{,}5}{4\,096}\text{ m}^3 = 6{,}10... \cdot 10^{-4}\text{ m}^3 = 6{,}10... \cdot 10^5\text{ mm}^3$

Aufgabe 2

Park

a) In einem Park wird ein Schwimmteich angelegt. In der nachstehenden Abbildung ist dieser Schwimmteich in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.



Eine Begrenzungslinie des Schwimmteichs kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

$f(x) = 0{,}0006 \cdot x^3 - 0{,}15 \cdot x^2 + 6 \cdot x \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 50$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

1) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Nichtschwimmerbereichs.

b) In diesem Park gibt es Wanderwege. Das Höhenprofil eines Wanderwegs wird durch die quadratische Funktion h modelliert.

$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... waagrechte Entfernung vom Startpunkt in m
$h(x)$ ... Höhe über dem Meeresspiegel bei der Entfernung x in m

Der Startpunkt des Wanderwegs hat eine Höhe über dem Meeresspiegel von 200 m.
An der Stelle $x = 100$ m hat das Höhenprofil eine Steigung von 5 %.
An der Stelle $x = 500$ m hat das Höhenprofil ein Maximum.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

2) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.

$$\frac{h(600) - h(0)}{600 - 0}$$

Lösung zur Aufgabe 2

Park

a1) $A = \int_0^{25} f(x)\,\mathrm{d}x = 1\,152{,}3...$

Der Flächeninhalt beträgt rund 1 152 m².

b1) $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $h(0) = 200$
II: $h'(100) = 0{,}05$
III: $h'(500) = 0$

oder:

I: $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 200$
II: $2 \cdot a \cdot 100 + b = 0{,}05$
III: $2 \cdot a \cdot 500 + b = 0$

b2) Mit diesem Ausdruck kann die mittlere Steigung von *h* auf den ersten 600 m waagrechter Entfernung berechnet werden.

Aufgabe 3

LED-Lampen

a) Der Anteil der LED-Lampen am Leuchtmittelmarkt nimmt ständig zu. In der nachstehenden Tabelle ist der Prozentsatz des Marktanteils der LED-Lampen am Leuchtmittelmarkt in der EU zu Beginn des jeweils angegebenen Jahres angeführt.

Jahr	2011	2016	2020
Prozentsatz des Marktanteils der LED-Lampen	9 %	47 %	73 %

1) Zeigen Sie mithilfe der in der Tabelle angegebenen Werte, dass man nicht von einem linearen Wachstum der Prozentsätze ausgehen kann.

b) Lumen ist die Einheit für den Lichtstrom und gibt an, wie hell das abgestrahlte Licht eines Leuchtmittels ist.

Der Preis pro Lumen für im Handel erhältliche LED-Lampen sinkt immer weiter.
Im Jahr 2000 betrug der Preis pro Lumen 0,065 Euro, im Jahr 2010 betrug der Preis pro Lumen nur noch 0,0032 Euro. In einem einfachen Modell wird davon ausgegangen, dass der Preis pro Lumen in jedem Jahr um den gleichen konstanten Prozentsatz bezogen auf das jeweilige Vorjahr sinkt.

Der Preis pro Lumen soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren durch die Funktion p beschrieben werden.

t ... Zeit in Jahren
$p(t)$ ... Preis zum Zeitpunkt t in Euro

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion p auf. Wählen Sie dabei $t = 0$ für das Jahr 2000.

c) Eine LED-Lampe hat einen Öffnungswinkel α, unter dem das Licht abgestrahlt wird. Dieser Öffnungswinkel ist kleiner als 180°. Um eine Rundum-Beleuchtung zu erreichen, benötigt man daher mehrere LED-Lampen mit gleichem Öffnungswinkel.

Für bestimmte Öffnungswinkel α kann die Anzahl der für eine Rundum-Beleuchtung benötigten LED-Lampen mit der Funktion N berechnet werden.

$$N(\alpha) = \frac{2}{1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

α ... Öffnungswinkel einer LED-Lampe in Grad
$N(\alpha)$ ... Anzahl der für eine Rundum-Beleuchtung benötigten LED-Lampen mit dem Öffnungswinkel α

1) Berechnen Sie den Öffnungswinkel α einer einzelnen LED-Lampe bei einer Rundum-Beleuchtung mit 4 LED-Lampen.

Lösung zur Aufgabe 3

LED-Lampen

a1) $\frac{47-9}{2016-2011} = 7{,}6$

$\frac{73-47}{2020-2016} = 6{,}5$

$\frac{73-9}{2020-2011} = 7{,}1...$

Es liegt kein linearer Zusammenhang vor, weil die Differenzenquotienten nicht gleich sind.

Für die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, alle 3 angegebenen Differenzenquotienten zu ermitteln.

b1) $p(t) = p_0 \cdot a^t$
$0{,}065 = p_0$
$0{,}0032 = p_0 \cdot a^{10}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 0{,}739...$
$p(t) = 0{,}065 \cdot 0{,}74^t$ *oder* $p(t) = 0{,}065 \cdot e^{-0{,}3 \cdot t}$ *(Koeffizienten gerundet)*

c1) $4 = \frac{2}{1-\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\alpha = 120°$

Der Öffnungswinkel α einer einzelnen LED-Lampe beträgt 120°.

Aufgabe 4

Bierflaschen

Bierflaschen werden vor einer erneuten Befüllung zunächst auf Beschädigungen und danach auf Verschmutzungen hin untersucht.

a) Beschädigte Flaschen oder Flaschen mit zu starker Verschmutzung werden nicht wiederbefüllt. Alle anderen Flaschen werden wiederbefüllt.

Eine zufällig ausgewählte Flasche ist mit der Wahrscheinlichkeit p beschädigt.
Eine Flasche, die <u>nicht</u> beschädigt ist, ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % auch <u>nicht</u> zu stark verschmutzt.

1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„eine zufällig ausgewählte Flasche wird wiederbefüllt“) = ____________________

b) In einer bestimmten Brauerei weiß man aus Erfahrung, dass 85 % aller Flaschen wiederbefüllt werden.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 48 zufällig ausgewählten Flaschen mindestens die Hälfte und höchstens $\frac{3}{4}$ wiederbefüllt werden.
2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}85^5 \approx 0{,}56$

Lösung zur Aufgabe 4

Bierflaschen

a1) P(„eine zufällig ausgewählte Flasche wird wiederbefüllt“) = $(1 - p) \cdot 0{,}98$

b1) X ... Anzahl der wiederbefüllten Flaschen
Binomialverteilung mit $p = 0{,}85$ und $n = 48$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(24 \leq X \leq 36) = 0{,}0477...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 4,8 %.

b2) Mindestens 1 von 5 zufällig ausgewählten Flaschen wird nicht wiederbefüllt.

oder:

Höchstens 4 von 5 zufällig ausgewählten Flaschen werden wiederbefüllt.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Juni 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

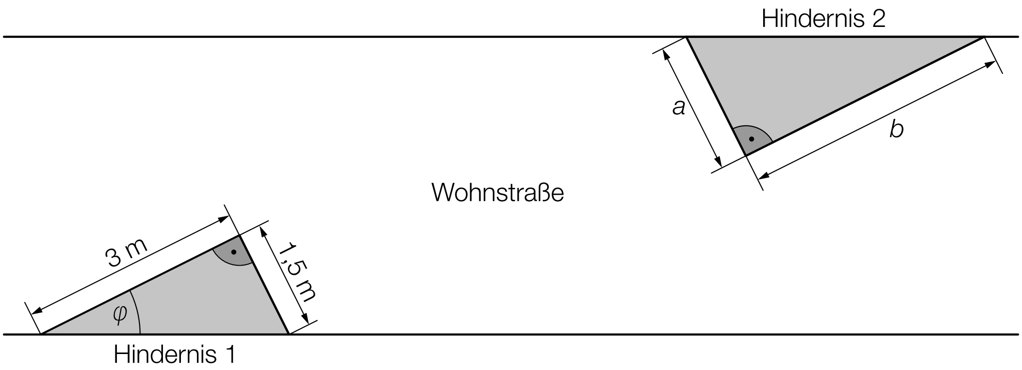
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Wohnstraße

Eine Wohnstraße wird zur Verkehrsberuhigung umgebaut.

a) Auf beiden Seiten der Wohnstraße werden Hindernisse mit dreieckiger Grundfläche aufgestellt. In der nachstehenden Abbildung ist ein Abschnitt der Wohnstraße in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.



1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel φ.

Das Hindernis 2 hat die Form eines geraden Prismas mit dreieckiger Grundfläche (siehe obige Abbildung mit a, b in m).
Die Höhe des Prismas beträgt 30 cm.

2) Stellen Sie mithilfe von a und b eine Formel zur Berechnung des Volumens dieses Prismas V (in m³) auf.

$V =$ ____

b) Durch den Umbau der Wohnstraße sinkt die durchschnittliche Geschwindigkeit eines Fahrzeugs um 20 %.
Der auf dieser Wohnstraße zurückgelegte Weg eines Fahrzeugs wird um 30 % länger.

Jemand behauptet: „Bei der Fahrt durch diese Wohnstraße wird die benötigte Zeit durch diesen Umbau um 62,5 % länger."

1) Zeigen Sie, dass diese Behauptung richtig ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Wohnstraße

a1) $\varphi = \arctan\left(\frac{1{,}5}{3}\right) = 26{,}565...°$

a2) $V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot 0{,}3$

b1) $t_{\text{neu}} = \frac{s \cdot 1{,}3}{v \cdot 0{,}8} = \frac{s}{v} \cdot 1{,}625$

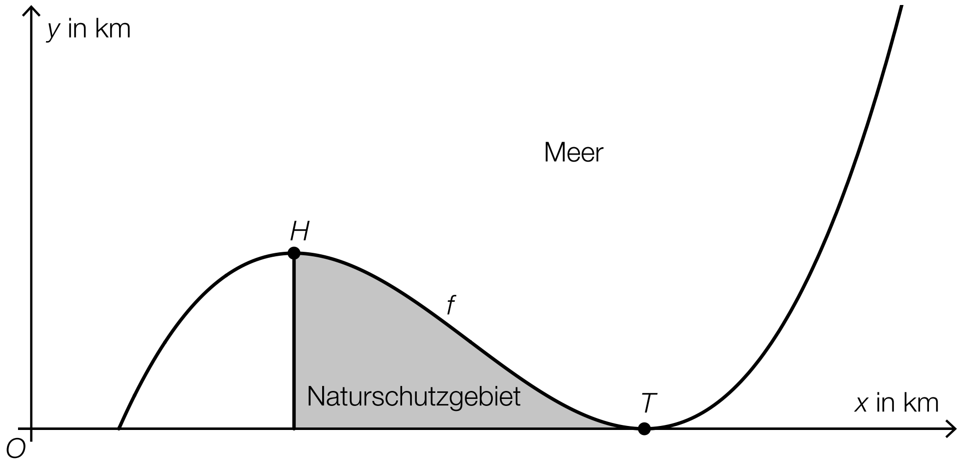
Die für die Durchfahrt benötigte Zeit wird um 62,5 % länger.
Daher ist die Behauptung richtig.

Aufgabe 2

Küste

Auf einer Insel liegt ein Naturschutzgebiet.

a) In der nachstehenden Abbildung sind ein Teil der Küstenlinie dieser Insel und das Naturschutzgebiet (grau markiert) modellhaft dargestellt.



Diese Küstenlinie wird durch den Graphen der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben.
$H = (30|10)$ und $T = (70|0)$ sind die Extrempunkte der Funktion f.

1) Erstellen Sie mithilfe von H und T ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f.
2) Interpretieren Sie das Ergebnis des nachstehenden Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang unter der Bedingung, dass F eine Stammfunktion von f ist. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

   $F(70) - F(30) = 200$

b) Ein Fischerboot bewegt sich entlang des Graphen der linearen Funktion g von der Küste zum Punkt $P = (x_P|52)$.

Es gilt: $g(x) = -2 \cdot x + 120$

x, $g(x)$ ... Koordinaten in km

1) Berechnen Sie x_P.

Lösung zur Aufgabe 2

Küste

a1) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $f(30) = 10$
II: $f(70) = 0$
III: $f'(30) = 0$
IV: $f'(70) = 0$

oder:

I: $a \cdot 30^3 + b \cdot 30^2 + c \cdot 30 + d = 10$
II: $a \cdot 70^3 + b \cdot 70^2 + c \cdot 70 + d = 0$
III: $3 \cdot a \cdot 30^2 + 2 \cdot b \cdot 30 + c = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 70^2 + 2 \cdot b \cdot 70 + c = 0$

a2) Der Flächeninhalt des Naturschutzgebiets beträgt 200 km^2.

b1) $52 = -2 \cdot x_P + 120$
$x_P = 34$

Aufgabe 3

Bevölkerungszahl Österreichs

Die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs ab dem Jahr 2010 wird untersucht.

a) In einem einfachen Modell wird die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs durch die Exponentialfunktion N beschrieben.

$N(t) = 8{,}35 \cdot 1{,}0064^t$

t ... Zeit ab dem Jahresbeginn 2010 in Jahren
$N(t)$ ... Bevölkerungszahl zum Zeitpunkt t in Millionen

1) Geben Sie das jährliche prozentuelle Wachstum der Bevölkerungszahl gemäß diesem Modell an.

2) Berechnen Sie die Zeit t_1, nach der die Bevölkerung Österreichs gemäß diesem Modell gegenüber dem Jahresbeginn 2010 um ein Viertel zugenommen hat.

b) In einem anderen Modell wird die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs durch eine lineare Funktion beschrieben.

Die nachstehende Tabelle zeigt die Bevölkerungszahl Österreichs zu Jahresbeginn 2010 bzw. 2020.

Jahresbeginn	2010	2020
Bevölkerungszahl in Millionen	8,35	8,9

1) Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Funktion auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Jahresbeginn 2010.

Lösung zur Aufgabe 3

Bevölkerungszahl Österreichs

a1) 0,64 %

a2) $1{,}25 \cdot 8{,}35 = 8{,}35 \cdot 1{,}0064^{t_1} \quad \Rightarrow \quad t_1 = 34{,}97...$
Nach rund 35 Jahren hat die Bevölkerung Österreichs um ein Viertel zugenommen.

b1) $f(t) = 8{,}35 + \frac{8{,}9 - 8{,}35}{2020 - 2010} \cdot t = 8{,}35 + 0{,}055 \cdot t$

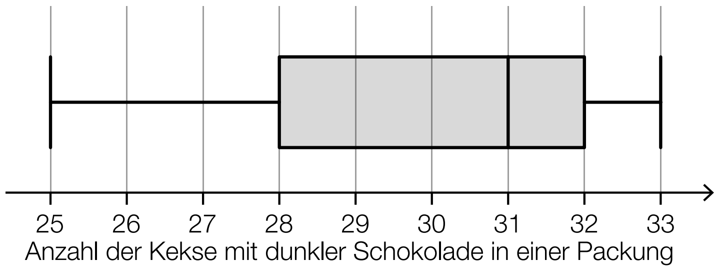
t ... Zeit ab dem Jahresbeginn 2010 in Jahren
$f(t)$ ... Bevölkerungszahl zum Zeitpunkt t in Millionen

Aufgabe 4

Kekse

In jeder Packung einer beliebten Kekssorte gibt es Kekse mit heller Schokolade und Kekse mit dunkler Schokolade.

a) Lukas untersucht 15 solcher Keks-Packungen. Er notiert sich jeweils die Anzahl der Kekse mit dunkler Schokolade und stellt diese Anzahlen im nachstehenden Boxplot dar.



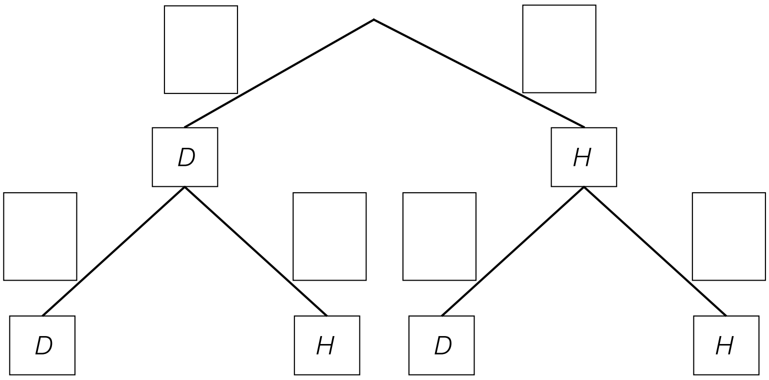
1) Kreuzen Sie die nicht zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

In mindestens 1 Packung waren genau 25 Kekse mit dunkler Schokolade.	☐
In mehr als 7 Packungen waren mindestens 31 Kekse mit dunkler Schokolade.	☐
In mindestens 1 Packung waren genau 31 Kekse mit dunkler Schokolade.	☐
Die Spannweite beträgt 8 Kekse mit dunkler Schokolade.	☐
Der Interquartilsabstand beträgt 3 Kekse mit dunkler Schokolade.	☐

b) In einer bestimmten Keks-Packung befinden sich 31 Kekse mit dunkler Schokolade und 37 Kekse mit heller Schokolade.

Lukas nimmt zufällig und ohne Hinsehen ein Keks und isst es. Anschließend nimmt er wieder zufällig und ohne Hinsehen ein Keks und isst es.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



D ... Keks mit dunkler Schokolade
H ... Keks mit heller Schokolade

c) Die Masse der Kekse ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert 2,45 g und der Standardabweichung 0,1 g.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Keks weniger als 2,3 g wiegt.

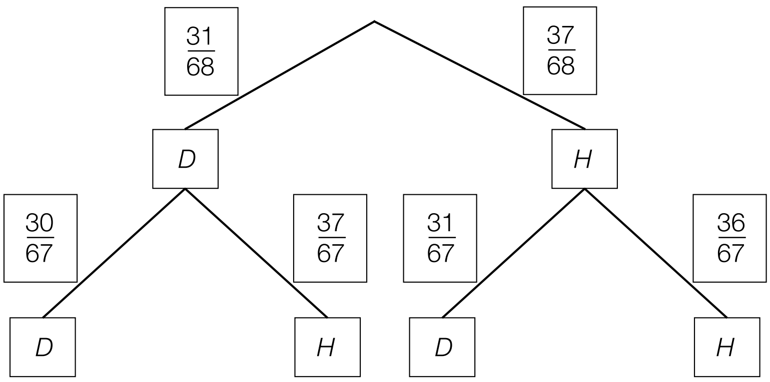
Lösung zur Aufgabe 4

Kekse

a1)

Der Interquartilsabstand beträgt 3 Kekse mit dunkler Schokolade.	⊠

b1)



D ... Keks mit dunkler Schokolade
H ... Keks mit heller Schokolade

c1) *X* ... Masse eines Keks in g

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X < 2{,}3) = 0{,}0668...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 6,7 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Juni 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Grundstücke

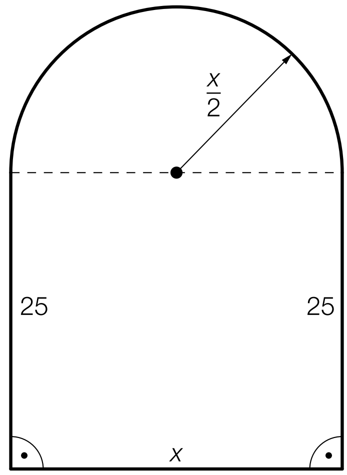
a) In einer bestimmten Region stieg der Quadratmeterpreis von Grundstücken innerhalb eines Jahres um 8 %.

A ... Quadratmeterpreis am Anfang des Jahres
N ... Quadratmeterpreis am Ende des Jahres

1) Stellen Sie mithilfe von N eine Formel zur Berechnung von A auf.

$A =$ ______________________________

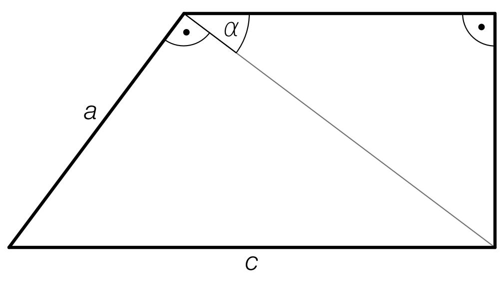
b) In der nebenstehenden Abbildung ist ein bestimmtes Grundstück mit seinen Abmessungen (in m) dargestellt. Die Fläche dieses Grundstücks setzt sich aus einer Rechtecksfläche und einer Halbkreisfläche zusammen.



Der Flächeninhalt dieses Grundstücks beträgt 800 m².

1) Berechnen Sie x.

c) In der nachstehenden Abbildung ist ein anderes Grundstück mit seinen Abmessungen dargestellt.



Die Länge b kann folgendermaßen berechnet werden:
$b = \cos(\alpha) \cdot \sqrt{c^2 - a^2}$

1) Kennzeichnen Sie b in der obigen Abbildung.

Lösung zur Aufgabe 1

Grundstücke

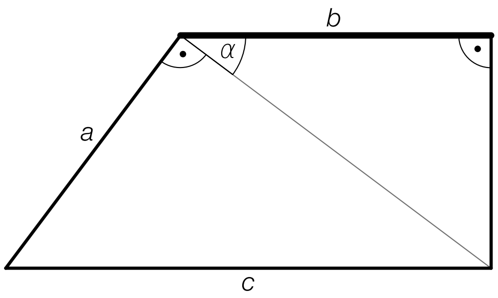
a1) $A = \frac{N}{1{,}08}$

b1) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot \pi + 25 \cdot x = 800$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 23{,}399...$ $\quad (x_2 = -87{,}061...)$

c1)

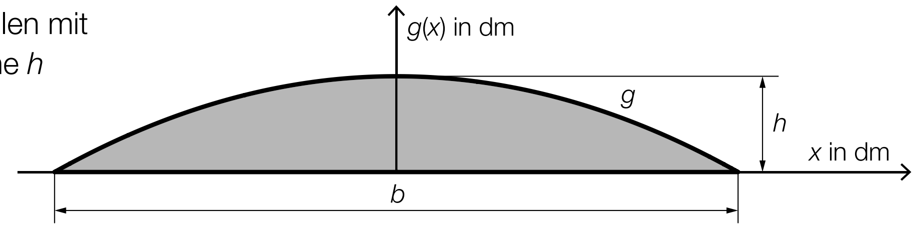


Aufgabe 2

Bodenschwellen

Ein Unternehmen erzeugt Bodenschwellen.

a) Es werden Bodenschwellen mit der Breite b und der Höhe h erzeugt (siehe nebenstehende Abbildung).

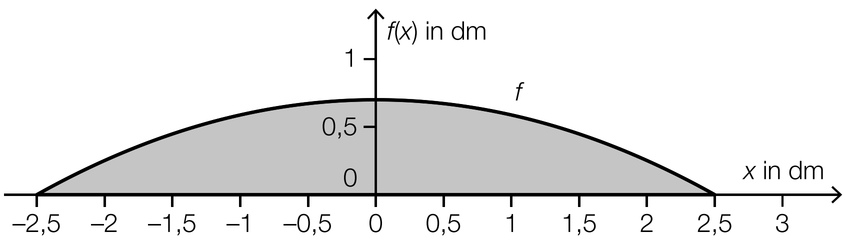


Die obere Begrenzungslinie einer solchen Bodenschwelle kann durch den Graphen der Funktion g mit $g(x) = a \cdot x^2 + c$ beschrieben werden.

1) Stellen Sie mithilfe von b und h eine Formel zur Berechnung von a auf.

$a =$ ____________________

b) Die Querschnittsfläche einer anderen Bodenschwelle ist in der nachstehenden Abbildung grau markiert.



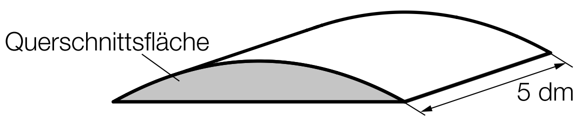
Die obere Begrenzungslinie einer solchen Bodenschwelle kann durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

Der Winkel α wird folgendermaßen berechnet: $\alpha = \arctan(f'(-2{,}5))$

1) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α.

Für die Funktion f gilt:
$f(x) = -0{,}112 \cdot x^2 + 0{,}7 \quad \text{mit} \quad -2{,}5 \leq x \leq 2{,}5$

Die Bodenschwelle hat eine Länge von 5 dm. Ihr Querschnitt ist auf der gesamten Länge konstant. (Siehe nebenstehende Abbildung.)



2) Berechnen Sie das Volumen der Bodenschwelle.

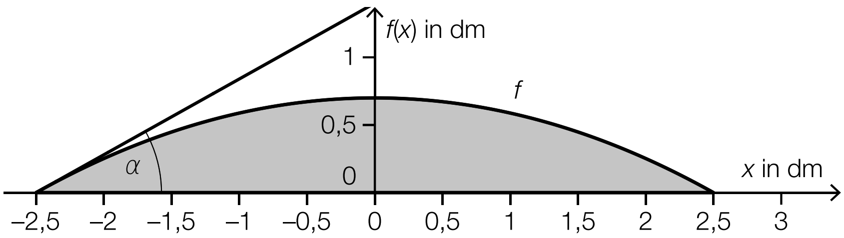
Lösung zur Aufgabe 2

Bodenschwellen

a1) $g\left(\frac{b}{2}\right) = 0,\ g(0) = h$

$a = -\frac{4 \cdot h}{b^2}$

b1)



Ist der Winkel ohne Tangente eingezeichnet, so ist dies als falsch zu werten.

b2) Volumen der Bodenschwelle:

$5 \cdot \int_{-2,5}^{2,5} f(x)\,\mathrm{d}x = 11{,}666...$

Das Volumen beträgt rund 11,7 dm³.

Aufgabe 3

Apps

Für eine bestimmte App soll die zeitliche Entwicklung der Downloads durch drei verschiedene Modelle beschrieben werden.

Zu Beginn des Beobachtungszeitraums ($t = 0$) betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 0,35 Millionen (Mio.). 365 Tage später betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 1,81 Mio.

a) Im Modell *A* soll die zeitliche Entwicklung der Downloads mithilfe der linearen Funktion f beschrieben werden.

t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen
$f(t)$ ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

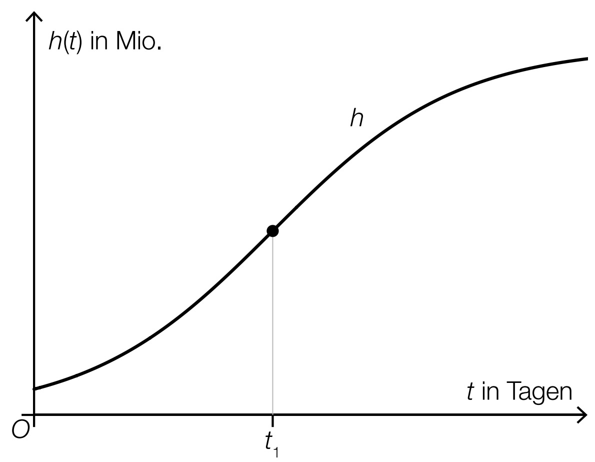
1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf.

b) Im Modell *B* soll die zeitliche Entwicklung der Downloads mithilfe der Exponentialfunktion g mit $g(t) = a \cdot b^t$ beschrieben werden.

t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen
$g(t)$ ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

1) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Downloads gemäß dem Modell *B*.

c) Im Modell *C* soll die zeitliche Entwicklung der Downloads durch die Funktion h beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen
$h(t)$ ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

Es gilt: $h''(t_1) = 0$

1) Interpretieren Sie den Wert von $h'(t_1)$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 3

Apps

a1) $f(t) = k \cdot t + d$
$1{,}81 = k \cdot 365 + 0{,}35$
$k = 0{,}004$
$f(t) = 0{,}004 \cdot t + 0{,}35$

b1) $g(t) = 0{,}35 \cdot b^t$
$1{,}81 = 0{,}35 \cdot b^{365}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$b = 1{,}0045...$

Verdoppelungszeit:
$\frac{\ln(2)}{\ln(b)} = 153{,}9...$
Die Verdoppelungszeit beträgt rund 154 Tage.

c1) $h'(t_1)$ entspricht der maximalen momentanen Änderungsrate der Anzahl der Downloads.

Aufgabe 4

Straßenlaternen

Eine Straße wird zu Testzwecken mit neuen Straßenlaternen ausgestattet.

a) Bei diesen Straßenlaternen können die Fehler F_1, F_2 und F_3 auftreten. Diese 3 Fehler treten unabhängig voneinander mit den Wahrscheinlichkeiten p_1, p_2 und p_3 auf.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E auf.

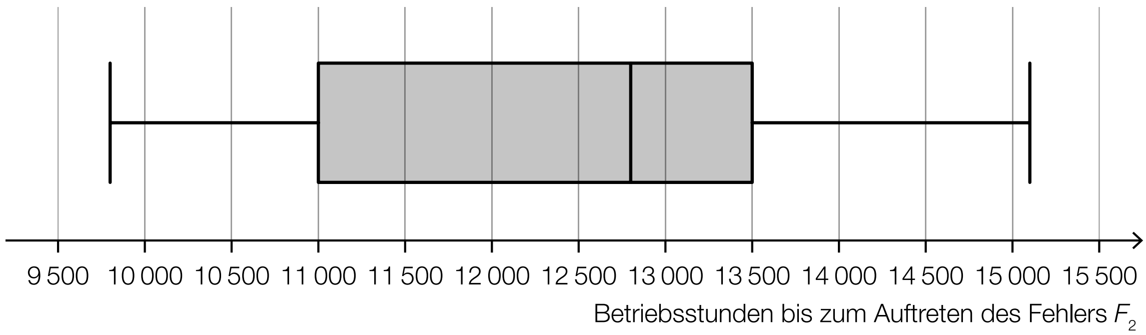
E ... „eine zufällig ausgewählte Straßenlaterne weist keinen einzigen dieser 3 Fehler auf"

$P(E) =$ ____

b) Der Fehler F_1 tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 % auf.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei höchstens 2 von 100 Straßenlaternen der Fehler F_1 auftritt.

c) Im Testzeitraum wurde gemessen, nach wie vielen Betriebsstunden der Fehler F_2 auftritt (siehe nachstehende Abbildung).



Der Interquartilsabstand ist die Differenz von 3. Quartil und 1. Quartil.

1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Interquartilsabstand ab.

Lösung zur Aufgabe 4

Straßenlaternen

a1) $P(E) = (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot (1 - p_3)$

b1) Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0{,}01$
X ... Anzahl der Straßenlaternen, bei denen der Fehler F_1 auftritt

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 2) = 0{,}920...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 92 %.

c1) Interquartilsabstand: 13500 – 11000 = 2500

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Juni 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

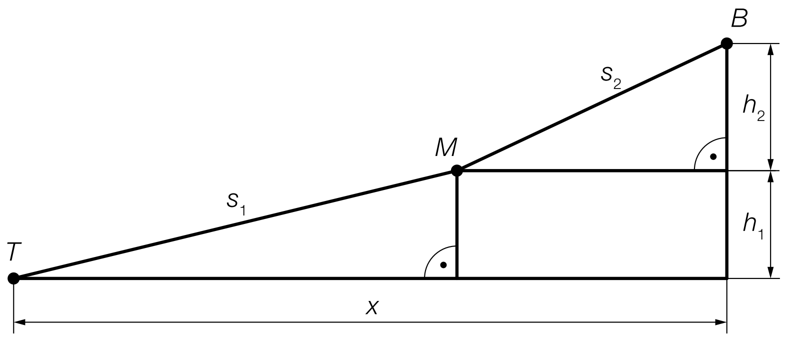
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Bergbahn

Die *Imster Bergbahnen* planen eine neue Bahnstrecke.

a) In der unten stehenden Abbildung ist die geplante Bahnstrecke schematisch dargestellt. Sie verläuft im ersten Abschnitt von der Talstation T zur Mittelstation M und im zweiten Abschnitt weiter zur Bergstation B.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der horizontalen Distanz x auf. Verwenden Sie dabei s_1, s_2, h_1 und h_2.

$x =$ ____________________

2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α, der mit der nachstehenden Formel berechnet werden kann.
$\cos(\alpha) = \frac{h_1}{s_1}$

Einem Werbefolder sind folgende Informationen über die beiden Abschnitte der Bahn zu entnehmen:

Abschnitt 1: $s_1 = 2\,324$ m
$h_1 = 447$ m
Abschnitt 2: $s_2 = 1\,487$ m
$h_2 = 533$ m

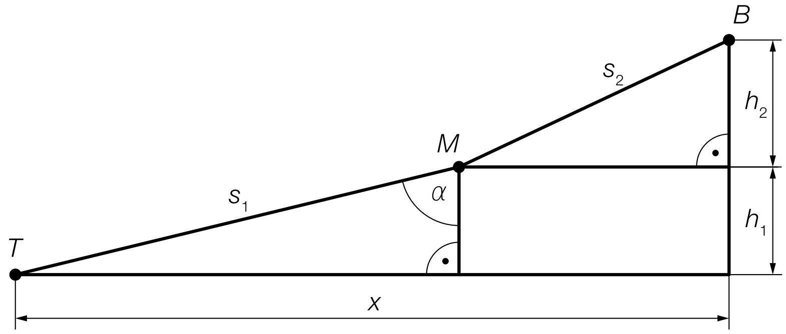
3) Zeigen Sie rechnerisch, dass die Steigung in Prozent am Abschnitt 2 rund doppelt so groß ist wie die Steigung in Prozent am Abschnitt 1.

Lösung zur Aufgabe 1

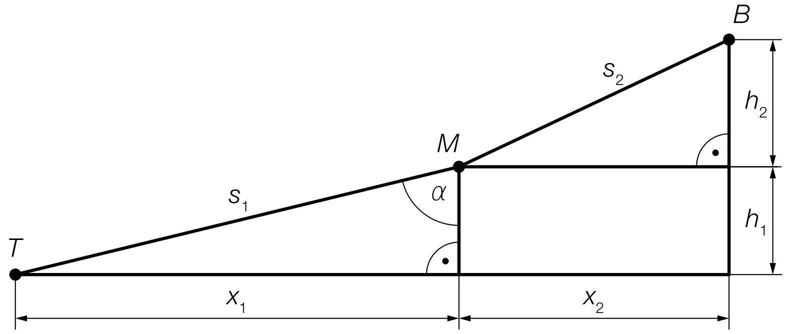
Bergbahn

a1) $x = \sqrt{s_1^2 - h_1^2} + \sqrt{s_2^2 - h_2^2}$

a2)



a3)



$x_1 = \sqrt{s_1^2 - h_1^2} = 2\,280{,}60...$
$x_2 = \sqrt{s_2^2 - h_2^2} = 1\,388{,}19...$

Steigung in Prozent am Abschnitt 1: $\frac{h_1}{x_1} = 0{,}1960... = 19{,}6...\ \%$

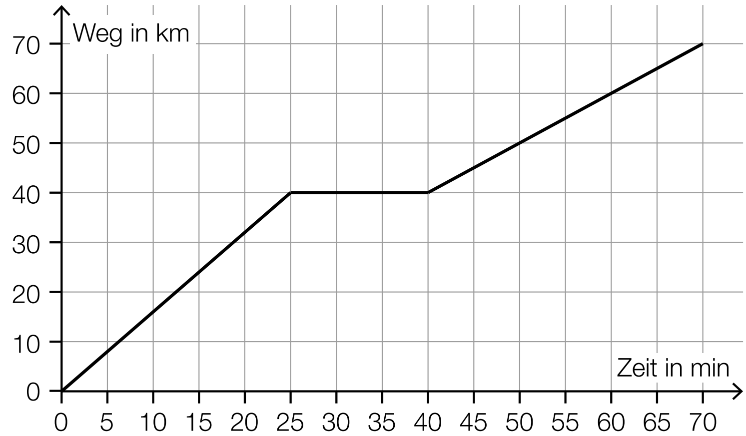
Steigung in Prozent am Abschnitt 2: $\frac{h_2}{x_2} = 0{,}3839... = 38{,}3...\ \%$

Die Steigung in Prozent am Abschnitt 2 ist also rund doppelt so groß wie die Steigung in Prozent am Abschnitt 1.

Aufgabe 2

Zugfahrt

a) In der nachstehenden Abbildung ist das Weg-Zeit-Diagramm einer bestimmten Fahrt eines Regionalzugs modellhaft dargestellt.



1) Berechnen Sie mithilfe der obigen Abbildung die mittlere Geschwindigkeit des Regionalzugs im Zeitintervall [0; 70].

Ein Schnellzug startet 30 min nach dem Regionalzug und fährt dieselbe Strecke mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 km/min.

2) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Fahrt dieses Schnellzugs.

b) Für eine bestimmte Fahrt eines Güterzugs gilt:

$\int_0^{10} v(t)\,\mathrm{d}t = 426$

t ... Zeit nach Abfahrt des Güterzugs in h
$v(t)$ ... Geschwindigkeit des Güterzugs zum Zeitpunkt t in km/h

1) Interpretieren Sie die Zahlen 10 und 426 in der obigen Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

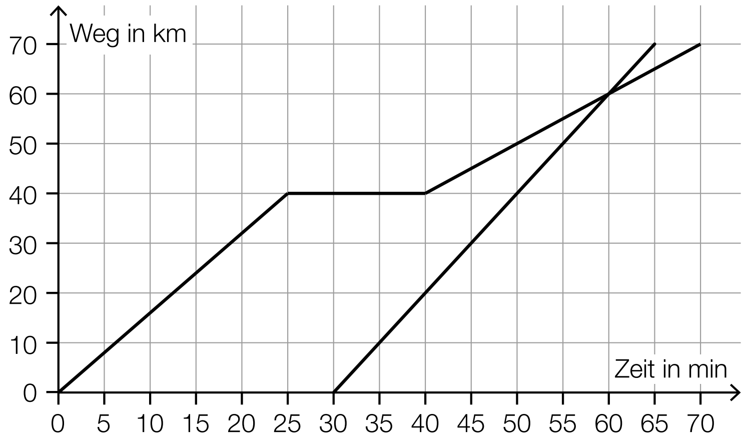
Lösung zur Aufgabe 2

Zugfahrt

a1) $\overline{v} = \frac{70}{70} = 1$

$\overline{v} = 1$ km/min

a2)

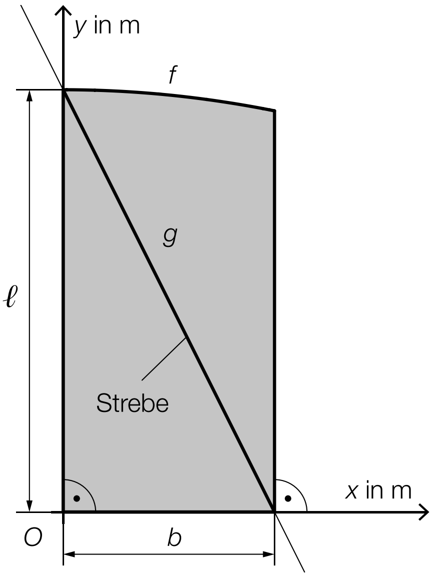


b1) Der Güterzug legt in den ersten 10 Stunden nach der Abfahrt 426 km zurück.

Aufgabe 3

Gartentor

In der nachstehenden Abbildung ist die Vorderansicht des rechten Flügels eines Gartentors in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



a) Zur Verstärkung ist eine Strebe angebracht, deren Verlauf durch den Graphen der linearen Funktion *g* modelliert wird.

1) Stellen Sie mithilfe von ℓ und *b* eine Gleichung der linearen Funktion *g* auf.

$g(x) =$ ____

b) Die obere Begrenzungslinie des Flügels wird durch den Graphen der Funktion *f* modelliert.

Es gilt: $b = 2$ m

$f(x) = -0{,}05 \cdot x^2 + 4$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

1) Ermitteln Sie den Inhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

2) Begründen Sie, warum *f* im Intervall [1; 2] streng monoton fallend ist.

Lösung zur Aufgabe 3

Gartentor

a1) $g(x) = -\frac{\ell}{b} \cdot x + \ell$

b1) $A = \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$A = 7{,}86...$

Der Inhalt der Fläche beträgt rund 7,9 m^2.

b2) Da der Koeffizient vor x^2 negativ ist, ist f rechts vom Scheitelpunkt (für alle $x \geq 0$) streng monoton fallend.

oder:

$f'(x) = -0{,}1 \cdot x$

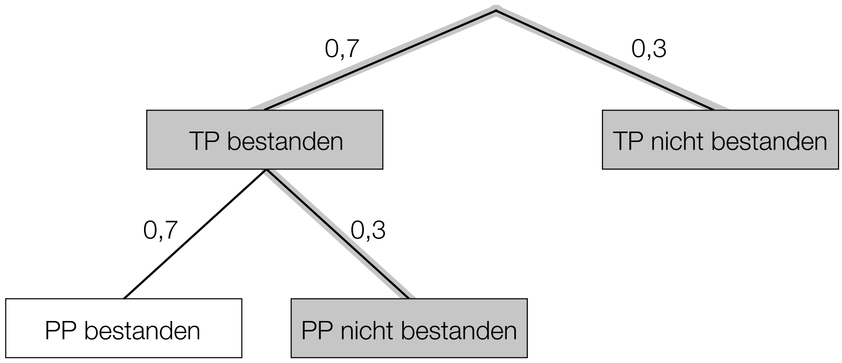
Für alle x im Intervall [1; 2] ist die 1. Ableitung negativ, also ist die Funktion f in diesem Intervall streng monoton fallend.

Aufgabe 4

Führerscheinprüfung

a) Die Führerscheinprüfung in Österreich besteht aus einer theoretischen Prüfung und einer praktischen Prüfung. Zur praktischen Prüfung darf eine Kandidatin / ein Kandidat erst nach Bestehen der theoretischen Prüfung antreten.

Im nachstehenden Baumdiagramm sind die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für das Bestehen der Prüfungen einer zufällig ausgewählten Kandidatin / eines zufällig ausgewählten Kandidaten dargestellt.



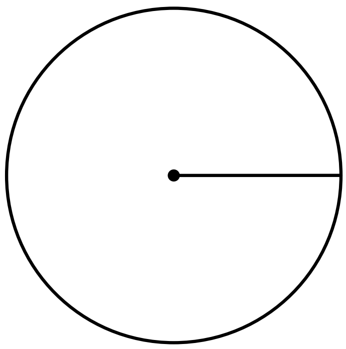
TP ... theoretische Prüfung
PP ... praktische Prüfung

1) Beschreiben Sie ein Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mithilfe der im obigen Baumdiagramm markierten Äste berechnet werden kann.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten dieses Ereignisses.

b) Im Jahr 2017 wurden österreichweit insgesamt 81 300 Führerscheine der Kategorie B ausgestellt. Davon wurden 24 600 mit einer L17-Ausbildung erreicht.

1) Stellen Sie die Anzahl derjenigen Führerscheine der Kategorie B, die mit einer L17-Ausbildung erreicht wurden, als Sektor im nachstehenden Kreisdiagramm dar.



Lösung zur Aufgabe 4

Führerscheinprüfung

a1) Eine zufällig ausgewählte Kandidatin / ein zufällig ausgewählter Kandidat besteht die theoretische oder die praktische Prüfung nicht.

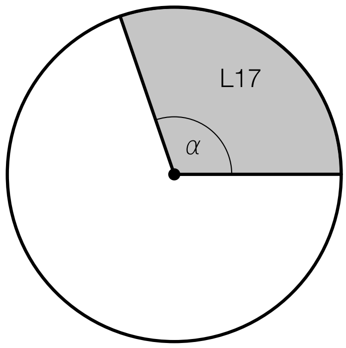
oder:

Eine zufällig ausgewählte Kandidatin / ein zufällig ausgewählter Kandidat besteht die Führerscheinprüfung nicht.

a2) $0{,}7 \cdot 0{,}3 + 0{,}3 = 0{,}51$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 51 %.

b1) $\alpha = 108{,}9°$



Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Juni 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

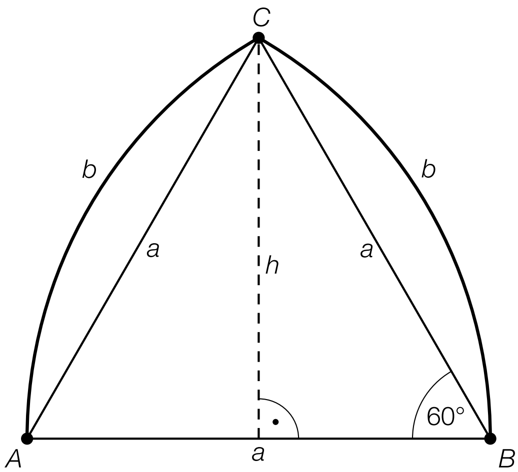
Aufgabe 1

Spitzbögen

Typische gotische Fenster haben die Form eines Spitzbogens (siehe nebenstehende Abbildung).

Bildquelle: https://pixabay.com/de/photos/fenster-spitzbogen-kirchenfenster-408315/ [03.08.2020].

a) In der unten stehenden Abbildung ist ein bestimmter Spitzbogen modellhaft dargestellt. Die Form dieses Spitzbogens erhält man, indem, ausgehend von den beiden Mittelpunkten *A* und *B*, jeweils ein Kreisbogen mit dem Radius *a* gezeichnet wird. Dadurch ergibt sich das gleichseitige Dreieck *ABC*.



1) Stellen Sie mithilfe von *a* eine Formel zur Berechnung der Bogenlänge *b* auf.

$b =$ ____

2) Berechnen Sie *a* für einen Spitzbogen mit der Höhe $h = 5{,}2$ m.

b) Helmut behauptet:

„Verlängert man alle Seiten eines gleichseitigen Dreiecks um 25 %, so vergrößert sich sein Flächeninhalt um mehr als die Hälfte.“

1) Überprüfen Sie nachweislich, ob Helmuts Behauptung richtig ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Spitzbögen

a1) $b = \frac{a \cdot \pi \cdot 60°}{180°} = \frac{a \cdot \pi}{3}$

a2) $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}} = 6{,}00...$

Der Radius *a* beträgt rund 6,0 m.

b1) $A_{\text{alt}} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$

$A_{\text{neu}} = \frac{(1{,}25 \cdot a)^2}{4} \cdot \sqrt{3} = 1{,}5625 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} > 1{,}5 \cdot A_{\text{alt}}$

Helmuts Behauptung ist also richtig.

Aufgabe 2

Raumfahrt

a) Die Umlaufzeit eines oberflächennahen Satelliten, der sich um einen Planeten mit der mittleren Dichte ϱ bewegt, lässt sich mit der nachstehenden Formel berechnen.

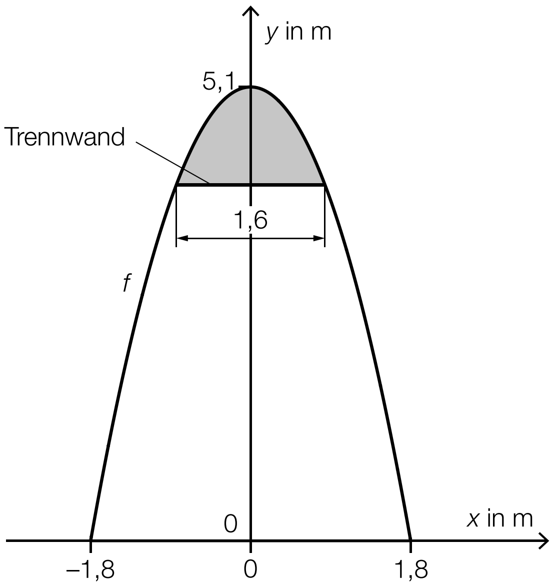
$$t = \frac{3{,}7578 \cdot 10^5}{\sqrt{\varrho}}$$

ϱ ... mittlere Dichte des Planeten in kg/m³
t ... Umlaufzeit des Satelliten in s

Die Erde hat eine mittlere Dichte von 5515 kg/m³.

1) Berechnen Sie die Umlaufzeit, die ein solcher Satellit bei seiner Bewegung um die Erde hat, in Minuten.

b) Um Güter oder Menschen ins All zu bringen, benötigt man Transportkapseln. In der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist der Querschnitt einer solchen Transportkapsel in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie kann durch den Graphen der quadratischen Funktion f modelliert werden. Die untere Begrenzungslinie liegt auf der x-Achse.

1) Stellen Sie eine Gleichung der quadratischen Funktion f auf.

Eine waagrechte Trennwand grenzt den Ladebereich vom darüberliegenden Bereich ab (siehe obige Abbildung).

2) Vervollständigen Sie den nachstehenden Ausdruck zur Berechnung des Inhalts A der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

$$A = \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} (f(x) - f(0{,}8))\,\mathrm{d}x$$

Lösung zur Aufgabe 2

Raumfahrt

a1) $t = \frac{3{,}7578 \cdot 10^5}{\sqrt{5515}} = 5060{,}12...$

$5060{,}12...\text{ s} = 84{,}33...\text{ min}$

Die Umlaufzeit beträgt rund 84,3 Minuten.

b1) $f(x) = a \cdot x^2 + b$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

$b = 5{,}1$

$f(1{,}8) = 0$ *oder* $0 = a \cdot 1{,}8^2 + 5{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -1{,}5740...$

$f(x) = -1{,}574 \cdot x^2 + 5{,}1$ *(Koeffizient gerundet)*

b2) $A = \int_{\boxed{-0{,}8}}^{\boxed{0{,}8}} (f(x) - f(0{,}8))\,dx$

Aufgabe 3

Inntal-Radweg

a) Auf dem Inntal-Radweg in Tirol beträgt die Entfernung zwischen den Orten Imst und Innsbruck 60 km.

Für alle Weg-Zeit-Funktionen gilt im Folgenden:

t ... Zeit ab 14:00 Uhr in Stunden
$s(t)$ ... Entfernung von Imst zum Zeitpunkt t in km

Alina startet um 14:00 Uhr in Imst und fährt auf dem Inntal-Radweg nach Innsbruck.
Für Alinas zurückgelegten Weg gilt:

$s_A(t) = 24 \cdot t$

1) Berechnen Sie, nach wie vielen Stunden Alina in Innsbruck ankommt.

Benjamin fährt auf dem Inntal-Radweg von Innsbruck nach Imst. Er begegnet dabei Alina um 15:30 Uhr. Benjamin stellt die nachstehende Gleichung auf und löst sie.

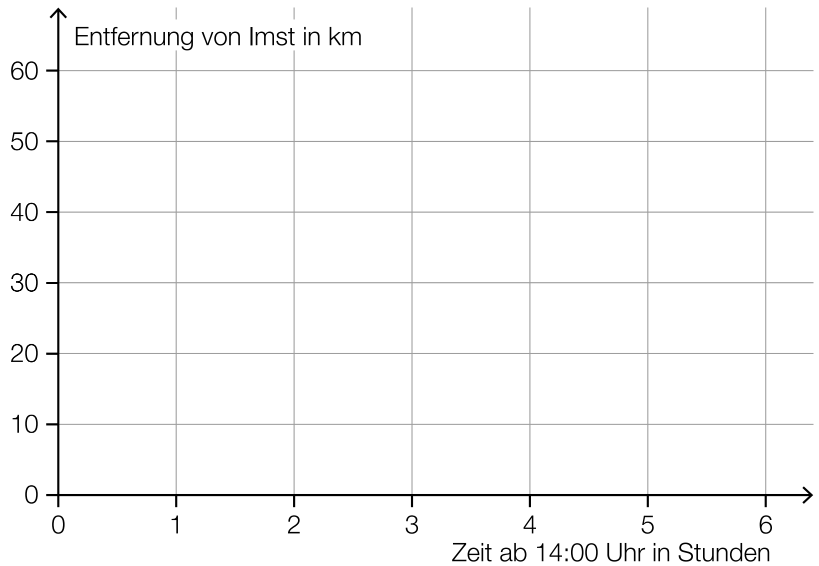
$24 \cdot t = 60 - v \cdot t$

$\Rightarrow \quad v = 16$

2) Interpretieren Sie die Lösung der obigen Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

Désirée startet um 15:00 Uhr in Innsbruck und fährt in Richtung Imst. Sie fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 15 km/h.

3) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Weg-Zeit-Funktion von Désirées Fahrt ein.



Lösung zur Aufgabe 3

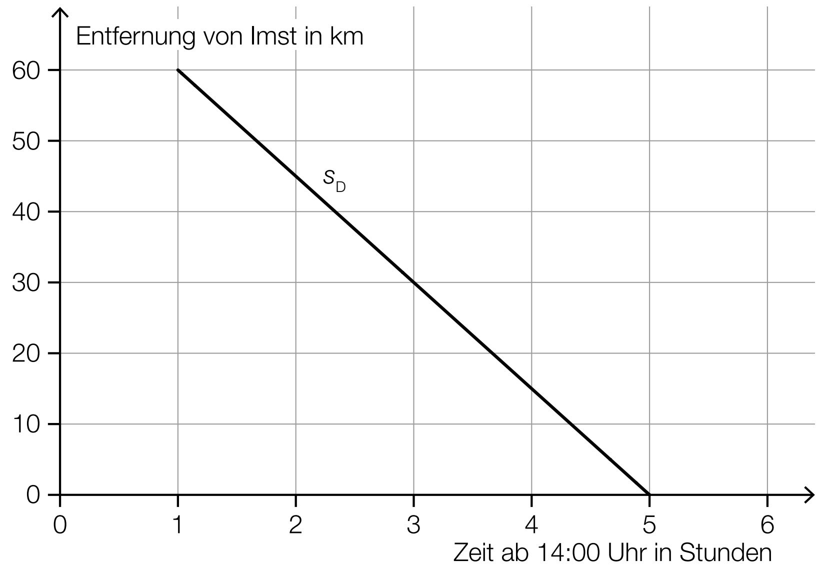
Inntal-Radweg

a1) $24 \cdot t = 60$
$t = 2{,}5$

Alina kommt nach 2,5 Stunden in Innsbruck an.

a2) Benjamins durchschnittliche Geschwindigkeit bis zur Begegnung mit Alina beträgt 16 km/h.

a3) s_D ... Weg-Zeit-Funktion von Désirées Fahrt

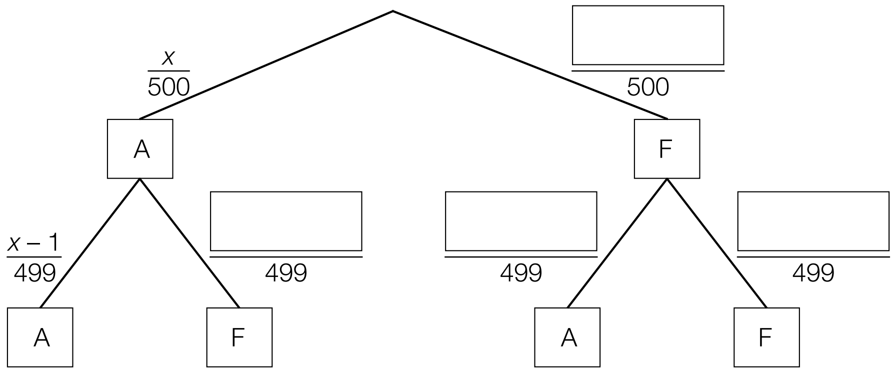


Aufgabe 4

Ameisen

In einer Ameisenkolonie gibt es Ammen (A) und Futtersammlerinnen (F).

a) Ein Forschungsteam hat 500 Ameisen in Ammen und Futtersammlerinnen eingeteilt und entsprechend markiert.
Zu einem bestimmten Zeitpunkt sind unter den 500 Ameisen genau x Ammen. Es werden 2 Ameisen zufällig ausgewählt. (Siehe nachstehendes Baumdiagramm.)



1) Ergänzen Sie im obigen Baumdiagramm die vier unvollständigen Brüche für die Wahrscheinlichkeiten.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = \frac{x}{500} \cdot \frac{x-1}{499}$

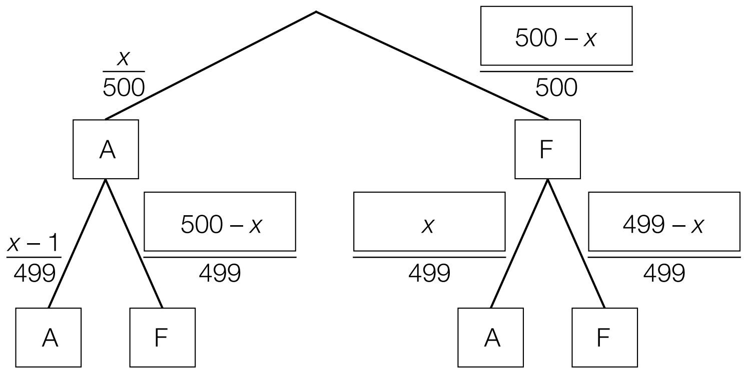
b) Jede Amme wird bis zum nächsten Tag mit einer Wahrscheinlichkeit von 3 % zu einer Futtersammlerin.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 20 zufällig ausgewählten Ammen bis zum nächsten Tag mindestens 2 Ammen zu Futtersammlerinnen geworden sind.

Lösung zur Aufgabe 4

Ameisen

a1)



a2) *E* ... „beide ausgewählten Ameisen sind Ammen“

b1) Binomialverteilung mit $n = 20$, $p = 0{,}03$

X ... Anzahl der Ammen, aus denen Futtersammlerinnen werden

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 2) = 0{,}119...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 12 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Juni 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Spielplatz

Auf einem Spielplatz stehen verschiedene Spielgeräte zur Verfügung.

a) In Abbildung 1 ist eine Wippe abgebildet. In Abbildung 2 ist diese Wippe in einer Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.

Abbildung 1

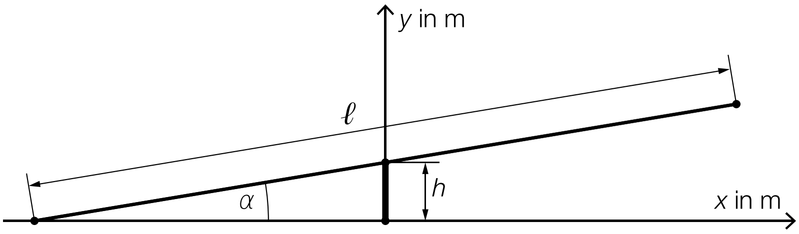


Abbildung 2

Bildquelle: Chabe01 – own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Aire_Jeux_Rives_Menthon_St_Cyr_Menthon_16.jpg [23.12.2021] (adaptiert).

Der Balken hat die Länge ℓ und sein Mittelpunkt befindet sich in der Höhe h.

1) Stellen Sie mithilfe von h und ℓ eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

α = ____

b) Die kreisförmige Sprungfläche eines Trampolins hat einen Flächeninhalt von 5 m^2.

1) Berechnen Sie den Durchmesser der Sprungfläche dieses Trampolins.

c) Eine alte Sandkiste mit quadratischer Grundfläche mit der Seitenlänge a und der Höhe h wird durch eine neue Sandkiste ersetzt.

Diese neue Sandkiste mit quadratischer Grundfläche soll die gleiche Höhe, aber um 50 % größere Seitenlängen als die alte Sandkiste haben.

1) Zeigen Sie, dass das Volumen der neuen Sandkiste <u>nicht</u> doppelt so groß wie jenes der alten Sandkiste ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Spielplatz

a1) $\alpha = \arcsin\left(\frac{h}{\frac{\ell}{2}}\right)$

oder:

$\alpha = \arcsin\left(\frac{2 \cdot h}{\ell}\right)$

b1) $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{5}{\pi}} = 2{,}52...$

Die Sprungfläche hat einen Durchmesser von rund 2,5 m.

c1) $V_{\text{alt}} = a^2 \cdot h$

$V_{\text{neu}} = (1{,}5 \cdot a)^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot a^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot V_{\text{alt}}$

Das Volumen der neuen Sandkiste ist also nicht doppelt so groß wie jenes der alten Sandkiste.

Auch ein Nachweis mit konkreten Zahlen ist als richtig zu werten.

Aufgabe 2

Bierschaum

Nach dem Einschenken von Bier in ein Glas fällt der entstandene Bierschaum langsam wieder in sich zusammen.

a) Thomas misst die Höhe des Bierschaums nach dem Einschenken in ein bestimmtes Glas. In der nachstehenden Tabelle sind seine Messergebnisse angegeben.

Zeit nach dem Einschenken in s	0	20	60
Höhe des Bierschaums in cm	4	2,5	2

1) Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Höhe des Bierschaums für die ersten 60 Sekunden nach dem Einschenken. Geben Sie das Ergebnis mit der dazugehörigen Einheit an.

Die Höhe des Bierschaums soll durch eine Exponentialfunktion h der Form $h(t) = a \cdot b^t$ beschrieben werden.

t ... Zeit nach dem Einschenken in s
$h(t)$ ... Höhe des Bierschaums zum Zeitpunkt t in cm

2) Zeigen Sie, dass es keine Exponentialfunktion h dieser Form gibt, auf deren Graphen alle 3 Messergebnisse liegen.

b) Martin beschreibt die Höhe des Bierschaums nach dem Einschenken in ein anderes Glas durch die Funktion f (siehe unten stehende Abbildungen).

1) Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung 2 den Graphen von f'.

Abbildung 1

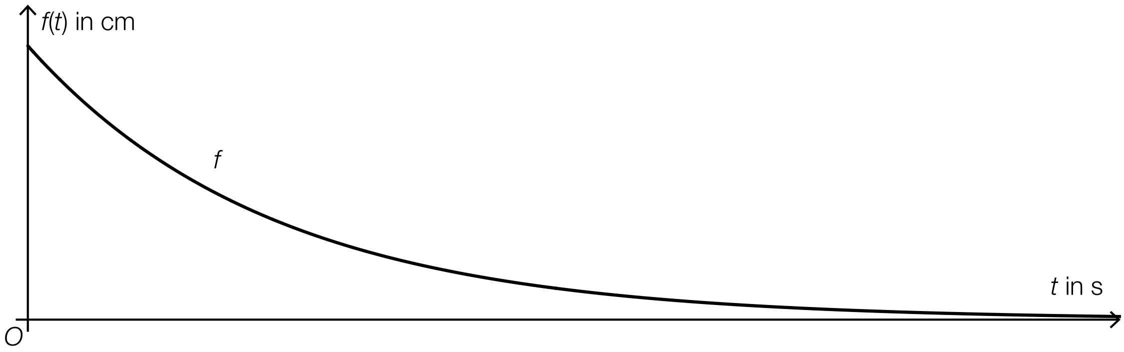


Abbildung 2

Lösung zur Aufgabe 2

Bierschaum

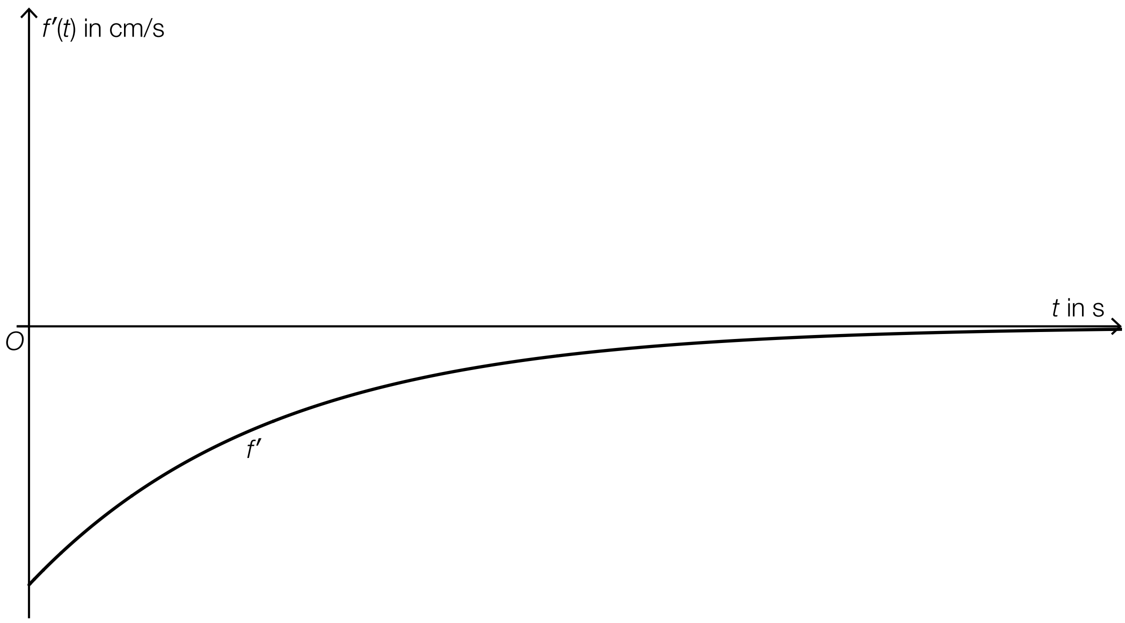
a1) $\frac{2-4}{60-0} = -0{,}0\dot{3}$
Die mittlere Änderungsrate beträgt rund –0,03 cm/s.

a2) $4 \cdot b^{20} = 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[20]{\frac{2{,}5}{4}} = 0{,}976...$

$4 \cdot b^{60} = 2 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[60]{\frac{2}{4}} = 0{,}988...$

Da die Änderungsfaktoren nicht gleich sind, gibt es keine Exponentialfunktion dieser Form, auf deren Graphen alle 3 Messergebnisse liegen.

b1)



Der Graph muss monoton steigend und negativ gekrümmt sein und sich asymptotisch der horizontalen Achse nähern.

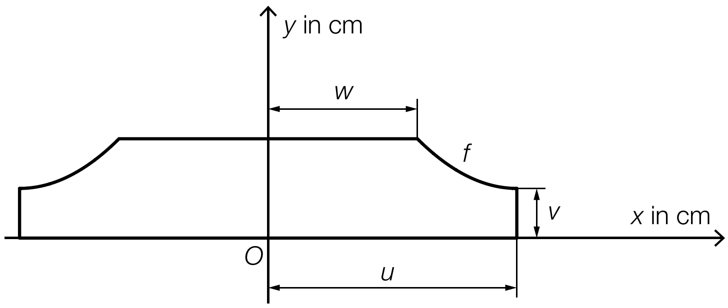
Aufgabe 3

Rohrabdeckung

a) In der nebenstehenden Abbildung ist das Bild einer Rohrabdeckung für zwei Heizungsrohre dargestellt.

Bildquelle: BMBWF

In der nachstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche dieser Rohrabdeckung in der Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.



Ein Teil der Begrenzungslinie des Querschnitts kann durch den Graphen der quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ modelliert werden.

Der Scheitelpunkt der Funktion f hat die Koordinaten $(u \mid v)$.
Der Steigungswinkel an der Stelle w beträgt –45°.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c. Verwenden Sie dabei u, v und w.

2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$\int_w^u f(x)\,\mathrm{d}x$$

Für eine bestimmte Rohrabdeckung mit $u = 5$ gilt:

$f(x) = 0{,}25 \cdot x^2 - 2{,}5 \cdot x + 8{,}75$ mit $w \leq x \leq u$

3) Berechnen Sie für diese Rohrabdeckung die Länge v.

Lösung zur Aufgabe 3

Rohrabdeckung

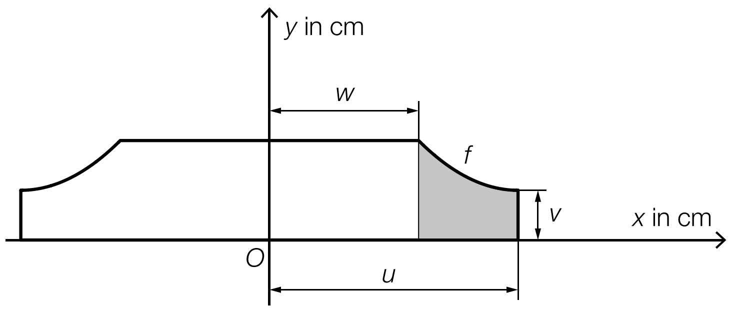
a1) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(u) = v$
II: $f'(u) = 0$
III: $f'(w) = -1$

oder:

I: $a \cdot u^2 + b \cdot u + c = v$
II: $2 \cdot a \cdot u + b = 0$
III: $2 \cdot a \cdot w + b = -1$

a2)



a3) $f(5) = 2{,}5$

Die Länge v beträgt 2,5 cm.

Aufgabe 4

Paketdienste

Aufgrund des stark zunehmenden Online-Handels nutzen immer mehr Menschen Paketdienste.

a) Zur Meldung von Problemen mit Paketdiensten gibt es eigene Beschwerdestellen.
Aufgrund langfristiger Beobachtungen ist bekannt, dass bei einer solchen Beschwerdestelle 11 % aller Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten erfolgen.

An einem bestimmten Tag gehen insgesamt 42 Beschwerden unabhängig voneinander ein.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 8 dieser 42 Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten erfolgen.

b) Für jeden Paketdienst ist die *Erstzustellquote* eine wichtige Größe.
Die Erstzustellquote entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Paket beim ersten Versuch zugestellt werden kann. Bei einem bestimmten Paketdienst beträgt die Erstzustellquote 90 %.

Eine Paketfahrerin soll n Pakete zustellen.

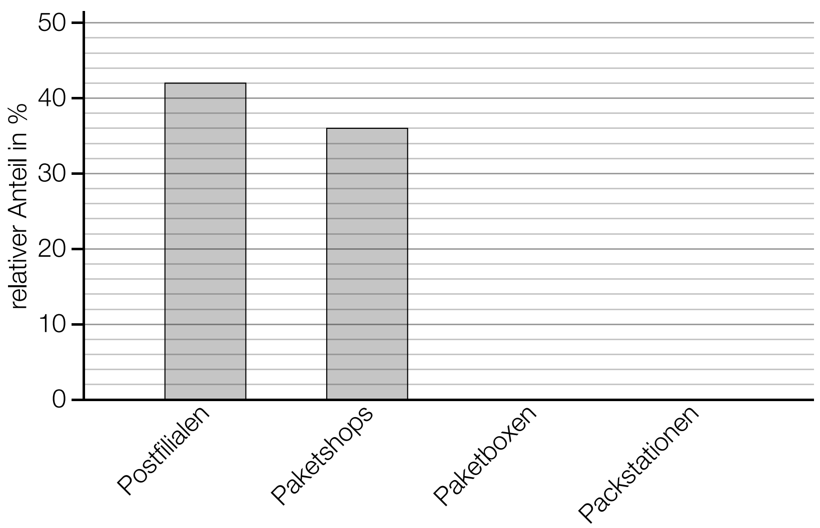
1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}9^n$

c) Mit einem bestimmten Paketdienst konnten im Jahr 2020 von insgesamt 31 200 Abgabestellen Pakete versendet werden.

Diese 31 200 Abgabestellen setzten sich aus 13 104 Postfilialen, 11 232 Paketshops, 624 Paketboxen und einer bestimmten Anzahl an Packstationen zusammen.

1) Ergänzen Sie die zwei fehlenden Säulen im nachstehenden Säulendiagramm.



Lösung zur Aufgabe 4

Paketdienste

a1) X ... Anzahl der Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten

Binomialverteilung mit $n = 42$, $p = 0{,}11$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

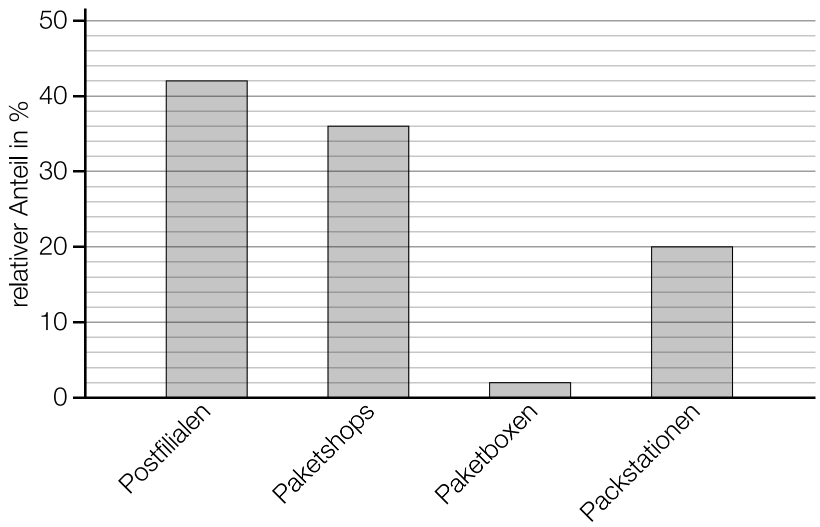
$P(X = 8) = 0{,}0481...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 4,8 %.

b1) E ... „die Paketfahrerin kann von diesen n Paketen mindestens 1 Paket nicht beim ersten Versuch zustellen“

c1) $\frac{624}{31\,200} = 0{,}02$

$\frac{31\,200 - 13\,104 - 11\,232 - 624}{31\,200} = 0{,}2$



Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Juni 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 6
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Streaming

a) Im Jahr 2018 betrug die weltweit benötigte Datenmenge für Online-Videos $907 \cdot 10^6$ Terabyte (TB).
Diese Datenmenge soll in der Einheit Megabyte (MB) angegeben werden.

1) Tragen Sie die fehlende Hochzahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

$907 \cdot 10^6$ TB = $9{,}07 \cdot 10^{\boxed{}}$ MB

b) Ein Streaming-Anbieter verleiht Filme. Für die Verleihgebühr pro Film gibt es die drei verschiedenen Tarife *A*, *B* und *C*.

Daniela leiht sich 6 Filme zum Tarif *A*, 18 Filme zum Tarif *B* und 2 Filme zum Tarif *C* aus und bezahlt dafür € 50,96.
Der Tarif *A* ist um € 2,65 teurer als der Tarif *C*.
Der Tarif *A* ist 5-mal so teuer wie der Tarif *B*.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Verleihgebühr pro Film für die Tarife *A*, *B* und *C*.

c) Im Jahr 2017 hatte ein bestimmter Anbieter von Musik-Streaming rund 45 Millionen Abos.
1 Abo kostete dabei im Durchschnitt € 24 pro Jahr.
Für das Jahr 2025 wird mit 110 % mehr Abos als 2017 gerechnet, wobei jedes Abo um 16 % weniger kostet als im Jahr 2017.

1) Berechnen Sie die voraussichtlichen gesamten Einnahmen aus Abos im Jahr 2025.

Lösung zur Aufgabe 1

Streaming

a1) $907 \cdot 10^6$ TB $= 9{,}07 \cdot 10^{\boxed{14}}$ MB

b1) a ... Verleihgebühr pro Film im Tarif A
b ... Verleihgebühr pro Film im Tarif B
c ... Verleihgebühr pro Film im Tarif C

$6 \cdot a + 18 \cdot b + 2 \cdot c = 50{,}96$
$a - 2{,}65 = c$
$a = 5 \cdot b$

c1) $45 \cdot 2{,}1 \cdot 24 \cdot 0{,}84 = 1\,905{,}12$

Die gesamten Einnahmen aus Abos im Jahr 2025 betragen 1 905,12 Millionen Euro.

Aufgabe 2

Drohnenflug

a) Die Funktion v beschreibt näherungsweise die Geschwindigkeit einer bestimmten Drohne im Zeitintervall $[t_1; t_2]$.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der mittleren Beschleunigung a der Drohne im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ auf.

$a =$ ______________________________

b) Die Funktion f beschreibt die Geschwindigkeit einer anderen Drohne.

$f(t) = 30 - 30 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t}$ mit $0 \leq t \leq 60$

t ... Zeit ab dem Start der Drohne in s
$f(t)$ ... Geschwindigkeit der Drohne zum Zeitpunkt t in m/s

1) Zeigen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion f streng monoton steigend ist.

2) Berechnen Sie den zurückgelegten Weg dieser Drohne im Zeitintervall [0; 60].

Lösung zur Aufgabe 2

Drohnenflug

a1) $a = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$

b1) $f'(t) = 1{,}2 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t}$

Die Funktion *f* ist streng monoton steigend, da die 1. Ableitung für alle $0 \leq t \leq 60$ positiv ist.

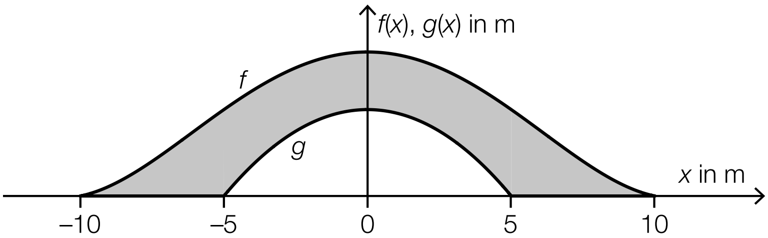
b2) $\int_0^{60} (30 - 30 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t})\,\mathrm{d}t = 1\,118{,}0...$

Die Drohne legt im Zeitintervall [0; 60] rund 1 118 m zurück.

Aufgabe 3

Brücke

In einem Park wird eine Brücke über einen Fluss gebaut. Diese Brücke ist in der unten stehenden Abbildung in der Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.
Die obere Begrenzungslinie kann im Intervall [–10; 10] durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden, die untere Begrenzungslinie kann im Intervall [–5; 5] durch den Graphen der Funktion g beschrieben werden.



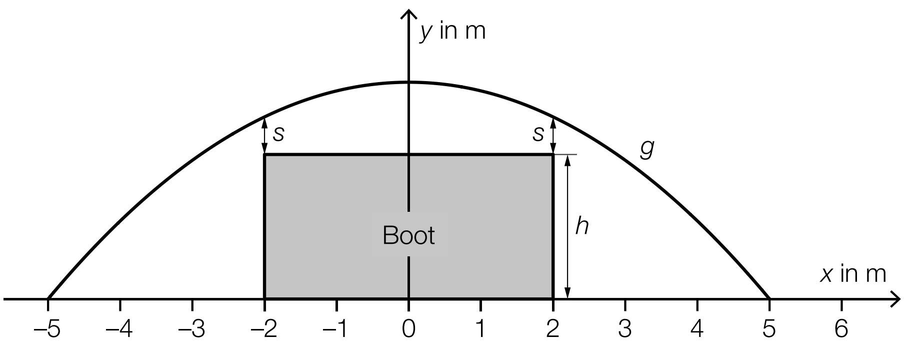
a) Die Funktion f hat im dargestellten Bereich genau 2 Wendepunkte.
Jemand möchte eine Gleichung der Funktion f aufstellen.

1) Begründen Sie, warum f keine Polynomfunktion 3. Grades sein kann.

b) 1) Stellen Sie mithilfe von f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

A = ____

c) Ein 4 m breites Boot fährt mittig unter der Brücke durch (siehe nachstehende modellhafte Abbildung).



Für die Funktion g gilt:

$g(x) = -0{,}12 \cdot x^2 + 3$

Der Abstand bei der Durchfahrt beträgt s = 40 cm (siehe obige Abbildung).

1) Berechnen Sie h.

Lösung zur Aufgabe 3

Brücke

a1) Eine Polynomfunktion 3. Grades hat genau 1 Wendepunkt, *f* hat aber 2 Wendepunkte.

b1) $A = \int_{-10}^{10} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-5}^{5} g(x)\,\mathrm{d}x$

oder:

$A = 2 \cdot \left(\int_{0}^{10} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{0}^{5} g(x)\,\mathrm{d}x\right)$

c1) $g(2) = 2{,}52$

$h = 2{,}52\text{ m} - 0{,}4\text{ m} = 2{,}12\text{ m}$

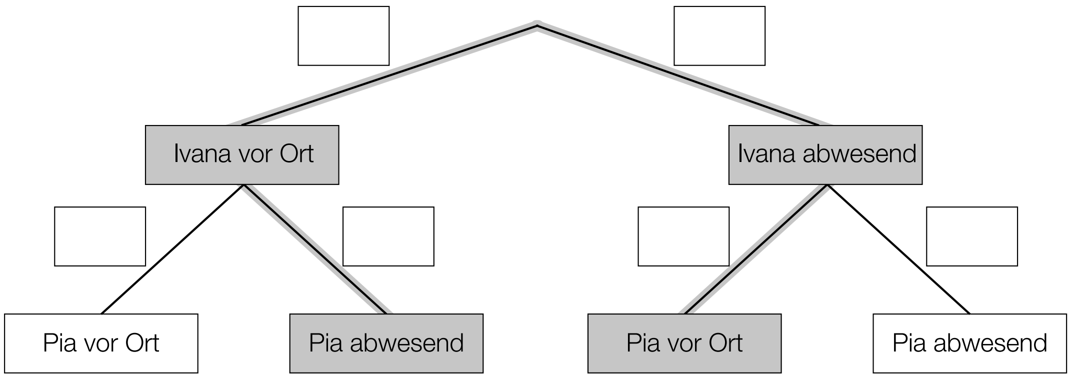
Aufgabe 4

Rechenzentrum

a) In einem Rechenzentrum sind zwei Servicetechnikerinnen beschäftigt, die aber nicht an jedem Arbeitstag gleichzeitig anwesend sind.

Ivana ist an einem zufällig ausgewählten Arbeitstag mit der Wahrscheinlichkeit 5 % abwesend. Pia ist unabhängig davon an einem zufällig ausgewählten Arbeitstag mit der Wahrscheinlichkeit p abwesend.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



2) Beschreiben Sie ein Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mithilfe der im obigen Baumdiagramm grau markierten Äste berechnet werden kann.

b) In einem Rechenzentrum gibt es 5 Server.

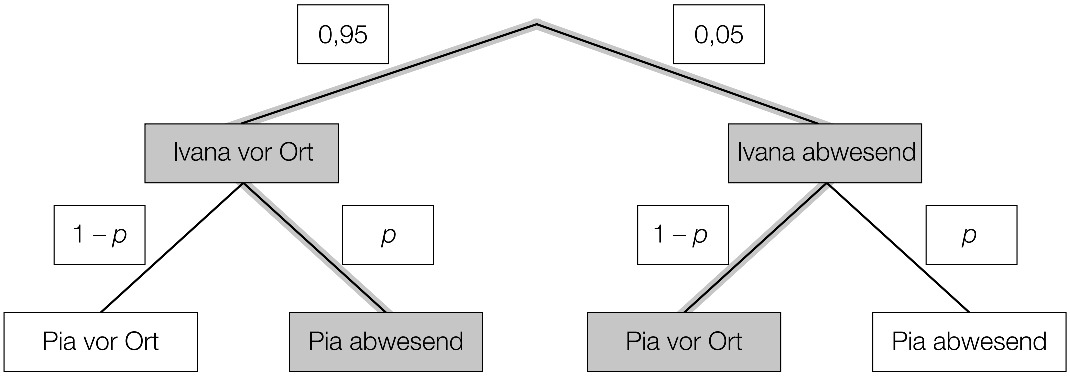
Jeder dieser Server fällt an einem zufällig ausgewählten Tag unabhängig von den anderen Servern mit einer Wahrscheinlichkeit von 4,5 % aus.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass an einem zufällig ausgewählten Tag genau 2 der 5 Server ausfallen.

Lösung zur Aufgabe 4

Rechenzentrum

a1)



a2) An einem zufällig ausgewählten Arbeitstag ist genau 1 der beiden Technikerinnen (entweder Ivana oder Pia) vor Ort.

b1) Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = 0{,}045$

X ... Anzahl der ausgefallenen Server

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X = 2) = 0{,}0176...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 1,8 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Die Kreiszahl π

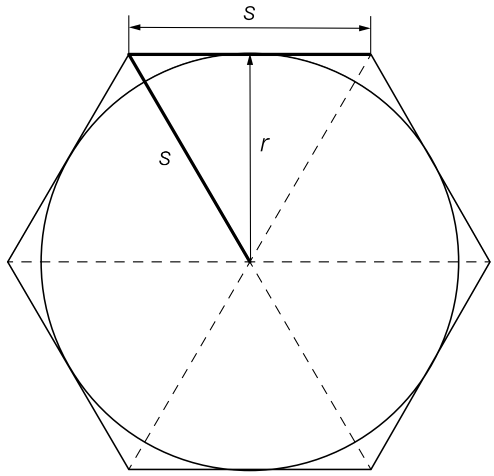
Im Laufe der Geschichte wurden verschiedene Methoden eingesetzt, um die Kreiszahl $\pi = 3{,}141...$ möglichst genau zu bestimmen.

a) Im ältesten bekannten Rechenbuch der Welt *(Papyrus Rhind)* ist für die Kreiszahl der folgende Näherungswert π_N angegeben:

$$\pi_N = \left(\frac{16}{9}\right)^2$$

1) Berechnen Sie die prozentuelle Abweichung des Näherungswerts π_N von der Kreiszahl π.

b) Bei einer anderen Methode wird der Umfang eines Kreises mit dem Radius r durch den Umfang eines umgeschriebenen Sechsecks angenähert (siehe nebenstehende Abbildung).

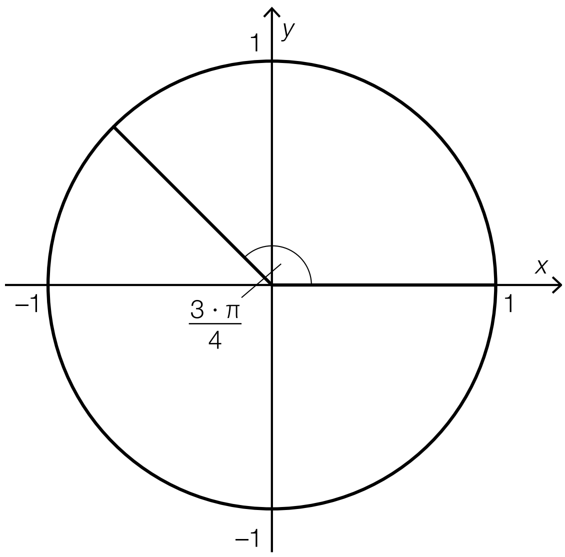


1) Stellen Sie mithilfe von r eine Formel zur Berechnung des Umfangs u des umgeschriebenen Sechsecks auf.

u = ____

c) 1) Veranschaulichen Sie im nachstehenden Einheitskreis den Winkel α mit $\alpha \neq \frac{3 \cdot \pi}{4}$, für den gilt:

$$\sin\left(\frac{3 \cdot \pi}{4}\right) = \sin(\alpha)$$



Lösung zur Aufgabe 1

Die Kreiszahl π

a1) $\frac{\pi_N - \pi}{\pi} = \frac{0{,}0189...}{3{,}1415...} = 0{,}0060...$

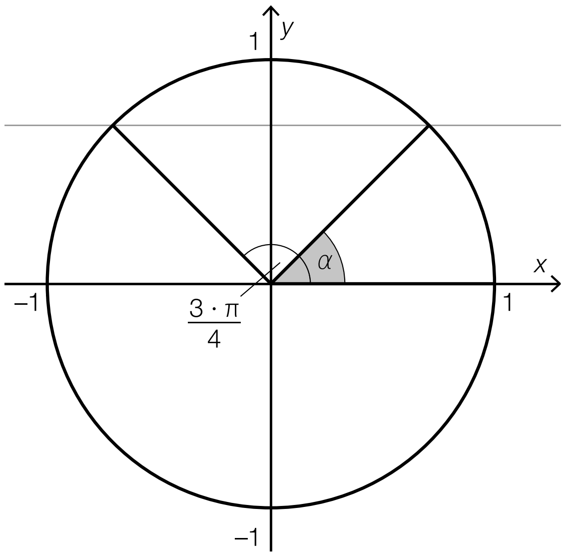
Die prozentuelle Abweichung des Näherungswerts von der Kreiszahl π beträgt rund 0,6 %.

b1) $s^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + r^2$

$s = \frac{2 \cdot r}{\sqrt{3}}$

$u = 6 \cdot s = \frac{12 \cdot r}{\sqrt{3}}$

c1)



Aufgabe 2

Autofahrt

a) In der nachstehenden Abbildung ist die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit für eine bestimmte Autofahrt in einem Zeitraum von 15 s dargestellt.

Der zurückgelegte Weg in den ersten 5 s ist gleich lang wie der zurückgelegte Weg in den darauffolgenden 10 s.

1) Stellen Sie mithilfe von v_0 und v_1 eine Gleichung auf, die diesen Sachverhalt richtig beschreibt.

b) Für eine andere Autofahrt kann die Geschwindigkeit näherungsweise durch die Funktion v_A beschrieben werden.

$v_A(t) = 70 \cdot t^3 - 260 \cdot t^2 + 230 \cdot t + 80 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 1{,}5$

t ... Zeit in h
$v_A(t)$ ... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in km/h

1) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit bei dieser Autofahrt.

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$v_A'(0) = 230$

Lösung zur Aufgabe 2

Autofahrt

a1) $\frac{(v_0 + v_1) \cdot 5}{2} = 10 \cdot v_1$

b1) $v_A'(t) = 210 \cdot t^2 - 520 \cdot t + 230$
$v_A'(t) = 0$ *oder* $210 \cdot t^2 - 520 \cdot t + 230 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 0{,}57...$ $(t_2 = 1{,}89...)$
$v_A(t_1) = 139{,}59...$
Die maximale Geschwindigkeit beträgt rund 140 km/h.

b2) Die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit (Beschleunigung) zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt 230 km/h².

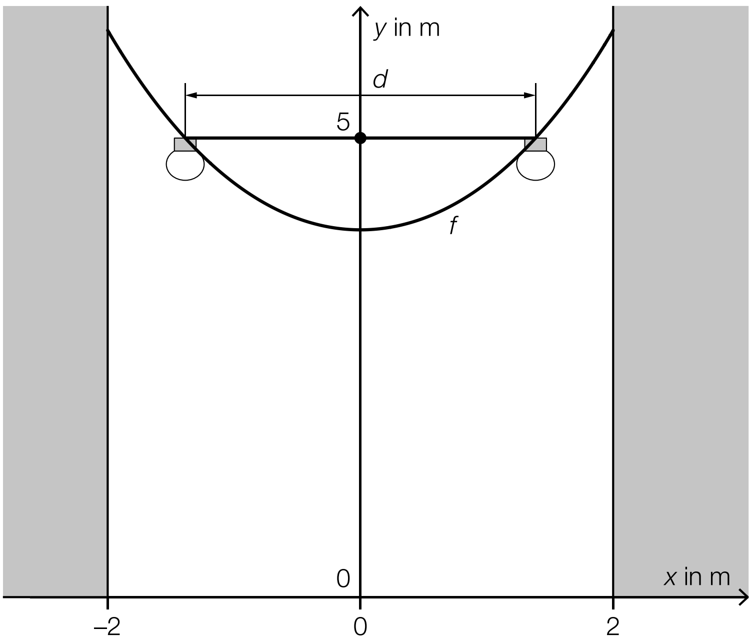
Aufgabe 3

Lichterkette

a) Zwischen zwei Häusern wird eine Lichterkette angebracht. Diese Häuser haben einen Abstand von 4 m.
Der Verlauf der Lichterkette wird in einem bestimmten Modell durch den Graphen der Funktion *f* beschrieben. Der Graph von *f* ist symmetrisch zur *y*-Achse.
(Siehe nachstehende Abbildung.)

$f(x) = 2 \cdot \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}\right)$ mit $-2 \leq x \leq 2$

x ... horizontale Koordinate in m
f(*x*) ... Höhe der Lichterkette über dem Boden an der Stelle *x* in m



In einer Höhe von 5 m über dem Boden werden zwei Lampen angebracht (siehe obige Abbildung).

1) Berechnen Sie den Abstand *d* dieser beiden Lampen.

Karl berechnet die 1. Ableitung der Funktion *f* fälschlicherweise mit $f'(x) = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}$.

2) Beschreiben Sie den Fehler, den Karl bei seiner Berechnung gemacht hat.

Der Verlauf der Lichterkette wird in einem anderen Modell durch den Graphen der quadratischen Funktion *p* mit $p(x) = a \cdot x^2 + b$ beschrieben. Dabei sollen die Funktionswerte von *p* an den Stellen 0 und 2 mit jenen der Funktion *f* übereinstimmen.

3) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten *a* und *b*.

Lösung zur Aufgabe 3

Lichterkette

a1) $f(x) = 5$ *oder* $2 \cdot \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}\right) = 5$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = -1,38...$; $x_2 = 1,38...$
$x_2 - x_1 = 2,77...$

Der Abstand zwischen den beiden Lampen beträgt rund 2,8 m.

a2) Bei der inneren Ableitung von $e^{-\frac{x}{2}}$ hat Karl vergessen, das Minus zu berücksichtigen.

a3) $p(0) = 4$
$p(2) = 6,17...$

I: $p(0) = f(0)$
II: $p(2) = f(2)$

oder:

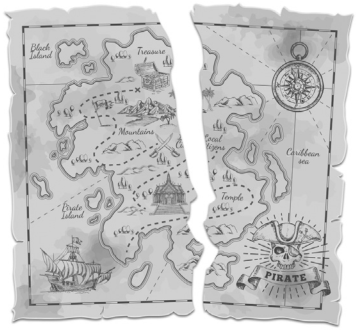
I: $a \cdot 0^2 + b = 4$
II: $a \cdot 2^2 + b = 6,17...$

Aufgabe 4

Schatztruhen

Bei einem bestimmten Spiel können Schatztruhen geöffnet werden.

a) In jeder Schatztruhe befindet sich genau einer von zwei verschiedenen Teilen einer Schatzkarte, mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % ein Teil *A* und mit einer Wahrscheinlichkeit von 40 % ein Teil *B*.



Bildquelle: https://img.freepik.com/vektoren-kostenlos/handgezeichnete-illustration-der-piratenschatzkarte_1284-37182.jpg [04.04.2022] (adaptiert).

1) Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}6^2 = 0{,}64$

Bei diesem Spiel werden so lange Schatztruhen geöffnet, bis man jeweils mindestens 1-mal einen Teil *A* und einen Teil *B* erhalten hat. Dann ist das Spiel beendet.
(Sobald man die zwei Teile *A* und *B* erhalten hat, kann keine weitere Schatztruhe mehr geöffnet werden.)

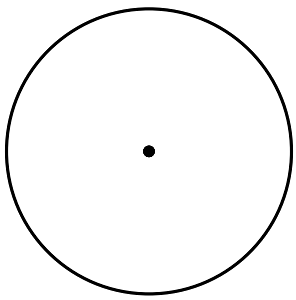
2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel nach dem Öffnen von genau 3 Schatztruhen beendet ist.

b) Die nachstehende Tabelle zeigt für insgesamt 100 Spieler/innen die Anzahl der jeweils am Spielende geöffneten Schatztruhen.

Anzahl der jeweils am Spielende geöffneten Schatztruhen	2	3	4	5	6	7	8
Anzahl der Spieler/innen	53	27	8	7	3	1	1

Es soll ein Kreisdiagramm für die Kategorien „2 geöffnete Schatztruhen“, „3 geöffnete Schatztruhen“ und „mehr als 3 geöffnete Schatztruhen“ erstellt werden.

1) Zeichnen Sie in den nachstehenden Kreis die entsprechenden Sektoren ein.



Lösung zur Aufgabe 4

Schatztruhen

a1) E ... „bei 2 geöffneten Schatztruhen enthält mindestens 1 Schatztruhe einen Teil B“

oder

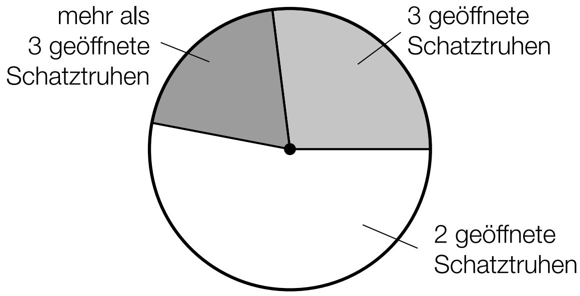
E ... „bei 2 geöffneten Schatztruhen enthalten nicht beide Schatztruhen einen Teil A“

a2) X ... Anzahl geöffneter Schatztruhen, nach denen das Spiel beendet ist

$P(X = 3) = 0{,}4^2 \cdot 0{,}6 + 0{,}6^2 \cdot 0{,}4 = 0{,}24$

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel nach dem Öffnen von genau 3 Schatztruhen beendet ist, beträgt 24 %.

b1)



Winkel für den Sektor „2 geöffnete Schatztruhen“: 190,8°
Winkel für den Sektor „3 geöffnete Schatztruhen“: 97,2°
Winkel für den Sektor „mehr als 3 geöffnete Schatztruhen“: 72°

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

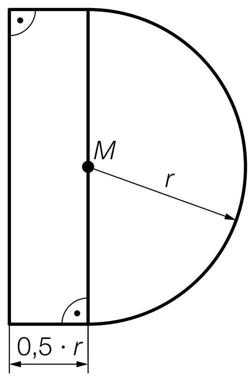
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Bewegungsmelder

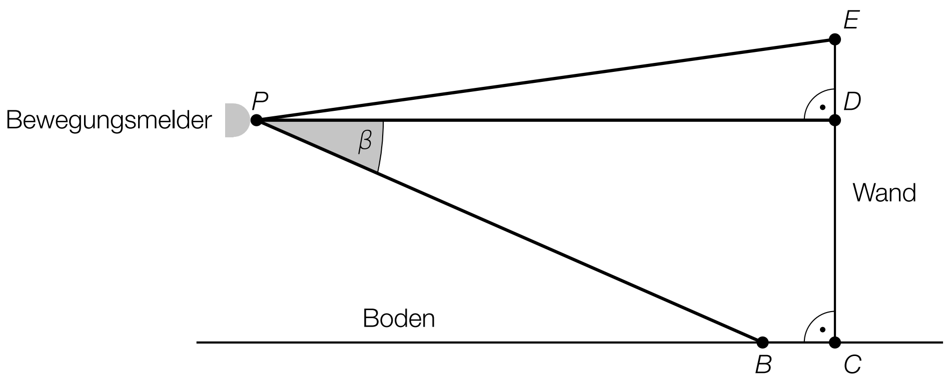
a) In der nachstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche eines Bewegungsmelders modellhaft dargestellt.



1) Stellen Sie mithilfe von r eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der Querschnittsfläche dieses Bewegungsmelders auf.

$A =$ ____

b) In der nachstehenden Abbildung ist derjenige Bereich, der von einem bestimmten Bewegungsmelder erfasst wird, in der Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.



1) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α, der mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$\cos(\alpha) = \frac{\overline{PD}}{\overline{PE}}$

Es gilt:
$\beta = 17{,}2°$, $\overline{PD} = 8$ m, $\overline{BC} = 1$ m

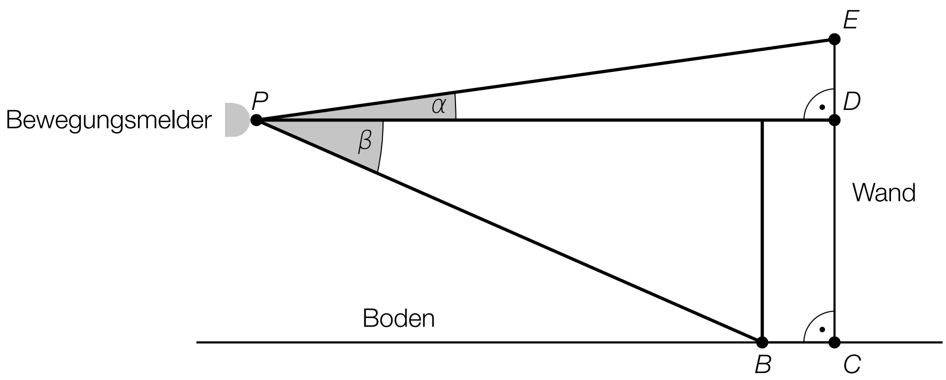
2) Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{CD}$.

Lösung zur Aufgabe 1

Bewegungsmelder

a1) $A = 2 \cdot r \cdot 0{,}5 \cdot r + \frac{r^2 \cdot \pi}{2} = r^2 + \frac{r^2 \cdot \pi}{2}$

b1)



b2) $\tan(\beta) = \frac{\overline{CD}}{\overline{PD} - \overline{BC}}$

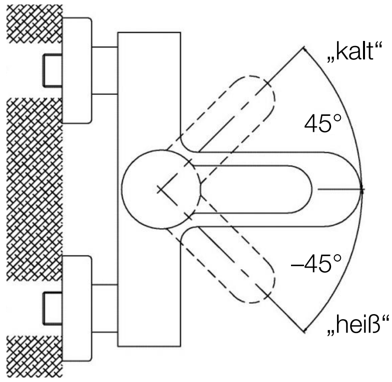
$\overline{CD} = \tan(17{,}2°) \cdot 7$

$\overline{CD} = 2{,}16...\text{ m}$

Aufgabe 2

Mischbatterie

a) Die zwei nachstehenden Abbildungen zeigen eine Mischbatterie sowie die zwei Stellungen „heiß“ und „kalt“ des Hebels dieser Mischbatterie.



Bildquelle: Calmwaters, https://www.calmwaters.de/p/calmwaters-modern-soft-13pz2553-654 [09.02.2022] (adaptiert).

In der Stellung „kalt“ (α = 45°) beträgt die Wassertemperatur 10 °C.
In der Stellung „heiß“ (α = –45°) beträgt die Wassertemperatur 60 °C.

Die Wassertemperatur soll in Abhängigkeit vom Winkel α im Intervall [–45°; 45°] durch die lineare Funktion T beschrieben werden.

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion T auf.

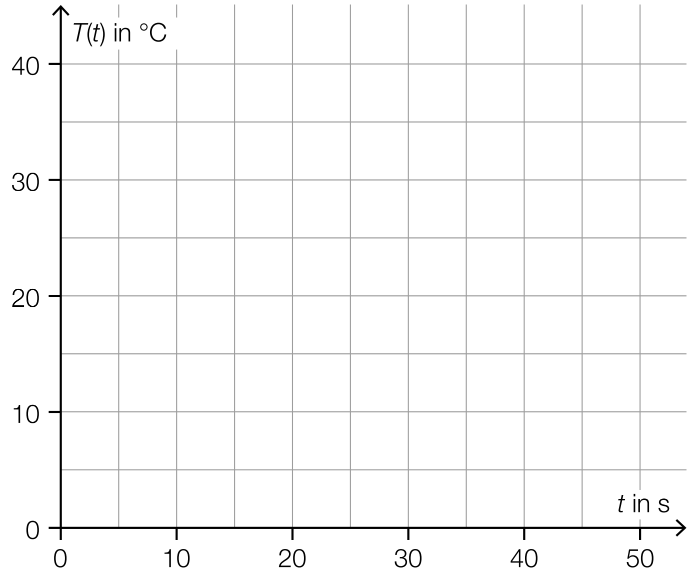
b) In Duscharmaturen ist häufig ein Thermostat eingebaut, um die gewünschte Wassertemperatur möglichst schnell zu erreichen. Eine bestimmte Duscharmatur ist anfangs auf eine Wassertemperatur von 40 °C eingestellt.

Die Wassertemperatur lässt sich in Abhängigkeit von der Zeit nach dem Aufdrehen des Wassers näherungsweise durch die Funktion T beschreiben.

$T(t) = 40 - 20 \cdot 0{,}87^t$

t ... Zeit nach dem Aufdrehen des Wassers in s
$T(t)$ ... Wassertemperatur zum Zeitpunkt t in °C

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von T ein.



2) Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$\frac{T(t_1) - 20}{t_1 - 0}$

Lösung zur Aufgabe 2

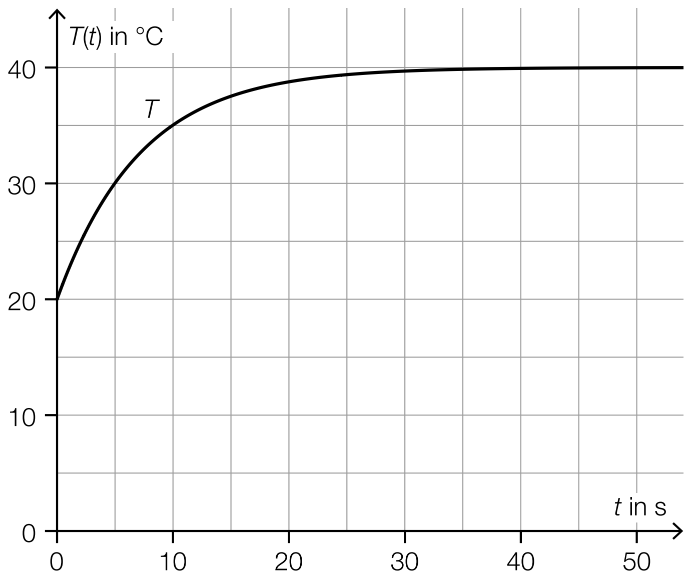
Mischbatterie

a1) $T(\alpha) = k \cdot \alpha + d$
$T(45) = 10$
$T(-45) = 60$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$d = 35,\ k = -0{,}555...$
$T(\alpha) = -0{,}56 \cdot \alpha + 35$ *(Koeffizient gerundet)*

b1)



b2) Mit diesem Ausdruck wird die mittlere Änderungsrate der Wassertemperatur im Zeitintervall $[0; t_1]$ in °C pro Sekunde berechnet.

Aufgabe 3

Blutzucker

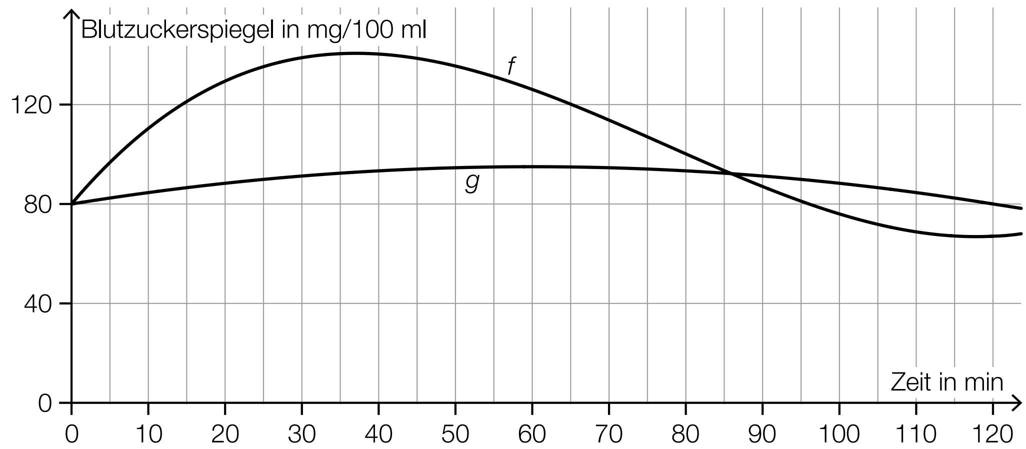
a) Die Funktion f beschreibt näherungsweise den zeitlichen Verlauf des Blutzuckerspiegels einer bestimmten Person, die ein Stück Traubenzucker einnimmt.

$f(t) = 0{,}00028 \cdot t^3 - 0{,}065 \cdot t^2 + 3{,}66 \cdot t + 80 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 120$

t ... Zeit nach der Einnahme in min
$f(t)$ ... Blutzuckerspiegel zum Zeitpunkt t in mg/100 ml

1) Berechnen Sie den maximalen Blutzuckerspiegel im Zeitintervall [0; 120].

In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der Funktion f und der Verlauf des Blutzuckerspiegels nach der Einnahme einer bestimmten Menge an Kidneybohnen durch den Graphen der Funktion g dargestellt.



Der glykämische Index G von Kidneybohnen entspricht dem relativen Anteil des Flächeninhalts unter dem Graphen von g im Intervall [0; 120] bezogen auf den Flächeninhalt unter dem Graphen von f im Intervall [0; 120].

2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des glykämischen Index G auf.

$G =$ ____________________

Bei einem Blutzuckerspiegel von unter 80 mg/100 ml stellt sich ein Hungergefühl ein. Dieses tritt nach der Einnahme von Traubenzucker früher auf als nach der Einnahme von Kidneybohnen.

3) Lesen Sie aus der obigen Abbildung diesen Zeitunterschied ab.

Lösung zur Aufgabe 3

Blutzucker

a1) $f'(t) = 0$ *oder* $0{,}00084 \cdot t^2 - 0{,}13 \cdot t + 3{,}66 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 36{,}99...$ ($t_2 = 117{,}76...$)
$f(36{,}99...) = 140{,}6...$

Der maximale Blutzuckerspiegel beträgt rund 141 mg/100 ml.

a2) $G = \dfrac{\int_0^{120} g(t)\,\mathrm{d}t}{\int_0^{120} f(t)\,\mathrm{d}t}$

a3) Der Zeitunterschied beträgt 24 min.
Toleranzbereich: [23; 25]

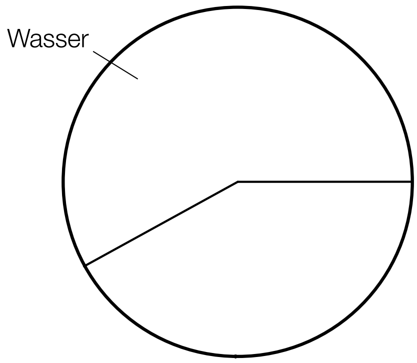
Aufgabe 4

Menü

In einem bestimmten Restaurant besteht ein Menü aus Vorspeise, Hauptspeise und Nachspeise.

a) Als Vorspeise gibt es ein Gericht mit Mozzarella.
Die gesamte Masse des verwendeten Mozzarellas besteht zu 58 % aus Wasser. Die verbleibende Masse ist die sogenannte *Trockenmasse*.
Die Trockenmasse besteht zu 50 % aus Fett, zu 40 % aus Eiweiß und zu 10 % aus anderen Verbindungen.

1) Zeichnen Sie im nebenstehenden Kreisdiagramm den Sektor für den Anteil von Eiweiß an der Gesamtmasse ein.



b) Als Hauptspeise gibt es ein Soufflé. In der Restaurantküche weiß man, dass jedes Soufflé unabhängig von den anderen Soufflés mit der Wahrscheinlichkeit p gelingt.

1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„von 10 Soufflés gelingt mindestens 1 Soufflé <u>nicht</u>") = ____________________

c) Als Nachspeise für mehrere Personen gibt es 4 Zwetschkenknödel und 6 Marillenknödel, die in einer Pfanne serviert werden. Die beiden Knödelsorten sind äußerlich nicht unterscheidbar.

Karin nimmt sich aus der Pfanne 3 Knödel und gibt sie auf ihren Teller.

1) Ordnen Sie den beiden Ereignissen jeweils die zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu.

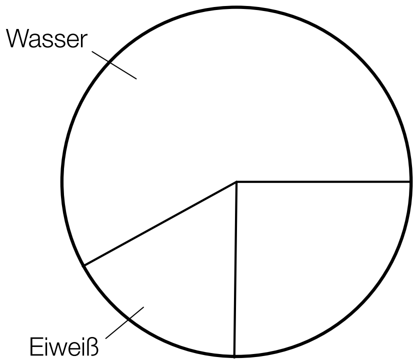
Karin hat auf ihrem Teller mindestens 1 Zwetschkenknödel.	
Karin hat auf ihrem Teller genau 2 Marillenknödel.	

A	$1 - \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8}$
B	$3 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8}$
C	$3 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8}$
D	$1 - \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8}$

Lösung zur Aufgabe 4

Menü

a1)



Der Winkel des Sektors „Eiweiß" beträgt rund 60,5°.

b1) P(„von 10 Soufflés gelingt mindestens 1 Soufflé <u>nicht</u>") = $1 - p^{10}$

c1)

Karin hat auf ihrem Teller mindestens 1 Zwetschkenknödel.	A
Karin hat auf ihrem Teller genau 2 Marillenknödel.	B

A	$1 - \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8}$
B	$3 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8}$
C	$3 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8}$
D	$1 - \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8}$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Niagara-Wasserfälle

a) An einem bestimmten Tag fließt über die Niagara-Wasserfälle pro Sekunde eine Wassermenge von rund 2,2 Millionen Litern.

1) Ergänzen Sie in der nachstehenden Umrechnung die fehlende Zahl.

$2{,}2 \cdot 10^6$ L/s = ________________________________ m^3/h

b) Die Niagara-Wasserfälle können mit einem Ausflugsschiff besucht werden.
Eine Fahrt mit dem Ausflugsschiff kostet für einen Erwachsenen 19,25 US-Dollar ($) und für ein Kind 11,20 $.

Bei einer bestimmten Fahrt sind *e* Erwachsene und *k* Kinder an Bord. Das sind insgesamt 100 Passagiere.
Die Gesamteinnahmen bei dieser Fahrt betragen 1.707,65 $.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von *e* und *k*.

Bei einer anderen Fahrt sind *a* Erwachsene und *b* Kinder auf dem Ausflugsschiff.

Für die Einnahmen bei dieser Fahrt gilt:

$19{,}25 \cdot a = 2 \cdot 11{,}20 \cdot b$

2) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Die Einnahmen durch die Kinder sind doppelt so hoch wie die Einnahmen durch die Erwachsenen.	☐
Die Einnahmen durch die Erwachsenen sind doppelt so hoch wie die Einnahmen durch die Kinder.	☐
Die Einnahmen durch die Kinder sind um 50 % höher als die Einnahmen durch die Erwachsenen.	☐
Die Einnahmen durch die Erwachsenen sind um 200 % höher als die Einnahmen durch die Kinder.	☐
Die Einnahmen durch die Erwachsenen sind um 50 % höher als die Einnahmen durch die Kinder.	☐

Lösung zur Aufgabe 1

Niagara-Wasserfälle

a1) $\frac{2{,}2 \cdot 10^6\ \text{L}}{1\ \text{s}} = \frac{2{,}2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}{\frac{1}{3{,}6 \cdot 10^3}\ \text{h}} = 2{,}2 \cdot 10^6 \cdot 3{,}6\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

$2{,}2 \cdot 10^6\ \text{L/s} = 7{,}92 \cdot 10^6\ \text{m}^3/\text{h} = 7\,920\,000\ \text{m}^3/\text{h}$

b1) I: $e + k = 100$

II: $19{,}25 \cdot e + 11{,}20 \cdot k = 1\,707{,}65$

b2)

Die Einnahmen durch die Erwachsenen sind doppelt so hoch wie die Einnahmen durch die Kinder.	☒

Aufgabe 2

Nachtlicht

a) Ein Nachtlicht, das einen Sternenhimmel auf die Raumdecke projiziert, hat die Form eines Elefanten (siehe nachstehende Abbildung 1). In der nachstehenden Abbildung 2 ist ein Teil der oberen Begrenzungslinie des Elefanten modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.

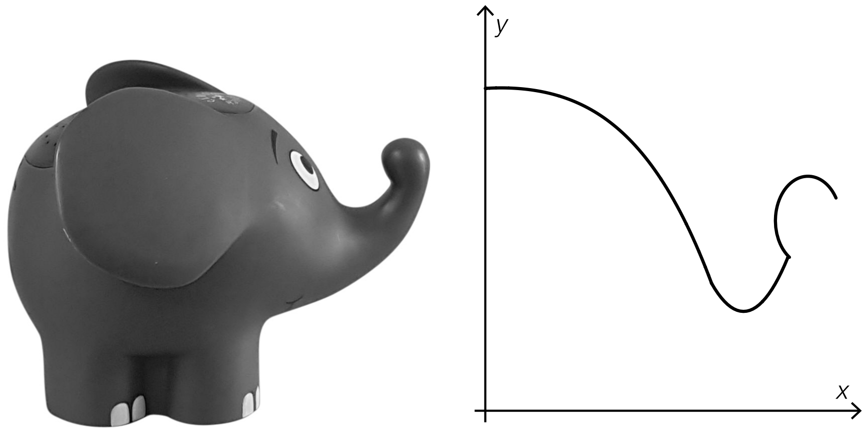


Abbildung 1 Bildquelle: BMBWF Abbildung 2

1) Begründen Sie, warum die oben dargestellte Begrenzungslinie nicht der Graph einer Funktion (*y* abhängig von *x*) ist.

b) Das Nachtlicht steht auf einem Tisch. Wird es eingeschaltet, so wird ein Sternenhimmel auf die Raumdecke projiziert. In der nebenstehenden Abbildung 3 sind zwei geradlinige Lichtstrahlen als Graphen zweier linearer Funktionen *f* und *g* in einem Koordinatensystem dargestellt.

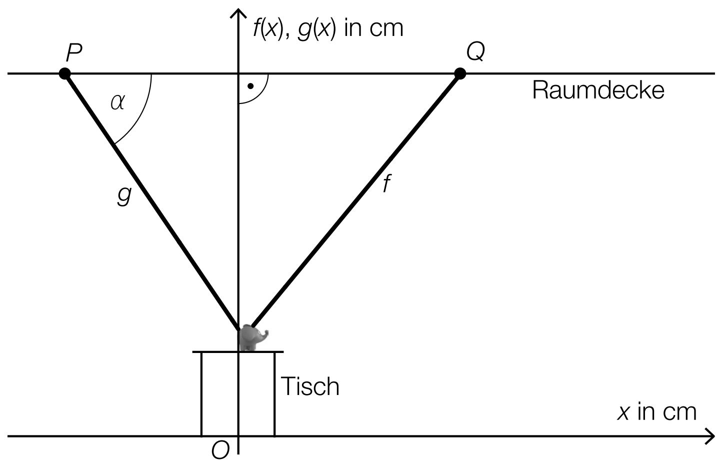


Abbildung 3

Der linke Lichtstrahl trifft unter dem Winkel $\alpha = 55{,}9°$ im Punkt $P = (-95\,|\,200)$ auf die Raumdecke.

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion *g* auf.

Der rechte Lichtstrahl trifft im Punkt *Q* auf die Raumdecke. Annähernd gilt:

$f(x) = 1{,}22 \cdot x + 51{,}22$

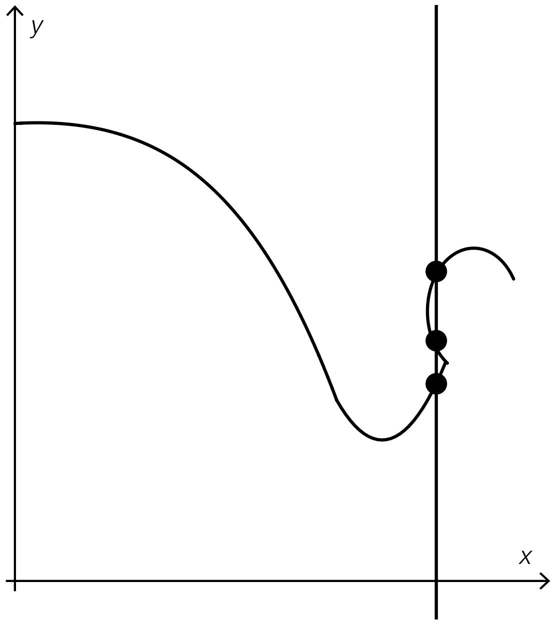
x, $f(x)$ ... Koordinaten in cm

2) Ermitteln Sie den horizontalen Abstand der Punkte *P* und *Q* auf der Raumdecke.

Lösung zur Aufgabe 2

Nachtlicht

a1)



Die Begrenzungslinie kann nicht durch den Graphen einer Funktion beschrieben werden, da es zu mindestens einem x-Wert mehrere y-Werte gibt.

b1) $g(x) = k \cdot x + d$
$k = \tan(-55{,}9°) = -1{,}476...$

$-95 \cdot \tan(-55{,}9°) + d = 200$
$d = 59{,}685...$

$g(x) = -1{,}48 \cdot x + 59{,}69$ *(Koeffizienten gerundet)*

b2) $200 = 1{,}22 \cdot x + 51{,}22$
$x = 121{,}950...$

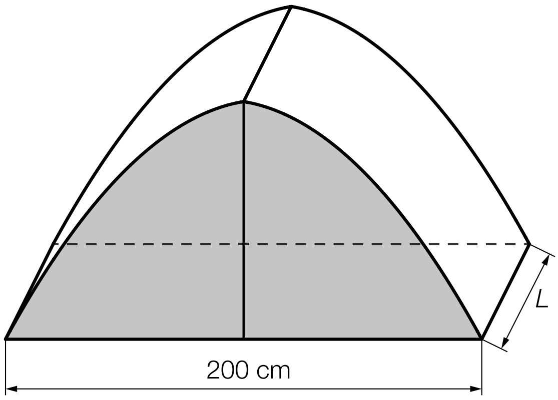
$95 + 121{,}950... = 216{,}950...$

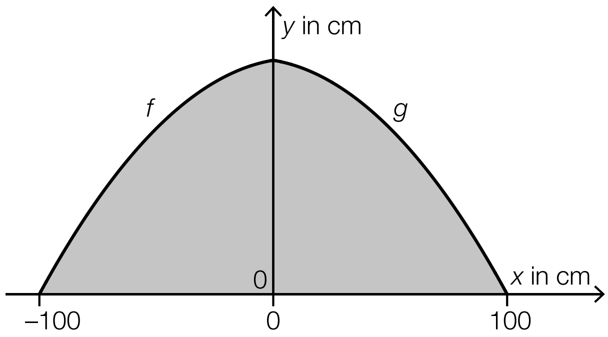
Der horizontale Abstand der Punkte beträgt rund 217 cm.

Aufgabe 3

Hühnerstall

a) In den unten stehenden Abbildungen ist das Modell eines Hühnerstalls dargestellt. Die Querschnittsfläche ist in einem Koordinatensystem dargestellt. Sie wird von der x-Achse und von den Graphen der Funktionen f und g, die zur y-Achse symmetrisch sind, begrenzt.



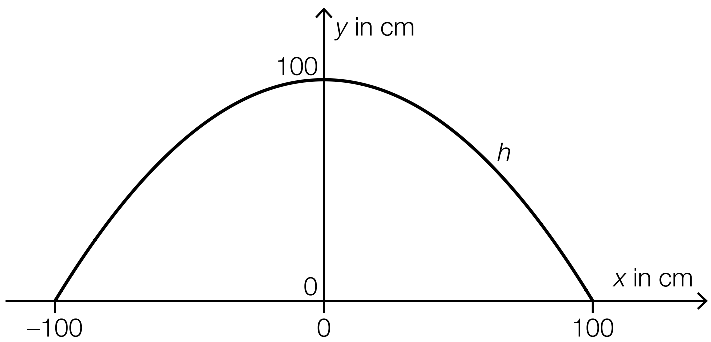


1) Stellen Sie mithilfe von f und L eine Formel zur Berechnung des Volumens V des Hühnerstalls auf.

$V =$ ________________________________

2) Kennzeichnen Sie in der obigen rechten Abbildung den Winkel $\alpha = \arctan(f'(-100))$.

b) In einem anderen Modell wird die obere Begrenzungslinie durch eine einzige quadratische Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + c$ modelliert (siehe nachstehende Abbildung).



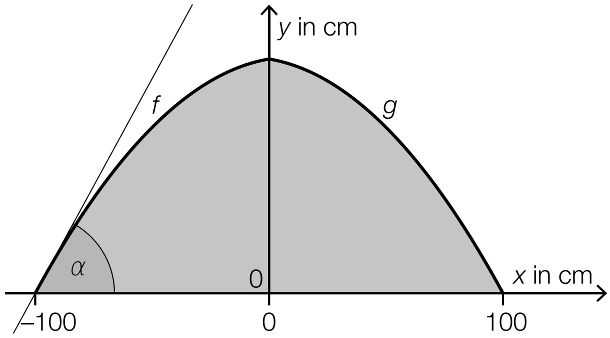
1) Ermitteln Sie die Parameter a und c.

Lösung zur Aufgabe 3

Hühnerstall

a1) $V = 2 \cdot \int_{-100}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x \cdot L$ *oder* $V = 2 \cdot \int_{0}^{100} g(x)\,\mathrm{d}x \cdot L$

a2)



b1) $h(x) = a \cdot x^2 + c$

I: $h(0) = 100$
II: $h(100) = 0$

oder:

I: $c = 100$
II: $a \cdot 100^2 + c = 0$

$\Rightarrow \quad a = -\frac{1}{100}$

Aufgabe 4

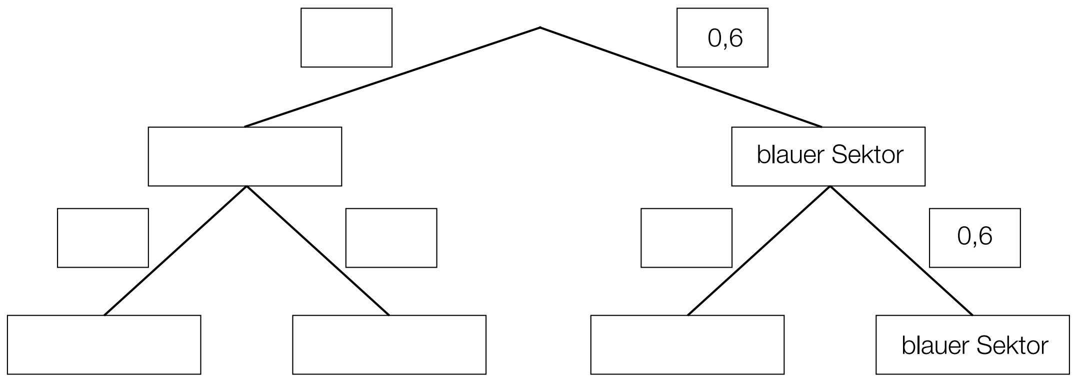
Glücksrad

Ein Glücksrad hat zwei Sektoren, einen blauen und einen gelben.

Bei jeder Drehung des Glückrads beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der blaue Sektor getroffen wird, konstant $p = 0{,}6$.

a) Das Glücksrad wird 2-mal hintereinander gedreht. Die möglichen Versuchsausgänge und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten sollen in einem Baumdiagramm dargestellt werden.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E wird mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet.

$P(E) = 1 - 0{,}6^2 = 64\ \%$

2) Beschreiben Sie das Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang.

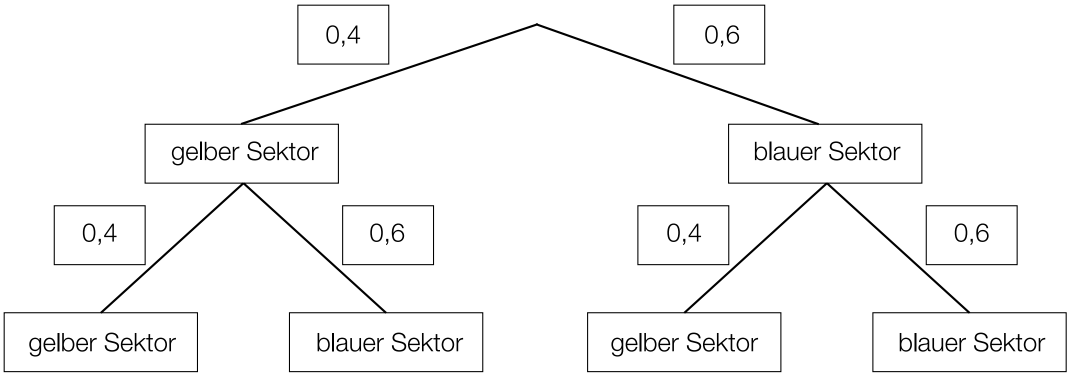
b) Das Glücksrad wird 10-mal gedreht.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der blaue Sektor höchstens 2-mal getroffen wird.

Lösung zur Aufgabe 4

Glücksrad

a1)



a2) Der blaue Sektor wird nicht beide Male (höchstens 1-mal) getroffen.

oder:

Der gelbe Sektor wird mindestens 1-mal getroffen.

b1) X ... Anzahl der Treffer für den blauen Sektor

Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}6$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 2) = 0{,}01229...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass der blaue Sektor höchstens 2-mal getroffen wird, beträgt rund 1,23 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

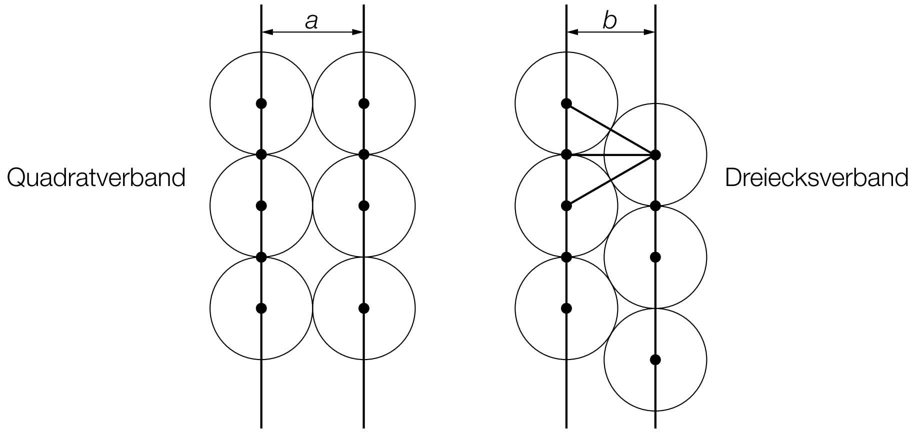
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Blumentöpfe

Zylinderförmige Blumentöpfe können in einem sogenannten *Quadratverband* oder in einem sogenannten *Dreiecksverband* angeordnet werden (siehe nachstehende modellhafte Abbildungen in der Ansicht von oben).



a) Der Abstand b beim Dreiecksverband ist dabei geringer als der Abstand a beim Quadratverband.

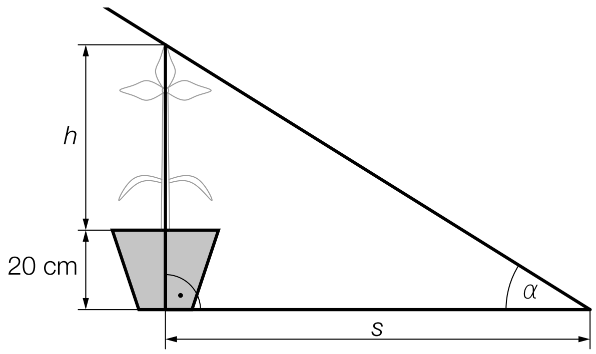
1) Berechnen Sie die Differenz $a - b$ für den Fall, dass der Durchmesser der Blumentöpfe 40 cm beträgt.

b) Zwei zylinderförmige Blumentöpfe mit kreisrunder Grundfläche werden miteinander verglichen.

Der Blumentopf A hat den Radius r und die Höhe h.
Das Volumen dieses Blumentopfs beträgt V_A.
Der Blumentopf B hat bei gleicher Höhe h einen um 10 % größeren Radius als der Blumentopf A.

1) Zeigen Sie, dass das Volumen V_B des Blumentopfs B um 21 % größer als V_A ist.

c) In einem Blumentopf mit der Höhe 20 cm befindet sich eine Pflanze mit der Höhe h (in cm). Die einfallenden Sonnenstrahlen bilden mit der Horizontalen den Winkel α. (Siehe nebenstehende Abbildung.)



1) Stellen Sie mithilfe von h und α eine Formel zur Berechnung der Schattenlänge s (in cm) auf.

$s =$ ______________________________

Lösung zur Aufgabe 1

Blumentöpfe

a1) $a = 40$

b ist die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 40.

$b = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = 34{,}64...$

oder:

$b = \sqrt{40^2 - 20^2} = 34{,}64...$

$a - b = 40 - 34{,}64...$
$a - b = 5{,}35...$ cm

b1) $V_A = r^2 \cdot \pi \cdot h$
$V_B = (1{,}1 \cdot r)^2 \cdot \pi \cdot h = 1{,}21 \cdot V_A$

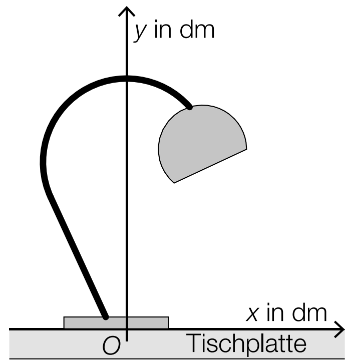
c1) $s = \frac{h + 20}{\tan(\alpha)}$

Aufgabe 2

Schreibtischlampen

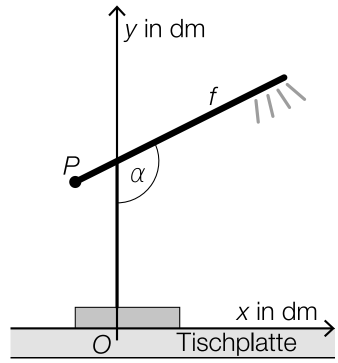
Schreibtischlampen werden in verschiedenen Modellen angeboten. Die Aufhängung für das Leuchtmittel hat dabei je nach Modell eine andere Form, die in den unten stehenden Abbildungen jeweils durch eine dicke schwarze Linie modellhaft dargestellt ist.

a) Die Aufhängung des Modells *A* ist in der nebenstehenden Abbildung dargestellt.



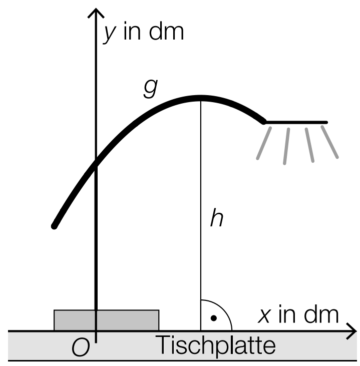
1) Begründen Sie, warum diese Aufhängung nicht durch den Graphen einer einzigen Funktion (*y* in Abhängigkeit von *x*) beschrieben werden kann.

b) Die Aufhängung des Modells *B* kann durch den Graphen der linearen Funktion *f* beschrieben werden (siehe nebenstehende Abbildung).



1) Stellen Sie mithilfe von $P = (-1\,|\,3{,}5)$ und $\alpha = 116{,}56°$ eine Gleichung der Funktion *f* auf.

c) Die Aufhängung des Modells *C* kann durch den Graphen der quadratischen Funktion *g* beschrieben werden (siehe nebenstehende Abbildung).



Es gilt: $g(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 1{,}25 \cdot x + 4$.

1) Berechnen Sie die maximale Höhe *h* der Aufhängung über der Tischplatte.

Lösung zur Aufgabe 2

Schreibtischlampen

a1) Eine Funktion ordnet jedem x-Wert genau einen y-Wert zu. Da es einen Bereich gibt, in dem 2 Punkte der Aufhängung übereinanderliegen, kann die Aufhängung nicht durch den Graphen einer einzigen Funktion beschrieben werden.

b1) $f(x) = k \cdot x + d$

$k = \tan(116{,}56° - 90°) = 0{,}499...$
$-1 \cdot 0{,}499... + d = 3{,}5$
$d = 3{,}99...$

$f(x) = 0{,}5 \cdot x + 4$ *(Koeffizienten gerundet)*

c1) $g'(x) = 0$ *oder* $-0{,}5 \cdot x + 1{,}25 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

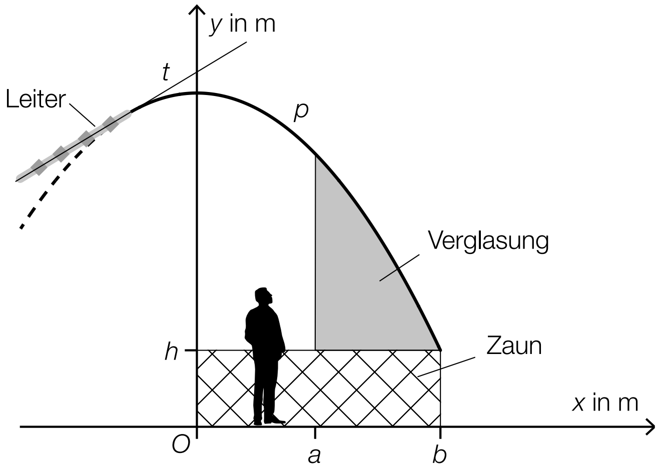
$x = 2{,}5$
$g(2{,}5) = 5{,}56...$

Die maximale Höhe h der Aufhängung über der Tischplatte beträgt rund 5,6 dm.

Aufgabe 3

Aussichtsplattform

In der unten stehenden Abbildung ist eine überdachte Aussichtsplattform in der Ansicht von der Seite dargestellt.



a) Das Dach wird durch den Graphen der quadratischen Funktion p modelliert.

$p(x) = -0{,}302 \cdot x^2 + 4{,}8$

x, $p(x)$ ... Koordinaten in m

Für Reinigungszwecke ist eine Leiter auf dem Dach montiert. Die Leiter verläuft entlang der Tangente t an den Graphen von p an der Stelle $x = -1$.

1) Berechnen Sie den Steigungswinkel der Tangente t.

b) Die Plattform soll seitlich verglast werden. Die Verglasung soll von der Oberkante des Zaunes bis zur Überdachung reichen (siehe obige Abbildung).

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ____

c) Aus Sicherheitsgründen soll für das Dach eine Verstrebung mit der Länge $\ell = p(a) - h$ angebracht werden.

1) Kennzeichnen Sie ℓ in der obigen Abbildung.

Lösung zur Aufgabe 3

Aussichtsplattform

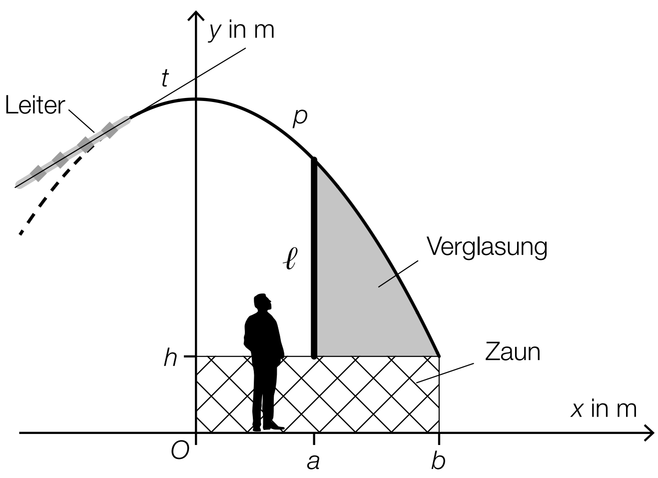
a1) $p'(x) = -0{,}604 \cdot x$

$p'(-1) = 0{,}604$
$\alpha = \arctan(0{,}604) = 31{,}13...°$

Der Steigungswinkel der Tangente *t* beträgt rund 31,1°.

b1) $A = \int_a^b (p(x) - h)\,\mathrm{d}x$ *oder* $A = \int_a^b p(x)\,\mathrm{d}x - (b - a) \cdot h$

c1)



Aufgabe 4

Zigaretten

Viele Rauchinhaltsstoffe von Zigaretten sind gesundheitsschädlich.

a) Von 100 Raucherinnen wurde die Menge an Rauchinhaltsstoffen ihrer Zigaretten untersucht. Diese wurden in 3 Klassen eingeteilt (siehe nachstehende Tabelle).

Klasse	Menge an Rauchinhaltsstoffen pro Zigarette in mg	Klassenmitte	absolute Häufigkeit
1	[0; 10[	5	55
2	[10; 30[	20	40
3	[30; 50[	40	5

Das arithmetische Mittel der Menge an Rauchinhaltsstoffen soll berechnet werden. Dafür wird näherungsweise die jeweilige Klassenmitte herangezogen.

1) Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Menge an Rauchinhaltsstoffen.

2) Erklären Sie, warum der Median der Menge an Rauchinhaltsstoffen in der Klasse 1 liegt.

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Raucherin mehr als eine Zigarette pro Tag raucht, beträgt p.

Es soll die Wahrscheinlichkeit, dass genau 5 von 100 Raucherinnen jeweils mehr als eine Zigarette pro Tag rauchen, berechnet werden.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit auf.

Lösung zur Aufgabe 4

Zigaretten

a1) $\frac{5 \cdot 55 + 20 \cdot 40 + 40 \cdot 5}{100} = 12{,}75$

Das arithmetische Mittel der Menge an Rauchinhaltsstoffen beträgt 12,75 mg.

a2) Der Median einer geordneten Liste liegt immer in der Mitte aller Werte. Bei den gegebenen 100 Werten liegen 55 Werte, also mehr als die Hälfte, in der Klasse 1. Daher muss auch der Median in dieser Klasse liegen.

b1) X ... Anzahl der Raucherinnen, die jeweils mehr als eine Zigarette pro Tag rauchen

Binomialverteilung mit $n = 100$ und p

$P(X = 5) = \binom{100}{5} \cdot p^5 \cdot (1 - p)^{95}$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

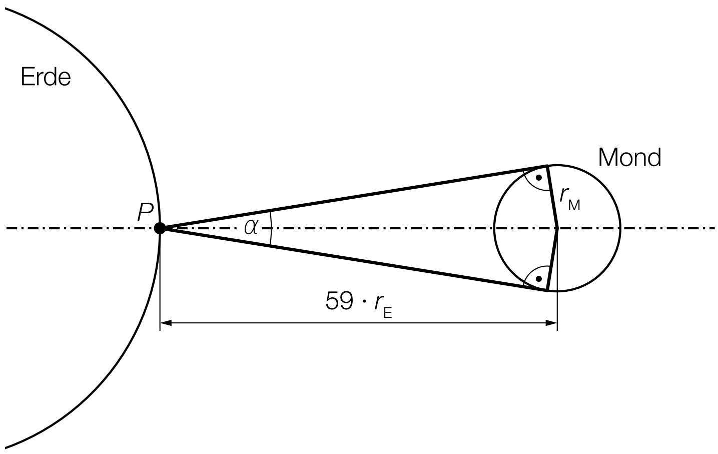
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Mond

Der Mond ist der einzige natürliche Satellit der Erde.

a) In der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist der Winkel α, unter dem der Mond zu einem bestimmten Zeitpunkt vom Punkt P der Erdoberfläche aus zu sehen ist, dargestellt.



r_E ... Erdradius
r_M ... Mondradius

1) Stellen Sie mithilfe von r_E und r_M eine Formel zur Berechnung des Sehwinkels α auf.

α = ____________________________

b) Zu einem bestimmten Zeitpunkt betrug die Entfernung d zwischen Erde und Mond 404 100 km.

Diese Entfernung soll in Gleitkommadarstellung in der Form $a \cdot 10^n$ mit $1 \leq a < 10$ in der Einheit Meter angegeben werden.

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$d = \boxed{} \cdot 10^{\boxed{}}$ Meter

c) Erde und Mond können modellhaft als kugelförmig betrachtet werden.
Für das Verhältnis des Radius der Erde r_E und des Radius des Mondes r_M gilt:
$\frac{r_E}{r_M} \approx 3{,}67$

1) Zeigen Sie, dass das Volumen des Mondes rund 2 % des Volumens der Erde beträgt.

Lösung zur Aufgabe 1

Mond

a1) $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r_M}{59 \cdot r_E}$

$\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{r_M}{59 \cdot r_E}\right)$

b1) $d = \boxed{4{,}041} \cdot 10^{\boxed{8}}$ Meter

c1) $V_M = \frac{4 \cdot r_M^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot \left(\frac{r_E}{3{,}67}\right)^3 = \frac{V_E}{49{,}43...} = 0{,}0202... \cdot V_E$

Das Volumen des Mondes beträgt somit rund 2 % des Volumens der Erde.

Aufgabe 2

Datenspeicherung

a) Für die Speicherung von Daten werden immer öfter sogenannte *SSDs* verwendet.
Im Jahr 2015 wurden von diesen SSDs 103 Millionen Stück verkauft, im Jahr 2020 waren es 223 Millionen Stück.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{223 - 103}{2020 - 2015} = 24$$

Die zeitliche Entwicklung der insgesamt bis zum Zeitpunkt t verkauften SSDs soll durch die Polynomfunktion 3. Grades f modelliert werden.

$$f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Ende des Jahres 2013
$f(t)$ … Anzahl der insgesamt bis zum Zeitpunkt t verkauften SSDs in Millionen Stück

In der nachstehenden Tabelle ist die Anzahl der insgesamt verkauften SSDs für drei Jahre angegeben.

Ende des Jahres	2013	2015	2020
Anzahl der insgesamt verkauften SSDs in Millionen Stück	57	160	383

Am Ende des Jahres 2020 betrug die momentane Änderungsrate für die Anzahl der insgesamt verkauften SSDs 14,2 Millionen Stück pro Jahr.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten a, b, c und d.

b) Das weltweit vorhandene Datenvolumen in Milliarden Terabyte in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren wird in einem einfachen Modell durch die Funktion D beschrieben.

$$D(t) = 40 \cdot 1{,}41^t$$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2020
$D(t)$ … Datenvolumen zum Zeitpunkt t in Milliarden Terabyte

1) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit des Datenvolumens gemäß diesem Modell.

Lösung zur Aufgabe 2

Datenspeicherung

a1) Die Anzahl der verkauften SSDs stieg im Zeitraum von 2015 bis 2020 um durchschnittlich 24 Millionen Stück pro Jahr.

a2) $f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$
$f'(t) = 3 \cdot a \cdot t^2 + 2 \cdot b \cdot t + c$

$f(0) = 57$
$f(2) = 160$
$f(7) = 383$
$f'(7) = 14{,}2$

oder:

$d = 57$
$8 \cdot a + 4 \cdot b + 2 \cdot c + d = 160$
$343 \cdot a + 49 \cdot b + 7 \cdot c + d = 383$
$147 \cdot a + 14 \cdot b + c = 14{,}2$

b1) $80 = 40 \cdot 1{,}41^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

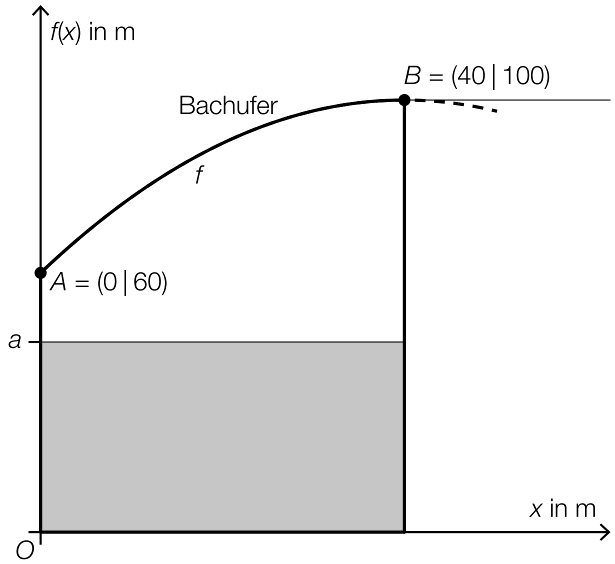
$t = 2{,}0\ldots$

Die Verdoppelungszeit beträgt rund 2 Jahre.

Aufgabe 3

Bachufer

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Grundstück in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Das Grundstück wird auf einer Seite durch ein Bachufer begrenzt. Der Verlauf dieses Bachufers kann im Intervall [0; 40] näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

$f(x) = -0{,}025 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 60$

Die Hälfte des gesamten Grundstücks soll begrünt werden. Daher wird ein rechteckiger Teil des Grundstücks eingezäunt (siehe obige Abbildung).

1) Berechnen Sie die Seitenlänge a des Rechtecks.

Von A bis B wird ein anderer geradlinig verlaufender Zaun errichtet.

2) Stellen Sie eine Gleichung der Geraden durch die Punkte A und B auf.

Der Verlauf des Bachufers kann ab dem Punkt B näherungsweise durch die Tangente an die Funktion f beschrieben werden (siehe obige Abbildung).

3) Zeigen Sie, dass die Tangente an die Funktion f im Punkt B parallel zur x-Achse verläuft.

Lösung zur Aufgabe 3

Bachufer

a1) gesamter Flächeninhalt:

$$\int_0^{40} f(x)\,\mathrm{d}x = 3\,466{,}6...$$

$$a = \frac{3\,466{,}6...}{2 \cdot 40} = 43{,}3...$$

Die Seitenlänge *a* beträgt rund 43 m.

a2) $g(x) = k \cdot x + d$
$A = (0|60)$, $B = (40|100)$
$k = \frac{40}{40} = 1$
$g(x) = x + 60$

a3) $f'(x) = -0{,}05 \cdot x + 2$
$f'(40) = -0{,}05 \cdot 40 + 2 = 0$

Da die 1. Ableitung an der Stelle 40 null ist, verläuft die Tangente parallel zur x-Achse.

Aufgabe 4

Schere, Stein, Papier

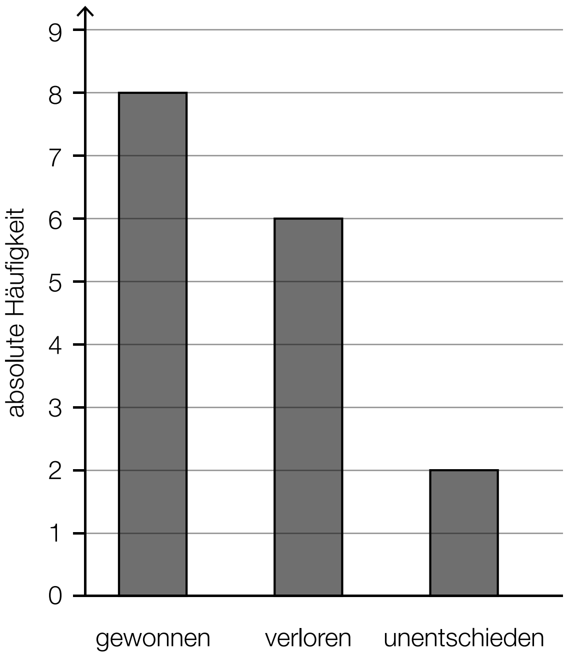
Beim Spiel *Schere, Stein, Papier* spielen zwei Personen gegeneinander. Jede Person zeigt mit der Hand eines der Symbole Schere, Stein und Papier.

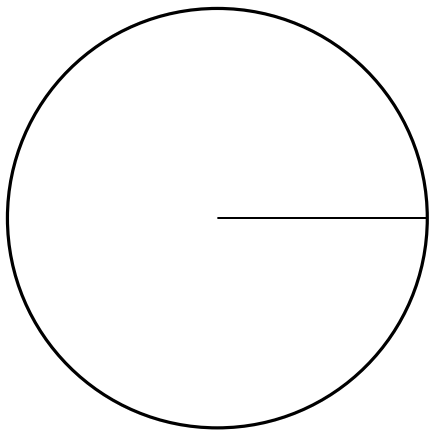
a) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person ein Spiel gewinnt, beträgt für jedes Spiel unabhängig von den anderen Spielen $\frac{1}{3}$.

Lena spielt 10 Spiele gegen Deborah.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Lena dabei mindestens 5 Spiele gewinnt.
2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.
$P(E) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{10} = 0{,}982...$

b) David hat an einem Tag mehrere Spiele gespielt. In der nachstehenden Abbildung sind die absoluten Häufigkeiten seiner Spielausgänge („gewonnen“, „verloren“ und „unentschieden“) durch ein Säulendiagramm dargestellt.





Die absoluten Häufigkeiten sollen durch ein Kreisdiagramm mit 3 Sektoren dargestellt werden.

1) Zeichnen Sie die Sektoren „gewonnen“, „verloren“ und „unentschieden“ in das obige Kreisdiagramm ein.

Lösung zur Aufgabe 4

Schere, Stein, Papier

a1) X ... Anzahl der von Lena gewonnenen Spiele

Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = \frac{1}{3}$

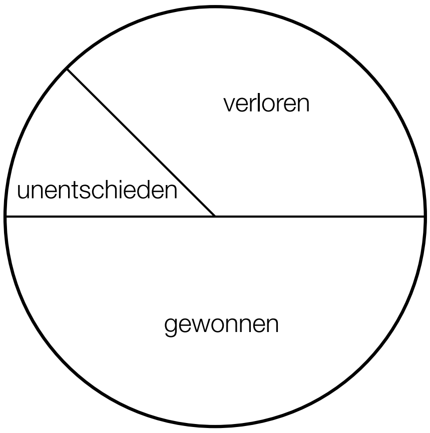
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 5) = 0{,}2131...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Lena mindestens 5 der 10 Spiele gewinnt, beträgt rund 21,3 %.

a2) E ... „Lena (oder Deborah) gewinnt von 10 Spielen mindestens 1 Spiel“

b1) Winkel „gewonnen“: 180°
Winkel „unentschieden“: 45°
Winkel „verloren“: 135°



Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

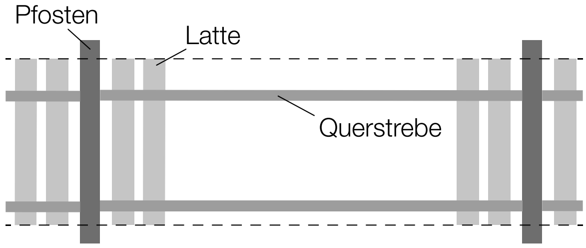
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Holzzaun

a) Ein bestimmter Holzzaun besteht aus Latten, Querstreben und Pfosten (siehe nebenstehende Abbildung).



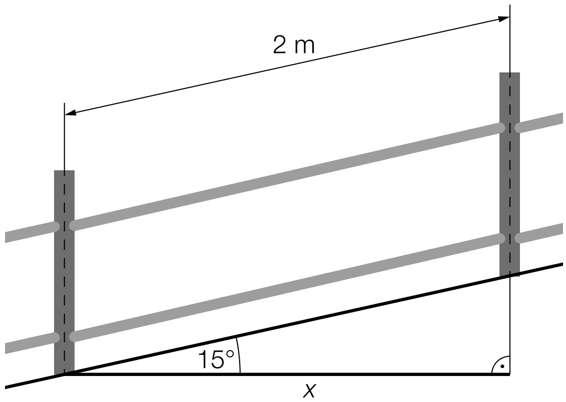
Für ein Element dieses Holzzauns benötigt man 1 Pfosten, 2 Querstreben und 14 Latten.

Der Preis für 1 Pfosten beträgt c Euro.
Der Preis für 1 Querstrebe beträgt 50 % des Preises für einen Pfosten.
Der Preis für 1 Latte beträgt $\frac{1}{5}$ des Preises für einen Pfosten.

1) Stellen Sie mithilfe von c eine Formel zur Berechnung des Preises p für ein solches Element dieses Holzzauns auf.

$p =$ ____

Der Holzzaun wird auf einem bestimmten Hang errichtet (siehe nachstehende Abbildung).



2) Berechnen Sie den horizontalen Abstand x von der Mitte des einen Pfostens bis zur Mitte des anderen Pfostens.

b) Ein Bauer hat einen Kartoffelacker in der Form eines Quadrats mit einem Flächeninhalt von 2 500 m².

Er möchte einen Rübenacker ebenfalls in der Form eines Quadrats anlegen. Der Rübenacker soll einen doppelt so großen Flächeninhalt wie der Kartoffelacker haben.

Der Bauer behauptet: „Für die Einzäunung des Rübenackers benötige ich einen doppelt so langen Zaun wie für die Einzäunung des Kartoffelackers."

1) Zeigen Sie, dass diese Behauptung falsch ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Holzzaun

a1) $p = c + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot c + 14 \cdot \frac{1}{5} \cdot c = 4{,}8 \cdot c$

a2) $\cos(15°) = \frac{x}{2}$

$x = 1{,}931...$

Der horizontale Abstand x beträgt rund 1,93 m.

b1) $u = \sqrt{A} \cdot 4$

$u_{\text{Kartoffelacker}} = \sqrt{2\,500} \cdot 4$
$u_{\text{Kartoffelacker}} = 200 \text{ m}$

$u_{\text{Rübenacker}} = \sqrt{5\,000} \cdot 4$
$u_{\text{Rübenacker}} = 282{,}84... \text{ m}$

$282{,}84... \neq 2 \cdot 200$

Der Umfang des Rübenackers ist nicht doppelt so groß wie jener des Kartoffelackers, also wird für die Einzäunung des Rübenackers kein doppelt so langer Zaun benötigt.

Aufgabe 2

Wasser

a) Die Dichte von Wasser kann in Abhängigkeit von der Temperatur zwischen 0 °C und 8 °C näherungsweise durch die quadratische Funktion f beschrieben werden.

$f(x) = -0{,}008 \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad \text{mit} \quad 0 < x < 8$

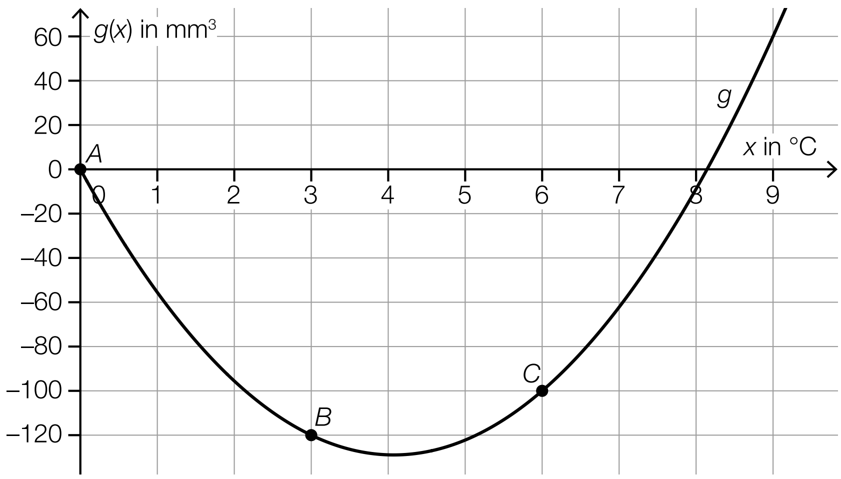
x ... Temperatur in °C
$f(x)$ ... Dichte bei der Temperatur x in kg/m³

1) Geben Sie an, wie die Funktion f gekrümmt ist. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

An der Stelle $x = 4$ hat die Funktion f eine Extremstelle.

2) Ermitteln Sie b.

b) Bei der Erwärmung von Wasser ändert sich sein Volumen. In der nachstehenden Abbildung ist die absolute Änderung des Volumens für 1 kg Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur (bezogen auf das Volumen bei 0 °C) modellhaft dargestellt.



1) Stellen Sie eine Gleichung der quadratischen Funktion g auf. Verwenden Sie dabei die Punkte A, B und C.

x ... Temperatur in °C
$g(x)$ ... absolute Änderung des Volumens bei der Temperatur x in mm³

Lösung zur Aufgabe 2

Wasser

a1) Die Funktion f ist negativ gekrümmt (rechtsgekrümmt), weil der Koeffizient von x^2 negativ ist.

a2) $f'(x) = -0{,}016 \cdot x + b$

$f'(4) = 0$ *oder* $-0{,}016 \cdot 4 + b = 0$

$b = 0{,}064$

b1) $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

I: $g(0) = 0$
II: $g(3) = -120$
III: $g(6) = -100$

oder:

I: $c = 0$
II: $a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = -120$
III: $a \cdot 6^2 + b \cdot 6 + c = -100$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{70}{9} = 7{,}77...$
$b = -\frac{190}{3} = -63{,}33...$
$c = 0$
$g(x) = \frac{70}{9} \cdot x^2 - \frac{190}{3} \cdot x$

Aufgabe 3

Gold

Der Preis für Gold wird üblicherweise in US-Dollar (USD) pro Feinunze angegeben.

a) Der Preis für Gold lässt sich im Zeitraum von 2000 bis 2010 näherungsweise durch die Funktion p beschreiben.

$p(t) = 282{,}5 \cdot e^{0{,}137 \cdot t}$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für den Anfang des Jahres 2000
$p(t)$ ... Preis für Gold zum Zeitpunkt t in USD pro Feinunze

1) Berechnen Sie die prozentuelle Zunahme des Preises für Gold pro Jahr im betrachteten Zeitraum.

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$\frac{p(7) - p(3)}{7 - 3} \approx 77{,}7$

b) Martha möchte den Preis für Gold ab dem Beginn des Jahres 2011 durch die Funktion f beschreiben.
Sie nimmt für $t = 0$ einen Ausgangswert von 1 880 USD pro Feinunze an und rechnet für Zeiträume von jeweils 4 Jahren mit einer konstanten Steigerung des Preises für Gold um 70 USD pro Feinunze.

t ... Zeit ab Beginn des Jahres 2011 in Jahren
$f(t)$ ... Preis für Gold zum Zeitpunkt t in USD pro Feinunze

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2011.

Lösung zur Aufgabe 3

Gold

a1) $e^{0,137} - 1 = 0,1468...$

Die prozentuelle Zunahme des Preises für Gold pro Jahr in diesem Zeitraum beträgt rund 14,7 %.

a2) Die mittlere Änderungsrate des Preises für Gold im Zeitraum von 2003 bis 2007 beträgt rund 77,7 USD pro Feinunze pro Jahr.

oder:

Der Preis pro Feinunze ist im Zeitraum von 2003 bis 2007 um durchschnittlich 77,7 USD pro Jahr gestiegen.

b1) $f(t) = 17,5 \cdot t + 1\,880$

oder:

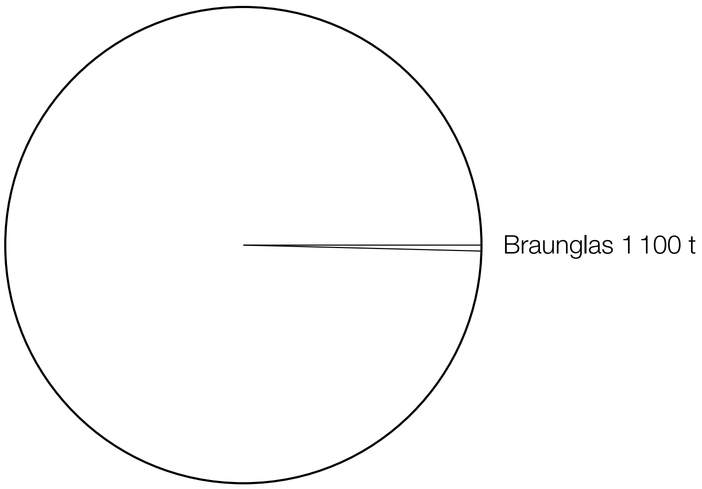
$f(t) = \frac{70}{4} \cdot t + 1\,880$

Aufgabe 4

Altglas

a) In einem bestimmten Jahr wurden in Österreich 226 400 t Altglas gesammelt.
Davon waren 1 100 t Braunglas, 133 300 t Buntglas und der Rest Weißglas.

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Kreisdiagramm den Sektor für Buntglas und den Sektor für Weißglas ein.



b) In der nachstehenden Tabelle sind die jeweiligen Sammelmengen aus Glasrecycling in Tonnen für 6 Jahre angegeben.

Sammelmenge aus Glasrecycling in Tonnen	193 000	207 000	218 600	222 200	225 100	226 400

1) Bestimmen Sie den Median dieser Sammelmengen.

c) In einem einfachen Modell wird davon ausgegangen, dass jede Glasflasche beim Einwerfen in den Sammelbehälter unabhängig von anderen Glasflaschen mit der Wahrscheinlichkeit p zerbricht.

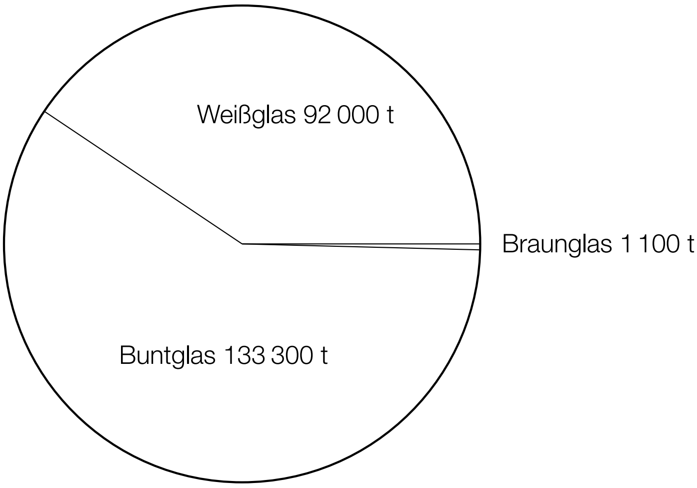
1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$P(E) = 1 - p^2$

Lösung zur Aufgabe 4

Altglas

a1) 133 300 t ≙ 211,96...°
92 000 t ≙ 146,28...°



b1) $\frac{218\,600 + 222\,200}{2} = 220\,400$
Der Median beträgt 220 400 t.

c1) *E* ... „von 2 eingeworfenen Glasflaschen zerbricht höchstens 1 Glasflasche“

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Niagara-Wasserfälle

a) An einem bestimmten Tag fließt über die Niagara-Wasserfälle pro Sekunde eine Wassermenge von rund 2,2 Millionen Litern.

1) Ergänzen Sie in der nachstehenden Umrechnung die fehlende Zahl.

$2{,}2 \cdot 10^6$ L/s = ____ m^3/h

b) Die Niagara-Wasserfälle können mit einem Ausflugsschiff besucht werden.
Eine Fahrt mit dem Ausflugsschiff kostet für einen Erwachsenen 19,25 US-Dollar ($) und für ein Kind 11,20 $.

Bei einer bestimmten Fahrt sind *e* Erwachsene und *k* Kinder an Bord. Das sind insgesamt 100 Passagiere.
Die Gesamteinnahmen bei dieser Fahrt betragen 1.707,65 $.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von *e* und *k*.

Bei einer anderen Fahrt sind *a* Erwachsene und *b* Kinder auf dem Ausflugsschiff.

Für die Einnahmen bei dieser Fahrt gilt:

$19{,}25 \cdot a = 2 \cdot 11{,}20 \cdot b$

2) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Die Einnahmen durch die Kinder sind doppelt so hoch wie die Einnahmen durch die Erwachsenen.	☐
Die Einnahmen durch die Erwachsenen sind doppelt so hoch wie die Einnahmen durch die Kinder.	☐
Die Einnahmen durch die Kinder sind um 50 % höher als die Einnahmen durch die Erwachsenen.	☐
Die Einnahmen durch die Erwachsenen sind um 200 % höher als die Einnahmen durch die Kinder.	☐
Die Einnahmen durch die Erwachsenen sind um 50 % höher als die Einnahmen durch die Kinder.	☐

Lösung zur Aufgabe 1

Niagara-Wasserfälle

a1) $\frac{2{,}2 \cdot 10^6\ \text{L}}{1\ \text{s}} = \frac{2{,}2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}{\frac{1}{3{,}6 \cdot 10^3}\ \text{h}} = 2{,}2 \cdot 10^6 \cdot 3{,}6\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

$2{,}2 \cdot 10^6\ \text{L/s} = 7{,}92 \cdot 10^6\ \text{m}^3/\text{h} = 7\,920\,000\ \text{m}^3/\text{h}$

b1) I: $e + k = 100$

II: $19{,}25 \cdot e + 11{,}20 \cdot k = 1\,707{,}65$

b2)

Die Einnahmen durch die Erwachsenen sind doppelt so hoch wie die Einnahmen durch die Kinder.	☒

Aufgabe 2

Nachtlicht

a) Ein Nachtlicht, das einen Sternenhimmel auf die Raumdecke projiziert, hat die Form eines Elefanten (siehe nachstehende Abbildung 1). In der nachstehenden Abbildung 2 ist ein Teil der oberen Begrenzungslinie des Elefanten modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.

Abbildung 1 Bildquelle: BMBWF

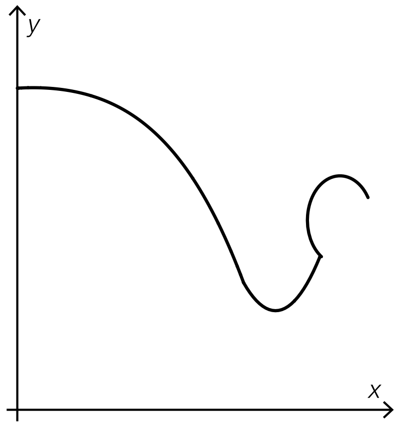


Abbildung 2

1) Begründen Sie, warum die oben dargestellte Begrenzungslinie nicht der Graph einer Funktion (y abhängig von x) ist.

b) Das Nachtlicht steht auf einem Tisch. Wird es eingeschaltet, so wird ein Sternenhimmel auf die Raumdecke projiziert. In der nebenstehenden Abbildung 3 sind zwei geradlinige Lichtstrahlen als Graphen zweier linearer Funktionen f und g in einem Koordinatensystem dargestellt.

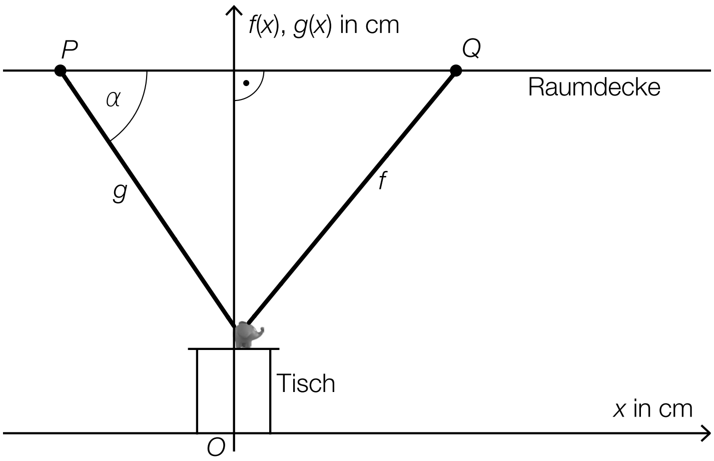


Abbildung 3

Der linke Lichtstrahl trifft unter dem Winkel $\alpha = 55{,}9°$ im Punkt $P = (–95|200)$ auf die Raumdecke.

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion g auf.

Der rechte Lichtstrahl trifft im Punkt Q auf die Raumdecke. Annähernd gilt:

$f(x) = 1{,}22 \cdot x + 51{,}22$

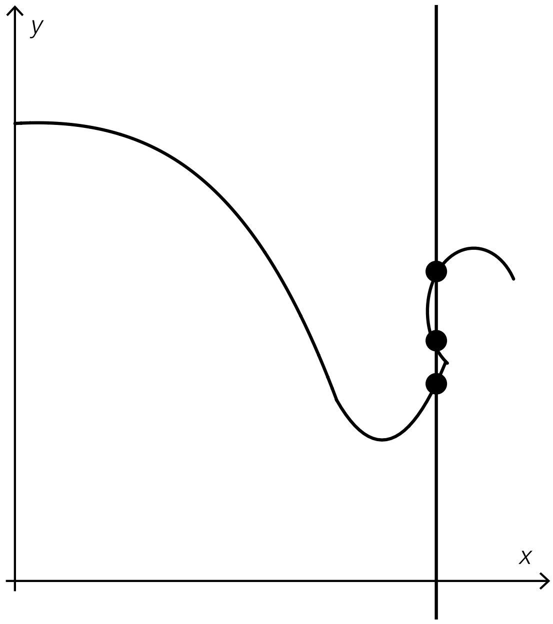
x, $f(x)$ ... Koordinaten in cm

2) Ermitteln Sie den horizontalen Abstand der Punkte P und Q auf der Raumdecke.

Lösung zur Aufgabe 2

Nachtlicht

a1)



Die Begrenzungslinie kann nicht durch den Graphen einer Funktion beschrieben werden, da es zu mindestens einem x-Wert mehrere y-Werte gibt.

b1) $g(x) = k \cdot x + d$
$k = \tan(-55{,}9°) = -1{,}476...$

$-95 \cdot \tan(-55{,}9°) + d = 200$
$d = 59{,}685...$

$g(x) = -1{,}48 \cdot x + 59{,}69$ *(Koeffizienten gerundet)*

b2) $200 = 1{,}22 \cdot x + 51{,}22$
$x = 121{,}950...$

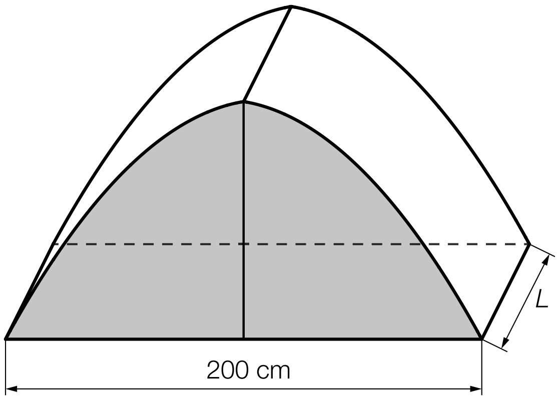
$95 + 121{,}950... = 216{,}950...$

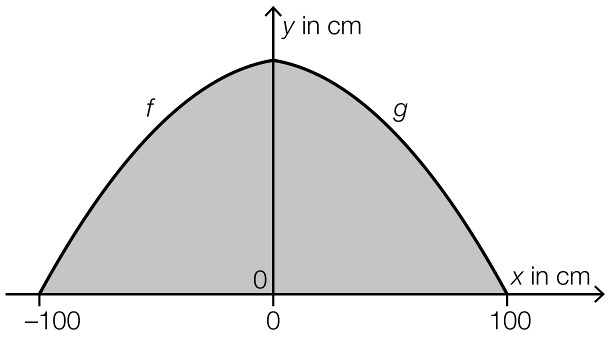
Der horizontale Abstand der Punkte beträgt rund 217 cm.

Aufgabe 3

Hühnerstall

a) In den unten stehenden Abbildungen ist das Modell eines Hühnerstalls dargestellt. Die Querschnittsfläche ist in einem Koordinatensystem dargestellt. Sie wird von der x-Achse und von den Graphen der Funktionen f und g, die zur y-Achse symmetrisch sind, begrenzt.



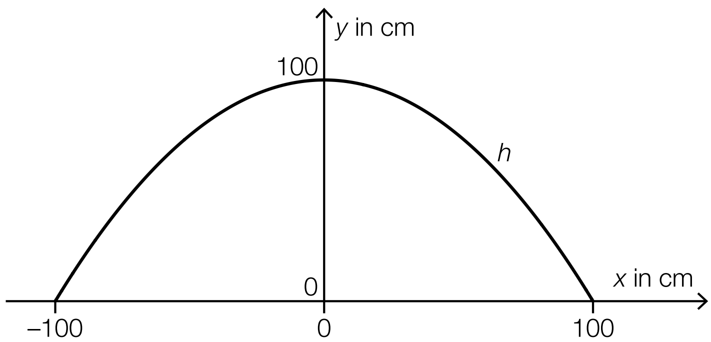


1) Stellen Sie mithilfe von f und L eine Formel zur Berechnung des Volumens V des Hühnerstalls auf.

$V =$ ____

2) Kennzeichnen Sie in der obigen rechten Abbildung den Winkel $\alpha = \arctan(f'(-100))$.

b) In einem anderen Modell wird die obere Begrenzungslinie durch eine einzige quadratische Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + c$ modelliert (siehe nachstehende Abbildung).



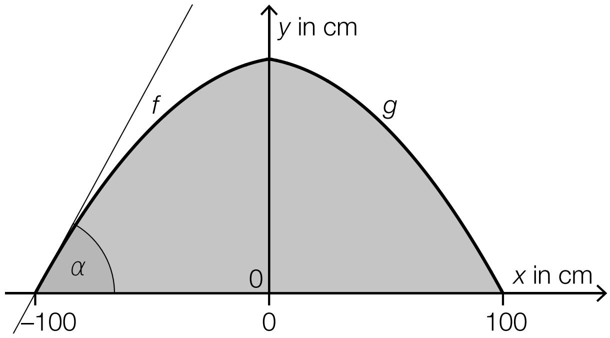
1) Ermitteln Sie die Parameter a und c.

Lösung zur Aufgabe 3

Hühnerstall

a1) $V = 2 \cdot \int_{-100}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x \cdot L$ *oder* $V = 2 \cdot \int_{0}^{100} g(x)\,\mathrm{d}x \cdot L$

a2)



b1) $h(x) = a \cdot x^2 + c$

I: $h(0) = 100$
II: $h(100) = 0$

oder:

I: $c = 100$
II: $a \cdot 100^2 + c = 0$

$\Rightarrow \quad a = -\frac{1}{100}$

Aufgabe 4

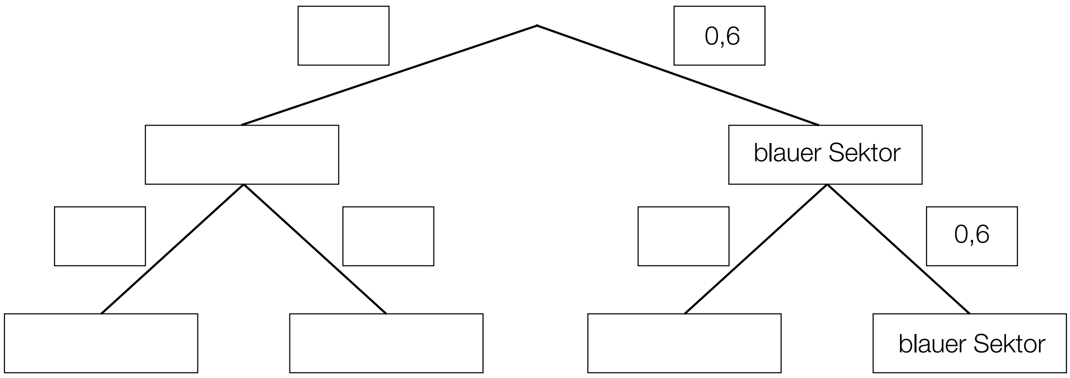
Glücksrad

Ein Glücksrad hat zwei Sektoren, einen blauen und einen gelben.

Bei jeder Drehung des Glückrads beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der blaue Sektor getroffen wird, konstant $p = 0{,}6$.

a) Das Glücksrad wird 2-mal hintereinander gedreht. Die möglichen Versuchsausgänge und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten sollen in einem Baumdiagramm dargestellt werden.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E wird mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet.

$P(E) = 1 - 0{,}6^2 = 64\ \%$

2) Beschreiben Sie das Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang.

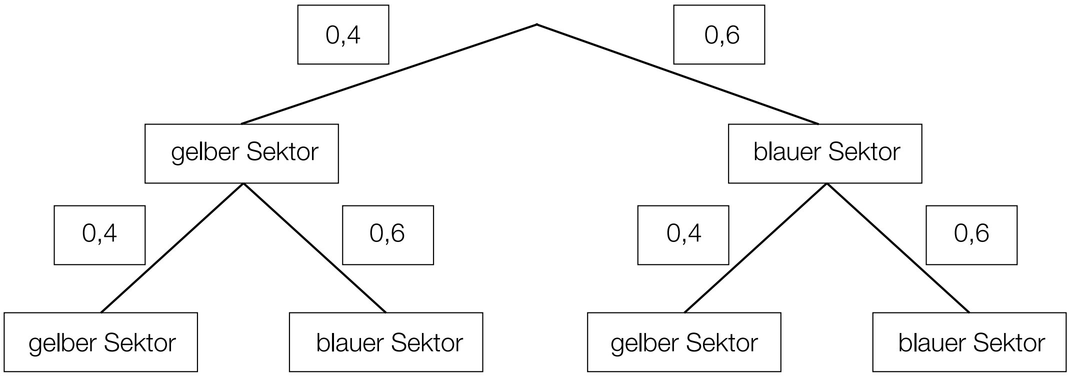
b) Das Glücksrad wird 10-mal gedreht.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der blaue Sektor höchstens 2-mal getroffen wird.

Lösung zur Aufgabe 4

Glücksrad

a1)



a2) Der blaue Sektor wird nicht beide Male (höchstens 1-mal) getroffen.

oder:

Der gelbe Sektor wird mindestens 1-mal getroffen.

b1) X ... Anzahl der Treffer für den blauen Sektor

Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}6$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 2) = 0{,}01229...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass der blaue Sektor höchstens 2-mal getroffen wird, beträgt rund 1,23 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

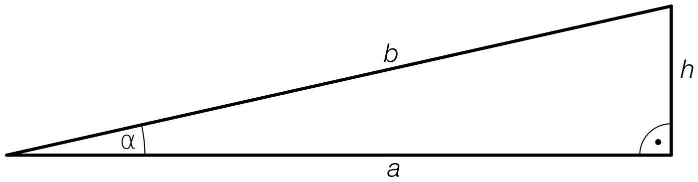
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Rampe

In der nachstehenden Abbildung ist die Seitenansicht einer Rampe dargestellt.



a) 1) Stellen Sie mithilfe von a und b eine Formel zur Berechnung von h auf.

h = ____

b) Die Abmessungen dieser Rampe sind: $a = 4$ m, $h = 0{,}9$ m.

1) Berechnen Sie den Steigungswinkel α dieser Rampe.

Jemand behauptet:
„Werden sowohl die Breite a als auch die Höhe h dieser Rampe verdoppelt, so wird der Inhalt der Querschnittsfläche vervierfacht."

2) Zeigen Sie, dass diese Behauptung richtig ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Rampe

a1) $h = \sqrt{b^2 - a^2}$

b1) $\tan(\alpha) = \frac{h}{a}$

$\alpha = 12{,}68...°$

b2) $A = \frac{a \cdot h}{2}$

$A_{\text{neu}} = \frac{(2 \cdot a) \cdot (2 \cdot h)}{2} = 2 \cdot a \cdot h = 4 \cdot A$

Verdoppelt man sowohl a als auch h, so vervierfacht sich der Inhalt der Querschnittsfläche.

Auch ein Nachweis mit konkreten Zahlen ist als richtig zu werten.

Aufgabe 2

Schmerzmittel

In einem bestimmten Schmerzmittel ist der Wirkstoff *Acetylsalicylsäure* enthalten.
Die Wirkstoffmenge im Blut in Abhängigkeit von der Zeit t nach der Einnahme einer Tablette dieses Schmerzmittels kann durch die nachstehende Funktion m modelliert werden.

$m(t) = 250 \cdot (1 - e^{-0{,}05 \cdot t}) - 0{,}5 \cdot t \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 450$

t ... Zeit nach der Einnahme in min
$m(t)$ ... Wirkstoffmenge im Blut zur Zeit t in mg

a) 1) Ermitteln Sie die maximale Wirkstoffmenge im Blut.

b) 1) Stellen Sie eine Gleichung derjenigen Tangente an m auf, deren Steigung –0,49 beträgt.

c) Die Berechnung $m(t) = 150$ ergibt die beiden Lösungen $t_1 \approx 20{,}5$ und $t_2 \approx 200$.

1) Interpretieren Sie die beiden Zahlen 20,5 und 200 im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörigen Einheiten an.

Lösung zur Aufgabe 2

Schmerzmittel

a1) $m'(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 64{,}3...$
$m(64{,}3...) = 207{,}8...$
Die maximale Wirkstoffmenge im Blut beträgt rund 208 mg.

b1) Tangente:
$g(t) = k_T \cdot t + d$
$k_T = m'(t) = -0{,}49$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$t = 142{,}61...$

Aufstellen der Tangente an m an der Stelle 142,61... mittels Technologieeinsatz:

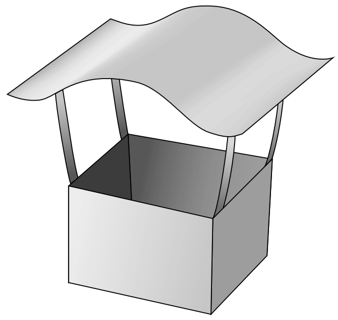
$g(t) = -0{,}49 \cdot t + 248{,}4$ *(Koeffizienten gerundet)*

c1) Rund 20,5 min und rund 200 min nach der Einnahme beträgt die Wirkstoffmenge im Blut 150 mg.

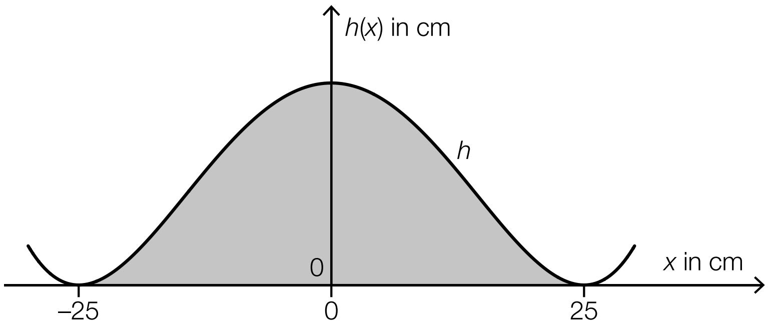
Aufgabe 3

Kaminabdeckung

Die nebenstehende Abbildung zeigt eine Kaminabdeckung.



a) In der nachstehenden Abbildung ist die Seitenansicht dieser Kaminabdeckung modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.

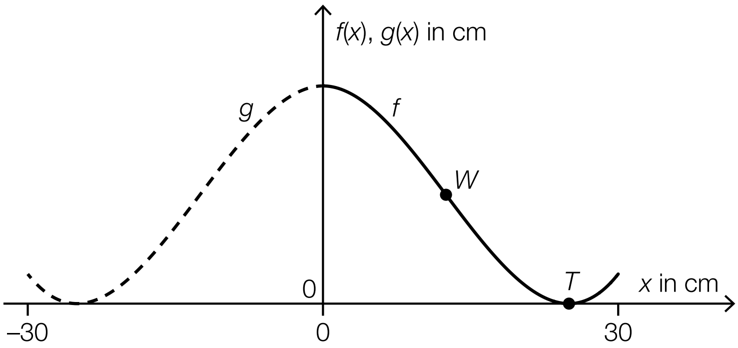


Die obere Begrenzungslinie wird durch den Graphen der Funktion h beschrieben.

$h(x) = \frac{4}{78\,175} \cdot x^4 - \frac{8}{125} \cdot x^2 + 20$
x, $h(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche.

b) Bei einer anderen Kaminabdeckung wird die obere Begrenzungslinie durch die Graphen der Funktionen f und g beschrieben (siehe nachstehende Abbildung).



Der Graph von g entsteht durch Spiegelung des Graphen von f an der y-Achse.

x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in cm

Der Punkt $T = (25|0)$ ist ein Tiefpunkt des Graphen von f.
Der Punkt $W = (12{,}5|10)$ ist ein Wendepunkt des Graphen von f.

1) Kreuzen Sie die <u>nicht</u> zutreffende Aussage an. *[1 von 5]*

$f'(25) = 0$	☐
$f''(25) = g''(-25)$	☐
$f'(12{,}5) = g'(-12{,}5)$	☐
$f''(12{,}5) = g''(-12{,}5)$	☐
$g'(-25) = 0$	☐

Die Funktion f soll im Intervall [0; 30] durch eine Polynomfunktion 3. Grades modelliert werden.

2) Erstellen Sie mithilfe der Informationen zu T und W ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f.

Lösung zur Aufgabe 3

Kaminabdeckung

a1) $\int_{-25}^{25} h(x)\,\mathrm{d}x = 533{,}2...$

Der Inhalt der grau markierten Fläche beträgt rund 533 cm^2.

b1)

$f'(12{,}5) = g'(-12{,}5)$	☒

b2) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$f''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $f(12{,}5) = 10$

II: $f(25) = 0$

III: $f'(25) = 0$

IV: $f''(12{,}5) = 0$

oder:

I: $a \cdot 12{,}5^3 + b \cdot 12{,}5^2 + c \cdot 12{,}5 + d = 10$

II: $a \cdot 25^3 + b \cdot 25^2 + c \cdot 25 + d = 0$

III: $3 \cdot a \cdot 25^2 + 2 \cdot b \cdot 25 + c = 0$

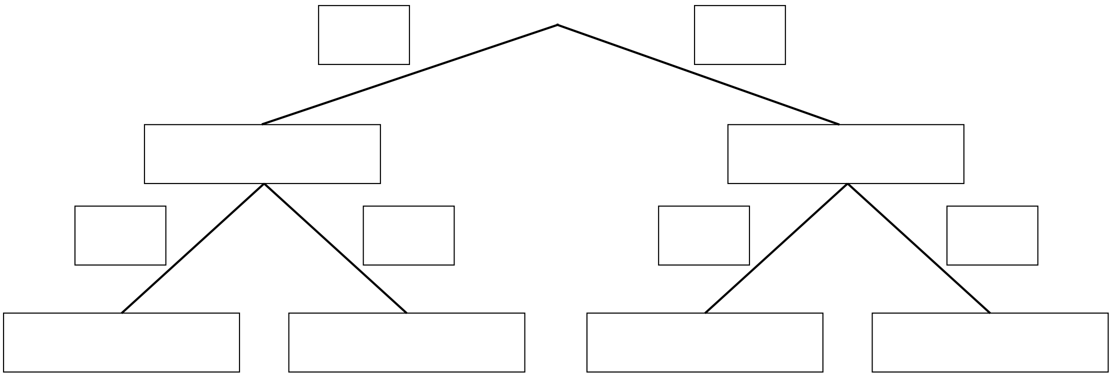
IV: $6 \cdot a \cdot 12{,}5 + 2 \cdot b = 0$

Aufgabe 4

Formel-1-Grand-Prix

a) Eine Befragung von Formel-1-Fans beim Formel-1-Grand-Prix von Österreich ergab Folgendes:
$\frac{2}{3}$ der Formel-1-Fans kommen aus Österreich.
55 % der Formel-1-Fans aus Österreich und 35 % der Formel-1-Fans aus dem Ausland reisten mit ihrem Auto an.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



b) Aus Erfahrung weiß man, dass ein zufällig ausgewählter Formel-1-Fan mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % aus Deutschland kommt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 100 zufällig ausgewählten Formel-1-Fans mindestens 11 aus Deutschland kommen.

c) Aus Erfahrung weiß man, dass ein zufällig ausgewählter Formel-1-Fan mit einer Wahrscheinlichkeit von 8 % aus Italien kommt.

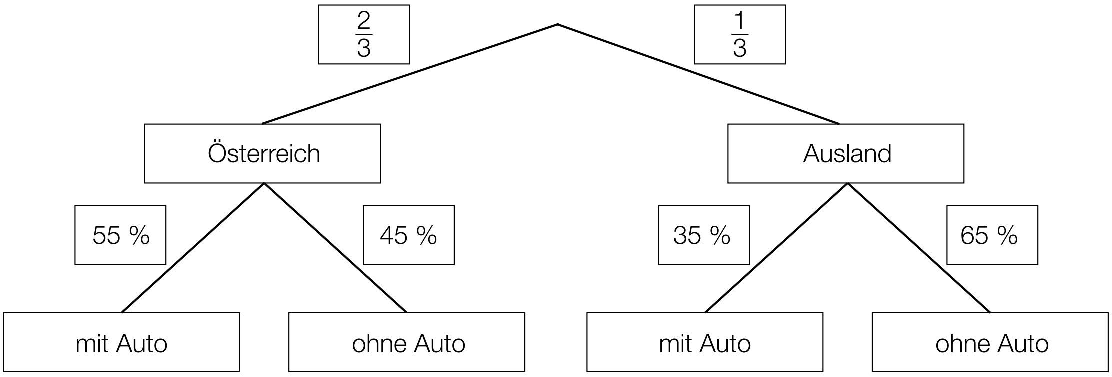
1) Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$P(E) = 1 - 0{,}92^5$

Lösung zur Aufgabe 4

Formel-1-Grand-Prix

a1)



b1) X ... Anzahl der Formel-1-Fans, die aus Deutschland kommen

Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 11) = 0{,}4168...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 41,7 %.

c1) Von 5 zufällig ausgewählten Formel-1-Fans kommt mindestens 1 aus Italien.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Wasser

a) Ein undichter Wasserhahn tropft über einen Zeitraum von 14 Tagen. Die als kugelförmig angenommenen Wassertropfen haben einen Radius von r Millimetern. Innerhalb von jeweils t Sekunden fällt 1 Wassertropfen ins Waschbecken.

1) Stellen Sie mithilfe von r und t eine Formel zur Berechnung des Volumens V in Litern, das in 14 Tagen insgesamt in das Wasserbecken tropft, auf.

$V =$ ____

b) In 18 g Wasser sind rund $6 \cdot 10^{23}$ Wassermoleküle enthalten.
Die Dichte ϱ von Wasser beträgt 1 g/cm^3.
Die Masse m ist das Produkt aus Dichte ϱ und Volumen V, also $m = \varrho \cdot V$.

1) Berechnen Sie die Anzahl an Wassermolekülen, die ein Wassertropfen mit einem Volumen von 0,03 cm^3 enthält.

Für eine genauere Berechnung verwendet man anstelle der gerundeten Zahl $6 \cdot 10^{23}$ die Zahl $6{,}022 \cdot 10^{23}$ für die in 18 g Wasser enthaltene Anzahl an Wassermolekülen.

Jemand stellt die folgende fehlerhafte Berechnung an:

$6{,}022 \cdot 10^{23} - 6 \cdot 10^{23} = 6{,}022 - 6 = 0{,}022$

2) Stellen Sie diese Berechnung richtig.

Lösung zur Aufgabe 1

Wasser

a1) $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \frac{1}{10^6} \cdot \frac{14 \cdot 24 \cdot 3600}{t} = 1{,}6128 \cdot \pi \cdot \frac{r^3}{t}$

b1) $\frac{0{,}03 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{18} = 10^{21}$

In diesem Tropfen sind 10^{21} Wassermoleküle enthalten.

b2) $6{,}022 \cdot 10^{23} - 6 \cdot 10^{23} = (6{,}022 - 6) \cdot 10^{23} = 0{,}022 \cdot 10^{23}$

Aufgabe 2

Auf der Fahrt

Die Weg-Zeit-Funktion s bei der Fahrt eines bestimmten Fahrzeugs lautet:

$s(t) = -0{,}0001 \cdot t^3 - 0{,}04 \cdot t^2 + 1{,}8 \cdot t \quad \text{mit} \quad t \geq 0$

t ... Zeit in s
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

a) 1) Stellen Sie eine Gleichung der zu s zugehörigen Beschleunigung-Zeit-Funktion auf.

2) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit dieses Fahrzeugs im Zeitintervall [0; 15].

b) Die gegebene Weg-Zeit-Funktion s wird verändert. Die neue Funktion soll die folgende Bedingung erfüllen: Die Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ soll genau 2 m/s betragen.

1) Verändern Sie einen Koeffizienten der Funktionsgleichung von s so, dass diese Bedingung erfüllt ist.

Lösung zur Aufgabe 2

Auf der Fahrt

a1) $s''(t) = a(t) = -0{,}0006 \cdot t - 0{,}08$

a2) $\frac{s(15) - s(0)}{15 - 0} = 1{,}1775$
Die mittlere Geschwindigkeit beträgt 1,1775 m/s.

b1) $s(t) = -0{,}0001 \cdot t^3 - 0{,}04 \cdot t^2 + 2 \cdot t$

Aufgabe 3

Bäume

a) Sabrina hat vor genau 3 Jahren in ihrem Garten eine Birke mit einer Höhe von 20 cm eingepflanzt. Heute hat diese Birke eine Höhe von 2 m.

Die Höhe der Birke in Metern kann in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren näherungsweise durch eine lineare Funktion h beschrieben werden.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion h auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Zeitpunkt des Einpflanzens.

b) Die Höhe einer bestimmten Fichte in Metern kann in einem bestimmten Zeitraum in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren näherungsweise durch die Funktion w beschrieben werden.

$w(t) = e^{0{,}05033 \cdot t}$

t ... Zeit nach dem Einpflanzen in Jahren
$w(t)$ ... Höhe der Fichte zur Zeit t in m

1) Berechnen Sie, wann diese Fichte gemäß diesem Modell eine Höhe von 30 m erreicht.

Harald behauptet: Die nachstehende Funktion w_1 entspricht der obigen Funktion w.

$w_1(t) = e^{0{,}05033} \cdot e^t$

2) Überprüfen Sie nachweislich, ob die Funktion w_1 der Funktion w entspricht.

Lösung zur Aufgabe 3

Bäume

a1) $h(t) = 0{,}6 \cdot t + 0{,}2$

b1) $30 = e^{0{,}05033 \cdot t}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 67{,}57...$

Die Fichte erreicht eine Höhe von 30 m nach rund 67,6 Jahren.

b2) $e^{0{,}05033} \cdot e^{t} = e^{0{,}05033 + t}$
$e^{0{,}05033 + t} \neq e^{0{,}05033 \cdot t}$

Die Überprüfung kann auch durch die Angabe von Punkten erfolgen, die nicht auf beiden Funktionsgraphen liegen, zum Beispiel $w(0) \neq w_1(0)$.

Die Funktion w_1 entspricht also nicht der Funktion w.

Aufgabe 4

Glücksspiel

a) Bei einer Lotterie gibt es 1 000 Lose.
Es gibt h Hauptgewinne und t Trostpreise, die restlichen Lose sind Nieten.

Jemand kauft 3 Lose.

1) Stellen Sie mithilfe von h und t eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„alle 3 gekauften Lose sind Nieten“) = ____

b) Ein Spielautomat zeigt bei jedem Spiel unabhängig von den anderen Spielen mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % einen Gewinn an.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Spielautomat bei 10 Spielen mindestens 3-mal einen Gewinn anzeigt.

Auf diesem Spielautomaten werden n Spiele durchgeführt.

2) Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.

$n \cdot 0{,}2$

Lösung zur Aufgabe 4

Glücksspiel

a1) $P(\text{„alle 3 gekauften Lose sind Nieten"}) = \frac{1\,000 - h - t}{1\,000} \cdot \frac{999 - h - t}{999} \cdot \frac{998 - h - t}{998}$

b1) X ... Anzahl der Gewinne

Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 3) = 0{,}322...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 32 %.

b2) Der angegebene Ausdruck gibt den Erwartungswert dafür an, bei wie vielen von insgesamt n Spielen ein Gewinn angezeigt wird.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	**Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung**
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Wolle

a) In einer Weberei werden Wollteppiche gewebt. Ist der fertige Wollteppich nicht mehr im Webstuhl eingespannt, so ist er um 12 % kürzer als im Webstuhl.

E ... Länge des eingespannten Wollteppichs
N ... Länge des Wollteppichs, wenn dieser nicht mehr eingespannt ist

1) Erstellen Sie mithilfe von E eine Formel zur Berechnung von N.

$N =$ ____

b) Ein geknüpfter Teppich mit den Abmessungen 190 cm × 140 cm hat eine *Knotenfeinheit* von 10^6 Knoten pro m^2.

1) Ermitteln Sie die Anzahl der Knoten, aus denen dieser Teppich insgesamt besteht.

c) Wolle kann zur Trittschalldämmung verwendet werden. Die Änderung des Schallpegels ΔL in Dezibel (dB) durch eine Trittschalldämmung aus Wolle kann näherungsweise mit der nachstehenden Formel berechnet werden.

$\Delta L = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_W}{I}\right)$
I_W ... Schallintensität mit Trittschalldämmung aus Wolle
I ... Schallintensität ohne Trittschalldämmung

Jemand behauptet: „Ist I_W halb so groß wie I, so beträgt ΔL rund –3 dB.“

1) Zeigen Sie, dass diese Behauptung richtig ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Wolle

a1) $N = 0{,}88 \cdot E$

b1) $1{,}9 \cdot 1{,}4 \cdot 10^6 = 2\,660\,000$

Dieser Teppich besteht aus 2 660 000 Knoten.

c1) $\Delta L = 10 \cdot \lg\left(\frac{0{,}5 \cdot I}{I}\right)$

$\Delta L = -3{,}01...$ dB

Die Behauptung ist also richtig.

Aufgabe 2

Wirkstoffe

a) Ein Wirkstoff wird durch eine Infusion verabreicht. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut wird durch die nachstehende Funktion K beschrieben.

$K(t) = 150 \cdot (1 - e^{-0{,}4 \cdot t})$ mit $0 \leq t \leq 2$

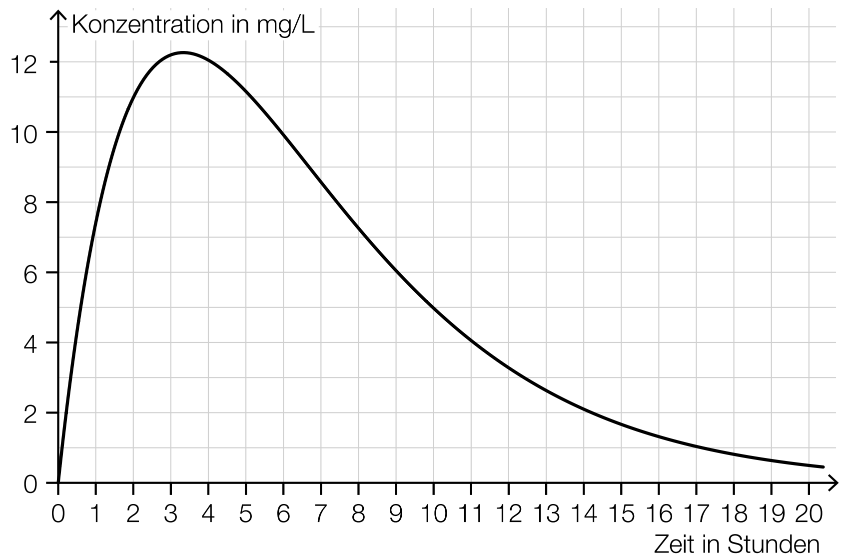
t ... Zeit nach Beginn der Infusion in h
$K(t)$ ... Konzentration des Wirkstoffs im Blut zur Zeit t in µg/L

1) Berechnen Sie, zu welcher Zeit t die Konzentration des Wirkstoffs im Blut 30 µg/L beträgt.

Für die 1. Ableitung der Funktion K gilt:
$K'(t) = 60 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}$

2) Begründen Sie anhand der Ableitungsfunktion K', warum die Funktion K streng monoton steigend ist.

b) Der zeitliche Verlauf der Konzentration eines anderen Wirkstoffs im Blut ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung das Zeitintervall, in dem die Konzentration des Wirkstoffs über 10 mg/L liegt.

Lösung zur Aufgabe 2

Wirkstoffe

a1) $150 \cdot (1 - e^{-0{,}4 \cdot t}) = 30$

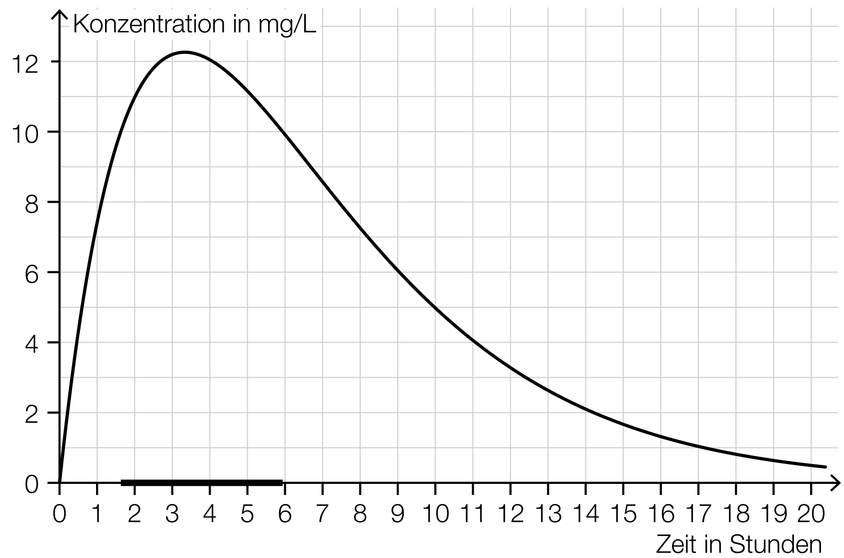
Lösung mittels Technologieeinsatz:

$t = 0{,}55...$

Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut von 30 µg/L wird nach etwa 0,6 h erreicht.

a2) Da die Zahl 60 positiv ist und der Ausdruck $e^{-0{,}4 \cdot t}$ für alle t positiv ist, ist die Ableitungsfunktion K' überall positiv. Daher ist die Funktion K streng monoton steigend.

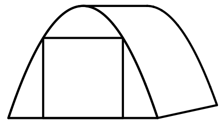
b1)



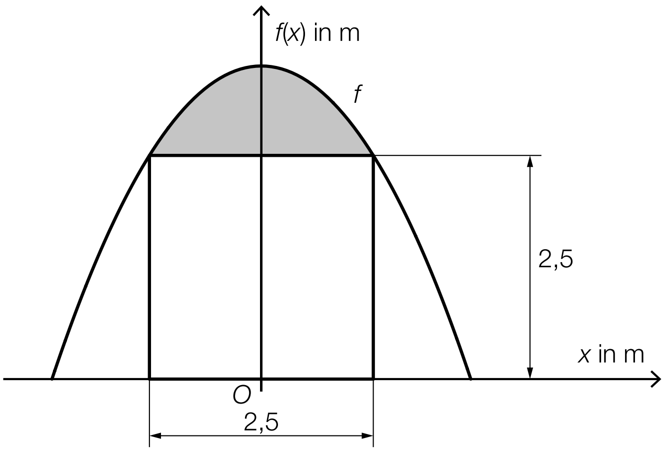
Aufgabe 3

Tiny House

Ein *Tiny House* ist ein besonders kleines Haus.



a) In der nebenstehenden Abbildung ist das Modell *Buche* in der Ansicht von vorne dargestellt. Die obere Begrenzungslinie kann durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.
Der Graph von f ist symmetrisch zur senkrechten Achse.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

A = ____

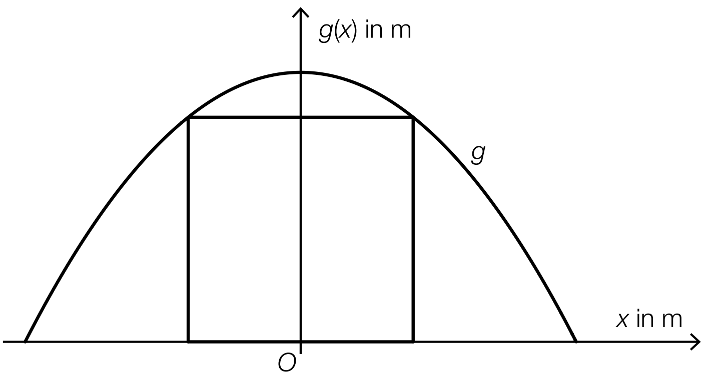
Für die Funktion f gilt:

$f(x) = a \cdot x^2 + 3{,}5$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

2) Ermitteln Sie den Parameter a.

b) In der nebenstehenden Abbildung ist das Modell *Eiche* in der Ansicht von vorne dargestellt. Die obere Begrenzungslinie kann durch den Graphen der Funktion g beschrieben werden.



An einer bestimmten Stelle x_0 gilt: $g(x_0) = 0$ und $g'(x_0) < 0$

1) Markieren Sie die Stelle x_0 in der obigen Abbildung.

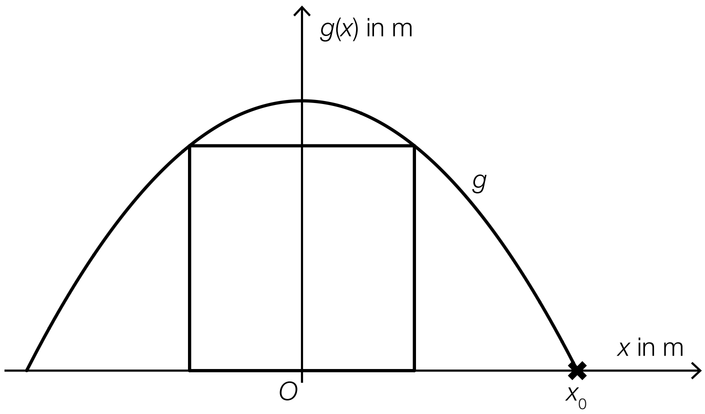
Lösung zur Aufgabe 3

Tiny House

a1) $A = \int_{-1,25}^{1,25} (f(x) - 2{,}5)\,\mathrm{d}x$ *oder* $A = 2 \cdot \int_{0}^{1,25} f(x)\,\mathrm{d}x - 2{,}5^2$

a2) $f(x) = a \cdot x^2 + 3{,}5$
$2{,}5 = a \cdot 1{,}25^2 + 3{,}5 \quad \Rightarrow \quad a = -0{,}64$

b1)



Aufgabe 4

Spielwürfel

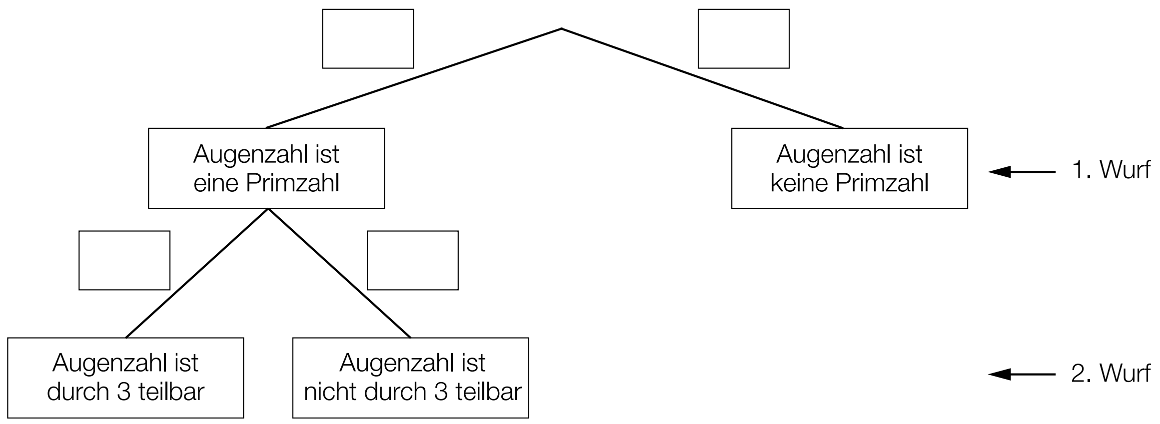
a) Ein 14-flächiger fairer Spielwürfel hat die Augenzahlen 1 bis 7, wobei jede Augenzahl auf 2 Seitenflächen des Spielwürfels vorkommt.

Dieser Spielwürfel wird 10-mal geworfen.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei mindestens 3-mal die Augenzahl 7 gewürfelt wird.

Bei einem bestimmten Spiel wird dieser Spielwürfel 2-mal geworfen.

2) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm durch Eintragen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.



[Anmerkung: 1 ist keine Primzahl]

b) Bei einem anderen Spielwürfel beträgt die Wahrscheinlichkeit, die Augenzahl 5 zu würfeln, $\frac{1}{8}$.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = \left(\frac{7}{8}\right)^4$

Lösung zur Aufgabe 4

Spielwürfel

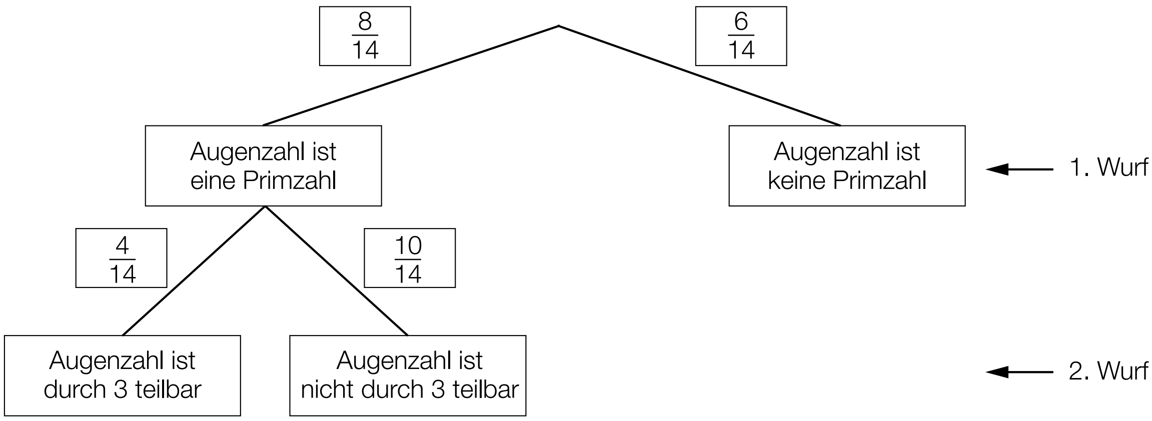
a1) X ... Anzahl der Würfe mit der Augenzahl 7
Binomialverteilung mit $p = \frac{1}{7}$ und $n = 10$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 3) = 0{,}1616...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 16,2 %.

a2)



b1) E ... „bei keinem von 4 Würfen wird die Augenzahl 5 gewürfelt“

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

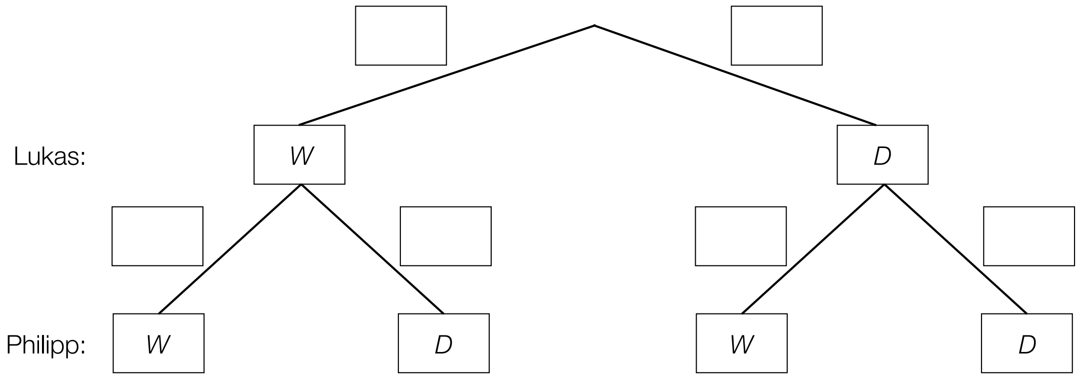
Aufgabe 1

Werwölfe

Lukas und Philipp spielen gemeinsam mit Freunden das Spiel *Werwölfe*.

a) In einer bestimmten Spielrunde wird mit insgesamt 2 Werwolf-Karten (W) und 9 Dorfbewohner-Karten (D) gespielt.
Aus diesen Karten wird zu Spielbeginn zufällig und ohne Zurücklegen gezogen.
Lukas zieht als Erster eine Karte, Philipp zieht als Zweiter eine Karte.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm durch Eintragen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



b) In einer anderen Spielrunde werden 8 Spiele gespielt.
Bei jedem dieser Spiele gilt: Die Wahrscheinlichkeit, dass Lukas eine Werwolf-Karte zieht, beträgt $\frac{1}{4}$.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Lukas bei mindestens 2 Spielen eine Werwolf-Karte zieht.

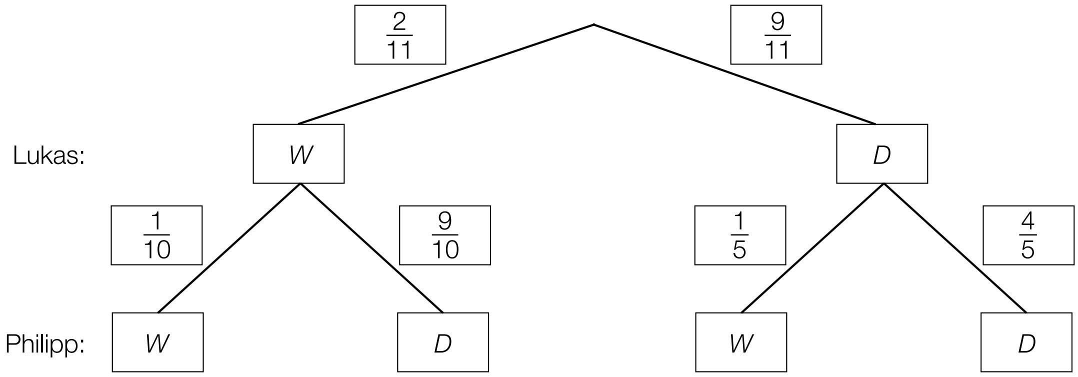
c) In einer weiteren Spielrunde werden 10 Spiele gespielt.
Bei jedem dieser Spiele gilt: Die Wahrscheinlichkeit, dass Philipp eine Werwolf-Karte zieht, beträgt $\frac{1}{5}$.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = \binom{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7$

Lösung zur Aufgabe 1

Werwölfe

a1)



b1) X ... Anzahl der Spiele, bei denen Lukas eine Werwolf-Karte zieht

Binomialverteilung mit $n = 8$ und $p = \frac{1}{4}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 2) = 0{,}6329...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 63,3 %.

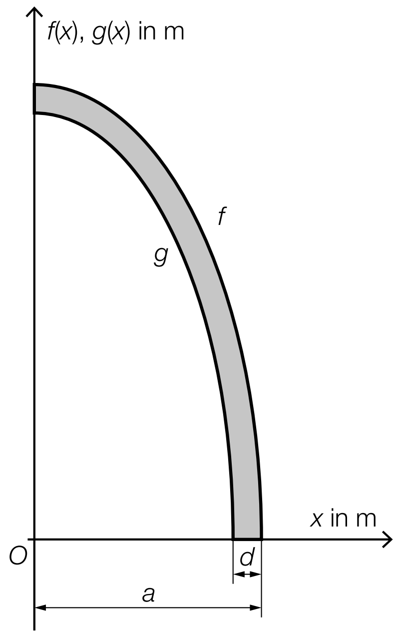
c1) E ... „Philipp zieht bei genau 3 von 10 Spielen eine Werwolf-Karte"

Aufgabe 2

Lärmschutzwand

In der nebenstehenden Abbildung ist der Querschnitt einer Lärmschutzwand modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.

Die Graphen der Funktionen *g* und *f* bilden die linke und rechte Begrenzungslinie des Querschnitts.



a) Es soll der Inhalt *A* der grau markierten Querschnittsfläche ermittelt werden.

1) Tragen Sie die fehlenden Ausdrücke in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$A = \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} g(x)\,\mathrm{d}x$$

b) Für die Funktion *g* gilt:

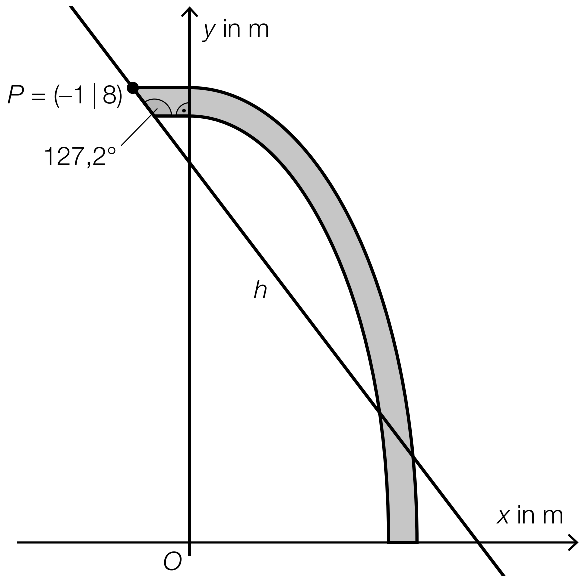
$g(x) = \frac{15}{7} \cdot \sqrt{12{,}25 - x^2}$
x ... Koordinate in m
$g(x)$ ... Höhe über dem Boden an der Stelle x in m

1) Ermitteln Sie diejenige Stelle x, bei der die Höhe über dem Boden genau 4 m beträgt.

c) Um die Wand witterungsbeständiger zu gestalten, wird der Querschnitt um ein Trapez erweitert. In der nebenstehenden Abbildung ist der so veränderte Querschnitt dargestellt.

Die schräge Begrenzungslinie des Trapezes verläuft durch den Punkt *P* und liegt auf der Geraden *h*.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Geraden *h* auf.



Lösung zur Aufgabe 2

Lärmschutzwand

a1) $A = \int_{\boxed{0}}^{\boxed{a}} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{\boxed{0}}^{\boxed{a-d}} g(x)\,\mathrm{d}x$

b1) $g(x) = 4$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x = 2{,}960...$

c1) $h(x) = k \cdot x + d$
$k = \tan(127{,}2°)$
$k = -1{,}317...$
$h(-1) = 8$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$d = 6{,}682...$

$h(x) = -1{,}32 \cdot x + 6{,}68$ *(Koeffizienten gerundet)*

x, $h(x)$ ... Koordinaten in m

Aufgabe 3

Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlen können durch verschiedene Materialien abgeschirmt werden. Die Strahlungsintensität der Röntgenstrahlen nimmt dabei in Abhängigkeit von der Schichtdicke des jeweiligen Abschirmungsmaterials exponentiell ab.

a) Beim Durchgang von Röntgenstrahlen durch Stahl nimmt die Strahlungsintensität pro Millimeter Schichtdicke um 25 % ab.

Die Strahlungsintensität soll in Abhängigkeit von der Schichtdicke x des Stahls in Millimetern durch eine Funktion I beschrieben werden.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion I auf. Wählen Sie dabei $I(0) = I_0$.
2) Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.
$\frac{I(5) - I_0}{I_0}$

b) Unter der sogenannten *Halbwertsdicke* versteht man diejenige Schichtdicke einer Abschirmung, nach der die Strahlungsintensität nur noch 50 % der ursprünglichen Strahlungsintensität beträgt.

1) Ermitteln Sie, nach wie vielen Halbwertsdicken die Strahlungsintensität auf 1 % der ursprünglichen Strahlungsintensität gesunken ist.

Lösung zur Aufgabe 3

Röntgenstrahlung

a1) $I(x) = I_0 \cdot 0{,}75^x$

a2) Mit diesem Ausdruck wird die relative Änderung der Strahlungsintensität durch eine 5 mm dicke Stahlschicht berechnet.

b1) $0{,}5^n = 0{,}01$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 6{,}64...$

Nach etwa 6,6 Halbwertsdicken ist die Strahlungsintensität auf 1 % der ursprünglichen Strahlungsintensität gesunken.

Aufgabe 4

Pfeffer

a) In einem bestimmten Behälter befinden sich zuerst r Gramm roter Pfeffer und s Gramm schwarzer Pfeffer.

1) Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{r}{r+s}$$

Zuerst sind in diesem Behälter 80 g Pfeffer. Nun werden zusätzlich 50 g schwarzer Pfeffer eingefüllt. Dadurch ist im Behälter nun 3-mal so viel schwarzer Pfeffer wie roter Pfeffer enthalten.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von r und s.

b) Ein Pfefferkorn hat eine Masse von 25 mg.
Es soll die Anzahl n an Pfefferkörnern berechnet werden, die insgesamt eine Masse von 1 t haben.

1) Berechnen Sie n und stellen Sie das Ergebnis in Gleitkommadarstellung in der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $k \in \mathbb{Z}$ dar.

Lösung zur Aufgabe 4

Pfeffer

a1) Der Ausdruck ist der relative Anteil an rotem Pfeffer in Bezug auf die gesamte Pfeffermenge.

a2) $s + 50 = 3 \cdot r$
$s + r = 80$

b1) $\frac{1\,000 \cdot 10^3 \text{ g}}{25 \cdot 10^{-3} \text{ g}} = 4 \cdot 10^7$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 6
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

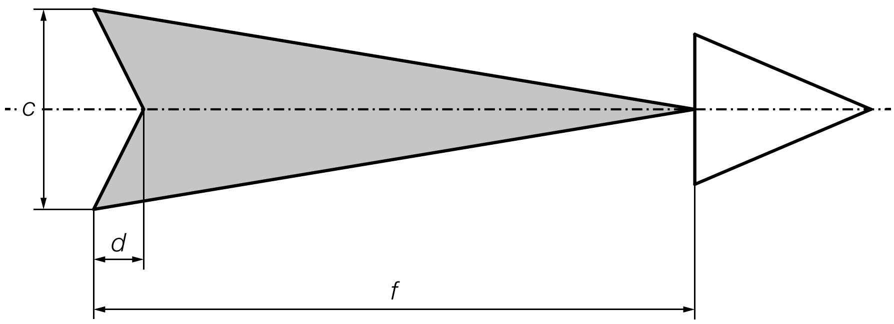
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Pfeil

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Pfeil dargestellt. Die strichpunktierte Linie ist die Symmetrieachse des Pfeiles.



1) Stellen Sie mithilfe von c, d und f eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ____

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α ein, der sich mit dem nachstehenden Ausdruck berechnen lässt.

$$\alpha = 180° - 2 \cdot \arctan\left(\frac{d}{\frac{c}{2}}\right)$$

b) Die Spitze eines bestimmten Pfeiles ist ein gleichschenkeliges Dreieck mit einer Basis von 6 cm und einer Höhe von 7 cm. Der Flächeninhalt des Dreiecks soll bei gleich langer Basis um 20 % vergrößert werden.

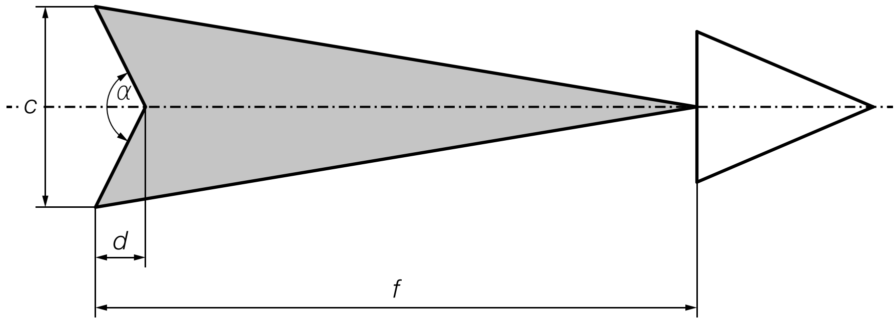
1) Berechnen Sie, wie lang die beiden Schenkel dieses Dreiecks nach der Vergrößerung sind.

Lösung zur Aufgabe 1

Pfeil

a1) $A = \frac{1}{2} \cdot (c \cdot f - c \cdot d)$

a2)



b1) $A_{\text{vorher}} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$

$A_{\text{nachher}} = 21 \cdot 1{,}2 = 25{,}2$

$A_{\text{nachher}} = \frac{h_{\text{nachher}} \cdot 6}{2} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{nachher}} = 8{,}4 \text{ cm}$

Schenkel: $s = \sqrt{8{,}4^2 + 3^2} = 8{,}91...$

Die Schenkel des Dreiecks haben nach der Vergrößerung eine Länge von rund 8,9 cm.

Aufgabe 2

Beschleunigungsrennen

Jan und Tom nehmen an einem Beschleunigungsrennen teil. Sie starten gleichzeitig zur Zeit $t = 0$. Die Geschwindigkeiten ihrer Fahrzeuge in den ersten Sekunden können durch die beiden Funktionen v_J und v_T beschrieben werden.

t ... Zeit nach dem Start in s
$v_J(t)$ ... Jans Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s
$v_T(t)$ ... Toms Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

a) Zur Zeit t_1 befindet sich Tom vor Jan. Die Entfernung der beiden zur Zeit t_1 beträgt d.

1) Erstellen Sie mithilfe von v_J und v_T eine Formel zur Berechnung von d (in Metern).

$d =$ ____

b) Für die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion von Jan gilt:

$v_J(t) = 0{,}6 \cdot t^2 \cdot e^{-0{,}09 \cdot t}$

1) Ermitteln Sie Jans Beschleunigung 10 Sekunden nach dem Start.

c) Für die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion von Tom gilt:

$v_T(t) = 40 - 40 \cdot e^{-0{,}25 \cdot t}$

Für die 1. Ableitung der Funktion v_T gilt:

$v_T'(t) = 10 \cdot e^{-0{,}25 \cdot t}$

1) Beschreiben Sie mithilfe der Ableitungsregeln, wie der Faktor 10 zustande kommt.

Lösung zur Aufgabe 2

Beschleunigungsrennen

a1) $d = \int_0^{t_1} v_T(t)\,\mathrm{d}t - \int_0^{t_1} v_J(t)\,\mathrm{d}t$

b1) $a_J(t) = v_J'(t)$
$a_J(t) = -0{,}054 \cdot t^2 \cdot e^{-0{,}09 \cdot t} + 1{,}2 \cdot t \cdot e^{-0{,}09 \cdot t}$
$a_J(10) = 2{,}68...$

Die Beschleunigung beträgt rund 2,7 m/s².

c1) Man erhält den Faktor 10, indem man die Zahl −40 mit der inneren Ableitung der Exponentialfunktion (−0,25) multipliziert.

Aufgabe 3

Würstelstände

In Wien gibt es immer weniger Würstelstände. Waren es im Jahr 2010 noch 790, so waren es im Jahr 2017 nur mehr 274.

a) 1) Berechnen Sie die relative Änderung der Anzahl der Würstelstände in Wien von 2010 auf 2017.

b) Die Anzahl der Würstelstände in Wien soll in einem einfachen Modell in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren durch eine lineare Funktion f beschrieben werden.

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2010.

c) In einer anderen Modellierung wird die Anzahl der Würstelstände in Wien durch eine quadratische Funktion f beschrieben.

Dabei wird davon ausgegangen, dass die Anzahl der Würstelstände in Wien im Jahr 2017 ihren tiefsten Stand erreicht hatte und seither wieder ansteigt.

1) Ergänzen Sie die beiden fehlenden Zahlen. Es gilt $t = 0$ für das Jahr 2010.

$f'(7) =$ ___________

$f(14) =$ ___________

Lösung zur Aufgabe 3

Würstelstände

a1) $\frac{274 - 790}{790} = -0{,}6531...$

Die relative Änderung beträgt rund –65,3 %.

b1) $A(t) = k \cdot t + d$

t ... Zeit ab 2010 in Jahren
$A(t)$ ... Anzahl der Würstelstände in Wien zur Zeit t

$A(0) = 790$
$A(7) = 274$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

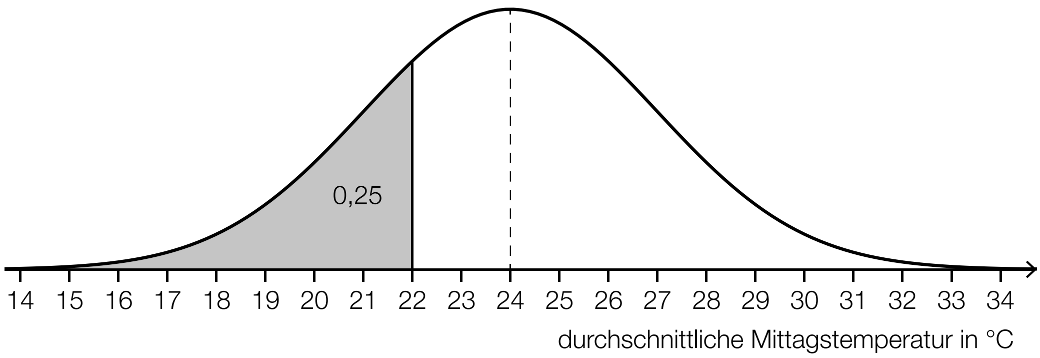
$A(t) = -73{,}714... \cdot t + 790$

c1) $f'(7) = 0$
$f(14) = 790$

Aufgabe 4

Mittagstemperaturen

a) Die durchschnittliche Mittagstemperatur X im Monat Juli in einer bestimmten Stadt kann als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 24$ °C angenommen werden. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion.



1) Begründen Sie anhand der obigen Abbildung, warum gilt:

$P(X > 26) = 0{,}25$

b) In einer anderen Stadt ist die durchschnittliche Mittagstemperatur im Monat Juli annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 22$ °C und der Standardabweichung $\sigma = 2$ °C.

1) Ermitteln Sie dasjenige um den Erwartungswert symmetrische Intervall, in dem 90 % aller durchschnittlichen Mittagstemperaturen im Monat Juli in dieser Stadt liegen.

c) Die Wahrscheinlichkeit, dass die Mittagstemperatur in einer anderen Stadt an einem Sommertag mindestens 30 °C beträgt, hat den konstanten Wert p.

Es werden 5 Sommertage zufällig ausgewählt.

1) Erstellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit.

E ... „die Mittagstemperatur an diesen 5 Sommertagen beträgt weniger als 30 °C“

$P(E) =$ ______________________________________

Lösung zur Aufgabe 4

Mittagstemperaturen

a1) Die Wahrscheinlichkeit, dass die Temperatur mindestens 26 °C beträgt, entspricht der Fläche unter dem Graphen der Dichtefunktion ab einer Temperatur von 26 °C. Aufgrund der Symmetrie des Graphen der Dichtefunktion bezüglich des Erwartungswerts gilt: Diese Fläche ist gleich groß wie die eingezeichnete Fläche und daher ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit auch 25 %.

b1) Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:

X ... durchschnittliche Mittagstemperatur im Monat Juli
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad [18{,}71...; 25{,}28...]$

c1) $P(E) = (1 - p)^5$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 7
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

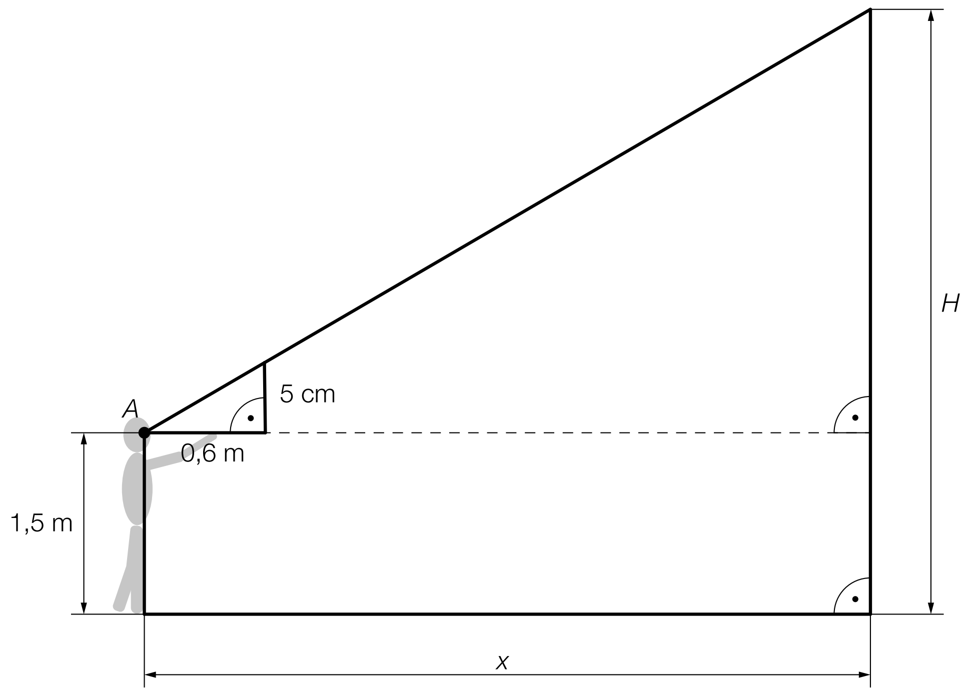
Aufgabe 1

Rätselrallye

Bei einer Rätselrallye muss Melisa einige Aufgaben bewältigen.

a) Die erste Aufgabe besteht darin, mithilfe eines Streichholzes von einem vorgegebenen Punkt aus die Höhe eines Handymasts H (in m) abzuschätzen.

Melisa steht in einer Entfernung x (in m) zum Handymast. Sie hält das 5 cm lange Streichholz in der Entfernung einer Armlänge (0,6 m) vor ihre Augen (siehe nachstehende schematische Abbildung).



1) Ergänzen Sie die nachstehende Gleichung.

$0{,}6 : 0{,}05 = x :$ ______________________________

2) Berechnen Sie den Höhenwinkel, unter dem Melisa die Spitze des Handymasts sieht.

b) Bei der zweiten Aufgabe muss Melisa das Volumen zweier Bälle vergleichen.

Der Durchmesser eines Handballs ist 3-mal so groß wie der Durchmesser eines Tennisballs.

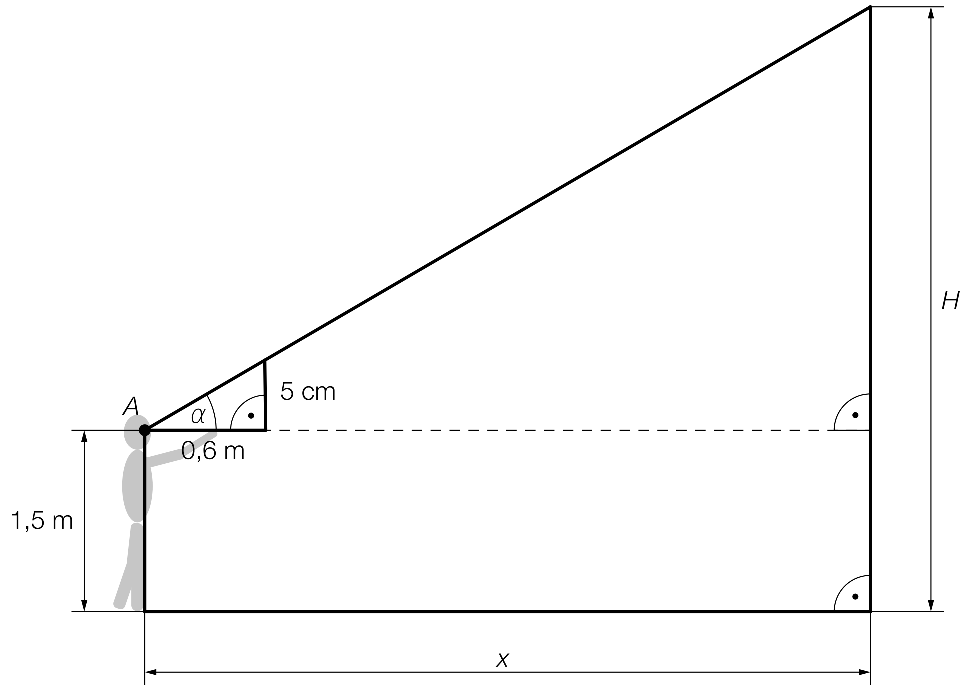
1) Überprüfen Sie nachweislich, ob das Volumen des Handballs 9-mal so groß wie das Volumen des Tennisballs ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Rätselrallye

a1) $0{,}6 : 0{,}05 = x : (H - 1{,}5)$

a2)



$\tan(\alpha) = \frac{0{,}05}{0{,}6}$

$\alpha = 4{,}76...°$

b1) $V_{\text{Tennisball}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

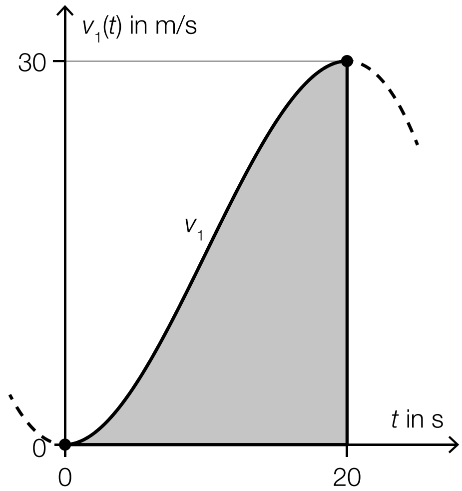
$V_{\text{Handball}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3 \cdot r)^3 = 27 \cdot V_{\text{Tennisball}}$

Das Volumen des Handballs ist also nicht 9-mal, sondern 27-mal so groß wie das Volumen des Tennisballs.

Aufgabe 2

Autofahrt

a) In der nachstehenden Abbildung ist das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für die ersten 20 Sekunden einer bestimmten Autofahrt dargestellt.



t ... Fahrzeit des Autos in s
$v_1(t)$ ... Geschwindigkeit des Autos zur Zeit t in m/s

1) Interpretieren Sie den Inhalt der grau markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die entsprechende Einheit an.

Für die Funktion v_1 gilt:
$v_1(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 20$

An den Stellen $t = 0$ und $t = 20$ hat der Graph der Funktion v_1 jeweils eine waagrechte Tangente.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von v_1.

b) Für das Zeitintervall [45; 60] kann die Geschwindigkeit des Autos mit der nachstehenden Funktion v_2 beschrieben werden.

$$v_2(t) = -\frac{2}{675} \cdot t^3 + \frac{7}{15} \cdot t^2 - 24 \cdot t + 435$$

t ... Fahrzeit des Autos in s
$v_2(t)$ ... Geschwindigkeit des Autos zur Zeit t in m/s

1) Berechnen Sie die durchschnittliche Beschleunigung im Zeitintervall [45; 60].

Lösung zur Aufgabe 2

Autofahrt

a1) Der Inhalt der grau markierten Fläche entspricht dem zurückgelegten Weg des Autos in Metern während der ersten 20 Sekunden dieser Autofahrt.

a2) $v_1'(t) = 3 \cdot a \cdot t^2 + 2 \cdot b \cdot t + c$

I: $v_1(0) = 0$
II: $v_1(20) = 30$
III: $v_1'(0) = 0$
IV: $v_1'(20) = 0$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$
II: $a \cdot 20^3 + b \cdot 20^2 + c \cdot 20 + d = 30$
III: $3 \cdot a \cdot 0^2 + 2 \cdot b \cdot 0 + c = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 20^2 + 2 \cdot b \cdot 20 + c = 0$

b1) $\frac{v_2(60) - v_2(45)}{60 - 45} = 0{,}333...$

Die durchschnittliche Beschleunigung beträgt rund 0,33 m/s^2.

Aufgabe 3

Matura

Im Jahr 2018 betrug die Anzahl der Maturantinnen und Maturanten in Österreich 42 000.

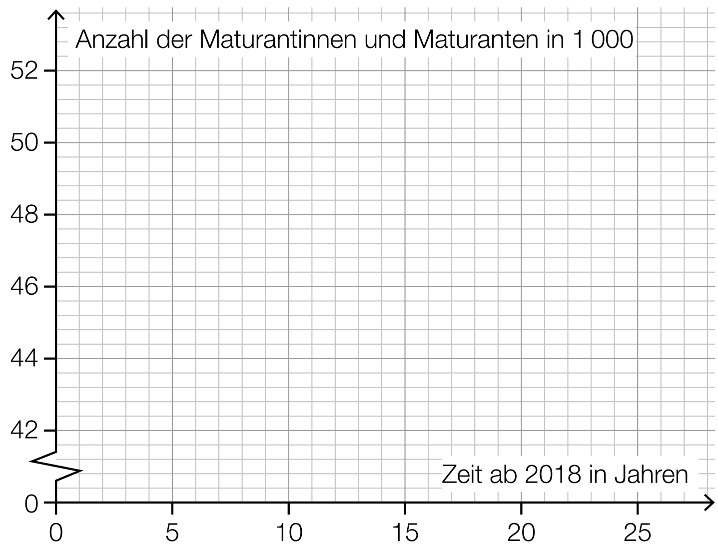
a) Laut einer Prognose steigt die Anzahl der Maturantinnen und Maturanten bis zum Jahr 2035 auf 48 000 an.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{48\,000 - 42\,000}{42\,000} = 0{,}14...$$

Die zeitliche Entwicklung der Anzahl der Maturantinnen und Maturanten soll durch eine lineare Funktion beschrieben werden.

2) Zeichnen Sie den Graphen dieser linearen Funktion in das nachstehende Koordinatensystem ein. Verwenden Sie dazu den Wert für das Jahr 2018 und die Prognose für das Jahr 2035.



b) In einem anderen Modell für die nächsten Jahre wird angenommen, dass die Anzahl der Maturantinnen und Maturanten jährlich um 7,8 Promille steigt.

Die Anzahl der Maturantinnen und Maturanten soll in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

1) Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Exponentialfunktion auf. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2018.

Lösung zur Aufgabe 3

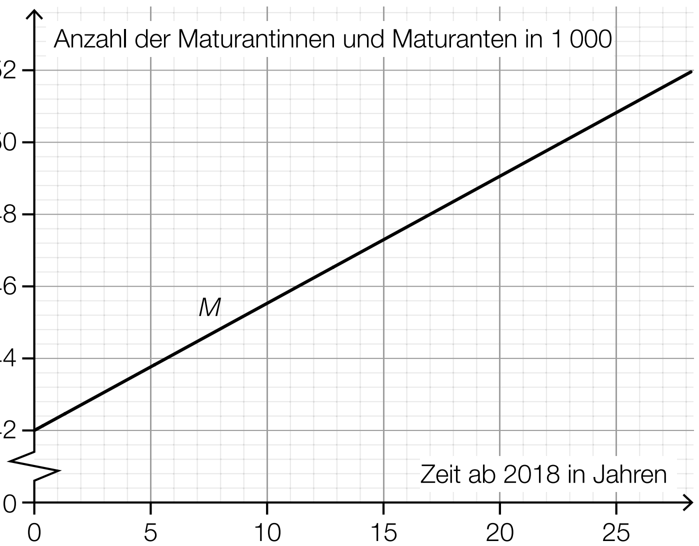
Matura

a1) Die Anzahl der Maturantinnen und Maturanten im Jahr 2035 wird gemäß diesem Modell um rund 14 % größer sein als die Anzahl der Maturantinnen und Maturanten im Jahr 2018.

oder:

Die relative Änderung der Anzahl der Maturantinnen und Maturanten im Zeitraum von 2018 bis 2035 beträgt 14 %.

a2)



b1) $N(t) = 42\,000 \cdot 1{,}0078^t$

t ... Zeit ab 2018 in Jahren
$N(t)$ ... Anzahl der Maturantinnen und Maturanten zur Zeit t

Aufgabe 4

Uhren

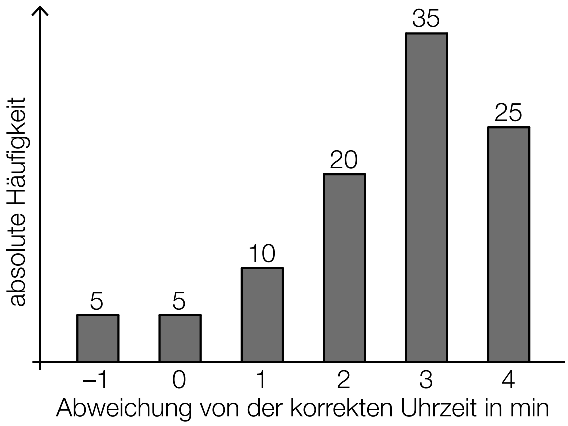
a) Im Zuge einer Razzia wurden 40 Uhren eines amtsbekannten illegalen Straßenverkäufers beschlagnahmt.
Aus Erfahrung weiß man, dass nur 35 % der Uhren dieses Straßenverkäufers funktionieren.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der beschlagnahmten Uhren, die nicht funktionieren.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

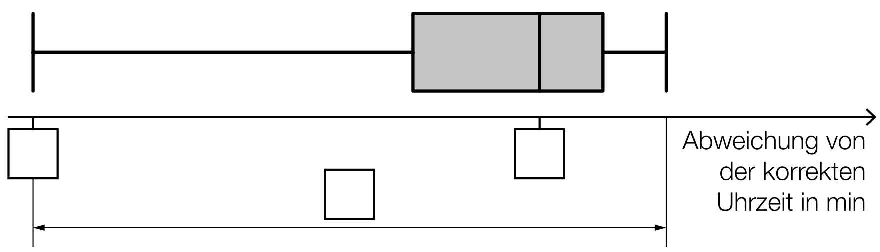
$P(E) = 1 - 0{,}35^{40}$

b) Im Zuge einer anderen Razzia wurden 100 Uhren beschlagnahmt. Diese Uhren wurden im Hinblick auf die jeweils angezeigte Uhrzeit untersucht. Im nachstehenden Säulendiagramm ist die absolute Häufigkeit für die Abweichung der angezeigten Uhrzeiten von der korrekten Uhrzeit dargestellt.



Die Daten aus dem Säulendiagramm sind in der nachstehenden Abbildung als Boxplot dargestellt.

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.



Lösung zur Aufgabe 4

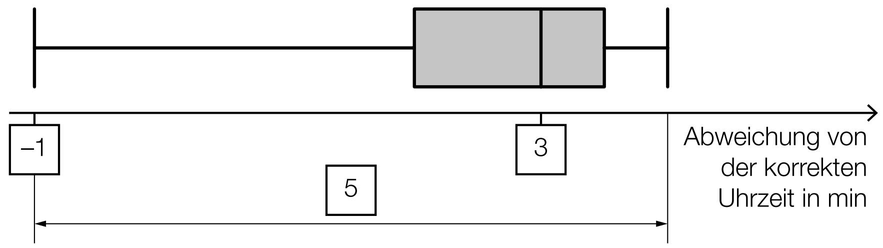
Uhren

a1) $40 \cdot 0{,}65 = 26$

Der Erwartungswert für die beschlagnahmten Uhren, die nicht funktionieren, beträgt 26.

a2) E ... „mindestens eine der beschlagnahmten Uhren funktioniert nicht“

b1)



Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 8
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

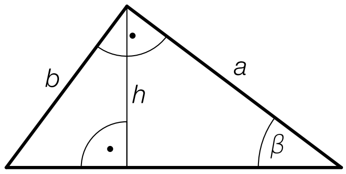
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Sandkiste

a) Eine Sandkiste wird durch ein Sonnensegel beschattet. Das Sonnensegel hat die Form eines rechtwinkeligen Dreiecks (siehe nachstehende Abbildung).



1) Erstellen Sie mithilfe von h und β eine Formel zur Berechnung von b.

b = ____

Es soll ein neues Sonnensegel montiert werden, bei dem alle Seitenlängen doppelt so groß wie beim bisherigen Sonnensegel sind.

2) Weisen Sie nach, dass der Flächeninhalt des neuen Sonnensegels 4-mal so groß wie jener des bisherigen Sonnensegels ist.

b) Ein Sandkorn in dieser Sandkiste kann modellhaft als Kugel mit 1 mm Durchmesser betrachtet werden.

1) Berechnen Sie das Volumen eines solchen Sandkorns in m^3.

Lösung zur Aufgabe 1

Sandkiste

a1) $b = \frac{h}{\cos(\beta)}$ *oder* $b = \frac{h}{\sin(90° - \beta)}$

a2) $A = \frac{a \cdot b}{2}$

$A_{neu} = \frac{2 \cdot a \cdot 2 \cdot b}{2} = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = 4 \cdot A$

Der Flächeninhalt ist also 4-mal so groß.

Der Punkt ist auch dann zu vergeben, wenn ein Nachweis mit konkreten Zahlen erfolgt.

b1) $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-3})^3 = 5{,}235... \cdot 10^{-10}$

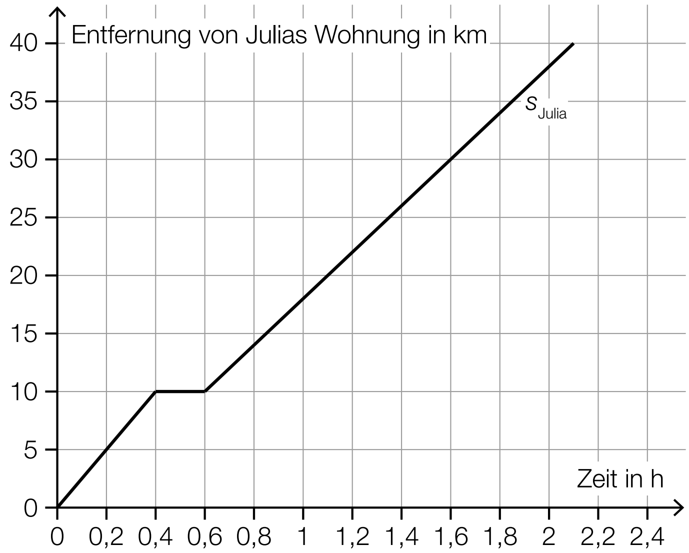
Das Volumen eines Sandkorns beträgt rund $5{,}24 \cdot 10^{-10}$ m³.

Aufgabe 2

Fahrradausflug

a) Julia und Niko wohnen 40 km voneinander entfernt. Julia fährt mit ihrem Fahrrad zur Wohnung von Niko. Niko fährt mit seinem Fahrrad zur Wohnung von Julia. Beide starten um 8 Uhr.

Julias Entfernung von ihrer Wohnung in Abhängigkeit von der Zeit t kann durch die Funktion s_{Julia} beschrieben werden (siehe nebenstehende Abbildung).



1) Tragen Sie die fehlenden Ausdrücke in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$s_{Julia}(t) = \begin{cases} \boxed{} & \text{für } t \leq 0{,}4 \\ \boxed{} & \text{für } 0{,}4 < t \leq 0{,}6 \\ 20 \cdot t - 2 & \text{für } t > 0{,}6 \end{cases}$$

t ... Zeit seit 8 Uhr in h
$s_{Julia}(t)$ ... Entfernung von Julia von ihrer Wohnung zur Zeit t in km

Nikos Entfernung von Julias Wohnung in Abhängigkeit von der Zeit t wird durch die nachstehende Funktion beschrieben.

$s_{Niko}(t) = -22 \cdot t + 40 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 1{,}8$
t ... Zeit seit 8 Uhr in h
$s_{Niko}(t)$ ... Nikos Entfernung von Julias Wohnung zur Zeit t in km

Julia und Niko treffen einander zu einem Zeitpunkt $t_1 > 0{,}6$.

2) Ermitteln Sie die Uhrzeit, zu der Julia und Niko einander treffen.

b) Bernd macht auch einen Fahrradausflug.
Dabei gilt entlang eines bestimmten Abschnitts: Die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion ist eine quadratische Funktion.

1) Geben Sie den Funktionstyp der zugehörigen Weg-Zeit-Funktion an.

Lösung zur Aufgabe 2

Fahrradausflug

a1)

$$s_{\text{Julia}}(t) = \begin{cases} \boxed{25 \cdot t} & \text{für } t \leq 0{,}4 \\ \boxed{10} & \text{für } 0{,}4 < t \leq 0{,}6 \\ 20 \cdot t - 2 & \text{für } t > 0{,}6 \end{cases}$$

a2) $20 \cdot t - 2 = -22 \cdot t + 40$

$\Rightarrow \quad t = 1$

Sie treffen einander um 9 Uhr.

b1) Es handelt sich um eine Polynomfunktion 3. Grades.

Aufgabe 3

Milbenbefall

a) Ein Huhn ist von Milben befallen.

Die Anzahl der Milben kann in Abhängigkeit von der Zeit t durch die nachstehende Funktion N beschrieben werden.

$N(t) = 20 \cdot e^{0{,}2 \cdot t}$

t ... Zeit seit dem Befall ($t = 0$) in Tagen
$N(t)$ ... Anzahl der Milben zur Zeit t

1) Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Anzahl der Milben in den ersten 9 Tagen des Befalls.

b) Auch ein Hund wurde von Milben befallen.

Ohne Therapie verdoppelt sich die Anzahl der Milben jeweils in einem Zeitraum von T Tagen.

1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils das zutreffende Satzende aus A bis D zu.

Im Zeitintervall $[0; 2 \cdot T]$	
Im Zeitintervall $\left[0; \frac{T}{2}\right]$	

A	erhöht sich die Anzahl der Milben um 100 %.
B	halbiert sich die Anzahl der Milben.
C	vervierfacht sich die Anzahl der Milben.
D	erhöht sich sich die Anzahl der Milben um etwa 41 %.

c) Auch eine Katze wurde von Milben befallen.

Durch eine bestimmte Therapie soll der Milbenbefall reduziert werden.

Zur Zeit $t = 0$ ist die Katze von insgesamt M Milben befallen. Im Zuge dieser Therapie nimmt die Anzahl der Milben jeden Tag um m Milben ab.

Die Anzahl der Milben soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Tagen durch eine Funktion f beschrieben werden.

1) Stellen Sie mithilfe von M und m eine Gleichung von f auf.

Lösung zur Aufgabe 3

Milbenbefall

a1) $\frac{N(9) - N(0)}{9} = \frac{20 \cdot e^{0,2 \cdot 9} - 20 \cdot e^{0,2 \cdot 0}}{9} = 11,22...$

Die mittlere Änderungsrate der Anzahl der Milben in den ersten 9 Tagen des Befalls beträgt 11,22... $\frac{\text{Milben}}{\text{Tag}}$.

b1)

Im Zeitintervall $[0; 2 \cdot T]$	C
Im Zeitintervall $\left[0; \frac{T}{2}\right]$	D

A	erhöht sich die Anzahl der Milben um 100 %.
B	halbiert sich die Anzahl der Milben.
C	vervierfacht sich die Anzahl der Milben.
D	erhöht sich sich die Anzahl der Milben um etwa 41 %.

c1) $f(t) = M - m \cdot t$

t ... Zeit in Tagen
$f(t)$ ... Anzahl der Milben zur Zeit t

Aufgabe 4

Marathonlauf

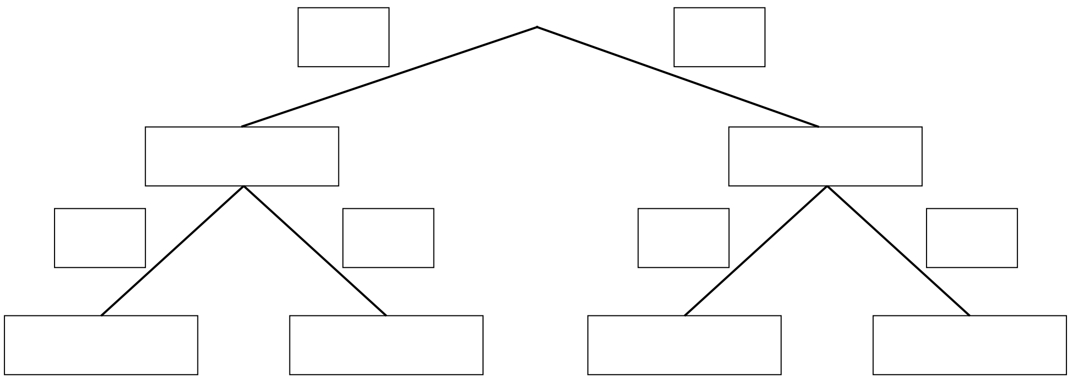
In einer Stadt wird ein Marathonlauf veranstaltet.

a) Für die Läufer/innen werden Verpflegungsstationen errichtet. An einer dieser Verpflegungsstationen werden zuerst Becher mit Wasser und dann Bananen angeboten.

Aus Erfahrung weiß man, dass 85 % der Läufer/innen einen Becher mit Wasser nehmen. 30 % von diesen Läuferinnen und Läufern nehmen zusätzlich auch eine Banane.

Von den 15 % der Läufer/innen, die keinen Becher mit Wasser nehmen, nehmen 90 % auch keine Banane.

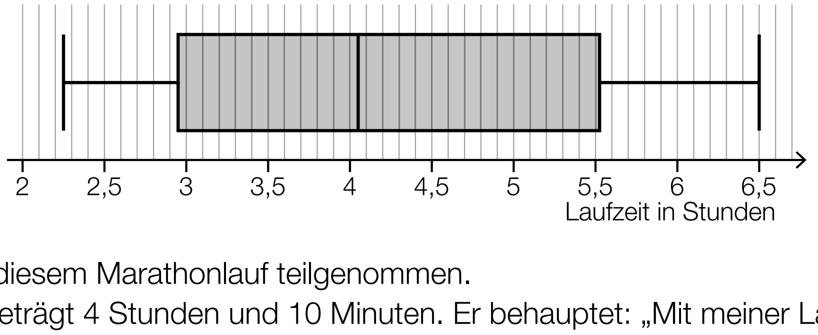
1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



b) Die Wahrscheinlichkeit, dass jemand an einer bestimmten Verpflegungsstation vorbeiläuft, ohne etwas zu nehmen, beträgt 13,5 %. Es werden 200 Läufer/innen zufällig ausgewählt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 20 dieser Läufer/innen an dieser Verpflegungsstation vorbeilaufen, ohne etwas zu nehmen.

c) Im nachstehenden Boxplot sind die Laufzeiten der Männer bei diesem Marathonlauf zusammengefasst.



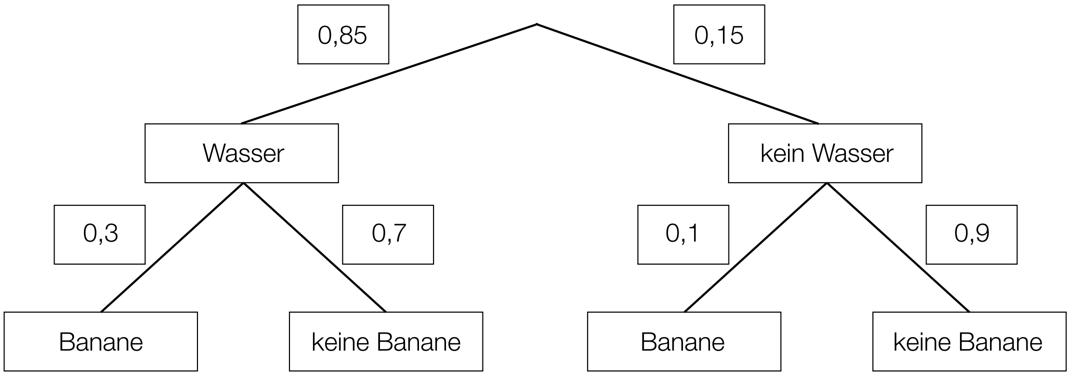
Markus hat bei diesem Marathonlauf teilgenommen.
Seine Laufzeit beträgt 4 Stunden und 10 Minuten. Er behauptet: „Mit meiner Laufzeit gehöre ich zu den 50 % der schnellsten Läufer dieses Marathonlaufs."

1) Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung stimmt.

Lösung zur Aufgabe 4

Marathonlauf

a1)



b1) X ... Anzahl der Läufer/innen, die an der Verpflegungsstation vorbeilaufen, ohne etwas zu nehmen

Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = 13{,}5\ \%$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 20) = 0{,}0854...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 20 Läufer/innen an der Verpflegungsstation vorbeilaufen, ohne etwas zu nehmen, beträgt rund 8,5 %.

c1) Markus' Laufzeit von 4 Stunden und 10 Minuten = $4{,}1\dot{6}$ Stunden liegt über dem Median.
Daher stimmt seine Behauptung nicht.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

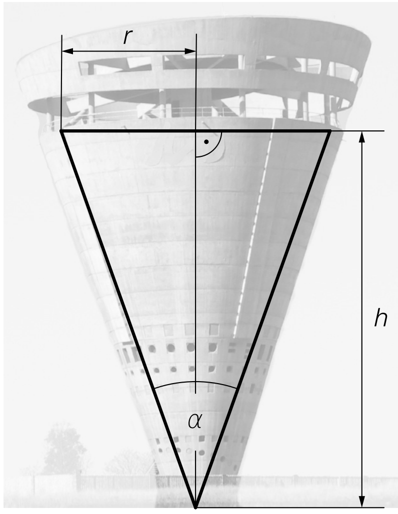
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Wasserbehälter

Der *Grand Central Water Tower* (Südafrika) ist ein Behälter für die Wasserversorgung.
Er hat annähernd die Form eines auf der Spitze stehenden Kegels mit dem Radius r, der Höhe h und dem Winkel α an der Spitze (siehe nachstehende Abbildung).



Bildquelle: NJR ZA – eigenes Werk, CC BY-SA 3.0, https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/bb/Johhanesburg_Water-Midrand_Tower-001.jpg [11.01.2021] (adaptiert).

a) 1) Erstellen Sie mithilfe der obigen Abbildung eine Formel zur Berechnung des Winkels α aus r und h.

$\alpha =$ ______________________________

b) Das Volumen des Wasserbehälters beträgt 6 500 m³.

Karin möchte das Volumen in Hektolitern (hl) angeben und führt die nachstehende fehlerhafte Berechnung durch.

$$6\,500 \text{ m}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ L} = 6\,500 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \text{ hl}$$
$$= 6\,500 \cdot 10^5 \text{ hl} = 650\,000\,000 \text{ hl}$$

1) Geben Sie an, in welchem Rechenschritt der Fehler passiert ist, und stellen Sie die Berechnung richtig.

c) Der *Grand Central Water Tower* soll durch einen neuen kegelförmigen Wasserbehälter ersetzt werden.
Der Radius dieses neuen Wasserbehälters soll doppelt so groß sein wie jener des *Grand Central Water Tower*. Die Höhe soll gleich groß sein wie jene des *Grand Central Water Tower*.

1) Zeigen Sie, dass das Volumen des neuen Wasserbehälters <u>nicht</u> doppelt so groß wie jenes des *Grand Central Water Tower* ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Wasserbehälter

a1) $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r}{h}$

$\alpha = 2 \cdot \arctan\left(\frac{r}{h}\right)$

b1) Bei der Umrechnung von L in hl muss durch 10^2 dividiert werden.
Richtig ist:
$6\,500 \text{ m}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ L} = 6\,500 \cdot \frac{10^3}{10^2} \text{ hl} = 6\,500 \cdot 10 \text{ hl} = 65\,000 \text{ hl}$

c1) $V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$

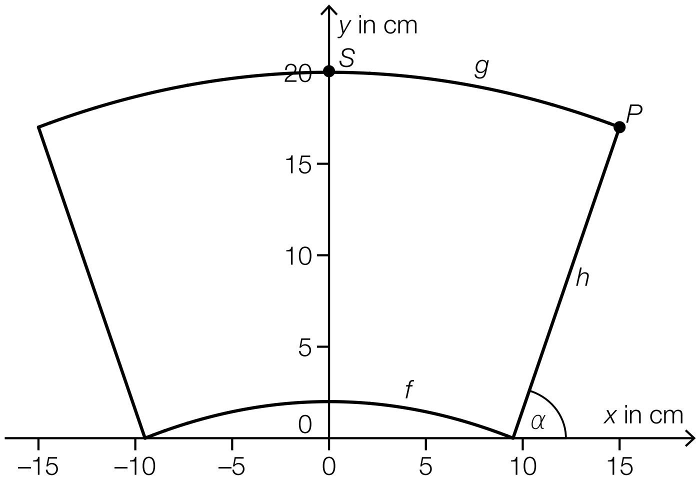
neuer Wasserbehälter:
$V_1 = \frac{(2 \cdot r)^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = 4 \cdot V$
Das Volumen des neuen Wasserbehälters ist also nicht doppelt so groß.

Auch ein Nachweis mit konkreten Zahlen ist als richtig zu werten.

Aufgabe 2

Kinderhocker

Die nachstehende modellhafte Abbildung zeigt die zur y-Achse symmetrische Sitzfläche eines Kinderhockers in der Ansicht von oben.



Die rechte Begrenzungslinie der Sitzfläche wird durch die lineare Funktion h beschrieben. Sie verläuft durch den Punkt $P = (15|17)$ und hat bei $x = 9{,}5$ eine Nullstelle.

a) 1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel α.

b) Die obere Begrenzungslinie der Sitzfläche wird durch den Graphen der quadratischen Funktion g beschrieben. Der Graph von g verläuft durch den Scheitelpunkt $S = (0|20)$ und den Punkt P.

1) Stellen Sie mithilfe der Informationen zu S und P eine Gleichung der Funktion g auf.

c) Clemens möchte den Flächeninhalt der Sitzfläche berechnen.

1) Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck für diese Berechnung an. *[1 aus 5]*

$2 \cdot \int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9,5} f(x)\,\mathrm{d}x - 17 \cdot 5{,}5$	☐
$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9,5} f(x)\,\mathrm{d}x - 17 \cdot 5{,}5\right)$	☐
$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9,5} f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{17 \cdot 5{,}5}{2}\right)$	☐
$2 \cdot \int_0^{15} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x - 17 \cdot 5{,}5$	☐
$2 \cdot \int_0^{15} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x - \frac{17 \cdot 5{,}5}{2}$	☐

Lösung zur Aufgabe 2

Kinderhocker

a1) $\alpha = \arctan\left(\frac{17 - 0}{15 - 9{,}5}\right) = 72{,}0...°$
Der Winkel beträgt rund 72°.

b1) $g(x) = a \cdot x^2 + c$

$g(0) = 20$
$g(15) = 17$

oder:

$c = 20$

$a \cdot 15^2 + c = 17$

$a = -\frac{1}{75}$
$g(x) = -\frac{1}{75} \cdot x^2 + 20$

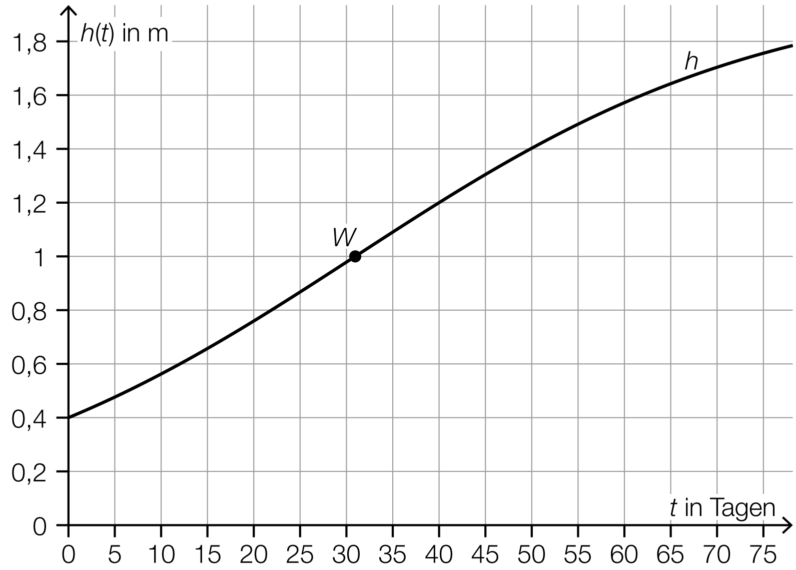
c1)

$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{17 \cdot 5{,}5}{2}\right)$	☒

Aufgabe 3

Pflanzenwachstum

a) In der nachstehenden Abbildung ist die Höhe einer bestimmten Pflanze in Abhängigkeit von der Zeit t durch den Graphen der Funktion h modellhaft dargestellt.



Die Funktion h hat den Wendepunkt $W = (31 \mid 1)$.

1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die Steigung der Tangente im Wendepunkt.
2) Interpretieren Sie die Steigung der Tangente im Wendepunkt im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Für eine andere Pflanze gilt:
Zu Beginn der Beobachtung beträgt das *Höhenwachstum* 0,03 Meter pro Tag.
Das Höhenwachstum nimmt täglich um 4 % bezogen auf den jeweiligen Vortag ab.

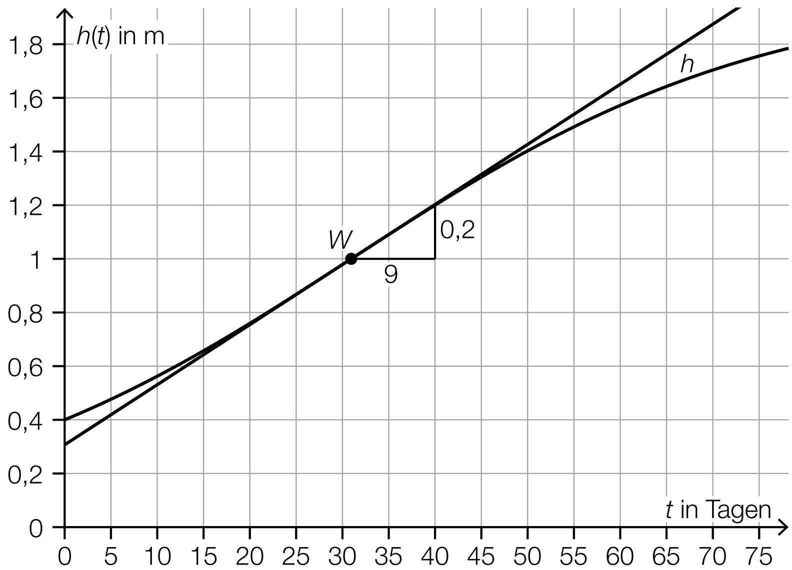
Das Höhenwachstum soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Tagen durch eine Funktion v beschrieben werden.

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion v auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn der Beobachtung.

Lösung zur Aufgabe 3

Pflanzenwachstum

a1)



Steigung: $\frac{0,2}{9} = 0,022... \approx 0,02$

Toleranzintervall: [0,019; 0,025]

a2) Die Steigung entspricht der maximalen momentanen Änderungsrate der Höhe.

oder:

Die Steigung entspricht der momentanen Änderungsrate der Höhe nach 31 Tagen.

b1) $v(t) = 0,03 \cdot 0,96^t$

Aufgabe 4

Fischzucht

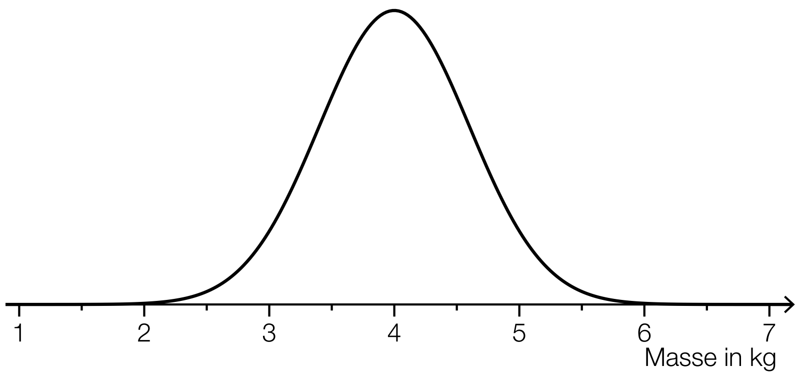
a) In einem Teich befinden sich k Karpfen und h Hechte, sonst gibt es keine Fische im Teich.

Bei einem Fang werden 2 Fische zufällig entnommen.

1) Stellen Sie mithilfe von k und h eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„beide entnommenen Fische sind Karpfen") = ____________________

b) Die Masse von Lachsen in einer bestimmten Fischzucht ist annähernd normalverteilt.
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



1) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse eines zufällig ausgewählten Lachses mindestens 5 kg beträgt.

Der Erwartungswert der Masse der Lachse beträgt $\mu = 4$ kg und die Standardabweichung $\sigma = 0{,}6$ kg.

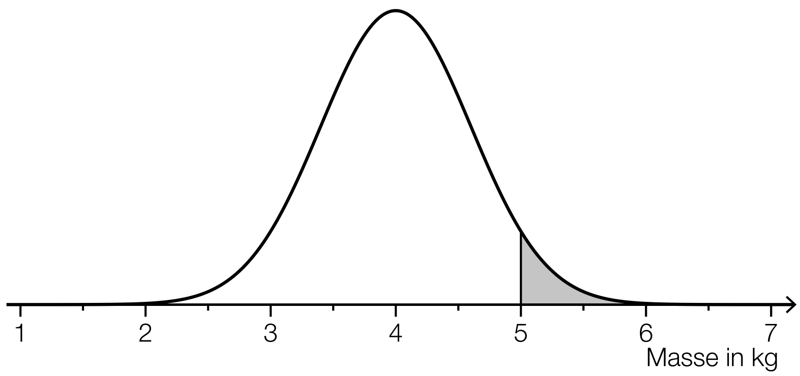
2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse eines zufällig ausgewählten Lachses um mehr als ±1 kg vom Erwartungswert abweicht.

Lösung zur Aufgabe 4

Fischzucht

a1) $P(\text{„beide entnommenen Fische sind Karpfen“}) = \frac{k}{k+h} \cdot \frac{k-1}{k+h-1}$

b1)



b2) X ... Masse in kg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X < 3) + P(X > 5) = 0{,}0955...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt etwa 9,6 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Nahrungsmittel

a) Bei Käse wird meist der „Fettanteil A in der Trockenmasse“ angegeben.

A ist dabei der Quotient aus der Fettmasse F und der Trockenmasse.
Die Trockenmasse ist die Differenz aus der Gesamtmasse G und der Wassermasse W.

1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von A aus F, G und W.

A = ____

b) Eine bestimmte Packung Vollkornbrot mit 420 g enthält 6 Scheiben. Auf der Packung steht, dass 100 g des Vollkornbrots 5 % des Tagesenergiebedarfs eines erwachsenen Menschen decken.

1) Berechnen Sie den Prozentsatz des Tagesenergiebedarfs eines erwachsenen Menschen, den 1 Scheibe dieses Vollkornbrots deckt.

c) Fische speichern in ihrem Körper neben anderen Stoffen auch Quecksilber.
Bei einer bestimmten Forelle wurde ein Gehalt von 20 µg Quecksilber pro Kilogramm gemessen.

Jemand behauptet: „400 g dieser Forelle enthalten daher $400 \cdot 20 = 8\,000$ µg Quecksilber.“

1) Zeigen Sie, dass diese Behauptung falsch ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Nahrungsmittel

a1) $A = \frac{F}{G - W}$

b1) $\frac{420\text{ g}}{6} = 70\text{ g}$
$100\text{ g} \mathrel{\hat{=}} 5\ \%$
$70\text{ g} \mathrel{\hat{=}} 3{,}5\ \%$

3,5 % des Tagesenergiebedarfs eines erwachsenen Menschen werden von 1 Scheibe dieses Vollkornbrots gedeckt.

c1) $0{,}4\text{ kg} \cdot 20\,\frac{\mu\text{g}}{\text{kg}} = 8\ \mu\text{g}$
Die Behauptung ist falsch, da in 400 g dieser Forelle nur 8 µg enthalten sind.

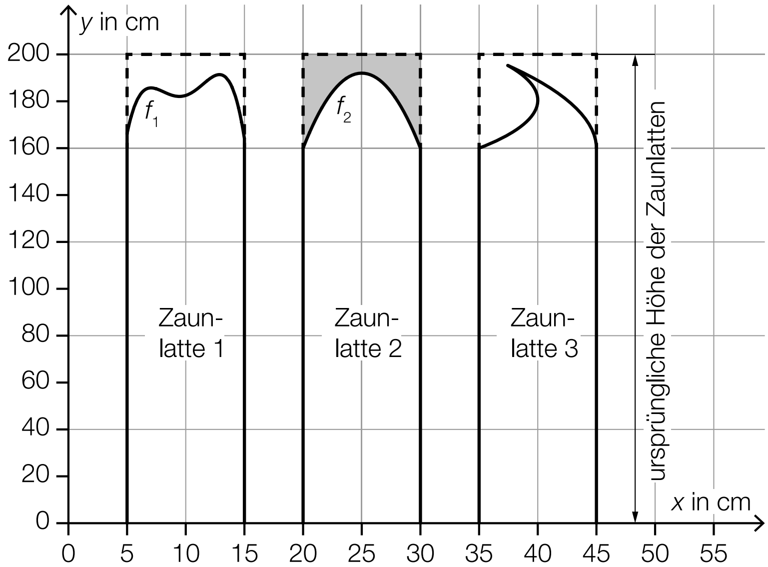
Aufgabe 2

Zaunlatten

Eine Tischlerei schneidet rechteckige Zaunlatten kreativ zu (siehe nebenstehende Abbildung).

Quelle: BMBWF

Die ursprünglichen Zaunlatten sind rechteckig mit einer Höhe von 200 cm und einer Breite von 10 cm. Nach der Bearbeitung ergeben sich die in der nachstehenden Abbildung dargestellten drei Modelle von Zaunlatten.



a) Zaunlatte 1: Die obere Begrenzungslinie wird durch den Graphen der Funktion f_1 beschrieben.

$$f_1(x) = -\frac{4}{47} \cdot x^4 + \frac{10}{3} \cdot x^3 - \frac{95}{2} \cdot x^2 + 292 \cdot x - 470 \quad \text{mit} \quad 5 \leq x \leq 15$$

x, $f_1(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Ermitteln Sie die maximale Höhe dieser Zaunlatte.

b) Zaunlatte 2: Die obere Begrenzungslinie wird im Intervall [20; 30] durch den Graphen der Funktion f_2 beschrieben.

x, $f_2(x)$ ... Koordinaten in cm

Die grau markierte Fläche in der obigen Abbildung zeigt den Verschnitt (d. h. die beim Zuschneiden anfallenden Holzreste).

1) Erstellen Sie mithilfe von f_2 eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche (in cm²).

A = ____

c) Zaunlatte 3: Die gesamte obere Begrenzungslinie im Bereich $35 \leq x \leq 45$ soll durch den Graphen einer Funktion beschrieben werden.

1) Begründen Sie, warum dies nicht möglich ist.

Lösung zur Aufgabe 2

Zaunlatten

a1) $f_1'(x) = 0$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$(x_1 = 7{,}04\ldots,\ x_2 = 9{,}45\ldots)\ \ x_3 = 12{,}87\ldots$

Wie der gegebenen Abbildung zu entnehmen ist, ist der Funktionswert von f_1 an der Stelle x_3 am größten.

$f_1(x_3) = 191{,}16\ldots$

Die maximale Höhe der Zaunlatte 1 beträgt rund 191,2 cm.

b1) $A = 200 \cdot 10 - \int_{20}^{30} f_2(x)\,\mathrm{d}x$

c1) Es handelt sich nicht um den Graphen einer Funktion, weil nicht jedem x-Wert (im Bereich $37{,}5 \leq x \leq 40$) genau ein y-Wert zugeordnet werden kann.

Aufgabe 3

Lärm

Länger einwirkender Lärm beeinträchtigt die Gesundheit des Menschen.

a) Die Zeit, die ein Mensch einem bestimmten Schallpegel täglich ausgesetzt werden darf, wird *Einwirkungsdauer* genannt. Sie kann durch die nachstehende Funktion f modelliert werden.

$f(x) = a \cdot 0{,}8^x$

x ... Schallpegel in Dezibel (dB)
$f(x)$ ... Einwirkungsdauer beim Schallpegel x in min

Bei einem Schallpegel von 100 dB beträgt die Einwirkungsdauer 12 min.

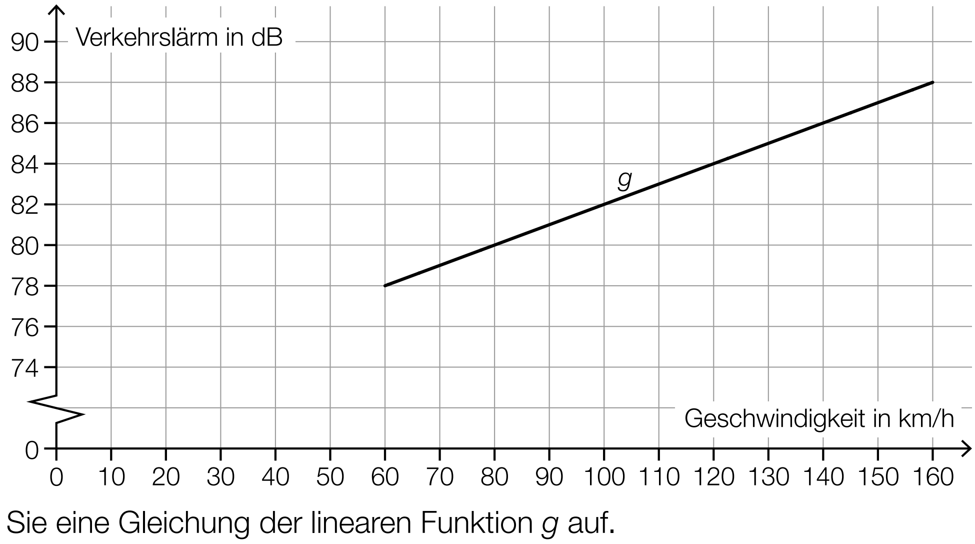
1) Ermitteln Sie den Parameter a.

b) Auf einem bestimmten Straßenstück wurden Lärmmessungen in Abhängigkeit von der Anzahl der Fahrzeuge pro Stunde durchgeführt. Aus diesen Lärmmessungen wird der sogenannte *Mittelungspegel* errechnet (siehe nachstehende Tabelle).

Anzahl der Fahrzeuge pro Stunde	Mittelungspegel in dB
10	52
60	58
80	61

1) Zeigen Sie, dass zwischen der Anzahl der Fahrzeuge pro Stunde und dem Mittelungspegel in dB kein linearer Zusammenhang besteht.

c) Der Verkehrslärm, den ein PKW verursacht, ist unter anderem auch von der gefahrenen Geschwindigkeit abhängig. Für den Geschwindigkeitsbereich zwischen 60 km/h und 160 km/h kann der Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit eines PKW und dem damit verbundenen Verkehrslärm näherungsweise durch die lineare Funktion g beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion g auf.

Lösung zur Aufgabe 3

Lärm

a1) $f(100) = 12$

Berechnung mittels Technolgieeinsatz:

$a = 5{,}89... \cdot 10^{10}$

b1) $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$k_1 = \frac{58 - 52}{60 - 10} = 0{,}12$

$k_2 = \frac{61 - 58}{80 - 60} = 0{,}15$

$k_3 = \frac{61 - 52}{80 - 10} = 0{,}128...$

Da die Quotienten nicht gleich sind, handelt es sich nicht um einen linearen Zusammenhang.
(Der Vergleich von zwei Differenzenquotienten ist ausreichend.)

c1) $g(v) = k \cdot v + d$

v ... Geschwindigkeit in km/h
$g(v)$ ... Verkehrslärm bei der Geschwindigkeit v in dB

Verwendung der Punkte $P_1 = (60|78)$ und $P_2 = (160|88)$

I: $g(60) = 78$
II: $g(160) = 88$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

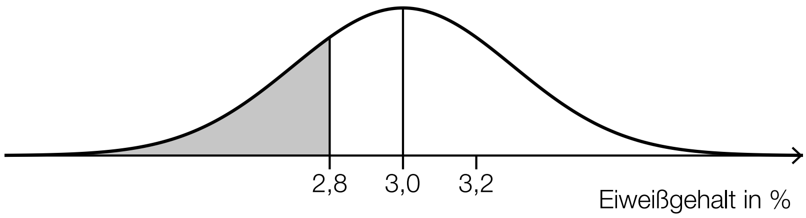
$g(v) = 0{,}1 \cdot v + 72$

Aufgabe 4

Milch

Der Eiweißgehalt in der Milch von Kühen ist annähernd normalverteilt.

a) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.

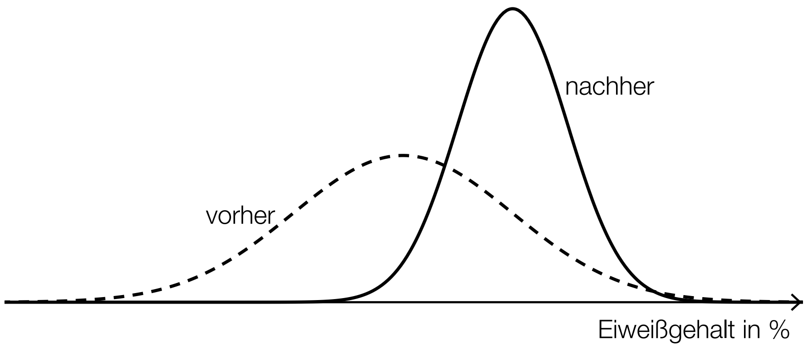


Der Inhalt der grau markierten Fläche beträgt 0,25.

1) Ergänzen Sie den fehlenden Wert für die zugehörige Verteilungsfunktion F.

$F(3{,}2) =$ ______________________________

b) Das Futter für eine bestimmte Kuhherde wird umgestellt, wodurch sich in der Milch der Kühe dieser Herde der Eiweißgehalt ändert. Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der Dichtefunktionen vor und nach der Futterumstellung.



Julian behauptet: „Durch die Futterumstellung sind der Erwartungswert und die Standardabweichung des Eiweißgehalts größer geworden."

1) Begründen Sie anhand der obigen Abbildung, warum Julians Behauptung <u>nicht</u> zutrifft.

c) Die Qualität von Rohmilch wird getestet. In einem bestimmten Betrieb beträgt die Wahrscheinlichkeit für ein positives Testergebnis einer Milchprobe 95 %.

Es werden 10 Milchproben zufällig ausgewählt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 Milchprobe <u>kein</u> positives Testergebnis hat.

Lösung zur Aufgabe 4

Milch

a1) $F(3{,}2) = 0{,}75$

b1) Die Standardabweichung ist kleiner geworden, da der Graph der Dichtefunktion schmäler und höher ist. Also trifft Julians Behauptung nicht zu.

c1) X ... Anzahl der Milchproben, die kein positives Testergebnis haben

$P(X \geq 1) = 1 - 0{,}95^{10} = 0{,}401...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 40 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

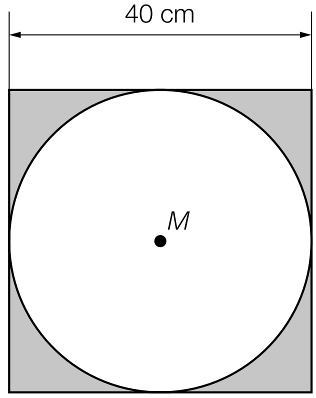
Badezimmer

a) Ein Heimwerker benötigt 160 Fliesen für sein Badezimmer.
Folgende zwei Varianten für den Kauf dieser 160 Fliesen stehen zur Auswahl:

Verwendet man 120 einfärbige Fliesen und 40 mehrfärbige Motivfliesen, so bezahlt man 400 Euro.
Verwendet man 140 einfärbige Fliesen und 20 mehrfärbige Motivfliesen, so bezahlt man 360 Euro.

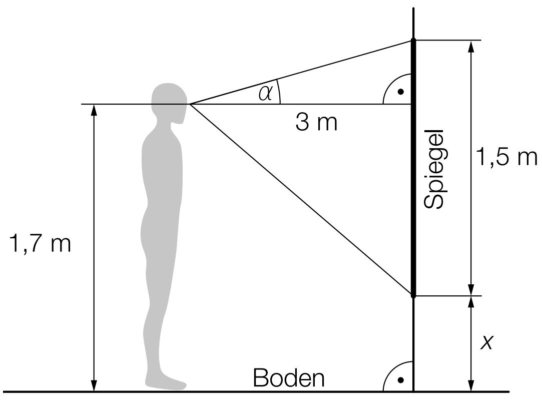
1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung des Preises einer einfärbigen Fliese und des Preises einer mehrfärbigen Motivfliese.

b) Die nebenstehende Abbildung zeigt schematisch eine quadratische Motivfliese. Das Motiv ist ein weißer Kreis mit dem Mittelpunkt *M* und dem Durchmesser 40 cm.



1) Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt der grauen Fläche rund 21 % des Flächeninhalts der quadratischen Motivfliese beträgt.

c) Im Badezimmer wird ein Spiegel an der Wand angebracht. Eine Person steht vor dem Spiegel und sieht den oberen Rand des Spiegels unter dem Höhenwinkel $\alpha = 3{,}85°$ (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



1) Berechnen Sie die Höhe *x* (über dem Boden), in der sich die Unterkante des Spiegels befindet.

Lösung zur Aufgabe 1

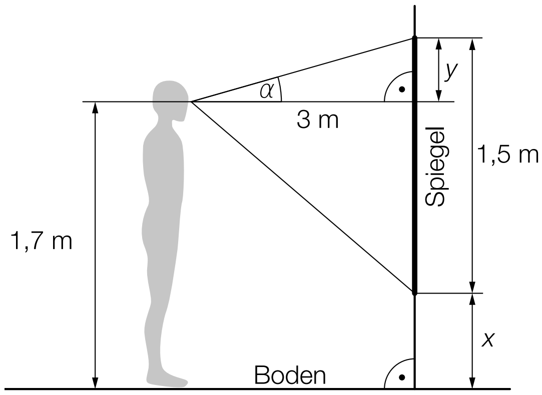
Badezimmer

a1) E ... Preis einer einfärbigen Fliese
M ... Preis einer mehrfärbigen Motivfliese

I: $120 \cdot E + 40 \cdot M = 400$
II: $140 \cdot E + 20 \cdot M = 360$

b1) $\frac{40^2 - 20^2 \cdot \pi}{40^2} = 1 - \frac{\pi}{4} = 0{,}214...$
Der Flächeninhalt der grauen Fläche beträgt also rund 21 % des Flächeninhalts der quadratischen Motivfliese.

c1)



$\tan(\alpha) = \frac{y}{3} \quad \Rightarrow \quad y = 0{,}20...$
$y + 1{,}7 = x + 1{,}5$
$x = y + 0{,}2 = 0{,}40...$

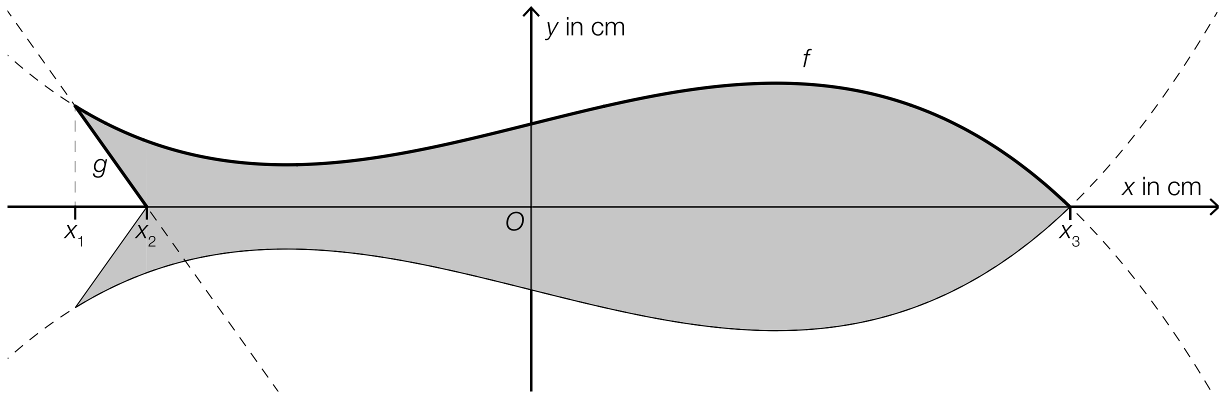
Die Unterkante des Spiegels befindet sich in einer Höhe von rund 0,4 m.

Aufgabe 2

Logo

a) Die unten stehende Abbildung zeigt den Entwurf für das Logo eines Fischzüchters.

Die Abbildung des Logos ist symmetrisch bezüglich der x-Achse. Die obere Begrenzungslinie des Logos wird durch die Graphen der linearen Funktion g und der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben.



x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Erstellen Sie mithilfe von x_1, x_2, x_3, f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche dieses Logos.

$A =$ ____

2) Kreuzen Sie die <u>nicht</u> zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

$g(x_2) = f(x_3)$	☐
$g'(x_1) = g'(x_2)$	☐
$g'(x_1) = f'(x_1)$	☐
$g''(x_1) = g''(x_2)$	☐
$g(x_1) = f(x_1)$	☐

b) Für die Funktion f gilt:
$f(x) = a \cdot x^3 + 0{,}25 \cdot x + 1$

1) Berechnen Sie den Steigungswinkel der Funktion f an der Stelle $x = 0$.

Lösung zur Aufgabe 2

Logo

a1) $A = 2 \cdot \left(\int_{x_1}^{x_3} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{x_1}^{x_2} g(x)\,\mathrm{d}x\right)$ *oder* $A = 2 \cdot \left(\int_{x_1}^{x_3} f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{2} \cdot g(x_1) \cdot (x_2 - x_1)\right)$

a2)

$g'(x_1) = f'(x_1)$	☒

b1) $f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 0{,}25$
$f'(0) = 0{,}25$
$\arctan(0{,}25) = 14{,}03...°$

Der Steigungswinkel beträgt rund 14,0°.

Aufgabe 3

Ammonium

Der Giftstoff Ammonium ist im Abwasser enthalten und wird in Klärbecken abgebaut.

a) Der Ammoniumgehalt in einem bestimmten Klärbecken kann näherungsweise durch die Funktion c beschrieben werden.

$c(t) = 24 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t} + 4 \quad \text{mit} \quad t \geq 0$

t ... Zeit seit Beobachtungsbeginn in Stunden
$c(t)$ ... Ammoniumgehalt zur Zeit t in mg/L

1) Berechnen Sie die momentane Änderungsrate der Funktion c zur Zeit $t = 0$.

2) Begründen Sie mathematisch, warum die Funktionswerte der Funktion c immer größer als 4 sind.

b) Der Ammoniumgehalt in einem anderen Klärbecken kann in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise durch eine lineare Funktion f beschrieben werden.
Zu Beobachtungsbeginn wurde im Klärbecken ein Ammoniumgehalt von 28 mg/L gemessen.
6 Stunden nach Beobachtungsbeginn wurde im Klärbecken ein Ammoniumgehalt von 6,17 mg/L gemessen.

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beobachtungsbeginn.

Lösung zur Aufgabe 3

Ammonium

a1) $c'(t) = 24 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t} \cdot (-0{,}4)$
$c'(0) = -9{,}6$
Die momentane Änderungsrate beträgt $-9{,}6\ \frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{h}}$.
Die Angabe der Einheit ist für die Punktvergabe nicht relevant.

a2) $24 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}$ ist für alle t positiv, und damit sind die Funktionswerte $24 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t} + 4$ immer größer als 4.

b1) $f(t) = k \cdot t + d$
$d = 28$
$k = \frac{6{,}17 - 28}{6} = -3{,}63...$
$f(t) = -3{,}63... \cdot t + 28$

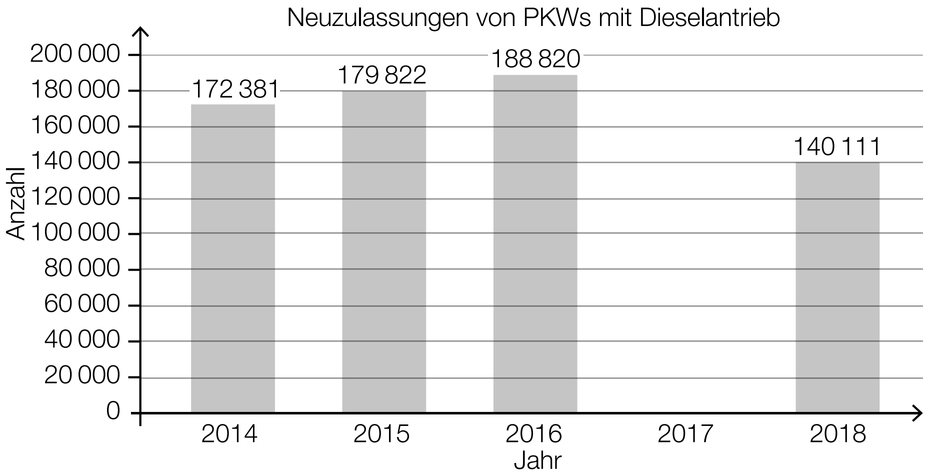
t ... Zeit in Stunden
$f(t)$ ... Ammoniumgehalt zur Zeit t in mg/L

Aufgabe 4

PKWs mit Dieselantrieb

a) Das arithmetische Mittel der Neuzulassungen von PKWs mit Dieselantrieb beträgt für die Jahre von 2014 bis einschließlich 2018 in Österreich 171 318,4.

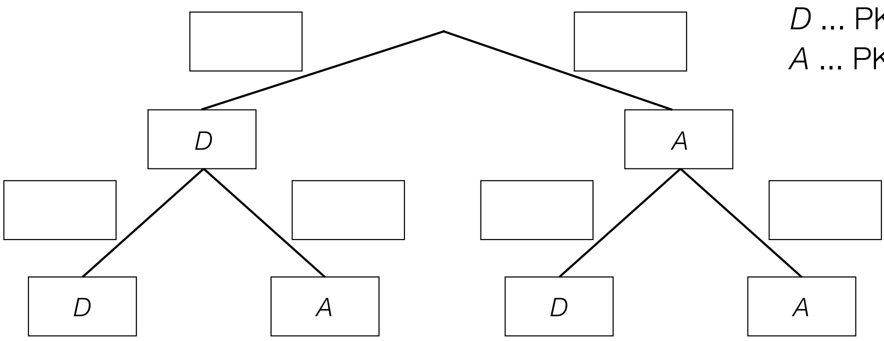
Die nachstehende Abbildung zeigt die Anzahl an Neuzulassungen von PKWs mit Dieselantrieb für vier Jahre dieses Zeitraums.



1) Ermitteln Sie die Anzahl an Neuzulassungen von PKWs mit Dieselantrieb für das Jahr 2017.

b) In Österreich haben 55,1 % der PKWs einen Dieselantrieb.
Es werden 2 PKWs zufällig ausgewählt.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm durch Eintragen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.



D ... PKW mit Dieselantrieb
A ... PKW mit anderem Antrieb

Es werden 50 PKWs zufällig ausgewählt.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}449^{50}$

Lösung zur Aufgabe 4

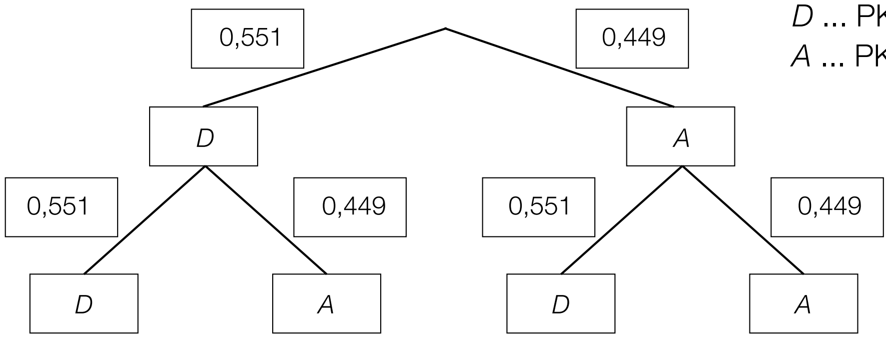
PKWs mit Dieselantrieb

a1) $171\,318{,}4 = \frac{172\,381 + 179\,822 + 188\,820 + x_{2017} + 140\,111}{5}$

$x_{2017} = 175\,458$

Die Anzahl an Neuzulassungen von PKWs mit Dieselantrieb für das Jahr 2017 beträgt 175 458.

b1)



D ... PKW mit Dieselantrieb
A ... PKW mit anderem Antrieb

b2) *E* ... „unter den 50 PKWs ist mindestens 1 PKW mit Dieselantrieb“

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

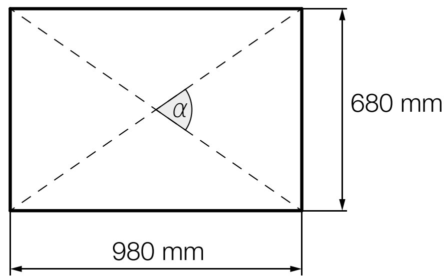
Flipchart

a) Ein Block eines Flipcharts besteht aus n rechteckigen Blättern. Diese Blätter haben die Abmessungen 980 mm × 680 mm. Das verwendete Papier hat pro Quadratmeter eine Masse von 70 g.

1) Stellen Sie mithilfe von n eine Formel zur Berechnung der Gesamtmasse m eines solchen Blocks in Gramm auf.

m = ____

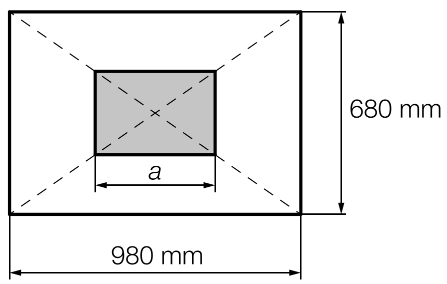
b) Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechteckiges Blatt eines Flipcharts.



1) Berechnen Sie den Winkel α, den die beiden Diagonalen miteinander einschließen.

c) Im Rahmen einer Gruppenarbeit erhält jede Gruppe ein leeres rechteckiges Blatt eines Flipcharts. In der Mitte wird ein graues Rechteck eingezeichnet. Dabei gilt: $a : b = 980 : 680$.

Der Flächeninhalt des grauen Rechtecks soll 25 % der gesamten Blattfläche betragen (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



1) Zeigen Sie, dass die Seitenlänge a des grauen Rechtecks 490 mm betragen muss.

Lösung zur Aufgabe 1

Flipchart

a1) $m = \frac{980 \cdot 680}{10^6} \cdot 70 \cdot n = 46{,}648 \cdot n$

b1) $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{680}{980}$

$\alpha = 69{,}51...°$

Der Winkel beträgt rund 69,5°.

c1) $A = \frac{25}{100} \cdot 980 \cdot 680 = a \cdot a \cdot \frac{680}{980}$

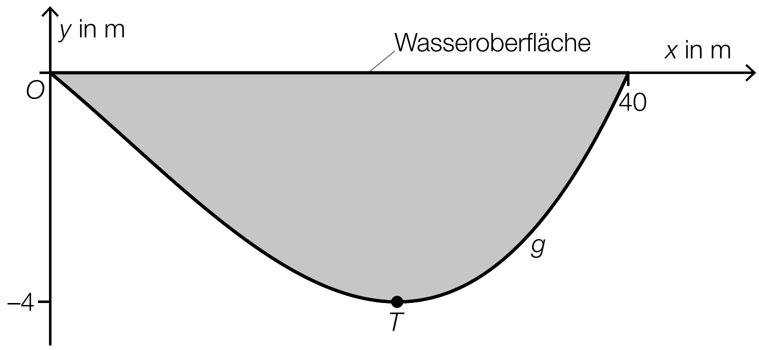
$a = \sqrt{\frac{25}{100} \cdot 980^2} = 490$

Die Seitenlänge a beträgt also 490 mm.

Aufgabe 2

Schotterteich

Die nachstehende Abbildung zeigt einen Querschnitt eines Schotterteichs. Die untere Begrenzungslinie dieses Querschnitts lässt sich näherungsweise durch den Graphen der Funktion g beschreiben.



a) Es gilt: $g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$T = (24\,|\,-4)$ ist der Tiefpunkt der Funktion g.

1) Erstellen Sie mithilfe der beiden Nullstellen und des Tiefpunkts T ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von g.

b) Für die Funktion g gilt:

$g(x) = \frac{1}{4608} \cdot x^3 - \frac{1}{288} \cdot x^2 - \frac{5}{24} \cdot x$ mit $0 \leq x \leq 40$
x, $g(x)$ ... Koordinaten in m

1) Berechnen Sie den Inhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

2) Zeigen Sie, dass das Gefälle der Funktion g im gesamten Intervall [0; 24] kleiner als 15° ist.

Lösung zur Aufgabe 2

Schotterteich

a1) $g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$g'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$g(0) = 0$
$g(40) = 0$
$g(24) = -4$
$g'(24) = 0$

oder:

$d = 0$
$64\,000 \cdot a + 1\,600 \cdot b + 40 \cdot c + d = 0$
$13\,824 \cdot a + 576 \cdot b + 24 \cdot c + d = -4$
$1\,728 \cdot a + 48 \cdot b + c = 0$

b1) $\left|\int_0^{40} g(x)\,\mathrm{d}x\right| = 101{,}8...$
Der Inhalt der grau markierten Fläche beträgt rund 102 m².

b2) Berechnung der Stelle des maximalen Gefälles: $g''(x_W) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_W = \frac{16}{3}$
$\alpha = \arctan\left(g'\left(\frac{16}{3}\right)\right) = -12{,}78...°$
Das maximale Gefälle beträgt rund 12,8° und somit ist das Gefälle im gesamten Intervall kleiner als 15°.

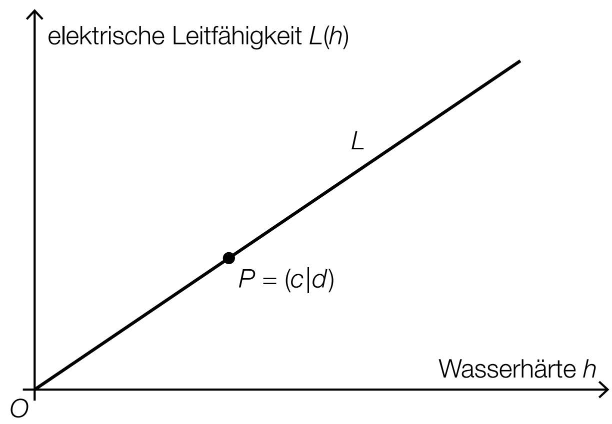
Aufgabe 3

Elektrische Leitfähigkeit

Die Wasserhärte und die elektrische Leitfähigkeit sind wichtige Qualitätsfaktoren von Leitungswasser.

a) Der Zusammenhang zwischen der elektrischen Leitfähigkeit des Leitungswassers und dessen Wasserhärte kann modellhaft durch die lineare Funktion L beschrieben werden.

Die nachstehende Abbildung zeigt den durch den Koordinatenursprung O und den Punkt P verlaufenden Graphen der Funktion L.



1) Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion L aus c und d.

b) Unter bestimmten Bedingungen hängt die elektrische Leitfähigkeit auch von der Wassertemperatur ab.
Dieser Zusammenhang kann modellhaft durch die lineare Funktion F beschrieben werden.

$F(T) = b \cdot (1 + a \cdot (T - 25)) \quad \text{mit} \quad 0 \leq T \leq 90$

T ... Wassertemperatur in °C
$F(T)$ ... elektrische Leitfähigkeit bei der Wassertemperatur T
a, b ... positive Konstanten

1) Geben Sie die Steigung dieser linearen Funktion F an.

2) Ermitteln Sie die elektrische Leitfähigkeit bei einer Wassertemperatur von 25 °C.

Lösung zur Aufgabe 3

Elektrische Leitfähigkeit

a1) $L(h) = \frac{d}{c} \cdot h$

b1) $F(T) = b \cdot (1 + a \cdot (T - 25)) \quad \Rightarrow \quad F(T) = \underbrace{a \cdot b}_{\text{Steigung } k} \cdot T + b - 25 \cdot a \cdot b$

$k = a \cdot b$

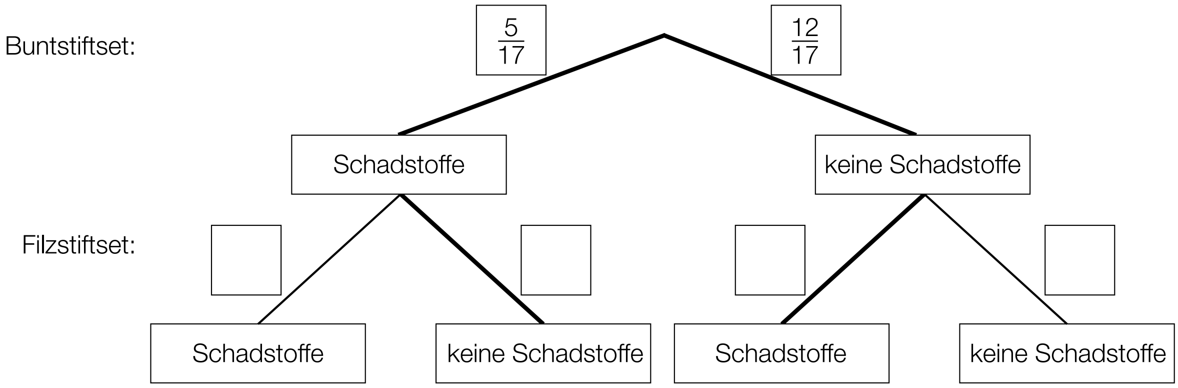
b2) $F(25) = b \cdot (1 + a \cdot (25 - 25)) = b$

Aufgabe 4

Buntstifte und Filzstifte

a) Jana möchte ein Buntstiftset und ein Filzstiftset kaufen.

Das nachstehende Baumdiagramm zeigt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein zufällig ausgewähltes Buntstiftset Schadstoffe enthält. Die davon unabhängigen Wahrscheinlichkeiten für Schadstoffe in einem zufällig ausgewählten Filzstiftset fehlen im Baumdiagramm.



Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Sets Schadstoffe enthalten, beträgt $\frac{5}{102}$.

1) Ergänzen Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten im obigen Baumdiagramm.
2) Beschreiben Sie das Ereignis E, das durch die beiden fett gezeichneten Pfade angegeben wird.

b) Bei einem Test wurde der Abrieb von Buntstiften getestet. Dabei malt eine Maschine mit jedem Buntstift ein bestimmtes Muster. Anschließend wird der Abrieb des Buntstifts in Milligramm bestimmt.

Der Abrieb ist dabei annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 7{,}2$ mg und der Standardabweichung $\sigma = 3{,}3$ mg.

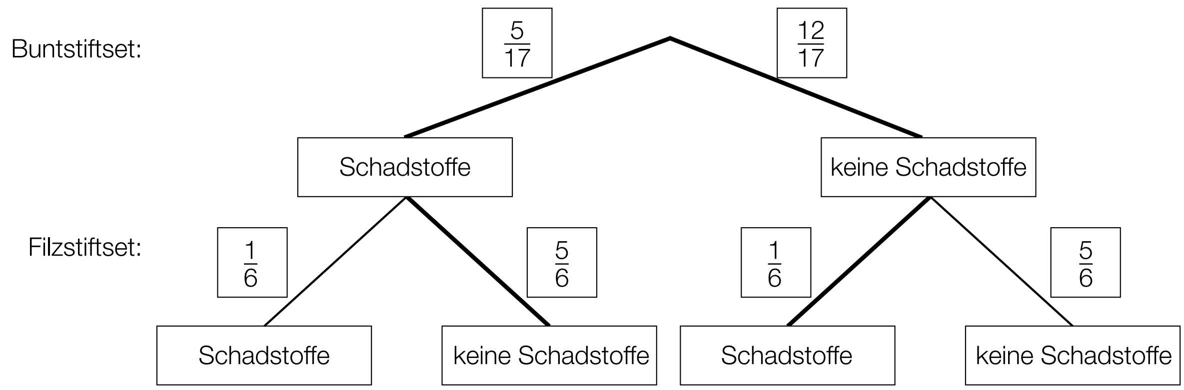
1) Berechnen Sie denjenigen Abrieb, der von einem zufällig ausgewählten Buntstift mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 % überschritten wird.

Lösung zur Aufgabe 4

Buntstifte und Filzstifte

a1) p ... Wahrscheinlichkeit für Schadstoffe in einem Filzstiftset

$$\frac{5}{17} \cdot p = \frac{5}{102} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1}{6}$$



a2) E ... „genau eines der beiden Sets enthält Schadstoffe“

b1) X ... Abrieb in mg
$P(X > a) = 0{,}75$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 4{,}97...$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 % wird ein Abrieb von rund 5,0 mg überschritten.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

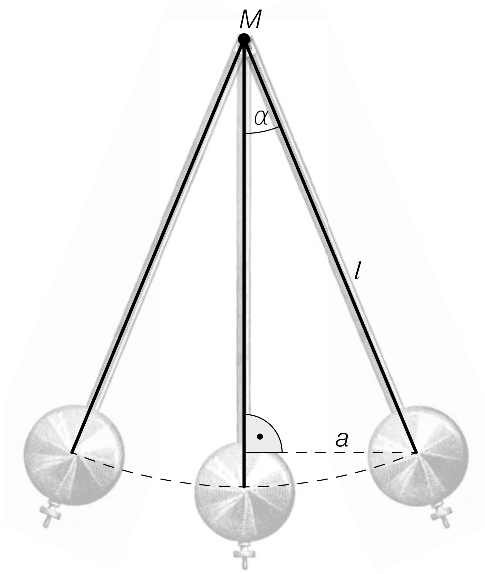
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Pendeluhr

a) In der nachstehenden Abbildung ist das Pendel einer Uhr dargestellt.



1) Erstellen Sie mithilfe von a und l eine Formel zur Berechnung des Winkels α.

α = ____

2) Markieren Sie in der obigen Abbildung diejenige Größe x, die mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$x = l - a \cdot \tan(90° - \alpha)$

b) Die Schwingungsdauer eines Pendels kann näherungsweise mit der nachstehenden Formel berechnet werden.

$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{10}}$

l ... Länge des Pendels in m
T ... Schwingungsdauer in s

Bei einem sogenannten *Sekundenpendel* beträgt die Schwingungsdauer 2 s.

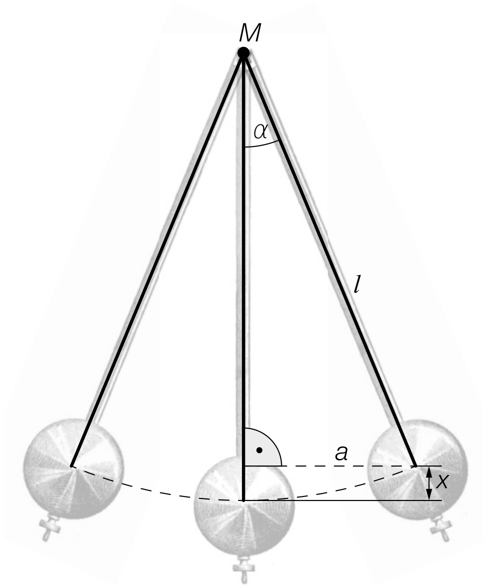
1) Berechnen Sie die Länge des Pendels l_S eines Sekundenpendels.

Lösung zur Aufgabe 1

Pendeluhr

a1) $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{l}\right)$

a2)



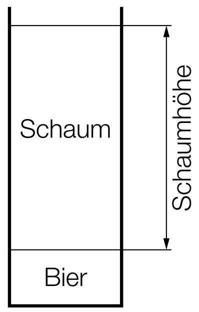
b1) $2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_S}{10}}$

$l_S = 1{,}013...$ m

Die Länge l_S beträgt rund 1,01 m.

Aufgabe 2

Bierschaum



Die Schaumhöhe von Bieren in zylinderförmigen Gläsern nimmt nach dem Einschenken ab.
Dazu werden verschiedene Versuche durchgeführt.

a) Die Schaumhöhe in Abhängigkeit von der Zeit t soll für die Biersorte A modellhaft durch eine Exponentialfunktion f beschrieben werden.

t ... Zeit nach Versuchsbeginn in min
$f(t)$ ... Schaumhöhe zur Zeit t in cm

Zu Versuchsbeginn beträgt die Schaumhöhe in einem schmalen Glas 16 cm.
Die Halbwertszeit der Schaumhöhe beträgt 2,5 min.

1) Stellen Sie eine Gleichung von f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Versuchsbeginn.

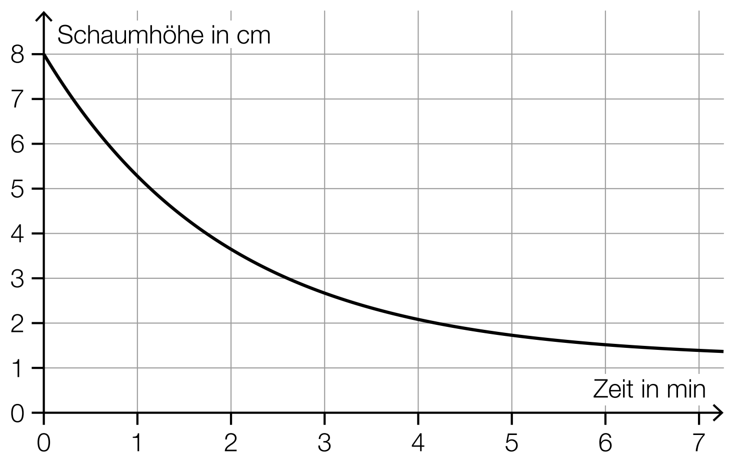
b) Die Schaumhöhe in Abhängigkeit von der Zeit t für die Biersorte B lässt sich näherungsweise durch die nachstehende Funktion h beschreiben.

$h(t) = 6 \cdot 0{,}81^t$

t ... Zeit nach Versuchsbeginn in min
$h(t)$ ... Schaumhöhe zur Zeit t in cm

1) Berechnen Sie, zu welcher Zeit nach Versuchsbeginn die Schaumhöhe mit einer Geschwindigkeit von 1 cm/min abnimmt.

c) Für die Biersorte C ist die Schaumhöhe in Abhängigkeit von der Zeit in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Überprüfen Sie nachweislich anhand der obigen Abbildung, ob diesem Modell eine konstante Halbwertszeit zugrunde liegt.

Lösung zur Aufgabe 2

Bierschaum

a1) $8 = 16 \cdot a^{2,5}$ *oder* $8 = 16 \cdot e^{-\lambda \cdot 2,5}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = 16 \cdot 0{,}757...^t$ *oder* $f(t) = 16 \cdot e^{-0{,}277... \cdot t}$

b1) $h'(t) = 6 \cdot 0{,}81^t \cdot \ln(0{,}81) = -1$

Lösen der Gleichung mittels Technologieeinsatz:

$t = 1{,}11...$

Etwa 1,1 min nach Versuchsbeginn beträgt die Geschwindigkeit der Abnahme 1 cm/min.

c1) Überprüfung anhand beliebiger Stellen, z. B.:

Die halbe Ausgangshöhe (4 cm) wird nach rund 1,75 min erreicht, ein Viertel der Ausgangshöhe (2 cm) aber erst nach rund 4,2 min (und nicht nach $2 \cdot 1{,}75 = 3{,}5$ min).

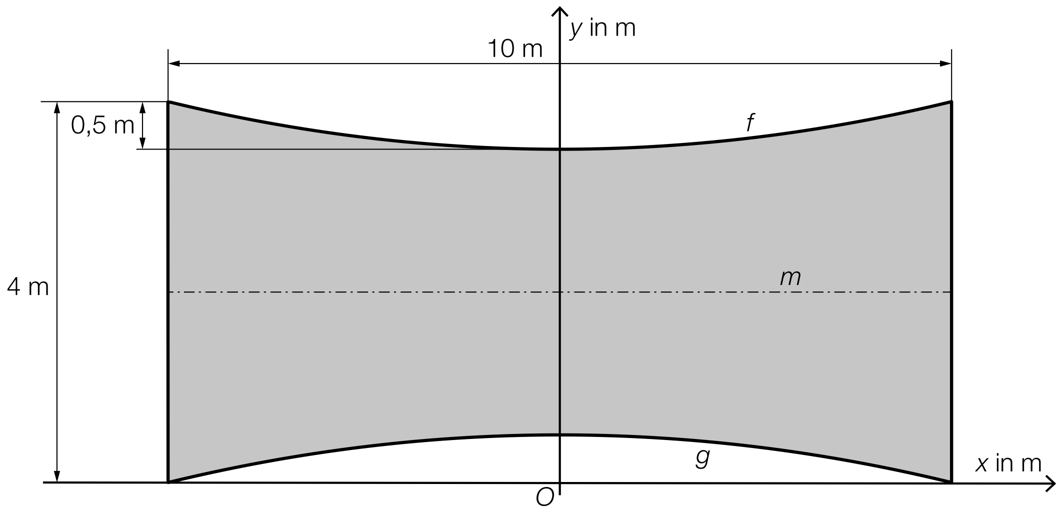
Also liegt keine konstante Halbwertszeit vor.

Aufgabe 3

Trinkwassergewinnung durch Wassernetze

a) In trockenen, nebelreichen Gegenden werden oft große Netze zur Trinkwassergewinnung aufgespannt.

In der nachstehenden Abbildung ist ein solches Netz modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie des Netzes kann durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = a_1 \cdot x^2 + c_1$ beschrieben werden.

1) Berechnen Sie a_1 und c_1 mithilfe der obigen Abbildung.

Der Graph der Funktion g mit $g(x) = a_2 \cdot x^2 + c_2$ ist bezüglich der in der obigen Abbildung eingezeichneten Mittellinie m symmetrisch zum Graphen der Funktion f.

2) Kreuzen Sie diejenige Bedingung an, die aufgrund dieser Symmetrie erfüllt sein muss. *[1 aus 5]*

$a_1 = a_2$	☐
$a_2 = -a_1$	☐
$c_1 = c_2$	☐
$c_2 = -c_1$	☐
$a_2 = 2 \cdot a_1$	☐

3) Erstellen Sie mithilfe von f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts der grau markierten Fläche.

$A =$ ____

Lösung zur Aufgabe 3

Trinkwassergewinnung durch Wassernetze

a1) I: $f(-5) = 4$
II: $f(0) = 3{,}5$

oder:

I: $25 \cdot a_1 + c_1 = 4$
II: $0 \cdot a_1 + c_1 = 3{,}5$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a_1 = 0{,}02$
$c_1 = 3{,}5$

a2)

$a_2 = -a_1$	☒

a3) $A = \int_{-5}^{5} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$ *oder* $A = 2 \cdot \int_{0}^{5} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

Aufgabe 4

Kleeblatt und Regenschirm

a) Bei einem bestimmten Spiel gibt es 9 Spielkarten. 3 dieser Spielkarten zeigen ein Kleeblatt, die anderen 6 zeigen einen Regenschirm. Es werden 2 dieser 9 Spielkarten ohne Zurücklegen zufällig ausgewählt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 1 dieser beiden Spielkarten ein Kleeblatt zeigt.

b) Tabitha hat eine Spielmünze, die auf einer Seite ein Kleeblatt und auf der anderen Seite einen Regenschirm zeigt. „Kleeblatt“ und „Regenschirm“ treten bei jedem Wurf mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf.
Tabitha wirft diese Spielmünze n-mal.

1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit.

P(„bei n Würfen wird genau 8-mal ein Kleeblatt geworfen“) = ____________________

c) Franz hat einen 6-flächigen Würfel, der auf genau einer Seitenfläche ein Kleeblatt zeigt. Alle anderen Seitenflächen zeigen einen Regenschirm. Franz würfelt mit diesem Würfel n-mal.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n$

Lösung zur Aufgabe 4

Kleeblatt und Regenschirm

a1) $\frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot 2 = \frac{1}{2}$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{2}$.

b1) P(„bei n Würfen wird genau 8-mal ein Kleeblatt geworfen") = $\binom{n}{8} \cdot 0{,}5^8 \cdot 0{,}5^{n-8} = \binom{n}{8} \cdot 0{,}5^n$

c1) E ... „bei n Würfen wird mindestens 1-mal ein Regenschirm geworfen"

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

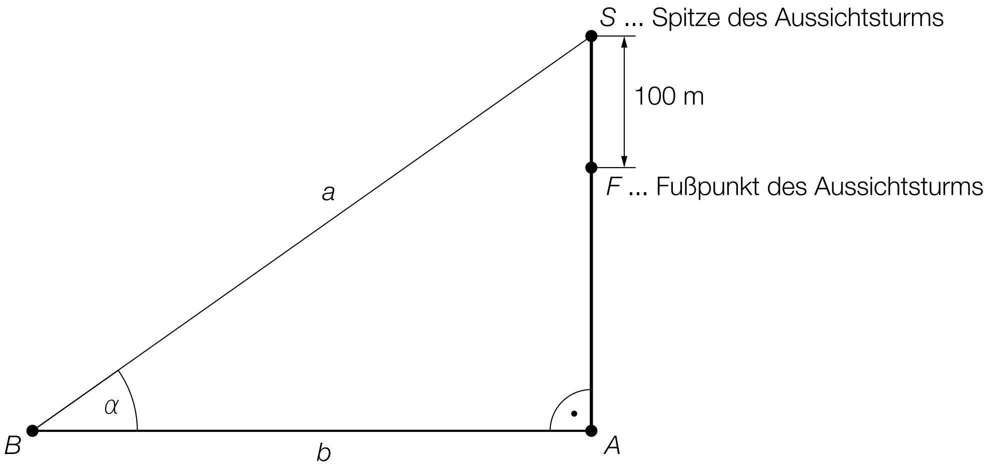
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Pyramidenkogel

Der Pyramidenkogel ist ein Berg in der Nähe des Wörthersees. Auf dessen Gipfel steht der höchste aus Holz erbaute Aussichtsturm der Welt.

a) Bettina sieht vom Punkt B am Ufer des Wörthersees die Spitze S des Aussichtsturms unter dem Winkel α (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



1) Stellen Sie mithilfe von α und a eine Formel zur Berechnung von $\overline{AF}$ auf.

$\overline{AF}$ = ____

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung denjenigen Winkel β ein, der mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$\beta = \alpha - \arctan\left(\frac{\overline{AF}}{b}\right)$

b) Der Aussichtsturm kann über eine Rutsche verlassen werden. Diese Rutsche ist 120 m lang und überwindet einen Höhenunterschied von 52 m. Es wird vereinfacht angenommen, dass die Steigung der Rutsche konstant ist.

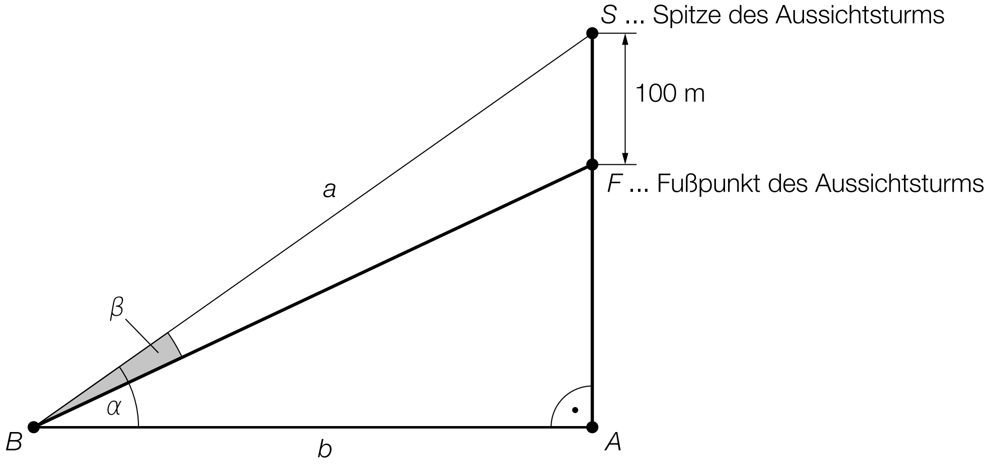
1) Berechnen Sie die Steigung in Prozent.

Lösung zur Aufgabe 1

Pyramidenkogel

a1) $\overline{AF} = a \cdot \sin(\alpha) - 100$

a2)



b1) $\frac{52}{\sqrt{120^2 - 52^2}} = 0{,}480... = 48{,}0...\ \%$

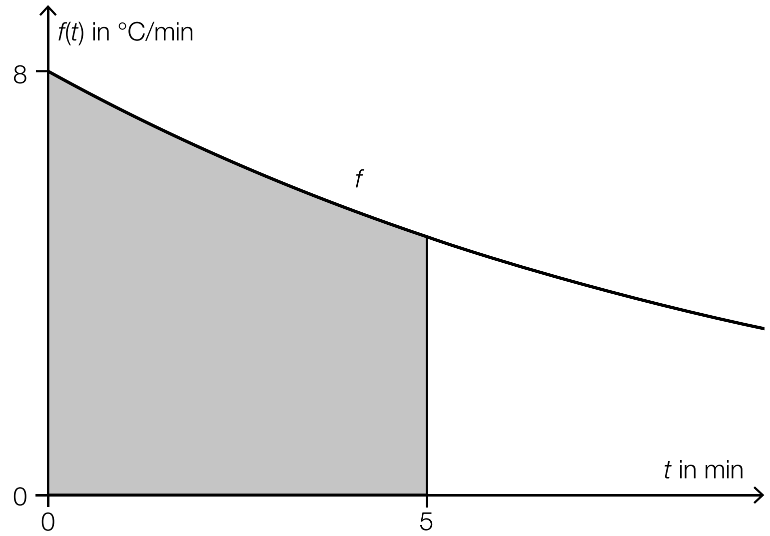
Auch die Berechnung der Steigung als –48 % ist als richtig zu werten.

Aufgabe 2

Wassertemperatur

Wasser wird in einem großen Topf zum Kochen gebracht.

a) Die momentane Änderungsrate der Temperatur des Wassers wird ermittelt und in der nachstehenden Abbildung durch den Graphen der Funktion f dargestellt.



t ... Zeit in min
$f(t)$ ... momentane Änderungsrate der Temperatur zur Zeit t in °C/min

1) Beschreiben Sie die Bedeutung des Inhalts der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die entsprechende Einheit an.

Die Funktion f ist eine Exponentialfunktion mit einer Halbwertszeit von 7 min.

2) Stellen Sie eine Gleichung von f auf.

b) In einem vereinfachten Modell wird angenommen, dass die Temperatur in jeder Minute um 8 °C zunimmt. Die Temperatur des Wassers beträgt zu Beginn 22 °C.

1) Berechnen Sie, nach wie vielen Minuten das Wasser eine Temperatur von 100 °C hat.

Lösung zur Aufgabe 2

Wassertemperatur

a1) Der Inhalt der grau markierten Fläche entspricht der Temperaturzunahme in °C in den ersten 5 min.

oder:

Der Inhalt der grau markierten Fläche entspricht der absoluten Änderung der Temperatur in °C in den ersten 5 min.

a2) $0{,}5 = e^{-k \cdot 7} \quad \Rightarrow \quad k = 0{,}0990...$
$f(t) = 8 \cdot e^{-0{,}0990... \cdot t}$ *oder* $f(t) = 8 \cdot 0{,}9057...^t$

b1) $\frac{100 - 22}{8} = 9{,}75$
Nach einer Zeit von 9,75 min hat das Wasser eine Temperatur von 100 °C.

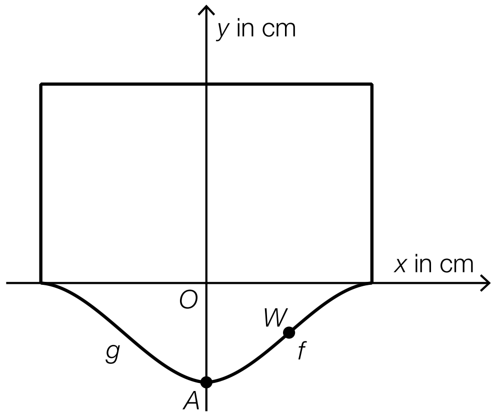
Aufgabe 3

Informationsschilder

In der Stadt Steyr sind an denkmalgeschützten Gebäuden Informationsschilder angebracht. Die nebenstehende Abbildung zeigt ein solches Schild.

Bildquelle: BMBWF

Diese Schilder sollen durch neue Schilder ersetzt werden. Die untere Begrenzungslinie wird dabei durch die Funktionen f und g beschrieben. Die nebenstehende Abbildung zeigt den Entwurf für ein solches neues Schild.



a) Für die Funktion f gilt:
$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

Der Punkt A hat die Koordinaten $(0|-15)$. Der Wendepunkt W hat die Koordinaten $(12{,}5|-7{,}5)$. Die Steigung der Tangente im Wendepunkt W beträgt 0,8625.

1) Erstellen Sie mithilfe der Informationen zu den Punkten A und W ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f.

Im Punkt A haben die beiden Funktionen f und g den gleichen Funktionswert.

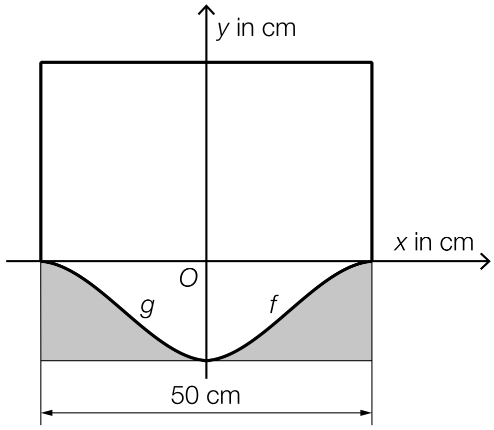
2) Vervollständigen Sie die nachstehende Funktionsgleichung von g.

$g(x) = -a \cdot x^3 + b \cdot x^2 - c \cdot x \;\square\; \boxed{}$

b) Ein neues Schild wird aus einem rechteckigen Blechstück ausgeschnitten. Dieses Schild ist symmetrisch zur y-Achse (siehe nebenstehende Abbildung).

Für die Funktion f gilt:
$f(x) = -0{,}00168 \cdot x^3 + 0{,}063 \cdot x^2 + 0{,}075 \cdot x - 15$

1) Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche.



Lösung zur Aufgabe 3

Informationsschilder

a1) $f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$f''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $f(0) = -15$
II: $f(12{,}5) = -7{,}5$
III: $f'(12{,}5) = 0{,}8625$
IV: $f''(12{,}5) = 0$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = -15$
II: $a \cdot 12{,}5^3 + b \cdot 12{,}5^2 + c \cdot 12{,}5 + d = -7{,}5$
III: $3 \cdot a \cdot 12{,}5^2 + 2 \cdot b \cdot 12{,}5 + c = 0{,}8625$
IV: $6 \cdot a \cdot 12{,}5 + 2 \cdot b = 0$

a2) $g(x) = -a \cdot x^3 + b \cdot x^2 - c \cdot x \boxed{+} \boxed{\;d\;}$

oder:

$g(x) = -a \cdot x^3 + b \cdot x^2 - c \cdot x \boxed{-} \boxed{\;15\;}$

b1) $A = 2 \cdot \int_0^{25} (f(x) + 15)\,\mathrm{d}x = 375$
Der Inhalt der grau markierten Fläche beträgt 375 cm².

Aufgabe 4

Testung eines Medikaments

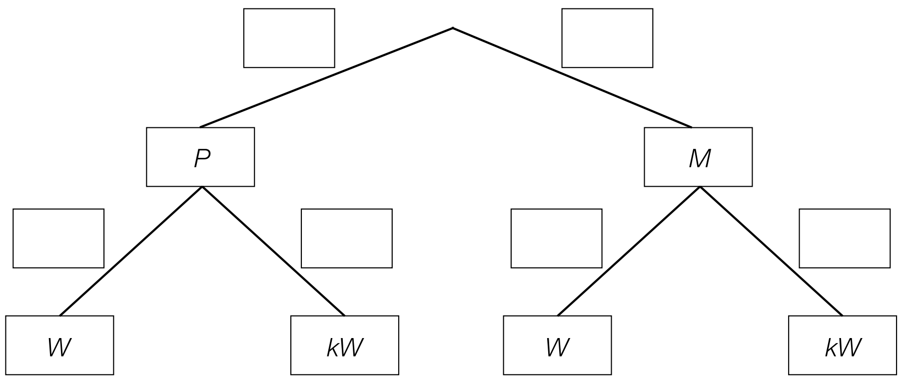
Die Wirksamkeit eines neuen Medikaments wird an einer Gruppe von Personen getestet.

a) Bei der Testung erhalten 75 % der Personen ein Medikament mit Wirkstoff. Die übrigen Personen erhalten ein sogenanntes *Placebo*, das keinen Wirkstoff enthält.

Eine positive Wirkung nehmen wahr:
35 % aller Personen, die das Placebo erhalten
90 % aller Personen, die das Medikament mit Wirkstoff erhalten

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den oben beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.

P ... Placebo
M ... Medikament mit Wirkstoff
W ... positive Wirkung wahrgenommen
kW ... keine positive Wirkung wahrgenommen



Die Gruppe besteht aus insgesamt *n* Personen.

2) Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.

$n \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}9$

b) Für ein anderes Medikament kann angenommen werden: Bei einer behandelten Person treten mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 % Magenschmerzen auf.

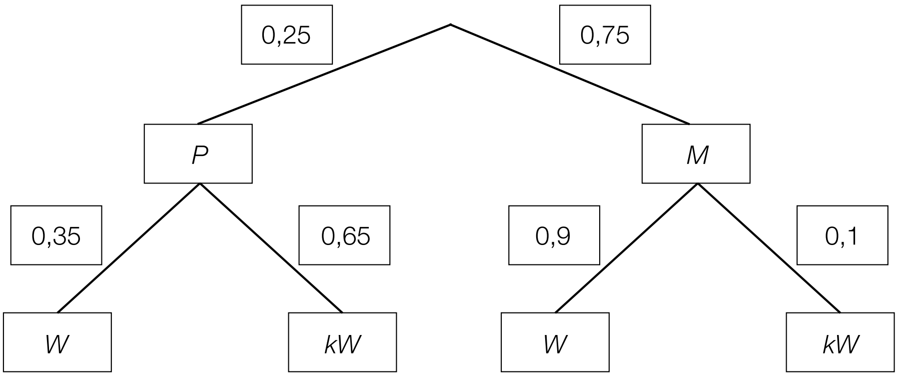
Es wird eine Zufallsstichprobe von 80 behandelten Personen betrachtet.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei höchstens 1 dieser Personen Magenschmerzen auftreten.

Lösung zur Aufgabe 4

Testung eines Medikaments

a1)



a2) die Anzahl derjenigen Personen, die das Medikament mit Wirkstoff erhalten und eine positive Wirkung wahrgenommen haben

b1) X ... Anzahl der behandelten Personen mit Magenschmerzen
Binomialverteilung mit $n = 80$ und $p = 0{,}005$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 1) = 0{,}9388...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 93,9 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Drogenmissbrauch

a) Von 2017 auf 2018 stieg in Wien die Anzahl der Anzeigen wegen Drogenmissbrauchs am Steuer um 77 %.

r ... Anzahl der Anzeigen im Jahr 2017
m ... Anzahl der Anzeigen im Jahr 2018

1) Stellen Sie mithilfe von r eine Formel zur Berechnung von m auf.

$m =$ ____

b) In einem bestimmten Zeitraum wurden bei Verkehrskontrollen 186 sogenannte *Speichelvortests* durchgeführt. 62 dieser Speichelvortests lieferten ein positives Ergebnis.

1) Berechnen Sie, wie viel Prozent aller 186 Speichelvortests <u>kein</u> positives Ergebnis lieferten.

c) In 12 Monaten waren bei 216 durchgeführten Speichelvortests insgesamt 9 Speichelvortestgeräte im Einsatz.

1) Beschreiben Sie die Bedeutung des Ergebnisses der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{216}{12 \cdot 9} = 2$$

Lösung zur Aufgabe 1

Drogenmissbrauch

a1) $m = 1{,}77 \cdot r$

b1) $\frac{186 - 62}{186} = 0{,}666... = 66{,}6...\ \%$
Rund 67 % der Speichelvortests lieferten kein positives Ergebnis.

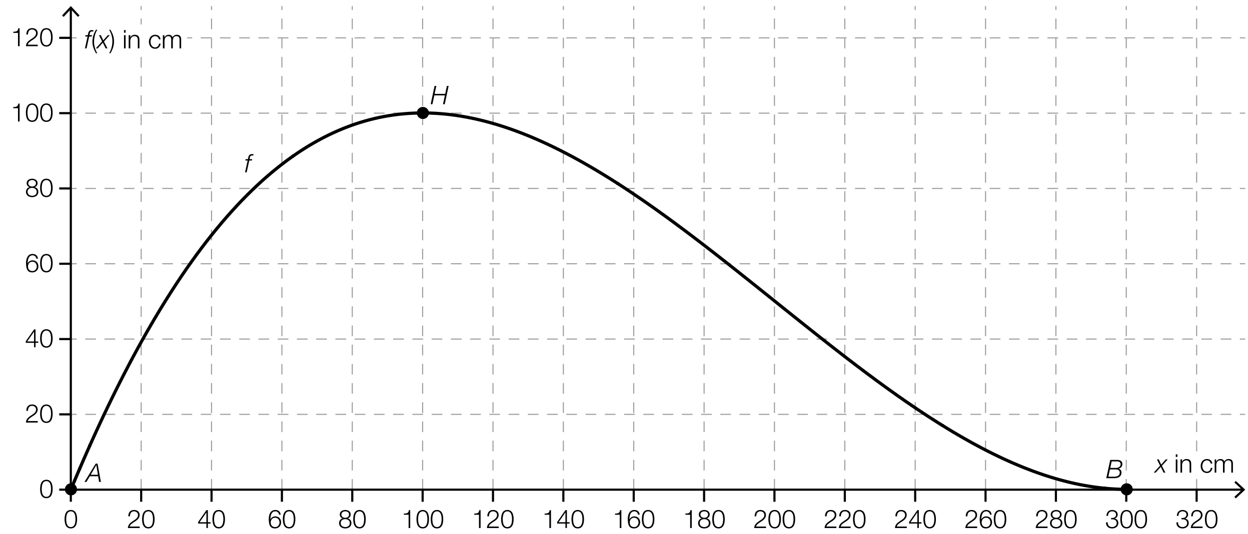
c1) Mit jedem der 9 Speichelvortestgeräte wurden durchschnittlich 2 Speichelvortests pro Monat durchgeführt.

Aufgabe 2

Boote

a) Das nebenstehende Foto zeigt ein Tretboot mit einer Rutsche. In der nachstehenden Abbildung ist diese Rutsche in der Seitenansicht durch den Graphen der Funktion *f* modellhaft dargestellt.

Bildquelle: http://kukla.at/side/images/boote_bilder/tretboot_rutsche/tretboot_rutsche_2.jpg [20.01.2021].



Für die Funktion *f* gilt:

$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in cm

Der Punkt H ist ein Hochpunkt von f.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion f. Verwenden Sie dabei die Punkte A und B und den Hochpunkt H.

Für die Funktion f gilt: $f(x) = \frac{1}{40\,000} \cdot x^3 - \frac{3}{200} \cdot x^2 + \frac{9}{4} \cdot x$

2) Berechnen Sie das maximale Gefälle der Rutsche zwischen den Punkten H und B.

b) Die Geschwindigkeit eines Bootes bei einer bestimmten Fahrt kann durch die Funktion v beschrieben werden.

t ... Zeit nach der Abfahrt des Bootes in h
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in km/h

1) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann. Geben Sie dabei die entsprechende Einheit an.

$\int_0^{0,5} v(t)\,\mathrm{d}t$

Lösung zur Aufgabe 2

Boote

a1) $f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $f(0) = 0$
II: $f(100) = 100$
III: $f(300) = 0$
IV: $f'(100) = 0$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$
II: $a \cdot 100^3 + b \cdot 100^2 + c \cdot 100 + d = 100$
III: $a \cdot 300^3 + b \cdot 300^2 + c \cdot 300 + d = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 100^2 + 2 \cdot b \cdot 100 + c = 0$

a2) $f''(x) = \frac{3}{20000} \cdot x - \frac{3}{100}$
$f''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 200$

$f'(200) = -0{,}75$

b1) Mit dem Ausdruck kann die Länge derjenigen Strecke in Kilometern berechnet werden, die das Boot in der ersten halben Stunde zurücklegt.

Aufgabe 3

Busse mit alternativen Antrieben

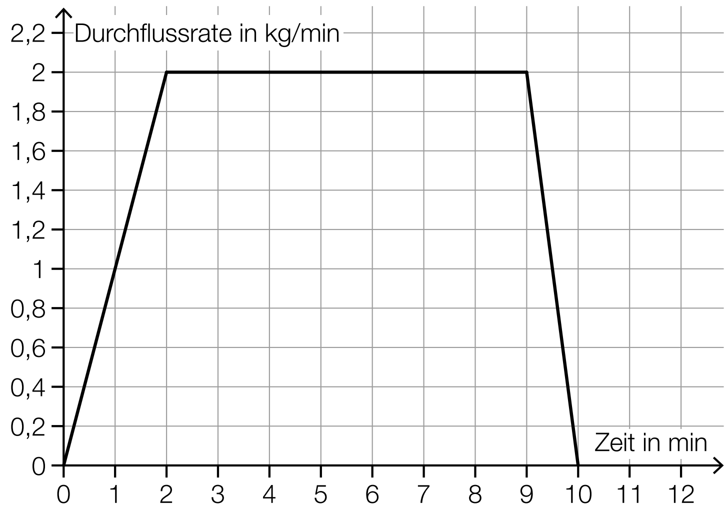
a) In einer Stadt werden öffentliche Busse mit Wasserstoffantrieb getestet. Ein solcher Bus hat mit 30 kg Wasserstoff im Tank eine Reichweite von 400 km.

Die Reichweite eines solchen Busses (in km) kann in Abhängigkeit von der im Tank vorhandenen Masse m an Wasserstoff (in kg) durch eine lineare Funktion R beschrieben werden.
Es gilt: $R(0) = 0$.

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion R auf.

b) Ein Bus wird mit Wasserstoff betankt. Die sogenannte *Durchflussrate* gibt dabei an, wie viel Kilogramm Wasserstoff pro Minute in den Tank fließen.

Die nachstehende Abbildung zeigt modellhaft den Graphen der Durchflussrate während eines bestimmten Tankvorgangs.



1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die gesamte Masse an Wasserstoff, die bei diesem Tankvorgang getankt wurde.

c) Busse mit elektrischem Antrieb benötigen Batterien. Die Kosten für neue Batterien sinken im Laufe der Zeit. Die zeitliche Entwicklung der Kosten für Batterien eines bestimmten Typs können durch die Funktion K beschrieben werden.

$K(t) = 1\,000 \cdot 0{,}6^t$

t ... Zeit in Jahren
$K(t)$ ... Kosten für eine neue Batterie zur Zeit t in €

1) Geben Sie an, um wie viel Prozent die Kosten pro Jahr sinken.

Lösung zur Aufgabe 3

Busse mit alternativen Antrieben

a1) $k = \frac{400}{30}$

$R(m) = \frac{40}{3} \cdot m$

b1) $M = \frac{10 + 7}{2} \cdot 2 = 17$

Die Gesamtmasse an getanktem Wasserstoff beträgt 17 kg.

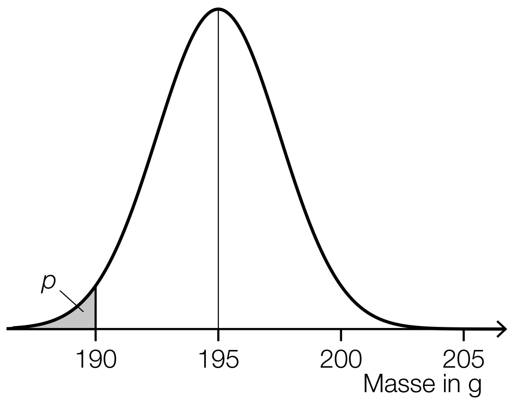
c1) Die Kosten sinken pro Jahr um 40 %.

Aufgabe 4

Kinderbrei

In einem Betrieb wird Kinderbrei in Gläser abgefüllt. Die pro Glas abgefüllte Masse ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 195$ g.

a) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt. Der Inhalt der grau markierten Fläche entspricht der Wahrscheinlichkeit p.



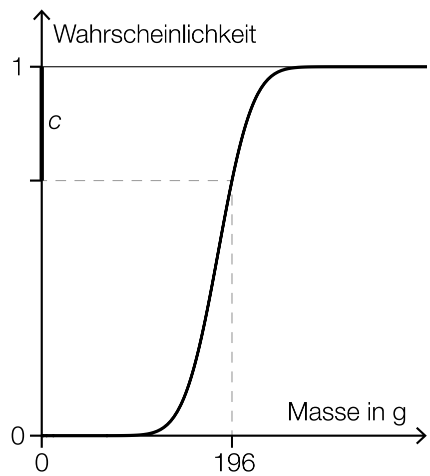
Es soll die Wahrscheinlichkeit ermittelt werden, dass ein zufällig ausgewähltes Glas eine Masse von mehr als 190 g, aber weniger als 200 g enthält.

1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit auf.

b) Nach einer Wartung der Abfüllanlage beträgt der Erwartungswert $\mu = 195$ g und die Standardabweichung $\sigma = 2$ g.

1) Berechnen Sie diejenige Masse, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % in einem zufällig ausgewählten Glas mindestens enthalten ist.

In der nebenstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion dargestellt.



2) Interpretieren Sie die in der obigen Abbildung eingezeichnete Größe c im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 4

Kinderbrei

a1) X ... Masse pro Glas in g
$P(190 < X < 200) = 1 - 2 \cdot p$

b1) X ... Masse pro Glas in g
$P(X \geq b) = 0{,}98$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$b = 190{,}89...$

b2) c entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass in einem zufällig ausgewählten Glas mindestens 196 g Kinderbrei enthalten sind.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Wasserverbrauch

a) In einer Kleinstadt beträgt der Wasserverbrauch pro Jahr rund $1{,}2 \cdot 10^9$ L.
In der Nachbarstadt ist der Wasserverbrauch pro Jahr doppelt so hoch.

Jemand behauptet fälschlicherweise:
„In dieser Nachbarstadt beträgt der Wasserverbrauch pro Jahr also $1{,}2 \cdot 10^{18}$ L."

1) Ermitteln Sie denjenigen Faktor, um den der Wasserverbrauch pro Jahr in der Nachbarstadt gemäß dieser Behauptung tatsächlich höher wäre.

b) Der Wasserverbrauch einer Schule mit *n* Personen beträgt 800 m³ pro Jahr.
Man geht bei einer Schule von 200 Wassernutzungstagen pro Jahr aus.

1) Stellen Sie mithilfe von *n* eine Formel zur Berechnung des durchschnittlichen Wasserverbrauchs *V* für 1 Person in Litern pro Wassernutzungstag auf.

$V =$ ____

c) Der Wasserverbrauch von Familie *A* ist im Jahr 2017 um 2 % und im Jahr 2018 um 3 % in Bezug auf das jeweilige Vorjahr gestiegen.

Der Wasserverbrauch von Familie *B* ist im Jahr 2017 um 3 % und im Jahr 2018 um 2 % in Bezug auf das jeweilige Vorjahr gestiegen.

1) Erklären Sie, warum die gesamte prozentuelle Änderung in diesem Zeitraum bei Familie *A* und Familie *B* gleich ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Wasserverbrauch

a1) Gemäß der Behauptung wäre der Wasserverbrauch in der Nachbarstadt um den Faktor $10^9 = 1\,000\,000\,000$ höher.

b1) $V = \frac{800 \cdot 1\,000}{n \cdot 200}$ *oder* $V = \frac{4\,000}{n}$

c1) Da die gesamte prozentuelle Änderung über die Multiplikation der Änderungsfaktoren berechnet wird, also $1{,}02 \cdot 1{,}03$, ist das Ergebnis nicht von der Reihenfolge dieser Faktoren abhängig.

Aufgabe 2

Gehsteig

In der unten stehenden Abbildung 1 ist ein Teil eines Gehsteigs dargestellt.
Der Rand des Gehsteigs kann zwischen den Punkten Q und P modellhaft durch den Graphen der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben werden. In der nachstehenden Abbildung 2 ist dies in einer Ansicht von oben dargestellt.

Abbildung 1 (Quelle: BMBWF)

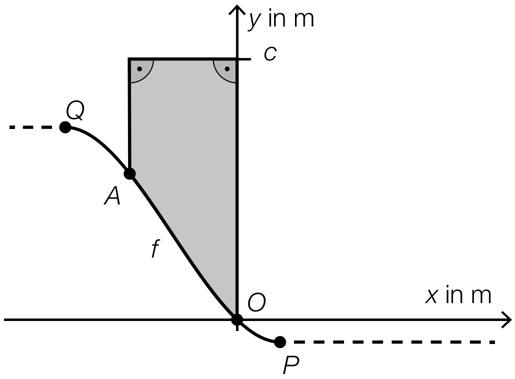


Abbildung 2

a) In Abbildung 2 ist ein Teil des Gehsteigs grau markiert.
Der Punkt $A = (x_A \mid y_A)$ liegt auf dem Graphen der Funktion f.

1) Erstellen Sie mithilfe von x_A, c und f eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

$A =$ ____

b) Für die Funktion f gilt: $f(x) = 2 \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x \quad \text{mit} \quad -0{,}5 \leq x \leq 0{,}5$

Der Punkt P hat die Koordinaten $(0{,}5 \mid -0{,}5)$.

1) Zeigen Sie, dass der Graph der Funktion f im Punkt P eine waagrechte Tangente hat.

In der nebenstehenden Abbildung 3 ist ein Pflasterstein dieses Gehsteigs dargestellt. Dieser ist so verlegt, dass die beiden Eckpunkte $Q = (-0{,}5 \mid f(-0{,}5))$ und $R = (-0{,}36 \mid f(-0{,}36))$ auf dem Graphen der Funktion f liegen.

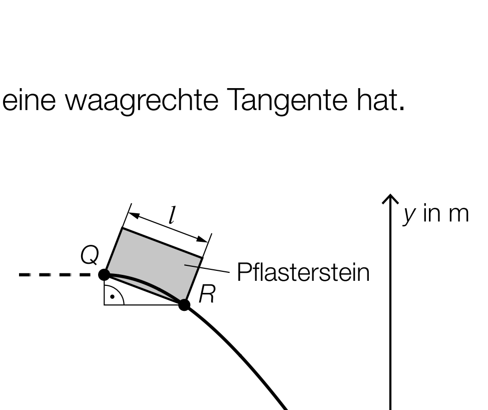


Abbildung 3

2) Berechnen Sie die Länge l dieses Pflastersteins.

Lösung zur Aufgabe 2

Gehsteig

a1) $A = \int_{x_A}^{0} (c - f(x))\,\mathrm{d}x$

oder:

$A = |x_A| \cdot c - \int_{x_A}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$

b1) $f'(x) = 6 \cdot x^2 - \frac{3}{2}$

$f'(0{,}5) = 6 \cdot 0{,}5^2 - \frac{3}{2} = 0$

Der Graph der Funktion *f* hat im Punkt *P* also eine waagrechte Tangente.

b2) $l = \sqrt{(0{,}5 - 0{,}36)^2 + (f(-0{,}5) - f(-0{,}36))^2} = 0{,}149...$

Die Länge l beträgt rund 0,15 m.

Aufgabe 3

Am Arlberg

Zwischen den Gemeinden Flirsch und St. Anton verläuft ein 12,5 km langer Geh- und Radweg.

a) Can startet um 14:00 Uhr in St. Anton und geht auf diesem Weg in Richtung Flirsch.
Seine Entfernung von Flirsch kann in Abhängigkeit von der Zeit t durch die Funktion s_C beschrieben werden.

$s_C(t) = 12{,}5 - 5 \cdot t \quad \text{mit} \quad t \leq 2{,}5$

t ... Zeit in h ($t = 0$ für 14:00 Uhr)
$s_C(t)$ ... Entfernung von Flirsch zur Zeit t in km

1) Interpretieren Sie die Zahl 5 der obigen Funktionsgleichung im gegebenen Sachzusammenhang.

Karo startet ihre Fahrradtour nach St. Anton um 14:00 Uhr in Pettneu, einem Ort, der an diesem Weg liegt.
Ihre Entfernung von Flirsch kann in Abhängigkeit von der Zeit t durch die Funktion s_K beschrieben werden.

$s_K(t) = 19 \cdot t + 5{,}7$

t ... Zeit in h ($t = 0$ für 14:00 Uhr)
$s_K(t)$ ... Entfernung von Flirsch zur Zeit t in km

2) Berechnen Sie, wie lange Karo unterwegs ist, bis sie Can begegnet.

b) Martina benötigt für den Geh- und Radweg von Flirsch nach St. Anton eine Zeit von a Minuten.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von Martinas Durchschnittsgeschwindigkeit v in km/h auf.

$v =$ ______________________________

Lösung zur Aufgabe 3

Am Arlberg

a1) Can bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h.

a2) $12{,}5 - 5 \cdot t = 19 \cdot t + 5{,}7$

$t = \frac{17}{60} = 0{,}283...$

Karo ist rund 0,28 Stunden unterwegs.

b1) $v = \frac{12{,}5}{\frac{a}{60}} = \frac{750}{a}$

Aufgabe 4

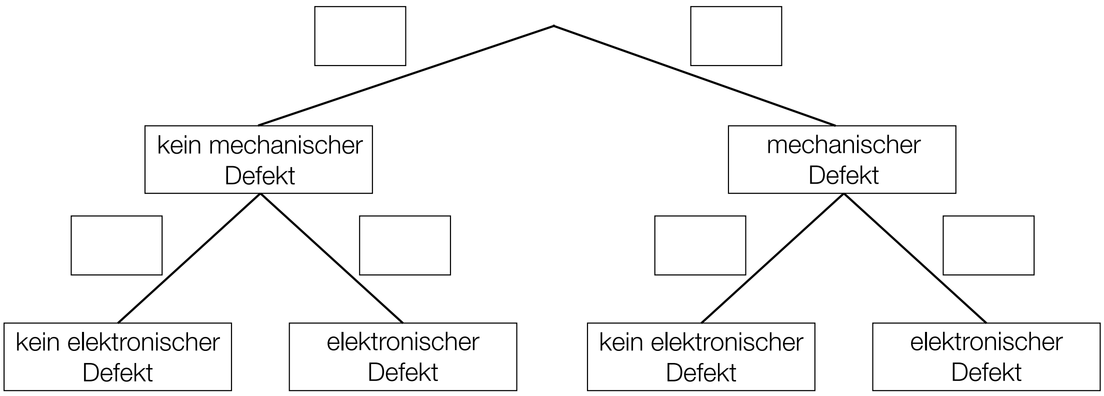
Wärmepumpen

a) Heizungen mit Wärmepumpe gelten als umweltfreundlich. Man weiß aus Erfahrung, dass bei einer bestimmten Wärmepumpe zwei verschiedene Fehler unabhängig voneinander auftreten können.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 2 % liegt ein mechanischer Fehler vor.
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 3 % liegt ein elektronischer Fehler vor.

Eine zufällig ausgewählte Wärmepumpe wird auf diese beiden Fehler hin untersucht.

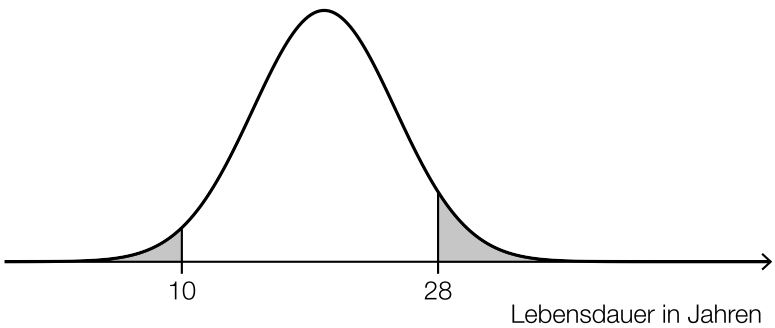
1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm durch Eintragen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Es werden 20 solcher Wärmepumpen auf das Vorliegen eines mechanischen Fehlers hin untersucht.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei mehr als 17 dieser 20 Wärmepumpen kein mechanischer Fehler vorliegt.

b) Die Lebensdauer von Wärmepumpen ist annähernd normalverteilt. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion.

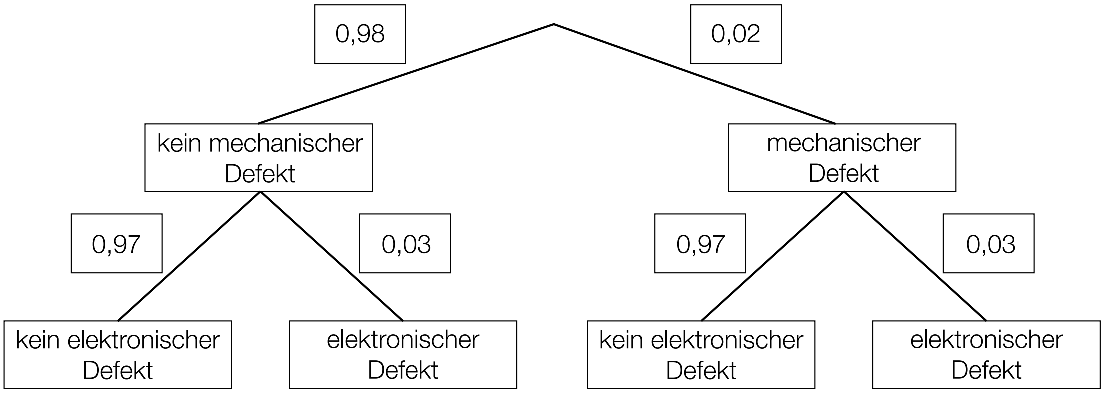


1) Beschreiben Sie die Bedeutung der grau markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 4

Wärmepumpen

a1)



a2) X ... Anzahl der Wärmepumpen ohne mechanischen Defekt
Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = 0{,}98$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 18) = 0{,}9929...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 99,3 %.

b1) Die grau markierte Fläche entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer einer Wärmepumpe höchstens 10 Jahre oder mindestens 28 Jahre beträgt.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin/vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

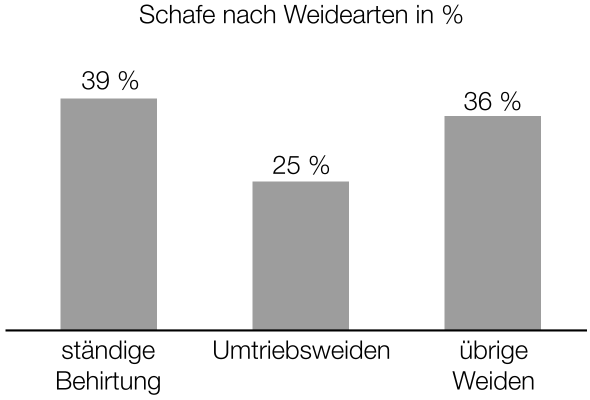
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

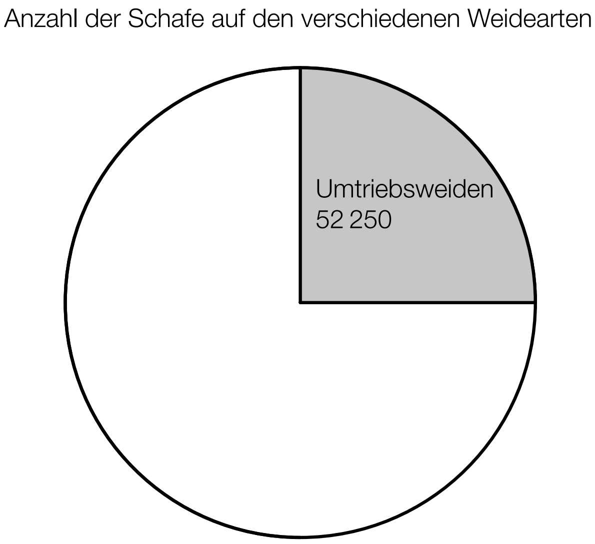
Da sowohl die von der Kandidatin/vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) In der Schweiz werden bei der sogenannten *Sömmerung* die Schafe auf Weiden getrieben, wo sie den Sommer verbringen. Dabei werden 3 verschiedene Weidearten unterschieden.

Im nachstehenden Säulendiagramm sind die entsprechenden Prozentsätze dargestellt.



– Zeichnen Sie im nachstehenden Kreisdiagramm die fehlenden Sektoren für „ständige Behirtung“ und „übrige Weiden“ ein. Beschriften Sie die beiden Sektoren jeweils mit der entsprechenden Anzahl der Schafe. (A)



Während der Sömmerung gehen Schafe verloren.

Für eine bestimmte Region in der Schweiz wurden folgende Daten erhoben:

Verlustursache	Anzahl verloren gegangener Schafe
Steinschlag	18
Blitzschlag	15
Absturz bzw. nicht gefunden	19
Krankheit	5
Luchs	10
gesamt	**67**

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 2 zufällig ausgewählten verloren gegangenen Schafen beide durch Krankheit verloren gingen. (B)

Eine bestimmte Schafherde besteht aus insgesamt 450 Schafen. Für jedes Schaf beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass es verloren geht, 1,62 %.

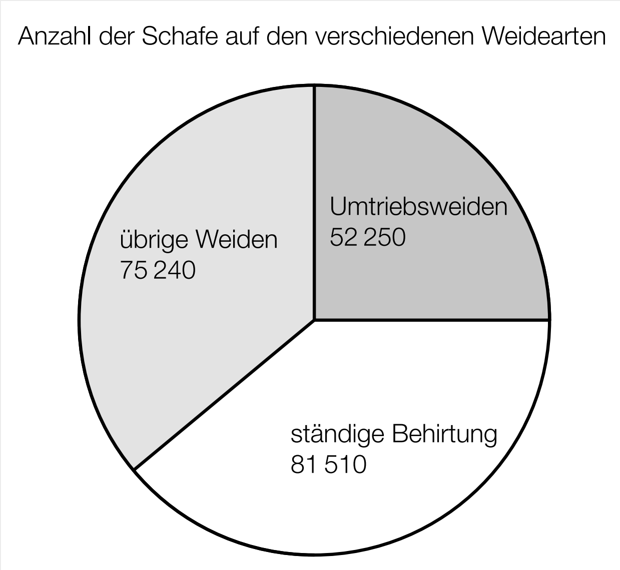
– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.
  $450 \cdot 0{,}0162 = 7{,}29$ (R)

Eine Schafbäuerin hat 187 Schafe auf der Weide. Aus langjähriger Erfahrung weiß sie, dass jedes Schaf unabhängig von den anderen Schafen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,07 % durch Blitzschlag verloren geht.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von diesen 187 Schafen mindestens 2 durch Blitzschlag verloren gehen. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): 52 250 Schafe entsprechen 25 %
Gesamtanzahl der Schafe: 209 000
Schafe auf übrigen Weiden: 36 %, das sind 75 240, das entspricht einem Winkel von 129,6°
Schafe in ständiger Behirtung: 39 %, das sind 81 510 Schafe, das entspricht einem Winkel von 140,4°



(B): $\frac{5}{67} \cdot \frac{4}{66} = 0{,}00452...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,45 %.

(R): Der Erwartungswert für die Anzahl verloren gegangener Schafe dieser Schafherde beträgt 7,29.

(B): X ... Anzahl der durch Blitzschlag verloren gegangenen Schafe
Binomialverteilung mit $n = 187$ und $p = 0{,}0007$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 2) = 0{,}00782...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,78 %.

2) Ein Auto durchfährt einen bestimmten Tunnel in der Schweiz in 60 s.

Für die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v des Autos während der Tunneldurchfahrt gilt:

$$v(t) = \frac{1}{8000} \cdot t^3 - \frac{1}{80} \cdot t^2 + \frac{3}{10} \cdot t + 20 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 60$$

t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

Zum Zeitpunkt t_1 gilt:
$v'(t_1) = 0$
$v''(t_1) > 0$

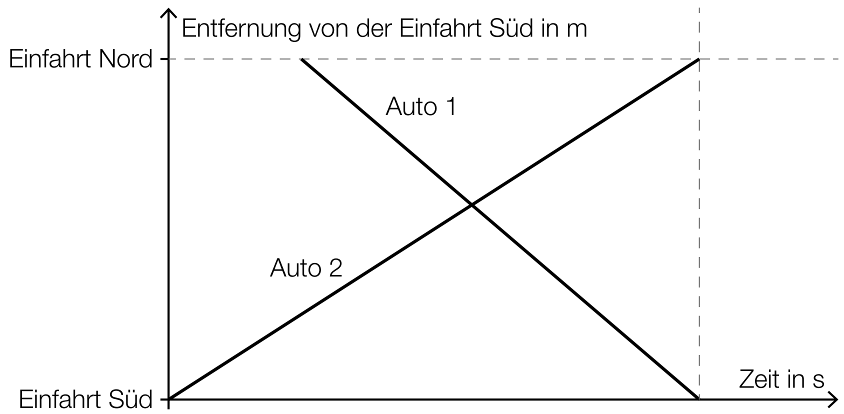
– Interpretieren Sie die Bedeutung von t_1 bezogen auf den Verlauf des Graphen von v. (R)

– Berechnen Sie die Länge des Tunnels. (B)

Ein anderes Auto hat bei der Tunneleinfahrt eine Geschwindigkeit von 18 m/s. Dieses Auto hat eine konstante Beschleunigung von 0,2 m/s².

– Erstellen Sie eine Gleichung der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion für dieses Auto.
Wählen Sie $t = 0$ für den Zeitpunkt des Einfahrens in den Tunnel. (A)

Zwei Autos durchfahren den gleichen Tunnel in verschiedene Richtungen. Die Graphen der beiden Funktionen geben jeweils die Entfernung von der Einfahrt Süd an (siehe nachstehende Abbildung).



– Beschreiben Sie die Tunneldurchfahrt der beiden Autos bezüglich ihrer Geschwindigkeiten und der Zeitpunkte ihrer Ein- und Ausfahrten. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): t_1 ist eine (lokale) Minimumstelle von v.

(B): $\int_0^{60} v(t)\,\mathrm{d}t = 1\,245$

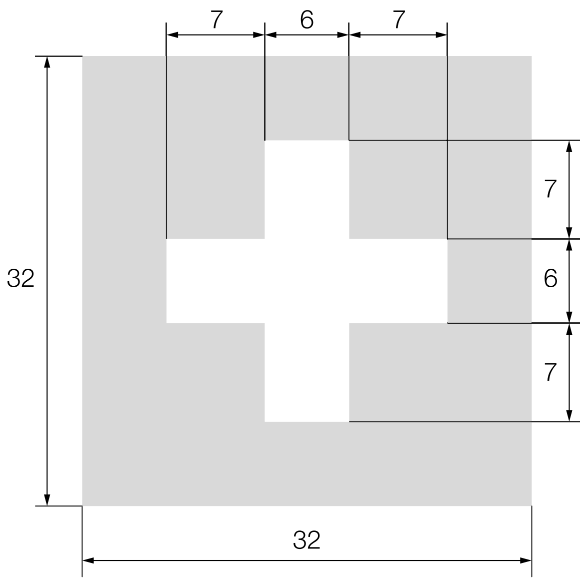
Der Tunnel ist 1 245 m lang.

(A): $v_1(t) = 0{,}2 \cdot t + 18$

t ... Zeit in s
$v_1(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

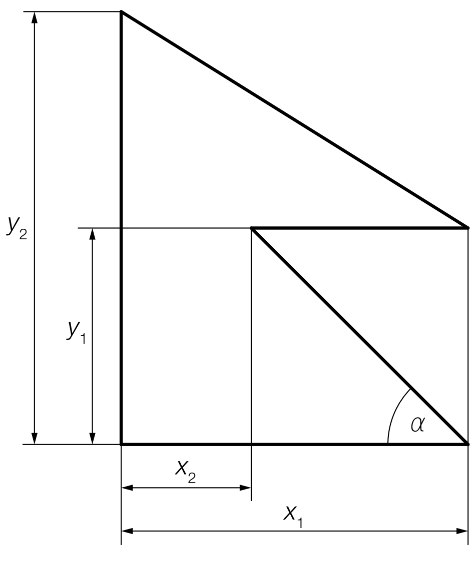
(R): Das Auto 1 fährt später in den Tunnel ein. Die Geschwindigkeit des Autos 1 ist höher als die Geschwindigkeit des Autos 2. Die beiden Autos verlassen den Tunnel zur gleichen Zeit.

3) Die Flagge der Schweiz ist quadratisch und zeigt ein weißes Kreuz auf rotem Grund.
Die Größe des Kreuzes auf einer bestimmten Flagge ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt (Angaben in Längeneinheiten (LE)).



– Berechnen Sie, wie viel Prozent der gesamten Fläche das weiße Kreuz einnimmt. (B)

Die Flagge von Nepal hat folgende Form:



– Erstellen Sie mithilfe von x_1, x_2 und y_1 eine Formel zur Berechnung von α.

$\alpha =$ ____ (A)

– Kennzeichnen Sie denjenigen Winkel β, für den der folgende Zusammenhang gilt:
$\sin(\beta) = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + (y_2 - y_1)^2}}$ (R)

Von 193 Staaten haben n eine Flagge mit Kreuz. Aus diesen 193 Flaggen wird 1 Flagge zufällig ausgewählt.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeit:

P(„die ausgewählte Flagge hat kein Kreuz") = ____________________ (A)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

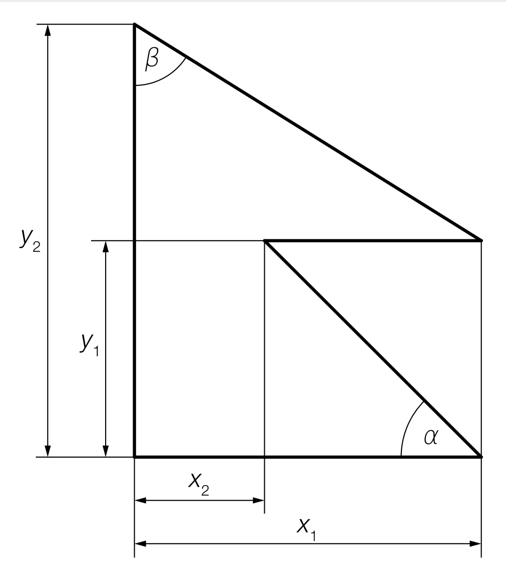
(B): gesamter Flächeninhalt: 1 024

Inhalt der weißen Fläche:
$4 \cdot 7 \cdot 6 + 6 \cdot 6 = 204$
$\frac{204}{1\,024} = 0{,}199...$

Das weiße Kreuz nimmt rund 20 % der gesamten Fläche ein.

(A): $\alpha = \arctan\left(\frac{y_1}{x_1 - x_2}\right)$

(R):



(A): P(„die ausgewählte Flagge hat kein Kreuz") $= 1 - \frac{n}{193}$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Kometen sind kleine Himmelskörper, die sich auf ihren Bahnen immer wieder der Sonne annähern. In Sonnennähe verlieren sie einen Teil ihrer Masse in Form von Gas und Staub.

Der *Halley'sche Komet* hat während seiner letzten Annäherung an die Sonne pro Sekunde rund 50 Tonnen seiner Masse verloren.
Die Masse des Kometen während seiner letzten Annäherung soll in Abhängigkeit von der Zeit t durch eine Funktion m beschrieben werden.

t ... Zeit in Sekunden
$m(t)$ ... Masse zur Zeit t in Tonnen

– Erstellen Sie eine Gleichung dieser Funktion. Wählen Sie m_0 für die Masse zum Zeitpunkt $t = 0$. (A)

Während seiner letzten Annäherung an die Sonne hat der Halley'sche Komet insgesamt eine Masse von $5 \cdot 10^{11}$ kg verloren. Das waren 0,25 % der Masse m_0.

– Berechnen Sie die Masse m_0 in Tonnen. (B)

Ein bestimmter Komet verliert bei jeder Annäherung an die Sonne etwa 0,1 % der Masse, die er zu Beginn der jeweiligen Annäherung hatte.

– Interpretieren Sie die Bedeutung des Ergebnisses der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.
$(1 - 0{,}001)^3 = 0{,}997...$ (R)

Eine Untersuchung über Kometen ergab, dass jeder neu entdeckte Komet mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % eine sogenannte *hyperbolische Bahn* hat.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den letzten 5 neu entdeckten Kometen genau 1 Komet eine hyperbolische Bahn hat. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $m(t) = m_0 - 50 \cdot t$

(B): $5 \cdot 10^{11} = m_0 \cdot 0{,}0025$

$m_0 = 2 \cdot 10^{14}$ kg $= 2 \cdot 10^{11}$ t

(R): Nach 3 Annäherungen an die Sonne hat der Komet noch rund 99,7 % der Masse, die er vor der ersten Annäherung hatte.

(B): X ... Anzahl der neu entdeckten Kometen mit hyperbolischer Bahn
Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = 0{,}15$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 1) = 0{,}3915...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 39,2 %.

2) Am 1.1.2017 hatte Österreich eine Einwohnerzahl von insgesamt 8772838. Die nachstehende Tabelle zeigt die Aufteilung auf die einzelnen Bundesländer.

Bundesland	Einwohnerzahl am 1.1.2017
Burgenland	291942
Kärnten	561077
Niederösterreich	1665753
Oberösterreich	1465045
Salzburg	549236
Steiermark	1237298
Tirol	746153
Vorarlberg	388752
Wien	1867582
gesamt	**8772838**

Datenquelle: https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/bevoelkerung/bevoelkerungsstruktur/bevoelkerung_nach_alter_geschlecht/index.html [11.08.2017].

– Geben Sie dasjenige Bundesland an, dessen Einwohnerzahl der Median der Einwohnerzahl aller 9 Bundesländer Österreichs ist. (R)

– Berechnen Sie, wie viel Prozent aller Einwohner/innen Österreichs am 1.1.2017 in den 3 Bundesländern mit den höchsten Einwohnerzahlen lebten. (B)

Unter allen weiblichen und männlichen Einwohnern Österreichs am 1.1.2017 wird zufällig eine Person ausgewählt.

Es soll die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, dass es sich dabei um einen weiblichen Einwohner Tirols handelt, wenn Tirol an diesem Tag m männliche Einwohner hatte.

– Erstellen Sie mithilfe von m eine Formel zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit.

P(„weiblicher Einwohner Tirols“) = ______________________________ (A)

Am 1.1.2029 soll Wien laut einem linearen Modell eine Einwohnerzahl von 2 Millionen erreichen.

– Berechnen Sie, um wie viele Einwohner/innen Wien vom 1.1.2017 bis zum 1.1.2029 gemäß diesem Modell durchschnittlich pro Jahr wächst. (B)

Möglicher Lösungsweg:

(R): Tirol

(B): $\frac{1\,867\,582 + 1\,665\,753 + 1\,465\,045}{8\,772\,838} = 0{,}569...$

In den 3 Bundesländern mit den höchsten Einwohnerzahlen lebten rund 57 % aller Einwohner/innen Österreichs.

(A): $P(\text{„weiblicher Einwohner Tirols“}) = \frac{746\,153 - m}{8\,772\,838}$

oder:

$P(\text{„weiblicher Einwohner Tirols“}) = \frac{746\,153}{8\,772\,838} \cdot \frac{746\,153 - m}{746\,153}$

(B): $\frac{2\,000\,000 - 1\,867\,582}{2029 - 2017} = 11\,034{,}8...$

Wien wächst in diesem Zeitraum durchschnittlich um rund 11 000 Einwohner/innen pro Jahr.

3) Bei einer Raumtemperatur von 22 °C erwärmt sich Mineralwasser nach der Entnahme aus dem Kühlschrank.
Die Temperatur des Mineralwassers nach der Entnahme aus dem Kühlschrank lässt sich näherungsweise durch die Funktion T beschreiben.

$T(t) = 22 - 14 \cdot 0{,}92^t$

t ... Zeit nach der Entnahme des Mineralwassers aus dem Kühlschrank in min
$T(t)$ ... Temperatur des Mineralwassers zur Zeit t in °C

– Berechnen Sie, nach welcher Zeit die Temperatur des Mineralwassers 1 °C unter der Raumtemperatur liegt. (B)

– Begründen Sie mathematisch, warum sich die Funktionswerte von T mit wachsendem t dem Wert 22 °C annähern. (R)

– Erstellen Sie mithilfe der Funktion T einen Ausdruck zur Berechnung der mittleren Änderungsrate der Temperatur im Zeitintervall $[0; t_1]$. (A)

– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die entsprechende Einheit an.
$T'(0) \approx 1{,}17$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $T(t) = 21$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 31{,}65...$

Etwa 31,7 min nach der Entnahme aus dem Kühlschrank beträgt die Temperatur des Mineralwassers 21 °C.

(R): Da für großes t der Wert $0{,}92^t$ gegen null geht, nähern sich die Funktionswerte immer weiter dem Wert 22 an.

(A): $\frac{T(t_1) - T(0)}{t_1}$

(R): Die momentane Änderungsrate der Temperatur des Mineralwassers zur Zeit $t = 0$ beträgt rund 1,17 °C/min.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin/vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin/vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) In einem Casino kann Roulette gespielt werden. Beim Roulette kann bei jedem Spiel auf die Zahlen von 0 bis 36 gesetzt werden.

Fritz spielt n Spiele, die voneinander unabhängig sind, und setzt bei jedem Spiel auf die Zahl 17. Die Wahrscheinlichkeit, dass Fritz gewinnt, beträgt bei jedem Spiel $\frac{1}{37}$.

– Erstellen Sie mithilfe von n eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass Fritz bei mindestens 1 dieser n Spiele gewinnt. (A)

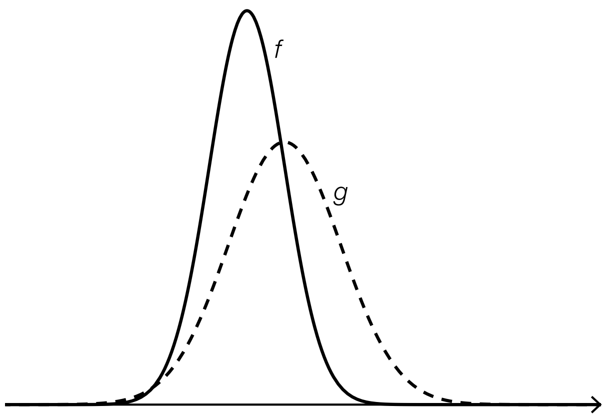
Gabi setzt bei jedem Spiel auf 6 verschiedene Zahlen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Gabi gewinnt, beträgt bei jedem Spiel $\frac{6}{37}$.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Gabi bei genau 2 von 5 Spielen gewinnt. (B)

An der Bar des Casinos gibt es Getränke. Die Flüssigkeitsmenge in den Gläsern ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 110$ ml und der Standardabweichung $\sigma = 10$ ml.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Flüssigkeitsmenge in einem zufällig ausgewählten Glas mindestens 120 ml beträgt. (B)

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Dichtefunktionen f und g zweier normalverteilter Zufallsvariablen dargestellt.



– Beschreiben Sie, wie sich die Erwartungswerte und die Standardabweichungen dieser beiden Zufallsvariablen voneinander unterscheiden. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): E ... Fritz gewinnt bei mindestens 1 Spiel

$P(E) = 1 - \left(\frac{36}{37}\right)^n$

(B): X ... Anzahl gewonnener Spiele

Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = \frac{6}{37}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X = 2) = 0{,}1546...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 15,5 %.

(B): X ... Flüssigkeitsmenge in einem Glas in ml

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 120) = 0{,}1586...$

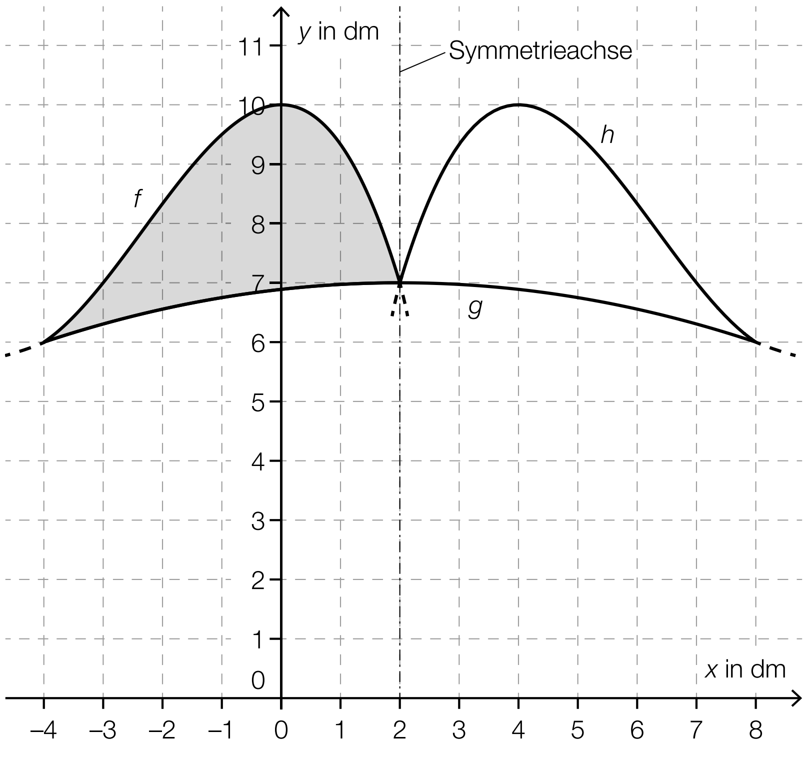
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 15,9 %.

(R): Bei der Zufallsvariable mit der Dichtefunktion g sind sowohl der Erwartungswert als auch die Standardabweichung höher als bei der Zufallsvariable mit der Dichtefunktion f.

2) Das nachstehende Bild zeigt einen außergewöhnlichen Brunnen.

Quelle: Małgorzata Chodakowska, www.skulptur-chodakowska.de/wp-content/uploads/2016/01/151_14_34.jpg [14.01.2020].

In der nachstehenden Abbildung wurden die beiden zueinander symmetrischen „Flügel" der Skulptur mithilfe der Funktionen f, g und h modelliert.



– Erstellen Sie mithilfe von f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

A = ____ (A)

– Erklären Sie, warum sich die Funktion g <u>nicht</u> durch die nachstehende Gleichung beschreiben lässt.

$y = a \cdot x^2 + c$ (R)

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α, für den gilt:

$\alpha = 2 \cdot (90° - \arctan(h'(2)))$ (R)

Der Graph der Polynomfunktion 3. Grades h verläuft durch die Punkte $(2|7)$ und $(8|6)$ und hat den Hochpunkt $(4|10)$.

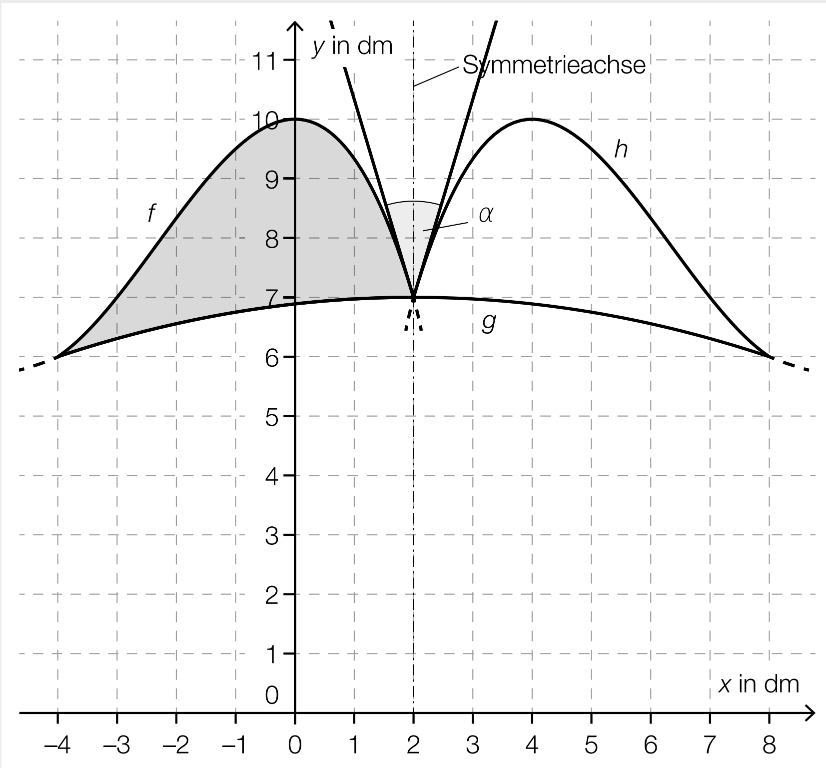
– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von h. (A)

Möglicher Lösungsweg:

(A): $A = \int_{-4}^{2} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

(R): Die Funktion lässt sich nicht so beschreiben, da ihr Graph nicht symmetrisch zur y-Achse liegt.

(R):



(A): $h(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$h'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $h(2) = 7$
II: $h(8) = 6$
III: $h(4) = 10$
IV: $h'(4) = 0$

oder:

I: $8 \cdot a + 4 \cdot b + 2 \cdot c + d = 7$
II: $512 \cdot a + 64 \cdot b + 8 \cdot c + d = 6$
III: $64 \cdot a + 16 \cdot b + 4 \cdot c + d = 10$
IV: $48 \cdot a + 8 \cdot b + c = 0$

3) Das Speicherkraftwerk Sellrain-Silz besteht aus dem Speichersee, dem etwas tiefer gelegenen Zwischenspeicher und dem im Tal gelegenen Kraftwerk Silz.

In der nachstehenden Abbildung 1 ist die momentane Änderungsrate des Wasservolumens im Zwischenspeicher für ein bestimmtes Zeitintervall dargestellt.

Abbildung 1

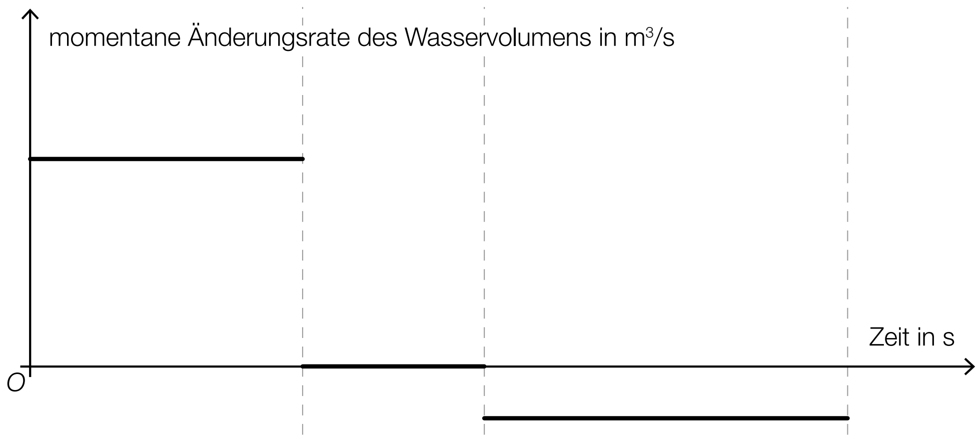
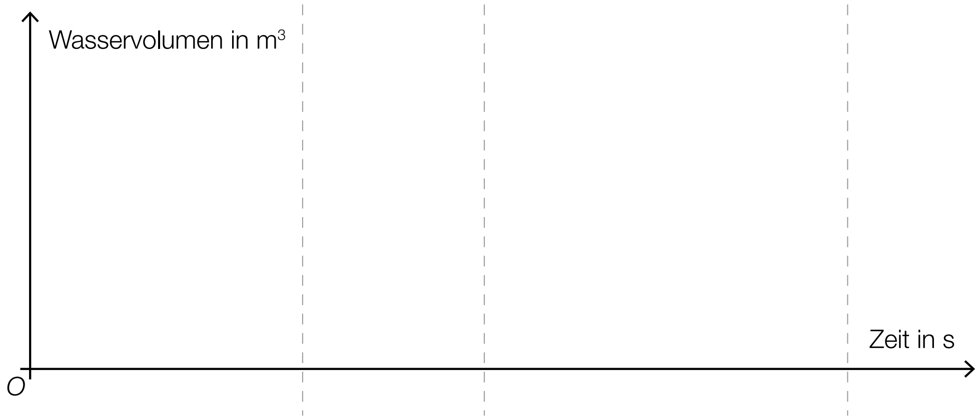


Abbildung 2



Der Zwischenspeicher ist zu Beginn ($t = 0$) leer.

– Skizzieren Sie in der obigen Abbildung 2 den Graphen derjenigen Funktion, die das Wasservolumen im Zwischenspeicher in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. (A)

Der Speichersee hat ein Fassungsvermögen von 60 Millionen m³, der Zwischenspeicher fasst $\frac{1}{20}$ dieses Volumens. Aus dem Zwischenspeicher können pro Sekunde 66 m³ Wasser in den Speichersee hochgepumpt werden.

– Berechnen Sie, wie viele Stunden es dauern würde, das Wasser des vollen Zwischenspeichers restlos in den Speichersee hochzupumpen. (B)

Vom Zwischenspeicher wird das Wasser ins Kraftwerk Silz geleitet. Dabei überwindet das Wasser in einem 1 906 m langen Schacht einen Höhenunterschied von 1 258 m. Der Neigungswinkel des Schachts wird vereinfacht als konstant angenommen.

– Berechnen Sie den Neigungswinkel dieses Schachts zur Horizontalen. (B)

Für die Stromerzeugung spielt die Geschwindigkeit v des Wassers beim Auftreffen auf die Turbinen eine entscheidende Rolle.

Zwischen der Fallhöhe h und der Geschwindigkeit v besteht der folgende Zusammenhang:

$g \cdot h = 0{,}5 \cdot v^2$

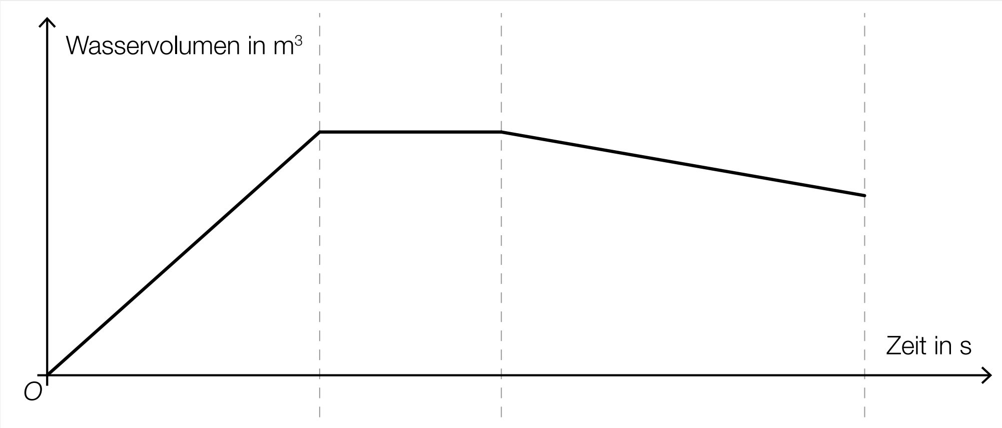
g ... Erdbeschleunigung (konstant)

Theresa behauptet, dass eine Verdoppelung der Fallhöhe h zu einer Vervierfachung der Geschwindigkeit v führt.

– Zeigen Sie allgemein, dass diese Behauptung falsch ist. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A):



Aus der Skizze soll ersichtlich sein, dass die Wassermenge im 1. Intervall linear steigt, im 2. Intervall unverändert bleibt und im 3. Intervall linear abnimmt.
Der Betrag der Steigung im 1. Intervall soll eindeutig größer als jener im 3. Intervall sein.

(B): Wassermenge in m³:

$\frac{60 \cdot 10^6}{20} = 3 \cdot 10^6$

Dauer in h:

$\frac{3 \cdot 10^6}{66 \cdot 3\,600} = 12{,}62...$

Es würde rund 12,6 h dauern.

(B): $\alpha = \arcsin\left(\frac{1\,258}{1\,906}\right) = 41{,}30...°$

(R): $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

$v_{neu} = \sqrt{2 \cdot g \cdot 2 \cdot h} = \sqrt{2} \cdot v \neq 4 \cdot v$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin/vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin/vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend" lauten.

1) Brieflose können online gekauft werden.
Die Wahrscheinlichkeit, beim Kauf eines Loses mehr als 1 Euro zu gewinnen, beträgt für jedes Los 6 %.

Dejan kauft 10 Lose.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Dejan dabei mindestens 2 Lose mit einem Gewinn von mehr als 1 Euro kauft. (B)

Brieflose können auch in Papierform gekauft werden.
Eine Sonderserie besteht aus 3 Millionen Losen mit den folgenden Gewinnen:

So viel können Sie gewinnen.	
2 Hauptgewinne zu €	**100.000,-**
3 Gewinne zu €	10.000,-
30 Gewinne zu €	1.000,-
50 Gewinne zu €	500,-
500 Gewinne zu €	100,-
5.000 Gewinne zu €	10,-
150.000 Gewinne zu €	2,-
25.000 Gewinne extra zu €	**2,-**
668.000 Gewinne zu €	1,-
50.000 Gewinne extra zu €	**1,-**

Quelle: https://www.win2day.at/download/BL_837_Geldbaum_Info.pdf [16.12.2019].

Susanna kauft 1 Los.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Susanna mit diesem Los einen der in der obigen Tabelle angegebenen Gewinne von mindestens 100 Euro erzielt. (B)

Eine andere Serie von Brieflosen besteht aus N Losen.
Auf $\frac{1}{5}$ aller Lose der Serie steht „DIE-BRIEFLOS-SHOW".
Die restlichen Lose teilen sich in g Gewinnlose und r Lose mit der Aufschrift „LEIDER-KEIN-GEWINN" auf.

– Erstellen Sie mithilfe von N und g eine Formel zur Berechnung von r.

$r =$ ____ (A)

Carina hat bereits 8 Lose dieser Serie gekauft. Kein einziges dieser Lose hatte die Aufschrift „DIE-BRIEFLOS-SHOW".

Carina behauptet: „Da $\frac{1}{5}$ aller Lose die Aufschrift „DIE-BRIEFLOS-SHOW" hat, hätte ich bereits beim Kauf von 5 Losen genau ein solches Los erhalten müssen."

– Zeigen Sie, dass diese Behauptung falsch ist. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): X ... Anzahl der gekauften Lose mit einem Gewinn von mehr als 1 Euro
Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}06$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 2) = 0{,}1175...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 11,8 %.

(B): $P(\text{„Gewinn von mindestens 100 Euro“}) = \frac{500 + 50 + 30 + 3 + 2}{3\,000\,000} = 0{,}000195$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt 0,0195 %.

(A): $r = \frac{4}{5} \cdot N - g$

(R): X ... Anzahl der Lose mit der Aufschrift „DIE-BRIEFLOS-SHOW“
Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = \frac{1}{5}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 1) = 0{,}409...$
Die Wahrscheinlichkeit ist kleiner als 1, also ist die Behauptung falsch.

2) Jasmin löscht Dateien von der Festplatte ihres Laptops. Die Funktion *f* beschreibt die Geschwindigkeit in Megabyte pro Sekunde (MB/s), mit der diese Daten gelöscht werden:

t ... Zeit in s
f(*t*) ... Geschwindigkeit, mit der die Daten zur Zeit *t* gelöscht werden, in MB/s

– Beschreiben Sie die Bedeutung des Inhalts der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die entsprechende Einheit an. (R)

Im gesamten nachstehenden Zeitintervall soll gelten: $f'(t) > 0$

– Geben Sie die größtmögliche obere Grenze dieses Zeitintervalls an.

$[7{,}4;\ \boxed{}\,]$ (R)

Die Funktion *f* lässt sich im Zeitintervall [0; 0,75] durch eine lineare Funktion *g* annähern.

– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion *g* auf. (A)

Im Intervall [6,1; 6,4] verläuft der Graph der Funktion *f* näherungsweise waagrecht.

Anton behauptet: „Zwischen 6,1 s und 6,4 s werden keine Daten gelöscht.“

– Erklären Sie, warum diese Behauptung falsch ist. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): Der Inhalt der markierten Fläche entspricht der Datenmenge in MB, die im Zeitintervall [2; 5] gelöscht wird.

(R): [7,4; 8,8]
Toleranzbereich für die obere Grenze des Intervalls: 8,7 bis 8,9

(A): $f(0) = 145$
$f(0{,}75) = 100$

$g(t) = k \cdot t + d$
$d = 145$
$k \cdot 0{,}75 + d = 100$

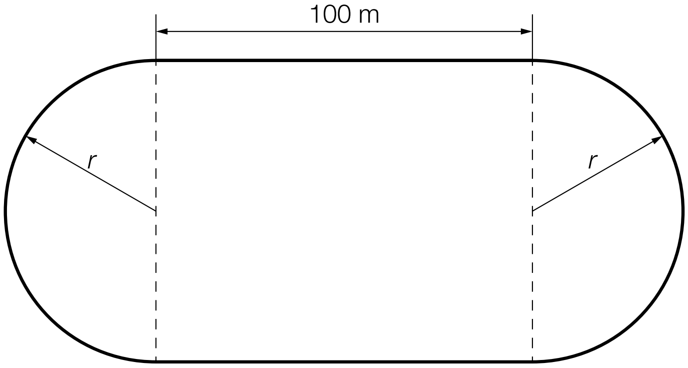
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$k = -60,\ \ d = 145$

$g(t) = -60 \cdot t + 145$

Durch Ablesen anderer Punkte können sich geringfügige Abweichungen für k *und* d *ergeben.*

(R): In diesem Zeitintervall ist die Änderung der Geschwindigkeit, mit der die Daten gelöscht werden, etwa null. Die Geschwindigkeit, mit der die Daten gelöscht werden, ist jedoch nicht null. Daher werden auch in diesem Zeitintervall Daten gelöscht.

3) Die 400 m lange Laufbahn einer Leichtathletikanlage ist modellhaft aus einem Rechteck mit zwei aufgesetzten Halbkreisen zusammengesetzt (siehe nachstehende Abbildung).



– Berechnen Sie den Radius r der Halbkreise. (B)

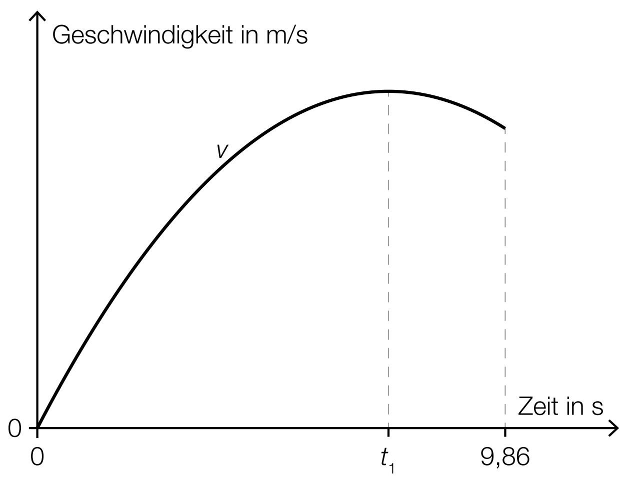
Die Weltrekordzeit von Usain Bolt im 100-m-Sprint der Männer aus dem Jahr 2009 beträgt 9,58 s. Die dabei erzielte Maximalgeschwindigkeit betrug 44,72 km/h.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Maximalgeschwindigkeit von Bolt über der Durchschnittsgeschwindigkeit seines Laufes liegt. (B)

Carl Lewis lief im Jahr 1991 die 100 m in einer Zeit von 9,86 s. In der nachstehenden Abbildung ist modellhaft der Graph der zugehörigen Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v dargestellt.

$v(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t$

t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s



– Erstellen Sie mithilfe von a und b eine Formel zur Berechnung des Zeitpunkts t_1 seiner Maximalgeschwindigkeit.

t_1 = ______________________________ (A)

– Interpretieren Sie die Bedeutung des nachstehenden Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang.

$|v(9{,}86) - v(t_1)|$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $400 = 200 + 2 \cdot \pi \cdot r$

$r = \frac{100}{\pi} = 31{,}83\ldots$

Der Radius r beträgt rund 31,8 m.

(B): $\overline{v} = \frac{100}{9{,}58} = 10{,}43\ldots$

10,43... m/s = 37,57... km/h

$\frac{44{,}72 - 37{,}57\ldots}{37{,}57\ldots} = 0{,}190\ldots$

Die Maximalgeschwindigkeit liegt rund 19 % über der Durchschnittsgeschwindigkeit.

(A): $v'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$

$v'(t_1) = 0$

$2 \cdot a \cdot t_1 + b = 0$

$t_1 = -\frac{b}{2 \cdot a}$

(R): Der Ausdruck entspricht der (absoluten) Abnahme der Geschwindigkeit im Zeitintervall $[t_1; 9{,}86]$.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

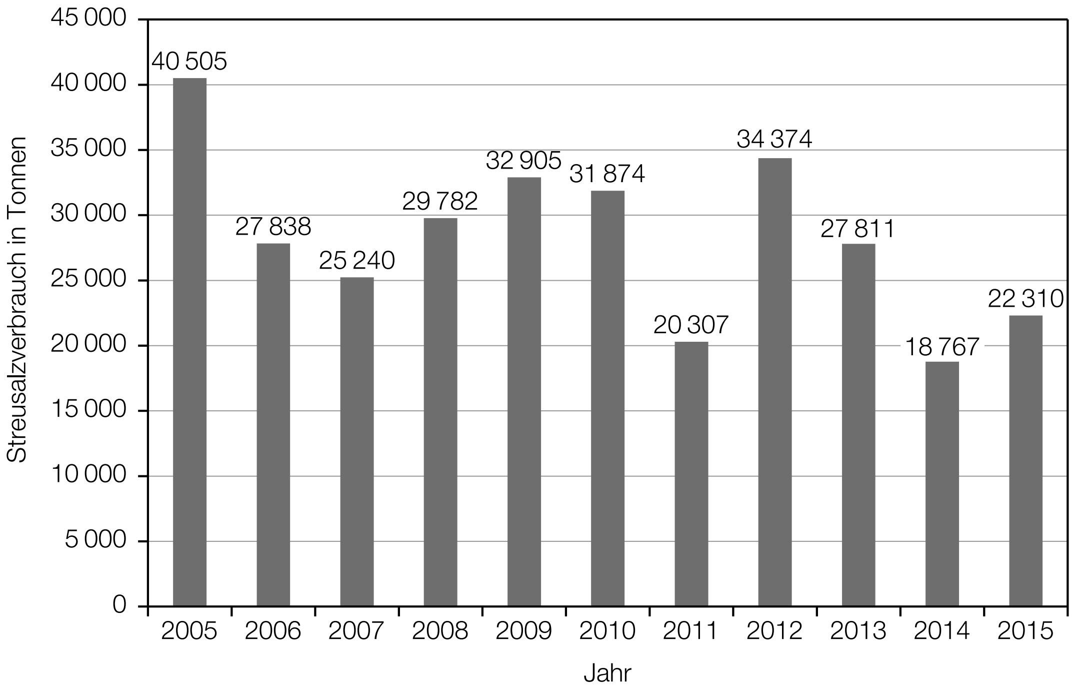
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) In der nachstehenden Abbildung ist der Streusalzverbrauch auf den Tiroler Landesstraßen für die 11 Jahre 2005 bis 2015 dargestellt.



Datenquelle: Amt der Tiroler Landesregierung (Hrsg.): *Jahresbericht 2015. Landesstraßen Tirol. Bau, Erhaltung und Straßendienst*, 2016, S. 81. https://www.tirol.gv.at/fileadmin/themen/verkehr/service/downloads/Jahresbericht_Landesstrassen_2015.pdf [16.12.2019].

– Bestimmen Sie den Median des jährlichen Streusalzverbrauchs für den oben dargestellten Zeitraum. (B)

Das arithmetische Mittel des Streusalzverbrauchs für die 5 Jahre 2012 bis 2016 ist $\bar{x}$ (in Tonnen).

– Erstellen Sie mithilfe von $\bar{x}$ und Daten aus der obigen Abbildung eine Formel zur Berechnung des Streusalzverbrauchs x (in Tonnen) für das Jahr 2016.

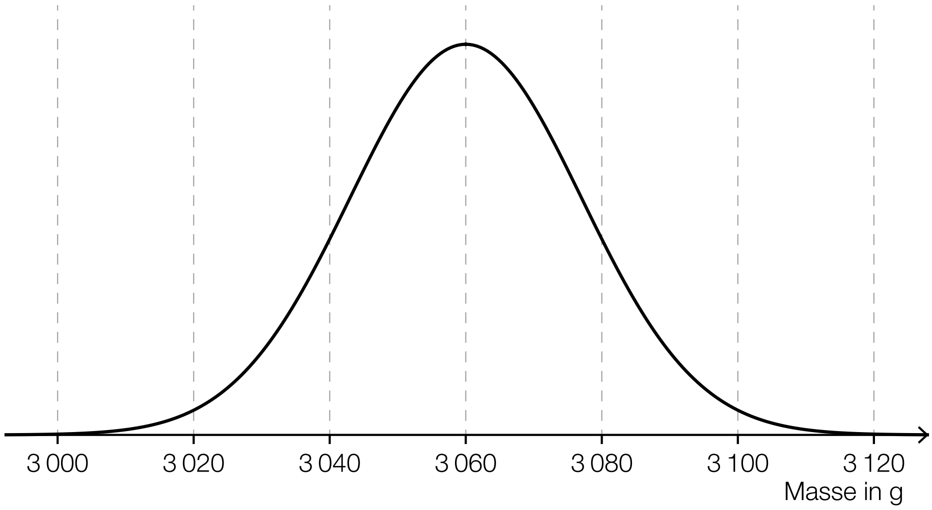
$x =$ ____ (A)

Für den privaten Gebrauch kann Streusalz in kleinen Packungen gekauft werden.
Die Masse dieser Packungen wird dabei als normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 3060$ g angenommen.
38 % dieser Packungen haben eine Masse zwischen 3060 g und 3080 g.

– Begründen Sie, warum 88 % aller Packungen eine Masse von höchstens 3080 g haben. (R)

In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.

– Veranschaulichen Sie in dieser Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Packung eine Masse von mindestens 3040 g hat. (A)



Möglicher Lösungsweg:

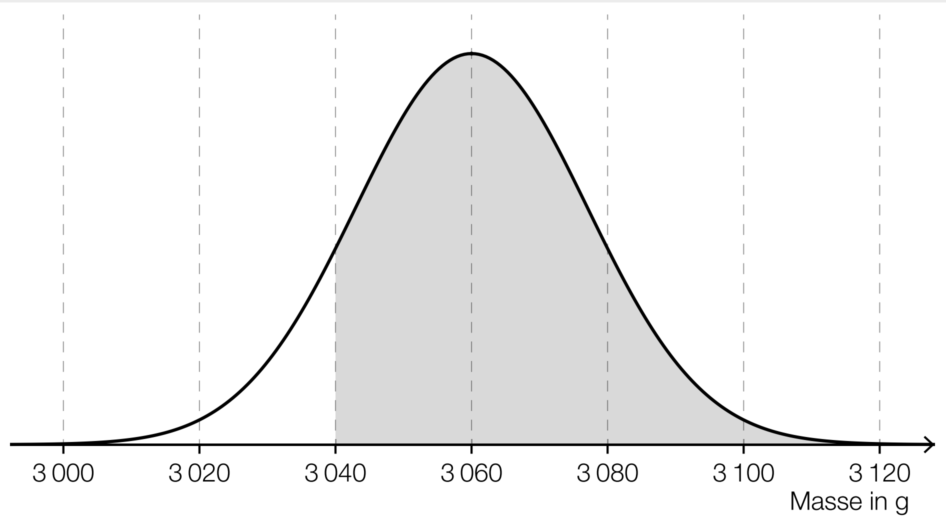
(B): Median: 27838 t

(A): $\bar{x} = \frac{34374 + 27811 + 18767 + 22310 + x}{5}$

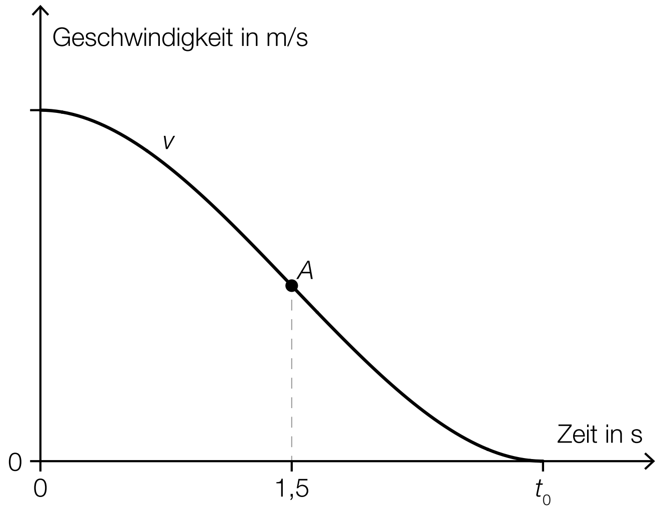
$x = 5 \cdot \bar{x} - 103262$

(R): Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Packung eine Masse kleiner als 3060 g (Erwartungswert) hat, beträgt 50 %.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Packung eine Masse zwischen 3060 g und 3080 g hat, beträgt 38 %.
Daher haben 88 % = 38 % + 50 % dieser Packungen eine Masse von höchstens 3080 g.

(A):



2) Der Verlauf der Geschwindigkeit eines Fahrzeugs während eines Bremsvorgangs kann näherungsweise durch die Funktion v beschrieben werden.



$v(t) = a \cdot t^3 - 5 \cdot t^2 + 15$ mit $0 \leq t \leq t_0$

t ... Zeit ab Beginn des Bremsvorgangs in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s
a ... Parameter

– Berechnen Sie die Geschwindigkeit zu Beginn des Bremsvorgangs. Geben Sie das Ergebnis in der Einheit km/h an. (B)

Der Punkt A ist der Wendepunkt der Funktion v.

– Ermitteln Sie den Parameter a. (A)

Rudi ermittelt die Gleichung der Weg-Zeit-Funktion, die diesen Bremsvorgang beschreibt, fehlerhaft:

$s(t) = \frac{a}{4} \cdot t^4 - \frac{5}{3} \cdot t^3 + 15$ mit $0 \leq t \leq t_0$
t ... Zeit ab Beginn des Bremsvorgangs in s
$s(t)$ ... seit Beginn des Bremsvorgangs zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

– Geben Sie an, welchen Fehler Rudi gemacht hat. Stellen Sie die Funktionsgleichung für s richtig. (R)

Ein zweites Fahrzeug bremst so, dass seine Geschwindigkeit linear abnimmt. Beide Fahrzeuge haben zur Zeit $t = 0$ sowie zur Zeit $t = 1{,}5$ jeweils die gleiche Geschwindigkeit.

– Überprüfen Sie durch Einzeichnen des Graphen der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion des zweiten Fahrzeugs in die obige Abbildung, ob dessen Bremsvorgang ebenfalls wie der Bremsvorgang des ersten Fahrzeugs zur Zeit t_0 endet. (A)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $v(0) = 15$
$15 \cdot 3{,}6 = 54$

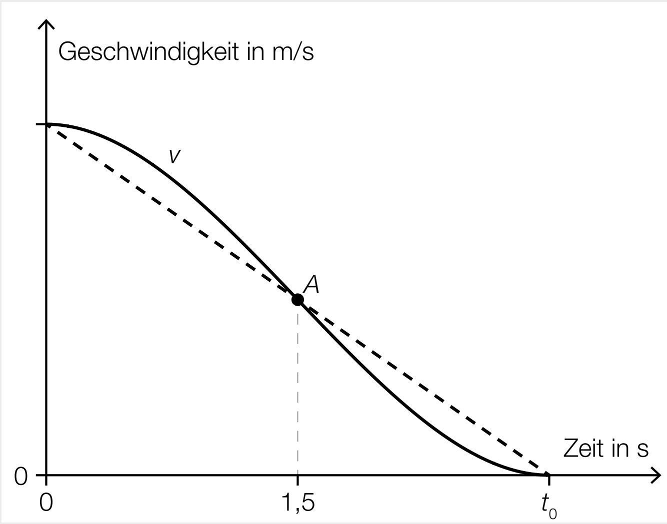
Die Geschwindigkeit zu Beginn des Bremsvorgangs beträgt 54 km/h.

(A): $v''(1{,}5) = 0$ *oder* $6 \cdot a \cdot 1{,}5 - 10 = 0$
$a = \frac{10}{9}$

(R): Beim letzten Summanden fehlt der Faktor t.

$s(t) = \frac{a}{4} \cdot t^4 - \frac{5}{3} \cdot t^3 + 15 \cdot t$

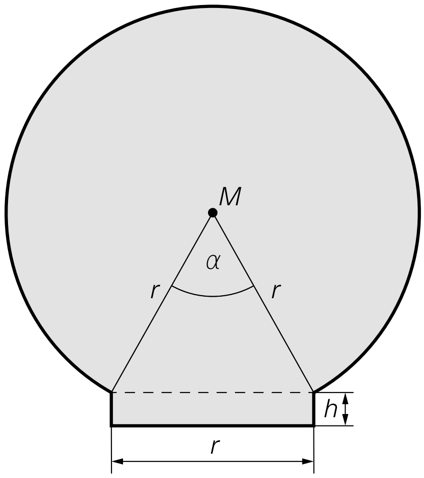
(A):



Der jeweilige Bremsvorgang beider Fahrzeuge endet also zur Zeit t_0.

3) Auf der Westseite des Wiener *Allianz-Stadions* prägt die sogenannte *Röhre* das Erscheinungsbild des Stadions.

Die Frontseite dieser Röhre wird unter anderem näherungsweise von einem Kreisbogen begrenzt (siehe nachstehende Abbildungen).



Bildquelle: Bwag – eigenes Werk, CC BY-SA 4.0, https://bar.wikipedia.org/wiki/Datei:Hütteldorf_(Wien)_-_Allianz-Stadion,_Rapid-Logo.JPG [17.12.2019].

– Begründen Sie, warum für den Winkel α gilt: $\alpha = 60°$ (R)

Der Flächeninhalt A der grau markierten Fläche kann mit folgendem Ansatz berechnet werden:

$A = A_{\text{Kreissektor}} + A_{\text{Dreieck}} + A_{\text{Rechteck}}$

– Erstellen Sie mithilfe von r und h eine Formel zur Berechnung von A.

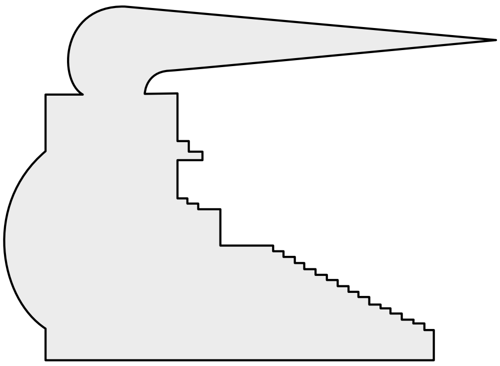
$A =$ ____ (A)

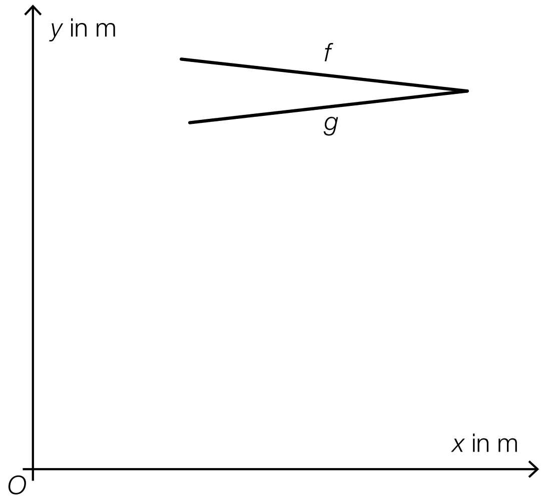
Es gilt: $A = 324{,}1\text{ m}^2$

Marko verwendet als Schätzung für A den Inhalt eines ganzen Kreises mit dem Radius 10 m.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent er sich dadurch verschätzt hat. (B)

In der nachstehenden Abbildung ist die überdachte Tribüne modellhaft in der Seitenansicht dargestellt. Ein Teil des Daches ist in einem Koordinatensystem dargestellt.





$f(x) = k_1 \cdot x + d_1$
$g(x) = k_2 \cdot x + d_2$

x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in m
k_1, k_2, d_1, d_2 ... Parameter

Die y-Achse wird mit dem Koordinatenursprung O entlang der x-Achse verschoben.

– Geben Sie an, welche der Parameter k_1, k_2, d_1, d_2 sich dabei ändern und welche gleich bleiben. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): Da der Winkel α einer der Innenwinkel eines gleichseitigen Dreiecks ist, gilt: $\alpha = 60°$.

(A): $A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{300°}{360°} + \frac{r^2}{4} \cdot \sqrt{3} + r \cdot h$

oder:

$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{5}{6} + \frac{r^2}{4} \cdot \sqrt{3} + r \cdot h$

(B): ganzer Kreis:

$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot 10^2 = 314{,}15...$

$\frac{314{,}15...}{324{,}1} = 0{,}9693...$

$1 - 0{,}9693... = 0{,}0306...$

Marko hat sich um rund 3,1 % verschätzt.

(R): Die Parameter k_1 und k_2 bleiben gleich, die Parameter d_1 und d_2 ändern sich.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 6
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin/vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin/vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) In einem Online-Spiel kann man zwischen verschiedenen Spielfiguren wählen. Das Online-Spiel wird von 10 Personen gespielt. Jede Person wählt dabei unabhängig von den anderen Personen eine Spielfigur aus.

Jede Person wählt mit einer Wahrscheinlichkeit von 18 % eine grüne Spielfigur aus.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 der 10 Personen eine grüne Spielfigur auswählen. (B)

Die Spielfigur mit dem Namen *Tuly* gibt 4 Schüsse ab und trifft das Ziel bei jedem Schuss unabhängig von den anderen Schüssen mit der Wahrscheinlichkeit p.

– Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung folgender Wahrscheinlichkeit auf:

P(„*Tuly* erzielt mindestens 1 Treffer“) = ________________________________ (A)

Für Treffer werden Punkte vergeben.
Die Anzahl der bei einem Treffer erzielten Punkte ist für *Tuly* normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 8$ und der Standardabweichung $\sigma = 1{,}5$.

– Ermitteln Sie denjenigen um μ symmetrischen Bereich, in dem 80 % der bei einem Treffer von *Tuly* erzielten Punkte liegen. (B)

Für die Spielfigur mit dem Namen *Numo* gilt:
Bei einem Treffer wird der aktuelle Punktestand um 10 % erhöht.
Bei einem Fehlschuss wird der aktuelle Punktestand um 10 % verringert.

Numo gibt hintereinander 2 Schüsse ab, wobei er genau einmal trifft.

x ... positiver Punktestand vor Abgabe der Schüsse

– Zeigen Sie, dass der Punktestand nach Abgabe dieser beiden Schüsse niedriger ist als davor. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): X ... Anzahl der Personen, die eine grüne Spielfigur auswählen
Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}18$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 2) = 0{,}5608...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 56,1 %.

(A): $P(\text{„}\textit{Tuly}\text{ erzielt mindestens 1 Treffer“}) = 1 - (1 - p)^4$

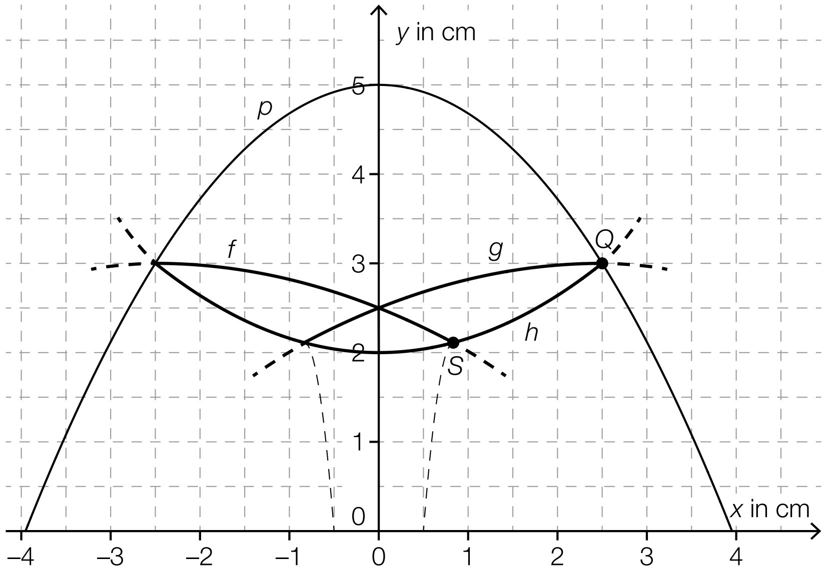
(B): X ... Anzahl der erzielten Punkte
Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}8 \quad \Rightarrow \quad [6{,}078; 9{,}922]$

(Eine Rundung auf ganze Punkte ist nicht erforderlich.)

(R): Punktestand nach Abgabe der beiden Schüsse: $x \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}9 = x \cdot 0{,}99$

$x \cdot 0{,}99 < x$, daher ist der Punktestand nach Abgabe der beiden Schüsse niedriger als davor.

2) In der nachstehenden Abbildung ist das Logo eines Vereins in einem Koordinatensystem dargestellt.



Das Logo ist symmetrisch zur y-Achse.

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt A folgendermaßen berechnet werden kann:

$$A = 2 \cdot \left(\int_0^{2{,}5} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{2{,}5} h(x)\,\mathrm{d}x\right)$$ (R)

Der Punkt S ist ein Schnittpunkt der Graphen von f und h.

$$f(x) = -\frac{2}{25} \cdot x^2 - \frac{2}{5} \cdot x + \frac{5}{2}$$

$$h(x) = \frac{4}{25} \cdot x^2 + 2$$

– Berechnen Sie die Koordinaten von S. (B)

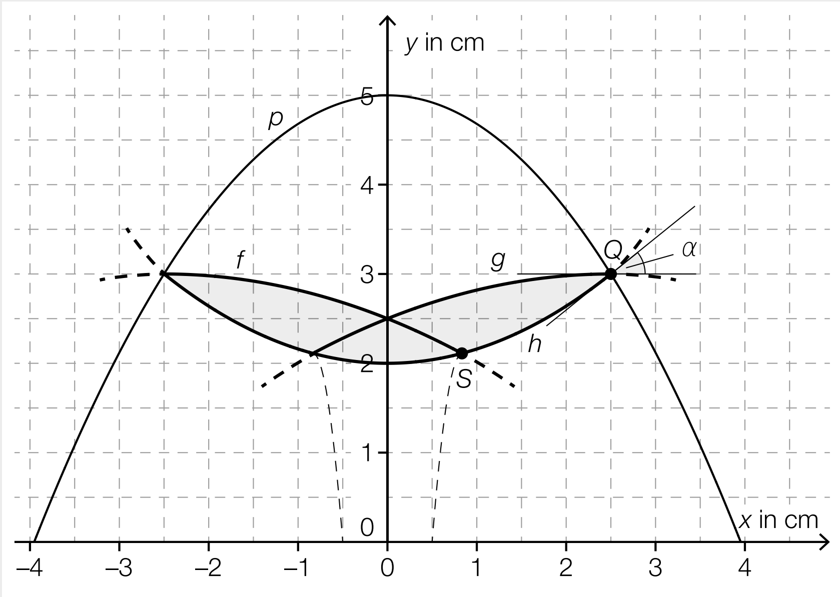
Die obere Begrenzungslinie des Logos wird durch den Graphen der quadratischen Funktion p beschrieben (siehe obige Abbildung).

– Erstellen Sie mithilfe des Punktes Q und des Scheitelpunktes von p eine Funktionsgleichung von p. (A)

– Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α mit $\alpha = \arctan(h'(2{,}5))$ ein. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R), (R) :



(B): $-\frac{2}{25} \cdot x^2 - \frac{2}{5} \cdot x + \frac{5}{2} = \frac{4}{25} \cdot x^2 + 2$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = \frac{5}{6} \quad \left(x_2 = -\frac{5}{2}\right)$

$f\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{19}{9}$

$S = \left(\frac{5}{6}\middle|\frac{19}{9}\right) = (0{,}8\overline{3}|2{,}\overline{1})$

(A): $p(x) = a \cdot x^2 + c$

Scheitelpunkt $S_p = (0|5)$
$Q = (2{,}5|3)$

$c = 5$

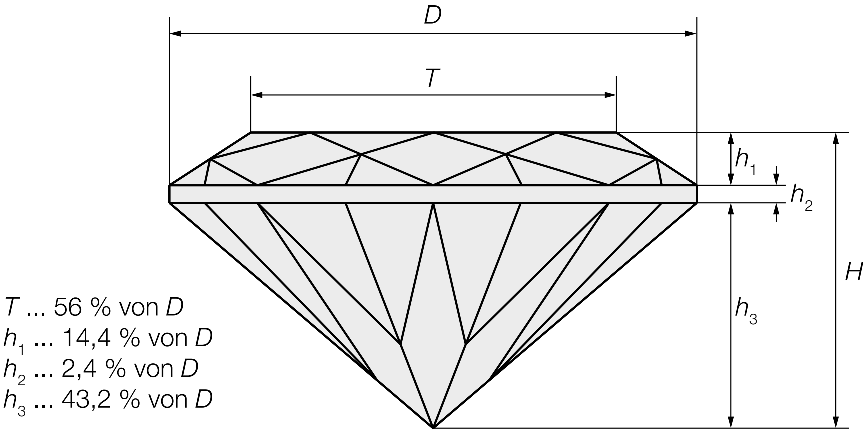
$a \cdot 2{,}5^2 + c = 3$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{8}{25} = -0{,}32$

$p(x) = -0{,}32 \cdot x^2 + 5$

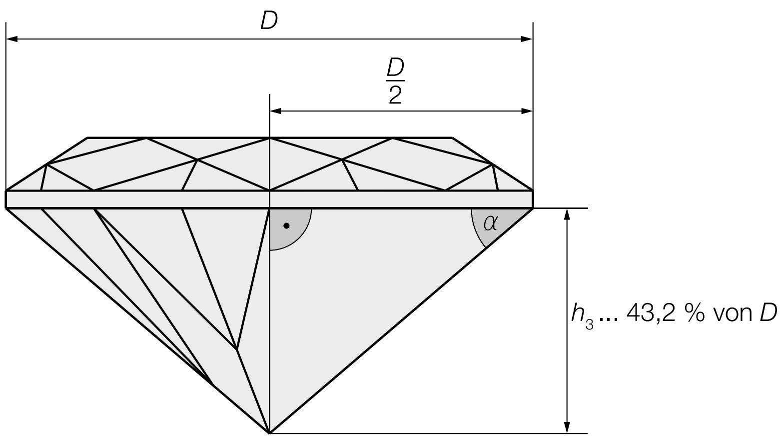
3) Die nachstehende Abbildung zeigt schematisch einen geschliffenen Diamanten.



– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von H aus T.

$H =$ ______________________________________ (A)

Der in der nachstehenden Abbildung eingezeichnete Winkel α ist für in dieser Art geschliffene Diamanten immer gleich.



– Berechnen Sie den Winkel α. (B)

Ein Unternehmen erstellt eine Prognose für den Bedarf an Industriediamanten. Der Bedarf an Industriediamanten im Jahr 2019 wird mit B_0 bezeichnet.
Das Unternehmen geht davon aus, dass bis zum Jahr 2024 der Bedarf pro Jahr um 4 % bezogen auf das jeweils vorhergehende Jahr zunehmen wird.
Der Bedarf an Industriediamanten in Abhängigkeit von der Zeit t soll durch eine Funktion B beschrieben werden.

– Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion B. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2019. (A)

Bei einer anderen Prognose wird davon ausgegangen, dass der Bedarf an Industriediamanten jedes Jahr konstant um 4 % von B_0 zunimmt.

– Geben Sie an, durch welchen Funktionstyp der Bedarf an Industriediamanten zur Zeit t in diesem Modell beschrieben werden kann. Begründen Sie Ihre Entscheidung. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $H = \frac{T}{0{,}56} \cdot (0{,}144 + 0{,}024 + 0{,}432) = 1{,}071... \cdot T$

(B): $\tan(\alpha) = \frac{0{,}432 \cdot D}{0{,}5 \cdot D}$

$\alpha = 40{,}82...°$

Der Winkel α beträgt rund 40,8°.

(A): t ... Zeit in Jahren ab 2019
$B(t)$ ... Bedarf an Industriediamanten zur Zeit t

$B(t) = B_0 \cdot 1{,}04^t$

(R): Der Bedarf kann durch eine lineare Funktion beschrieben werden, da die Differenz des Bedarfs zweier aufeinanderfolgender Jahre konstant (4 % von B_0) ist.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 7
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Bei der Qualitätskontrolle eines fehlerhaften Bauteils wird ein Fehler mit der konstanten Wahrscheinlichkeit p übersehen.

Die Kontrolle wird deshalb jeweils bis zu 4-mal unabhängig voneinander durchgeführt. Wird der Fehler bei einer Durchführung der Kontrolle erkannt, so wird das fehlerhafte Bauteil nicht mehr weiter kontrolliert.

– Erstellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung folgender Wahrscheinlichkeit:

P(„der Fehler wird bei der 3. Durchführung der Kontrolle erkannt“) = ________________ (A)

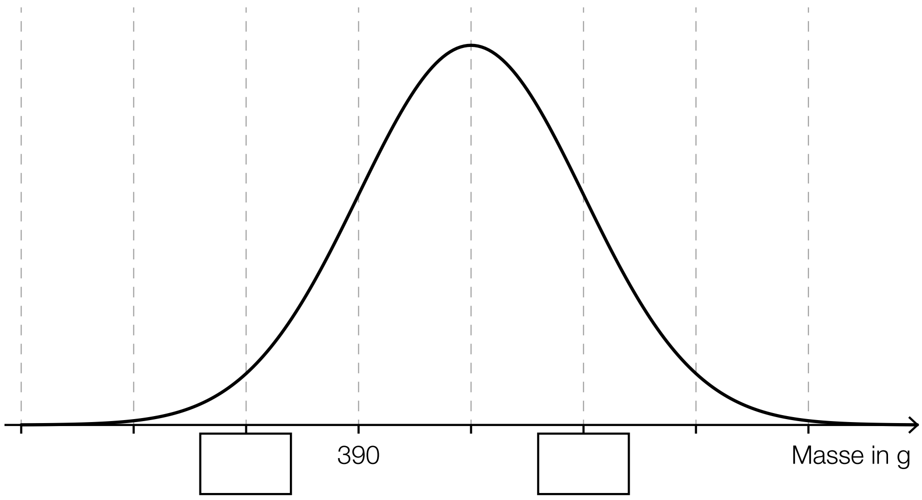
Eine bestimmte Lieferung besteht aus insgesamt 20 Bauteilen, wobei 4 Bauteile fehlerhaft sind. Aus dieser Lieferung werden hintereinander und ohne Zurücklegen 5 Bauteile zufällig entnommen.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei mindestens 1 fehlerhaftes Bauteil entnommen wird. (B)

Die Masse der Bauteile wird als normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 400$ g und der Standardabweichung $\sigma = 10$ g angenommen.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse eines zufällig ausgewählten Bauteils um mehr als 12 g vom Erwartungswert abweicht. (B)

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion für die Masse der Bauteile dargestellt.



– Tragen Sie die fehlenden Werte in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): P(„der Fehler wird bei der 3. Durchführung der Kontrolle erkannt“) = $p^2 \cdot (1 - p)$

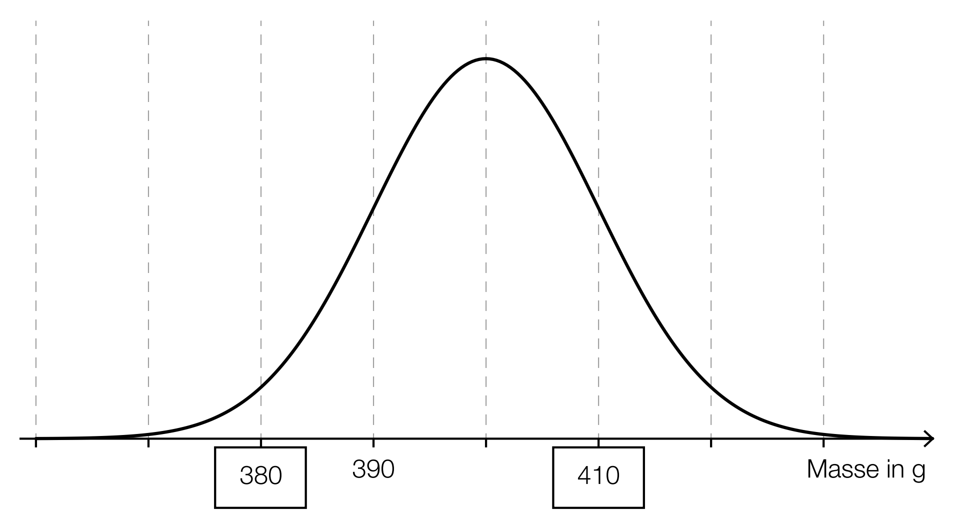
(B): X ... Anzahl der fehlerhaften Bauteile

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} \cdot \frac{13}{17} \cdot \frac{12}{16} = 0{,}7182...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 71,8 %.

(B): X ... Masse eines Bauteils in g
Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$1 - P(388 \leq X \leq 412) = 1 - 0{,}7698... = 23{,}0...$ %

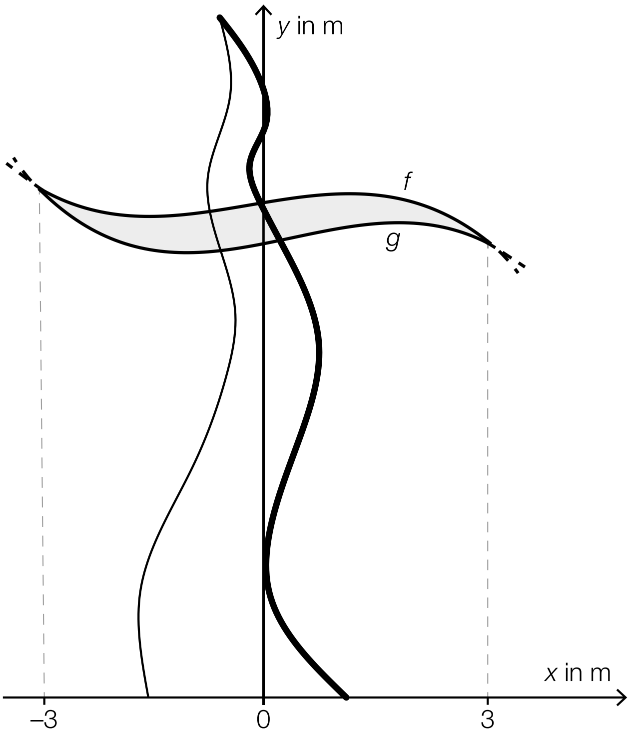
(R):



2) In Oberhausen (Deutschland) steht ein sogenannter *„tanzender" Strommast* (siehe nachstehendes Bild).

Quelle: Michael Moll, https://www.dieweltenbummler.de/Forum/attachment/1952-strommast-01-jpg [18.12.2019].

In der nachstehenden Abbildung ist dieser Strommast modellhaft dargestellt.



– Begründen Sie, warum die fett gezeichnete Linie <u>nicht</u> als Funktionsgraph (y in Abhängigkeit von x) aufgefasst werden kann. (R)

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

$A =$ ____ (A)

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung denjenigen Winkel α, für den gilt:
$\alpha = \arctan(f'(-3)) - \arctan(g'(-3))$ (R)

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ verläuft durch die Punkte $(-3|20)$ und $(3|18)$ und hat den Tiefpunkt $(-1|19)$.

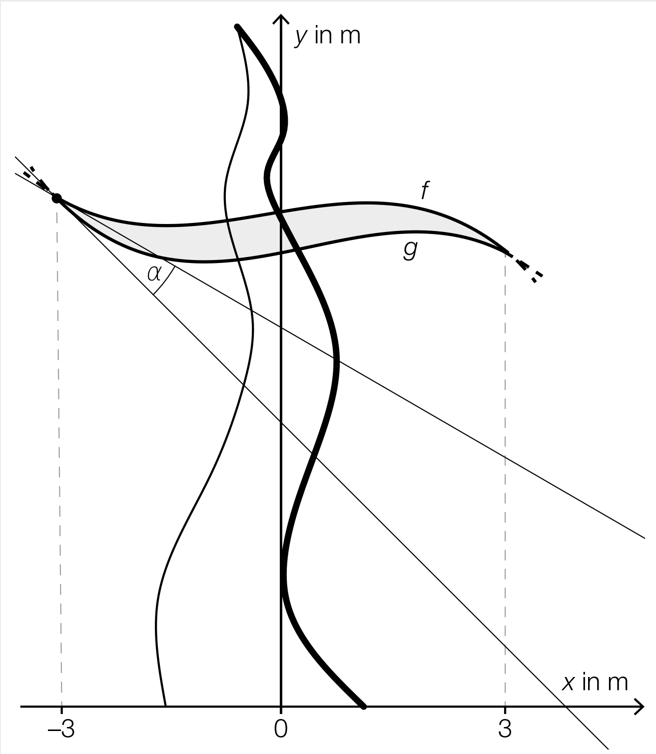
– Berechnen Sie die Koeffizienten von f. (B)

Möglicher Lösungsweg:

(R): Die fett gezeichnete Linie kann nicht durch eine einzige Funktion beschrieben werden, da es für (mindestens) eine Stelle mehrere y-Werte gibt.

(A): $A = \int_{-3}^{3} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

(R):



(B): $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $f(-3) = 20$
II: $f(3) = 18$
III: $f(-1) = 19$
IV: $f'(-1) = 0$

oder:

I: $a \cdot (-3)^3 + b \cdot (-3)^2 + c \cdot (-3) + d = 20$
II: $a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 18$
III: $a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) + d = 19$
IV: $3 \cdot a \cdot (-1)^2 + 2 \cdot b \cdot (-1) + c = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{5}{96} = -0{,}0520...$

$b = -\frac{1}{96} = -0{,}0104...$

$c = \frac{13}{96} = 0{,}1354...$

$d = \frac{611}{32} = 19{,}0937...$

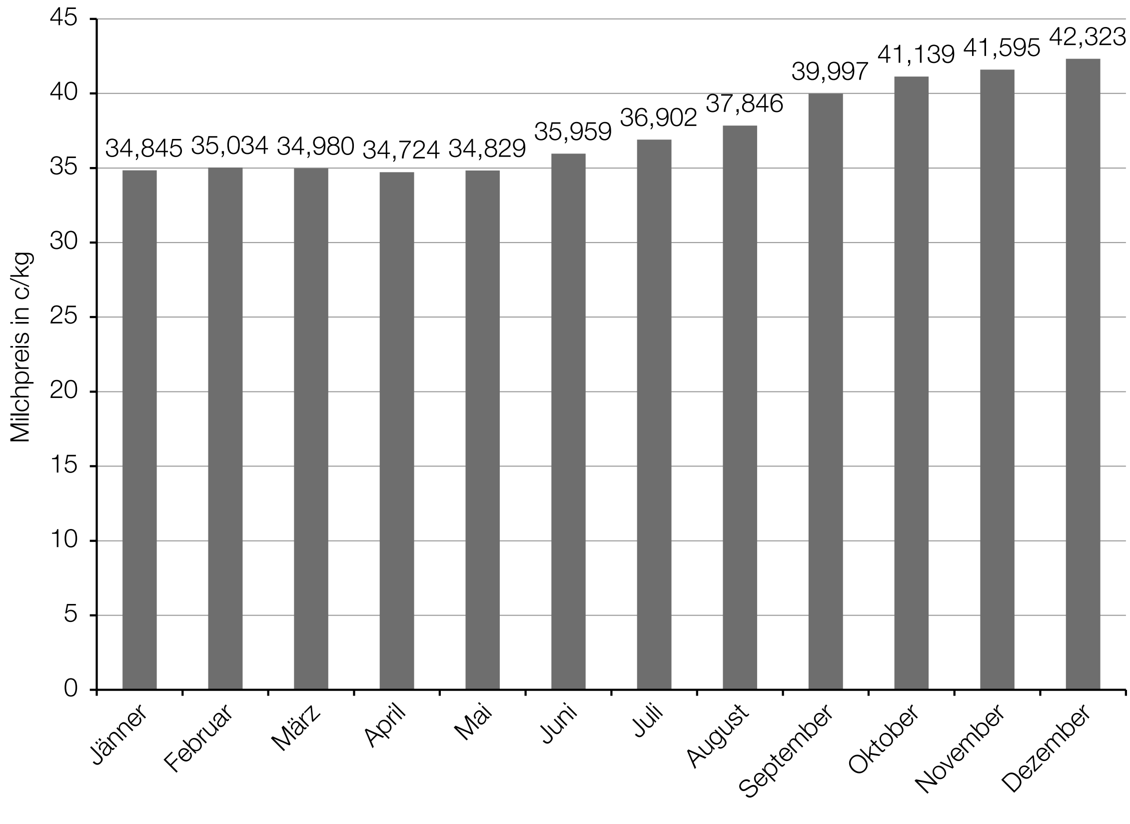
3) Der Preis, zu dem Bauern Milch an Molkereien verkaufen können, ändert sich im Laufe der Zeit. Der Preis für Milch mit natürlichem Fettgehalt stieg 3 Monate lang jedes Monat um jeweils 1,4 Cent pro Kilogramm (c/kg) und betrug dann 29,035 c/kg.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Preis für Milch mit natürlichem Fettgehalt in diesem Zeitraum gestiegen ist. (B)

In einem bestimmten Monat war der Preis für 1 kg Heumilch um 14,2 % niedriger als der Preis für 1 kg Biomilch. Die Einnahmen beim Verkauf von 2584 kg Heumilch waren um 909 Euro geringer als beim Verkauf von 4133 kg Biomilch.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Preise für 1 kg Heumilch und für 1 kg Biomilch. (A)

Im nachstehenden Diagramm ist der Preis für Milch mit natürlichem Fettgehalt für die Monate Jänner 2017 bis Dezember 2017 dargestellt.



Datenquelle: https://www.ama.at/getattachment/d2f00714-ef84-47e4-93ea-7da791b7af91/1_Erzeugermilchpreis-Osterreich_2005-2017.pdf [14.01.2020].

– Berechnen Sie die Differenz zwischen dem höchsten Milchpreis des Jahres 2017 und dem Median der oben dargestellten Daten. (B)

Mit Daten aus dem obigen Diagramm wird die folgende Berechnung durchgeführt:

$$\frac{34{,}845+35{,}034+34{,}980+34{,}724+34{,}829+35{,}959+36{,}902+37{,}846+39{,}997+41{,}139+41{,}595+42{,}323}{12} \approx 37{,}514$$

– Beschreiben Sie die Bedeutung des Ergebnisses dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.* (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $\frac{3 \cdot 1{,}4}{29{,}035 - 3 \cdot 1{,}4} = 0{,}169...$

Der Preis ist in diesem Zeitraum um rund 17 % gestiegen.

(A): x ... Preis für 1 kg Heumilch in Euro
y ... Preis für 1 kg Biomilch in Euro

I: $x = y \cdot (1 - 0{,}142)$
II: $x \cdot 2\,584 + 909 = y \cdot 4\,133$

(B): $42{,}323 - \frac{35{,}959 + 36{,}902}{2} = 5{,}8925$
Die Differenz beträgt 5,8925 c/kg.

(R): Der Milchpreis im Jahr 2017 betrug durchschnittlich rund 37,514 c/kg.

* adaptierte Handlungsanweisung

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 8
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Die jährliche Anzahl der Handyraube in Österreich in Abhängigkeit von der Zeit t soll durch eine Funktion R beschrieben werden ($t = 0$ für das Jahr 2010).

Im Jahr 2011 gab es rund 500 Handyraube in Österreich. Es wird davon ausgegangen, dass jedes Jahr um 20 % mehr Handyraube als im jeweiligen Vorjahr stattfinden.

– Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion R. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2010. (A)

Eine Befragung zur Handynutzung ergab:
Rund 82 % der befragten Personen besitzen ein Handy, mit dem Apps benützt werden können.
93 % davon benützen die Apps tatsächlich.
Insgesamt wurden 1 004 Personen befragt.

– Ermitteln Sie die Anzahl der befragten Personen, die auf ihrem Handy Apps benützen. (B)

Eine Erhebung ergab, dass eine zufällig ausgewählte Person mit einer Wahrscheinlichkeit von 25 % ihr Handy nicht bei sich hat.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 zufällig ausgewählten Personen höchstens 2 ihr Handy nicht bei sich haben. (B)

Im Zuge einer Studie wurden folgende Daten erhoben:
In der Altersgruppe der 12- bis 19-Jährigen wurden a Mädchen und b Burschen befragt.
11 % der befragten Mädchen und 16 % der befragten Burschen gaben an, kein Smartphone zu besitzen.

Es gilt:

$$\frac{a \cdot 0{,}11 + b \cdot 0{,}16}{a + b} = 0{,}14$$

– Interpretieren Sie das Ergebnis der obigen Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): t ... Zeit in Jahren seit 2010

$R(t)$ ... jährliche Anzahl der Handyraube zur Zeit t

$R(0) = \frac{500}{1,2} = 416,66...$

$R(t) = 416,66... \cdot 1,2^t$

(B): $1\,004 \cdot 0,82 \cdot 0,93 = 765,6...$

(B): X ... Anzahl der Personen, die ihr Handy nicht bei sich haben

Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0,25$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 2) = 0,5255... = 52,55...$ %

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 52,6 %.

(R): Insgesamt gaben 14 % aller Befragten dieser Altersgruppe an, kein Smartphone zu besitzen.

2) An einer Messstation wird seit 1972 die CO_2-Konzentration in der Atmosphäre gemessen.
1972 betrug der Jahresmittelwert der CO_2-Konzentration 330 ppm (parts per million).
2016 betrug der Jahresmittelwert der CO_2-Konzentration 406 ppm.

Die zeitliche Entwicklung des Jahresmittelwerts der CO_2-Konzentration soll durch eine lineare Funktion *f* beschrieben werden.

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1972
$f(t)$ ... Jahresmittelwert der CO_2-Konzentration zur Zeit t in ppm

– Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion *f*. (A)

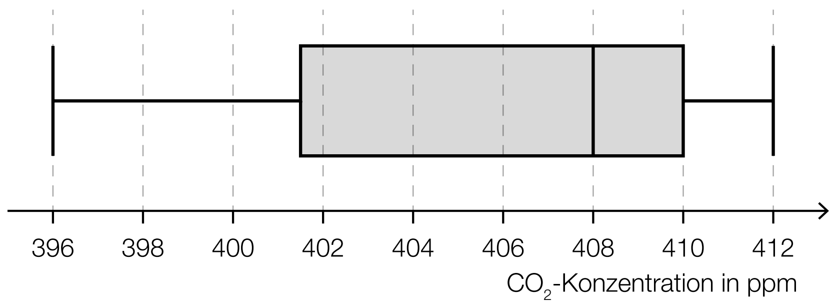
In einer anderen Modellierung soll die zeitliche Entwicklung des Jahresmittelwerts der CO_2-Konzentration durch eine Funktion *g* beschrieben werden, die keine lineare Funktion ist.

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1972
$g(t)$ ... Jahresmittelwert der CO_2-Konzentration zur Zeit t in ppm

Dabei soll folgende Bedingung erfüllt sein:
$g'(44) = 2 \cdot g'(0)$

– Beschreiben Sie die Bedeutung dieser Bedingung im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

Die Monatsmittelwerte der CO_2-Konzentration im Jahr 2016 an dieser Messstation sind im nachstehenden Boxplot zusammengefasst.



Jemand behauptet: „Höchstens 25 % der Messwerte liegen im Intervall [408; 412].“

– Geben Sie an, ob diese Behauptung stimmt. Begründen Sie Ihre Entscheidung. (R)

In einer bestimmten Region war der CO_2-Ausstoß im Jahr 2010 um 20 % geringer als im Jahr 1990.

Gemäß einem Klimaziel soll der CO_2-Ausstoß in dieser Region im Jahr 2020 um 25 % geringer als im Jahr 2010 sein.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent der CO_2-Ausstoß im Jahr 2020 geringer als im Jahr 1990 wäre, wenn dieses Klimaziel erreicht würde. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $f(t) = k \cdot t + d$

$d = 330$

$k = \frac{406 - 330}{44} = \frac{19}{11} = 1{,}727...$

$f(t) = \frac{19}{11} \cdot t + 330$

(R): Die momentane Änderung der durch die Funktion g beschriebenen CO_2-Konzentration ist 2016 doppelt so groß wie 1972.

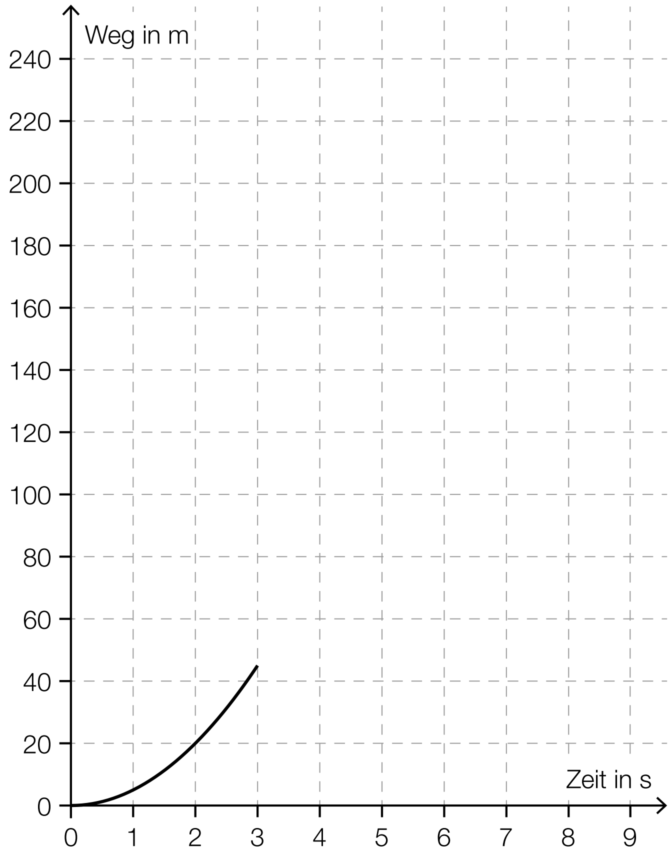
(R): Die Aussage ist falsch. Es liegen mindestens 50 % der Messwerte im Intervall [408; 412], da der Median 408 und das Maximum 412 ist.

(B): $0{,}8 \cdot 0{,}75 = 0{,}6$

Der CO_2-Ausstoß wäre im Jahr 2020 um 40 % geringer als im Jahr 1990.

3) Ein Gepard benötigt eine Zeit von 3 s, um seine Geschwindigkeit von 0 m/s auf 30 m/s zu erhöhen. Die Geschwindigkeit von 30 m/s kann er dann für weitere 6 s konstant halten.

Im nachstehenden Diagramm ist der Graph der zugehörigen Weg-Zeit-Funktion im Intervall [0; 3] dargestellt.



– Zeichnen Sie im obigen Diagramm den Graphen der Weg-Zeit-Funktion im Intervall [3; 9] ein. (B)

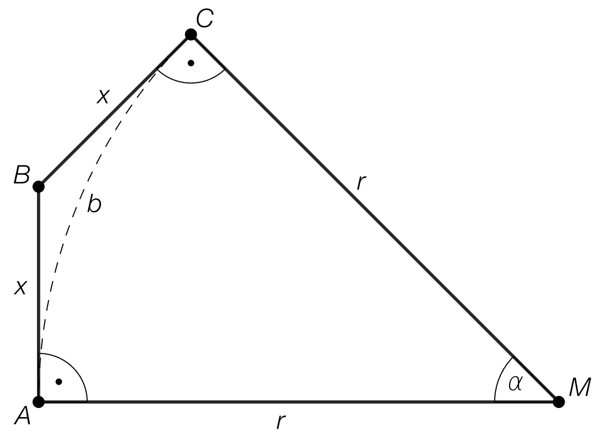
Die Geschwindigkeit einer Gazelle kann in den ersten Sekunden näherungsweise durch die Funktion v beschrieben werden.

t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit der Gazelle zur Zeit t in m/s

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung desjenigen Weges s, den die Gazelle im Zeitintervall [0; 1] zurücklegt.

s = ____ (A)

Ein Gepard im Punkt A hat den Abstand x zu einer Gazelle im Punkt B.
Die Gazelle läuft dann von B nach C, während der Gepard entlang des Kreisbogens mit Mittelpunkt M von A nach C läuft (siehe nachstehende modellhafte Abbildung).



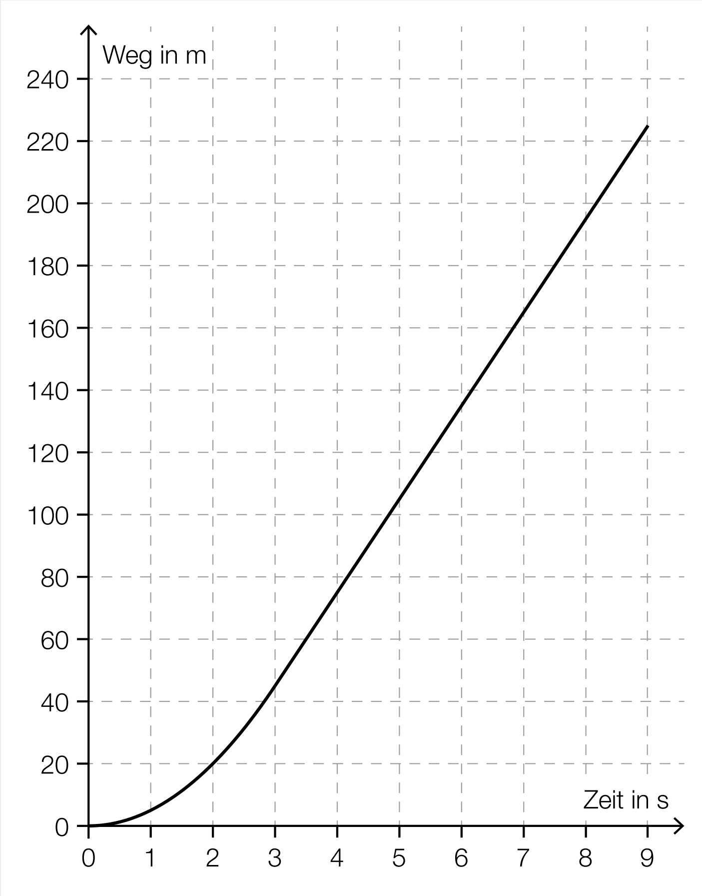
– Berechnen Sie die Länge des Kreisbogens b für $x = 40$ m und $\alpha = 45°$. (B)

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Gepard eine Gazelle erbeutet, liegt bei jedem Versuch unabhängig voneinander bei 30 %.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = \binom{n}{1} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^{n-1}$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B):



Der Graph muss tangential an die gezeichnete Kurve anschließen. Der Endpunkt muss die x*-Koordinate 9 haben und die* y*-Koordinate muss zwischen 200 m und 240 m liegen.*

(A): $s = \int_0^1 v(t)\,\mathrm{d}t$

(B): $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{x}{r} \quad \Rightarrow \quad r = 96{,}56...$

$b = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180°} = 75{,}84...$

$b \approx 75{,}8$ m

(R): E ... der Gepard erbeutet bei n Versuchen genau 1-mal eine Gazelle

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) In österreichischen Tourismusbetrieben gab es in der Wintersaison 2016/17 insgesamt 68,5664 Millionen Nächtigungen.
Die nachstehende Tabelle zeigt die Anzahl der Ankünfte und die Anzahl der Nächtigungen für bestimmte Bundesländer.

Bundesland	Ankünfte in Millionen	Nächtigungen in Millionen
Salzburg	3,6870	15,0599
Tirol	5,8602	26,3929
Wien	3,0891	6,6075

Die Anzahl der Nächtigungen für alle 9 Bundesländer soll in einem Kreisdiagramm dargestellt werden.

– Berechnen Sie den Winkel für den Sektor des Bundeslandes Salzburg in diesem Kreisdiagramm. (B)

Jemand behauptet: „In Tirol ist die durchschnittliche Anzahl der Nächtigungen pro Ankunft mehr als doppelt so groß wie in Wien."

– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung richtig ist. (R)

In Wien ist die Anzahl der Nächtigungen von der Wintersaison 2015/16 auf die Wintersaison 2016/17 um 331 400 gestiegen.

– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{6{,}6075}{6{,}6075 - 0{,}3314} \approx 1{,}053$$ (R)

In einem bestimmten Hotel in Italien weiß man aus Erfahrung, dass ein zufällig ausgewählter Gast mit einer Wahrscheinlichkeit von 55 % aus Deutschland kommt.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeit:

P(„von n zufällig ausgewählten Gästen kommt niemand aus Deutschland") = ____________ (A)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $\frac{15{,}0599}{68{,}5664} \cdot 360 = 79{,}07...$

Der Winkel beträgt rund 79,1°.

(R): Tirol: $\frac{26{,}3929}{5{,}8602} = 4{,}503...$

Wien: $\frac{6{,}6075}{3{,}0891} = 2{,}138...$

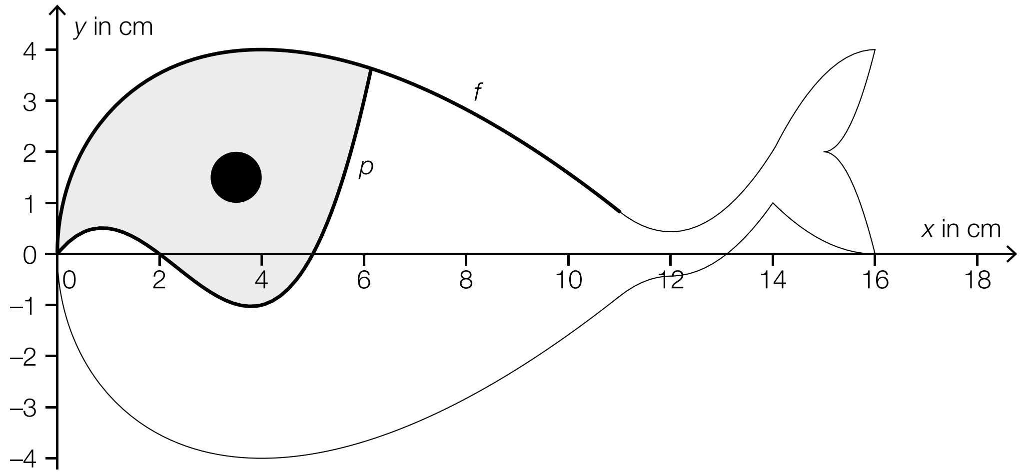
$\frac{4{,}503...}{2{,}138...} > 2$

Die Behauptung ist also richtig.

(R): Die Anzahl der Nächtigungen in Wien ist von 2015/16 auf 2016/17 um rund 5,3 % (auf rund 105,3 %) gestiegen.

(A): P(„von n zufällig ausgewählten Gästen kommt niemand aus Deutschland") = $(1 - 0{,}55)^n$

2) In der nachstehenden Abbildung ist modellhaft das Logo einer Kindergartengruppe, das die Form eines Wales hat, dargestellt.



Der Graph der Funktion f und der Graph der Funktion p schneiden einander an der Stelle $x = 0$ und an der Stelle $x = 6{,}1$. Das kreisrunde Walauge hat einen Durchmesser von 1 cm.

Die in der obigen Abbildung grau markierte Fläche soll eingefärbt werden. Das kreisrunde Walauge soll dabei <u>nicht</u> eingefärbt werden.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A derjenigen Fläche, die eingefärbt werden soll.

$A =$ ____ (A)

Die Funktion p ist von der Form $p(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$.
Der Graph von p schneidet die x-Achse im Koordinatenursprung und an der Stelle $x = 2$.
Er verläuft durch den Punkt $(1\,|\,0{,}5)$ und ändert an der Stelle $x = \frac{7}{3}$ sein Krümmungsverhalten.

– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von p. (A)

Das Logo wird auf eine Platte mit dem Flächeninhalt 128 cm^2 gedruckt.

– Ergänzen Sie die fehlende Hochzahl im dafür vorgesehenen Kästchen.

$128\text{ cm}^2 = 1{,}28 \cdot 10^{\boxed{}}\text{ mm}^2$ (B)

Ein bestimmter Kindergarten wird von 35 Kindern besucht, die in 2 Gruppen aufgeteilt sind.
In der Gruppe *Wale* sind 20 Kinder.
Alle anderen Kinder sind in der Gruppe *Pinguine*.

Aus allen 35 Kindern werden 2 Kinder zufällig ausgewählt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide ausgewählten Kinder aus derselben Gruppe sind. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $A = \int_0^{6,1} (f(x) - p(x))\,\mathrm{d}x - \pi \cdot 0,5^2$

(A): $p(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$p''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $p(0) = 0$
II: $p(2) = 0$
III: $p(1) = 0,5$
IV: $p''\left(\frac{7}{3}\right) = 0$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$
II: $a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 0$
III: $a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 0,5$
IV: $6 \cdot a \cdot \frac{7}{3} + 2 \cdot b = 0$

(B): $128\ \text{cm}^2 = 1,28 \cdot 10^{\boxed{4}}\ \text{mm}^2$

(B): $P(\text{„beide Kinder sind aus derselben Gruppe“}) = \frac{20}{35} \cdot \frac{19}{34} + \frac{15}{35} \cdot \frac{14}{34} = 0,4957...$

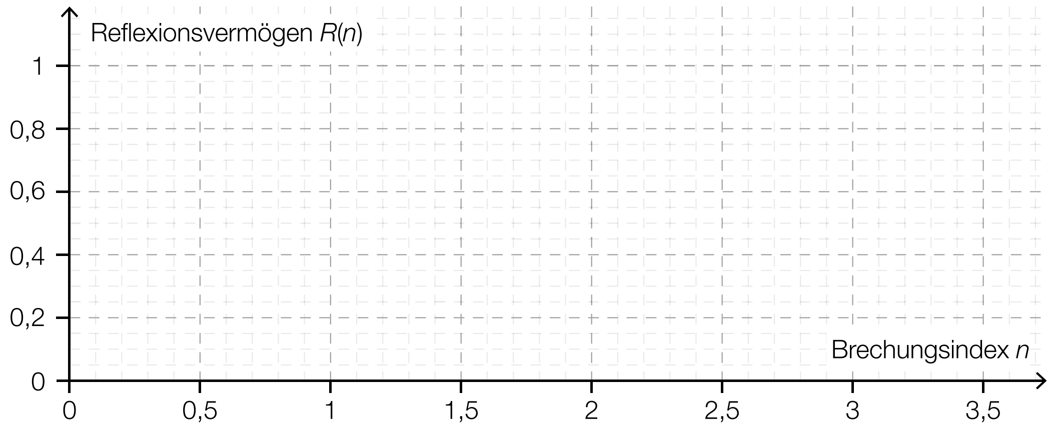
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 49,6 %.

3) Der Glanz von Edelsteinen wird durch das Reflexionsvermögen beschrieben.
Das Reflexionsvermögen ist abhängig vom sogenannten *Brechungsindex*. Dieser Zusammenhang kann durch die Funktion R beschrieben werden:

$$R(n) = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$$

n ... Brechungsindex mit $n \geq 0$
$R(n)$ ... Reflexionsvermögen beim Brechungsindex n

– Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von R für $0 \leq n \leq 3{,}5$ ein. (B)

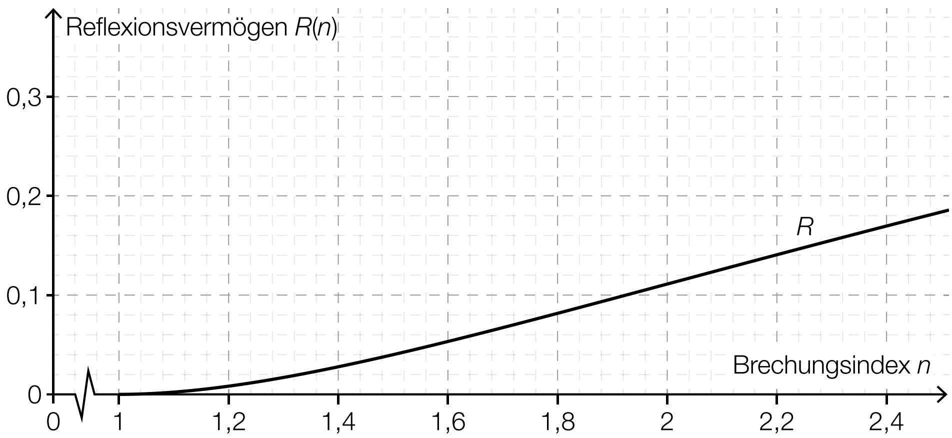


Ab $n = 1{,}5$ lässt sich die obige Funktion R durch eine lineare Funktion g annähern.

– Erstellen Sie mithilfe der Punkte $(1{,}5 \mid 0{,}04)$ und $(3 \mid 0{,}25)$ eine Gleichung von g. (A)

Edelsteine mit $0{,}02 < R(n) < 0{,}1$ haben sogenannten *Glasglanz*.

– Kennzeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung denjenigen Bereich für den Brechungsindex n, in dem Edelsteine Glasglanz haben. (R)



Für die Härte von Edelsteinen gibt es die Messskalen H_{M} und H_{V}.
Dabei gilt:

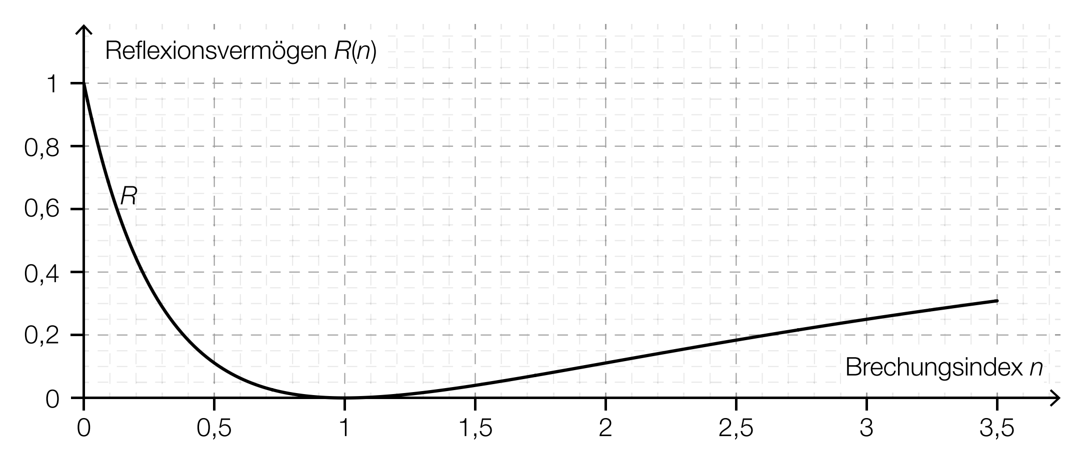
$$H_{\text{M}} = 0{,}7 \cdot \sqrt[3]{H_{\text{V}}}$$

Es werden die Härten zweier Edelsteine verglichen. Die Werte für H_{M} unterscheiden sich dabei um den Faktor 2.

– Zeigen Sie, dass sich die entsprechenden Werte für H_{V} um den Faktor 8 unterscheiden. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(B):



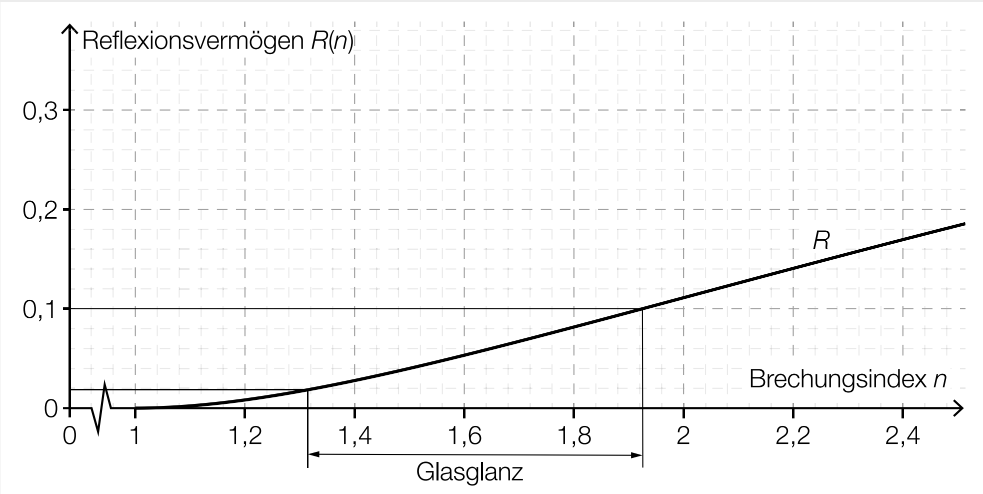
(A): $g(n) = k \cdot n + d$

I: $k \cdot 1{,}5 + d = 0{,}04$
II: $k \cdot 3 + d = 0{,}25$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$k = 0{,}14$; $d = -0{,}17$

$g(n) = 0{,}14 \cdot n - 0{,}17$

(R):



(R): $H_V = \frac{H_M^3}{0{,}7^3}$

$\frac{(2 \cdot H_M)^3}{0{,}7^3} = \frac{8 \cdot H_M^3}{0{,}7^3} = 8 \cdot H_V$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

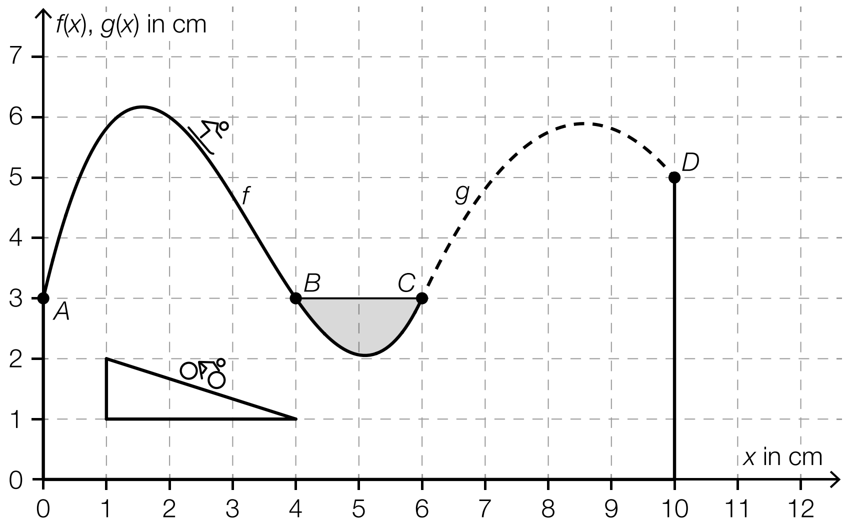
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Das Logo einer Ferienregion ist modellhaft in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Für die Funktionen f und g gilt:

$f(x) = \frac{3}{16} \cdot x^3 - \frac{15}{8} \cdot x^2 + \frac{9}{2} \cdot x + 3$ mit $0 \leq x \leq 6$

$g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ mit $6 \leq x \leq 10$

x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in cm

– Berechnen Sie den Inhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche. (B)

Der Graph der Funktion f geht im Punkt C knickfrei in den Graphen der quadratischen Funktion g über. „Knickfrei" bedeutet, dass die Funktionen an derjenigen Stelle, an der sie zusammenstoßen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben. Der Graph der Funktion g endet im Punkt D.

– Erstellen Sie aus diesen Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion g. (A)

Der Scheitelpunkt der Funktion g lautet: $S = (x_S | y_S)$.

Der Koordinatenursprung soll so verschoben werden, dass die Funktion g (siehe obige Abbildung) nun mit $g(x) = a \cdot x^2 + y_S$ beschrieben werden kann.

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diesen neuen Koordinatenursprung. (R)

Im oben dargestellten Logo ist ein rechtwinkeliges Dreieck eingezeichnet.

– Berechnen Sie den kleinsten Winkel dieses Dreiecks. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $A = 2 \cdot 3 - \int_4^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 6 - 4{,}75 = 1{,}25$

Der Flächeninhalt beträgt 1,25 cm².

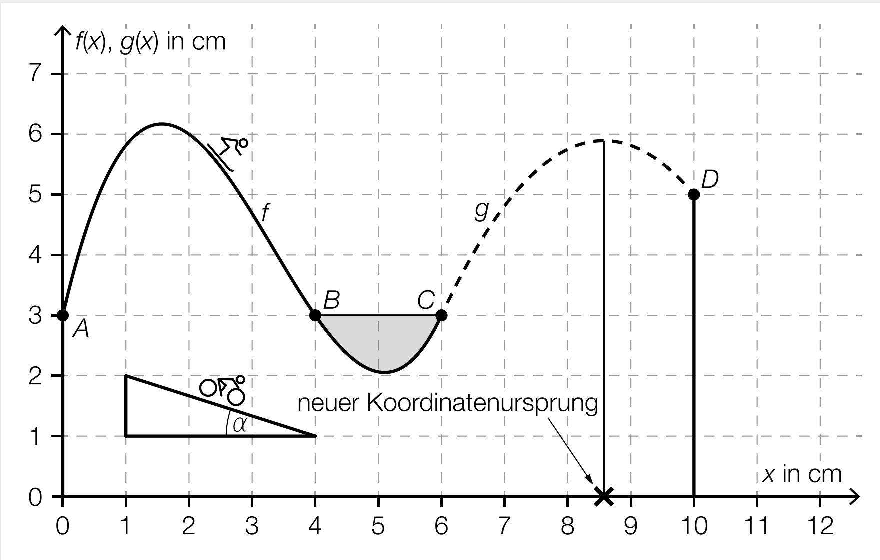
(A): $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$g'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $g(6) = 3$
II: $g'(6) = f'(6) \quad \Rightarrow \quad g'(6) = 2{,}25$
III: $g(10) = 5$

oder:

I: $36 \cdot a + 6 \cdot b + c = 3$
II: $12 \cdot a + b = 2{,}25$
III: $100 \cdot a + 10 \cdot b + c = 5$

(R):



(B): $\alpha = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) = 18{,}43...°$

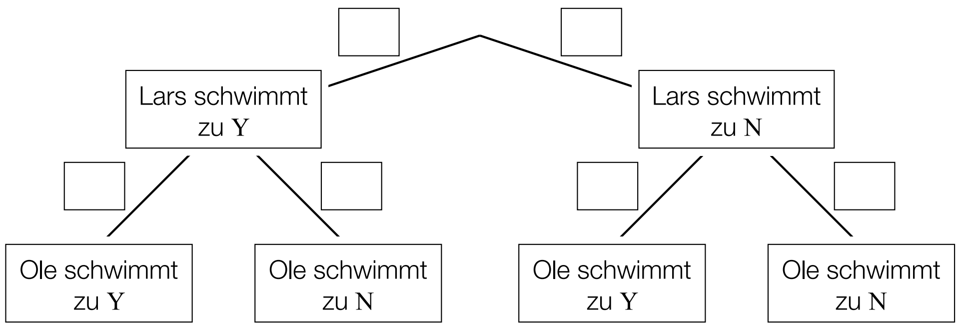
2) In einem Forschungszentrum wird die Lernfähigkeit von Seehunden erforscht. Die Seehunde sollen dabei zu einem Schild mit dem Buchstaben Y oder zu einem Schild mit dem Buchstaben N schwimmen. Schwimmen sie zum Buchstaben Y, bekommen sie einen Fisch.

Untrainierte Seehunde schwimmen beim ersten Versuch mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 50 % zu einem der beiden Buchstaben.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 8 von 10 untrainierten Seehunden beim ersten Versuch einen Fisch bekommen. (B)

Der Seehund Lars schwimmt in 70 % der Fälle zum Buchstaben Y, sonst zum Buchstaben N. Der Seehund Ole schwimmt unabhängig davon in 80 % der Fälle zum Buchstaben Y, sonst zum Buchstaben N.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm durch Eintragen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



Ein Seehundjunges hat zum Zeitpunkt der Geburt eine Masse von 9 kg. 5 Wochen nach der Geburt hat sich die Masse des Seehundjungen verdreifacht.
Die Masse soll in Abhängigkeit von der Zeit in Wochen nach der Geburt durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden.

– Erstellen Sie eine Gleichung dieser Exponentialfunktion. Wählen Sie $t = 0$ für den Zeitpunkt der Geburt. (A)

Die Masse einer bestimmten Robbe nimmt nach der Geburt zu. Die Masse der Robbe kann in Abhängigkeit von der Zeit näherungsweise durch die Funktion m modelliert werden:

$m(t) = a - b \cdot c^t$

t ... Zeit in Wochen nach der Geburt
$m(t)$ ... Masse der Robbe zur Zeit t in kg
a, b, c ... positive Parameter

Marko behauptet, dass gemäß diesem Modell die Masse einer solchen Robbe zum Zeitpunkt der Geburt $a - b \cdot c$ beträgt.

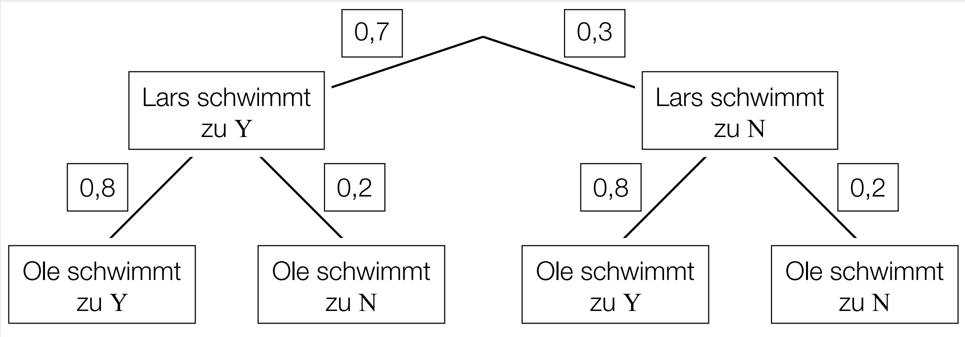
– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung stimmt. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): X ... Anzahl der Seehunde, die einen Fisch bekommen
Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}5$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 8) = 0{,}0546...$
Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis beträgt rund 5,5 %.

(A):



(A): t ... Zeit in Wochen nach der Geburt
$f(t)$ ... Masse zur Zeit t in kg

$f(t) = 9 \cdot a^t$
$27 = 9 \cdot a^5$
$a = 1{,}2457...$

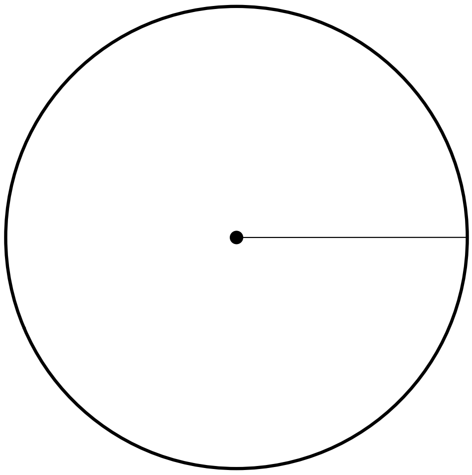
$f(t) = 9 \cdot 1{,}2457...^t$ *oder* $f(t) = 9 \cdot e^{0{,}2197... \cdot t}$

(R): $m(0) = a - b \cdot c^0 = a - b$
Die Behauptung ist also falsch.

3) Der Brennwert einer bestimmten Wurstsemmel wird zu 19,2 % von Eiweißen und zu 37,2 % von Kohlenhydraten geliefert. Der Rest wird von Fetten geliefert.

Die entsprechenden Anteile am Brennwert dieser Wurstsemmel sollen als Kreisdiagramm dargestellt werden.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Kreisdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



In einem bestimmten Geschäft wird eine Wurstsemmel im Sonderangebot um 1,20 Euro verkauft. Sie kostet an diesem Tag nur 80 % des Normalpreises.

– Berechnen Sie die Höhe des Normalpreises dieser Wurstsemmel. (B)

Eine Formel für die Bewegungsenergie E_B eines Körpers mit der Masse m, der sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, lautet:

$E_B = \frac{m \cdot v^2}{2}$

E_B ... Bewegungsenergie in Joule (J)
m ... Masse in kg
v ... Geschwindigkeit in m/s

Eine Wurstsemmel hat einen Brennwert von rund 1300 Kilojoule (kJ).

– Berechnen Sie diejenige Geschwindigkeit, die ein Körper mit einer Masse von 130 g und der Bewegungsenergie 1300 kJ hat. (B)

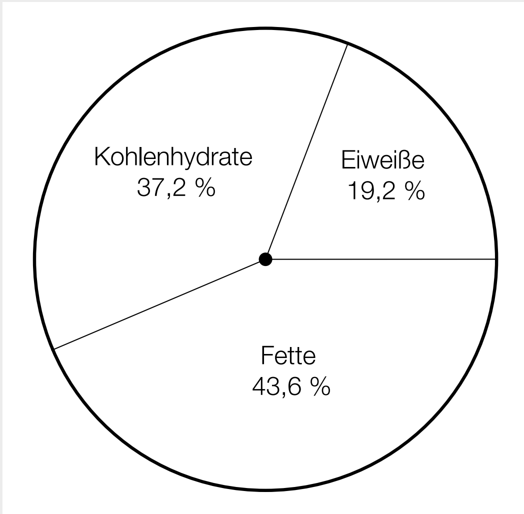
– Erklären Sie, warum die Bewegungsenergie E_B nicht direkt proportional zur Geschwindigkeit v ist. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): Eiweiße: $\frac{19,2}{100} \cdot 360° = 69,12°$

Kohlenhydrate: $\frac{37,2}{100} \cdot 360° = 133,92°$

Fette: $360° - 69,12° - 133,92° = 156,96°$



(B): x ... Normalpreis

$1,20 = 0,8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = 1,5$

Der Normalpreis beträgt 1,50 Euro.

(B): $1\,300\,000 = \frac{0,13 \cdot v^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = 4\,472,1...$

Die Geschwindigkeit beträgt rund 4 472 m/s.

(R): Da in der Formel für die Bewegungsenergie die Geschwindigkeit v quadriert wird, ist E_B nicht direkt proportional zu v.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin/vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

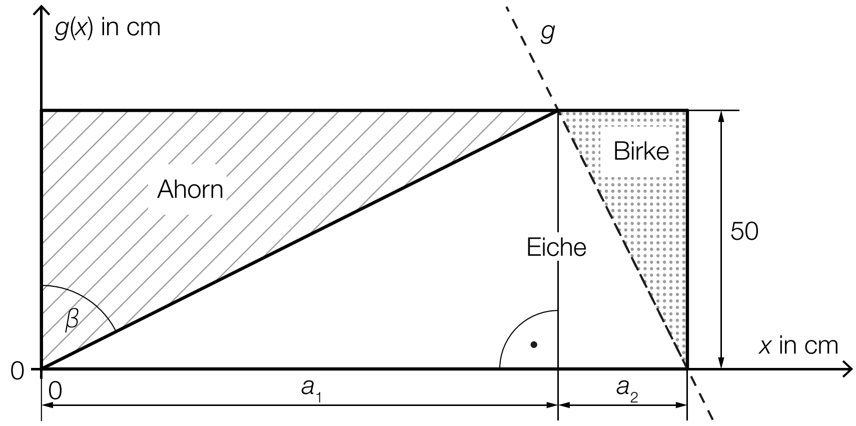
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin/vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Eine Tischlerei stellt rechteckige Platten mit drei unterschiedlichen Furnieren (dünne Beläge aus Holz) her (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



– Erstellen Sie mithilfe von a_1 eine Formel zur Berechnung von β.

$\beta =$ ____ (A)

– Markieren Sie in der obigen Abbildung die Größe c, die folgendermaßen berechnet werden kann:

$c = \dfrac{50}{\cos(\beta)}$ (R)

Die Grenze zwischen Birkenfurnier und Eichenfurnier verläuft entlang des Graphen der linearen Funktion g.

– Ermitteln Sie die Steigung von g für $a_2 = 20$ cm. (B)

Die mit Ahorn furnierte Fläche hat den Flächeninhalt A_{Ahorn}, die mit Eiche furnierte Fläche hat den Flächeninhalt A_{Eiche}.

– Zeigen Sie, dass gilt: $A_{\text{Ahorn}} : A_{\text{Eiche}} = a_1 : (a_1 + a_2)$ (R)

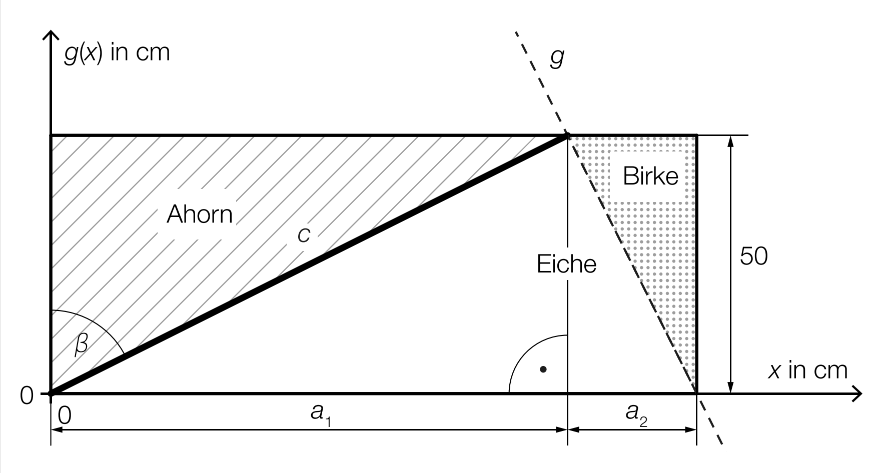
<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $\beta = \arctan\left(\frac{a_1}{50}\right)$

oder:

$\beta = 90° - \arctan\left(\frac{50}{a_1}\right)$

(R):



(B): Ermittlung der Steigung:

$-\frac{50}{20} = -2{,}5$

(R): $A_{\text{Ahorn}} : A_{\text{Eiche}} = \frac{a_1 \cdot 50}{2} : \frac{(a_1 + a_2) \cdot 50}{2} = a_1 : (a_1 + a_2)$

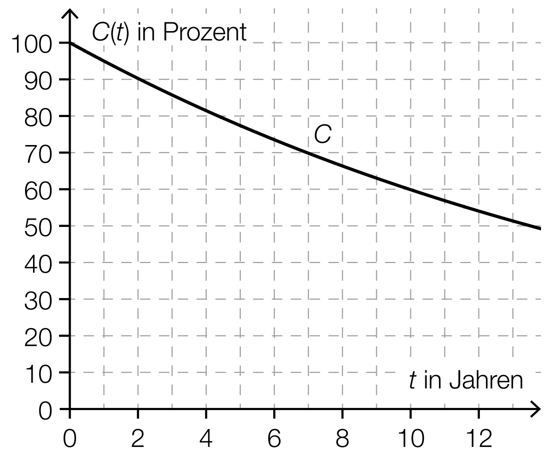
2) Laut einer Studie hatte ein Elektroauto im Jahr 2016 eine durchschnittliche Reichweite von 270 km. Für das Jahr 2020 wurde eine durchschnittliche Reichweite von 450 km angenommen.

Die durchschnittliche Reichweite in Kilometern in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren soll durch eine lineare Funktion R modelliert werden.

– Erstellen Sie eine Gleichung dieser Funktion R. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2016. (A)

Die Kapazität von Akkus sinkt mit zunehmender Benützungsdauer, sie wird in Prozent der Anfangskapazität angegeben.

Für einen bestimmten Akku beschreibt die Funktion C die Kapazität in Abhängigkeit von der Benützungsdauer t in Jahren (siehe nachstehende Abbildung).



Sobald die Kapazität um 30 % der Anfangskapazität gefallen ist, muss der Akku getauscht werden.

– Ermitteln Sie, nach wie vielen Jahren der Akku getauscht werden muss. (R)

Für einen anderen Akku soll die Kapazität in Abhängigkeit von der Benützungsdauer t in Jahren durch eine Exponentialfunktion f beschrieben werden.

Nach 10 Jahren beträgt die Kapazität noch 55 %.

– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion f auf. (A)

Ein neu gekauftes Elektroauto hat die Reichweite R_0 (in Kilometern). Nach 10 Jahren beträgt die Reichweite dieses Elektroautos noch 42 % von R_0.

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.

$$\frac{0{,}42 \cdot R_0 - R_0}{10 - 0}$$

(R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $R(t) = k \cdot t + d$

t ... Zeit in Jahren ab dem Jahr 2016
$R(t)$ ... durchschnittliche Reichweite zur Zeit t in km

$d = 270$
$450 = 4 \cdot k + 270 \quad \Rightarrow \quad k = 45$
$R(t) = 45 \cdot t + 270$

(R): Ablesen aus der Abbildung: $C(t) = 70 \quad \Rightarrow \quad t = 7$

Nach 7 Jahren muss der Akku getauscht werden.

(A): $f(t) = 100 \cdot a^t \quad (f(t) = 1 \cdot a^t)$

t ... Zeit in Jahren
$f(t)$ ... Kapazität zur Zeit t in %

$f(10) = 55 \quad (f(10) = 0{,}55)$
$100 \cdot a^{10} = 55 \quad (1 \cdot a^{10} = 0{,}55)$

$a = 0{,}9419...$

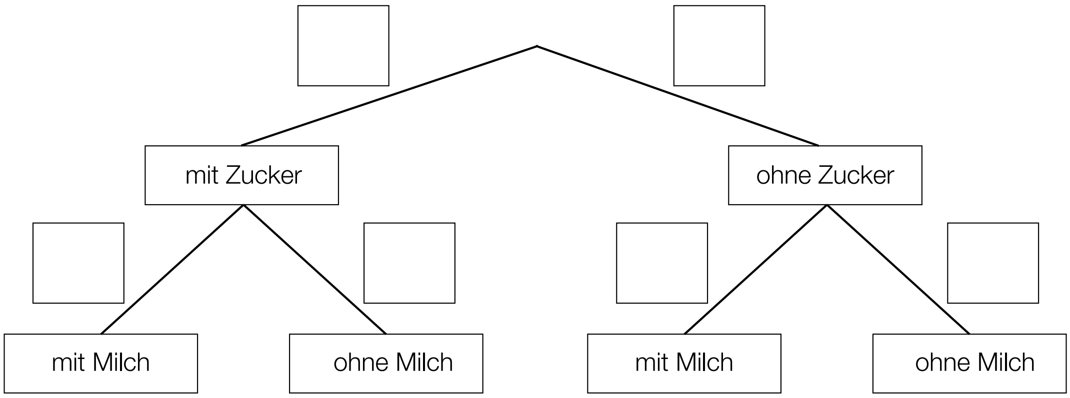
$f(t) = 100 \cdot 0{,}9419...^t$ *oder* $f(t) = 100 \cdot e^{-0{,}0597... \cdot t}$ $(f(t) = 1 \cdot 0{,}9419...^t)$

(R): Mit diesem Ausdruck wird die mittlere Änderungsrate der Reichweite in Kilometern pro Jahr für die ersten 10 Jahre berechnet.

3) Bei einer Umfrage unter Kaffeetrinkerinnen und -trinkern wurde nach den Vorlieben beim Kaffeegenuss gefragt.

Von den insgesamt n befragten Personen gaben a Personen an, dass sie ihren Kaffee mit Zucker trinken.
60 % der Personen, die ihren Kaffee mit Zucker trinken, geben zusätzlich Milch in ihren Kaffee.
35 % der Personen, die ihren Kaffee ohne Zucker trinken, geben Milch in ihren Kaffee.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



In einem bestimmten Kaffeehaus weiß man aus langjähriger Erfahrung, dass 20 % der Gäste ihren Tee ohne Zucker trinken. Es werden 40 Gäste zufällig ausgewählt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von diesen 40 zufällig ausgewählten Gästen höchstens 10 ihren Tee ohne Zucker trinken. (B)

– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$40 \cdot 0{,}2 = 8$ (R)

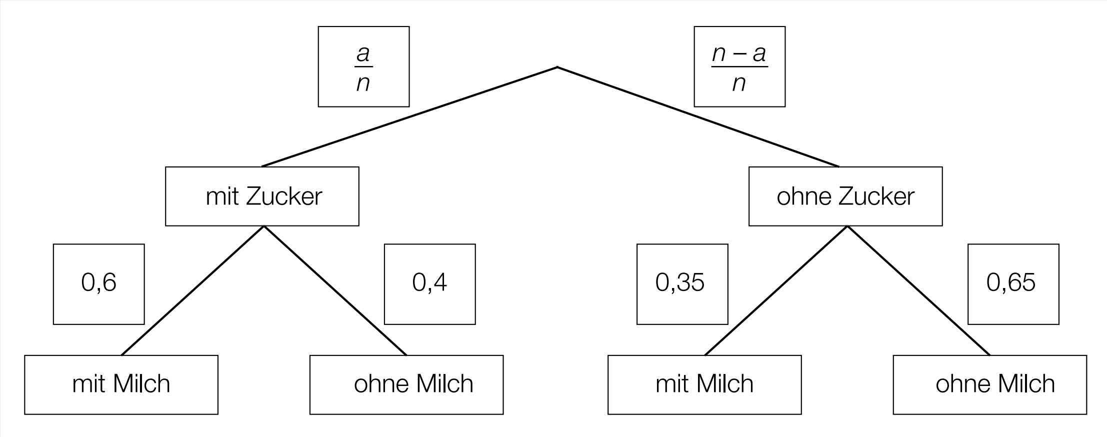
In diesem Kaffeehaus wird Zucker in kleinen Säckchen serviert, die jeweils mit einem sogenannten *Tierkreiszeichen* bedruckt sind.
In einem Korb liegen insgesamt 48 dieser Säckchen, wobei jedes der 12 verschiedenen Tierkreiszeichen genau 4-mal vorkommt.

Eine Kellnerin entnimmt dem Korb zufällig (ohne hinzusehen) 2 Säckchen und serviert diese einem Gast.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Säckchen mit dem gleichen Tierkreiszeichen bedruckt sind. (B)

Möglicher Lösungsweg:

(A):



(B): X ... Anzahl der Gäste, die ihren Tee ohne Zucker trinken
Binomialverteilung mit $n = 40$ und $p = 0{,}2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 10) = 0{,}8392...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 83,9 %.

(R): Der Erwartungswert für die Anzahl der Gäste, die ihren Tee ohne Zucker trinken, beträgt 8.

(B): E ... 2 zufällig entnommene Säckchen sind mit dem gleichen Tierkreiszeichen bedruckt

$$P(E) = 12 \cdot \frac{4}{48} \cdot \frac{3}{47} = 0{,}0638...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 6,4 %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

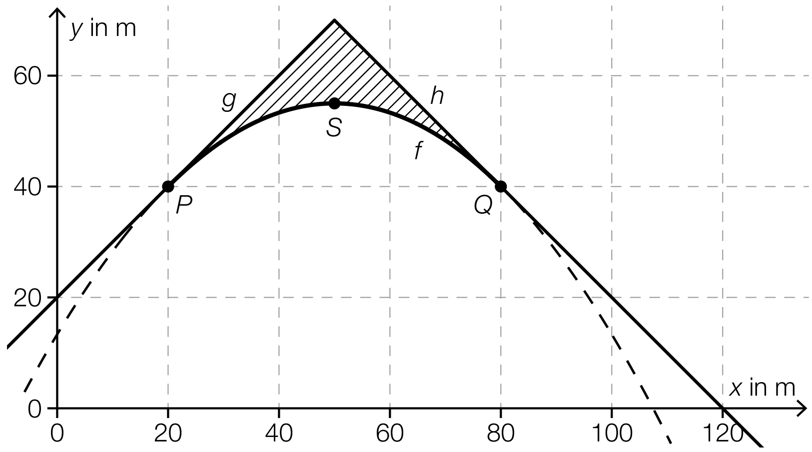
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Die nachstehende Abbildung zeigt eine durch die beiden linearen Funktionen *g* und *h* modellierte Straßenkreuzung. Der Verlauf der geplanten Umfahrungsstraße wird durch den Graphen der quadratischen Funktion *f* mit dem Scheitelpunkt *S* modelliert.



x, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ ... Koordinaten in m

Das in der obigen Abbildung schraffierte Flächenstück soll begrünt werden.

– Vervollständigen Sie den nachstehenden Ausdruck zur Berechnung des Inhalts *A* dieses Flächenstücks.

$$A = \boxed{} \cdot \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$$ (A)

Die Übergänge zwischen den Graphen der Funktionen *f* und *g* im Punkt *P* und den Graphen der Funktionen *f* und *h* im Punkt *Q* erfolgen „knickfrei" (das bedeutet, dass die Funktionen an den Stellen, an denen sie zusammenstoßen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben).

– Erstellen Sie mithilfe der Punkte *P* und *Q* sowie der Steigung der Geraden *g* ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der quadratischen Funktion *f*. (A)

Die Gleichung der Funktion *f* lautet:

$$f(x) = -\frac{1}{60} \cdot x^2 + \frac{5}{3} \cdot x + \frac{40}{3}$$

– Berechnen Sie die geradlinige Entfernung zwischen den Punkten *P* und *S*. (B)

– Begründen Sie, warum beim Lösen der quadratischen Gleichung $f(x) = h(x)$ die Diskriminante $D = 0$ sein muss. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $A = \boxed{2} \cdot \int_{\boxed{20}}^{\boxed{50}} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$

(A): $P = (20|40)$, $Q = (80|40)$, Steigung von g: $k_g = 1$

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(20) = 40$
II: $f(80) = 40$
III: $f'(20) = 1$

oder:

I: $400 \cdot a + 20 \cdot b + c = 40$
II: $6\,400 \cdot a + 80 \cdot b + c = 40$
III: $40 \cdot a + b = 1$

(B): Berechnung mittels Technologieeinsatz:

Scheitelpunkt $S = (50|55)$
$\overline{PS} = \sqrt{30^2 + 15^2} = 33{,}54...$
Der Abstand beträgt rund 33,5 m.

(R): Der Graph der quadratischen Funktion f berührt die Gerade h (nur) im Punkt Q.
In diesem Fall hat die quadratische Gleichung $f(x) = h(x)$ genau eine Lösung. Daher muss die Diskriminante $D = 0$ sein.

2) Im Jahr 2014 wurde der Preis für einen Lottotipp von 1,10 Euro auf 1,20 Euro erhöht.

Peter behauptet: „Das entspricht einer Preiserhöhung von 10 %."

– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung richtig ist. (R)

Beim österreichischen Lotto *6 aus 45* werden bei einer Ziehung aus 45 durchnummerierten Kugeln zufällig und ohne Zurücklegen 6 Kugeln gezogen. Die Nummern der gezogenen Kugeln sind die Gewinnzahlen.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen *Lottosechser* – das heißt, dass man bei einem Tipp mit 6 Zahlen alle 6 Gewinnzahlen richtig getippt hat. (B)

Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Tipp 1 *Lottofünfer* zu haben, beträgt für jede Ziehung unabhängig voneinander p. Peter gibt bei m Ziehungen jeweils einen Tipp ab.

– Erstellen Sie mithilfe von m und p einen Ausdruck zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass Peter bei m verschiedenen Ziehungen genau 1 *Lottofünfer* hat. (A)

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet werden kann:
$P(E) = (1 - p)^5$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): $\frac{1{,}2 - 1{,}1}{1{,}1} = 0{,}0909... = 9{,}09...\ \%$

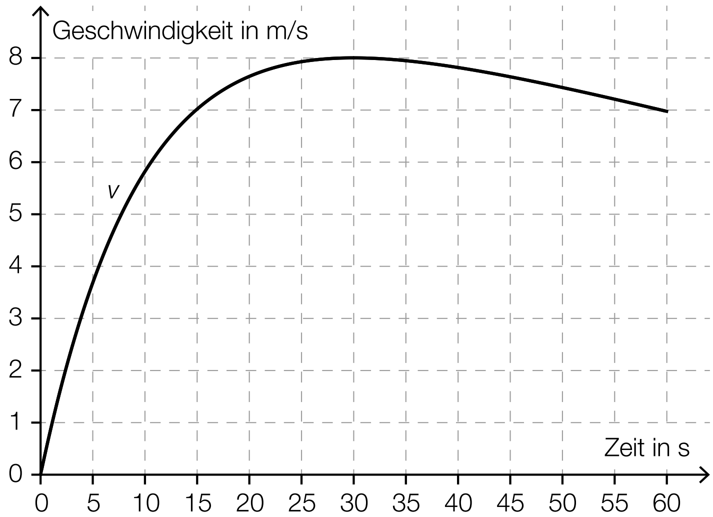
Die Behauptung ist also falsch.

(B): $P(\text{„Lottosechser"}) = \frac{6}{45} \cdot \frac{5}{44} \cdot \frac{4}{43} \cdot \frac{3}{42} \cdot \frac{2}{41} \cdot \frac{1}{40} = 1{,}227... \cdot 10^{-7}$

(A): $\binom{m}{1} \cdot p \cdot (1 - p)^{m-1} \quad \textit{oder} \quad m \cdot p \cdot (1 - p)^{m-1}$

(R): E ... bei 5 Ziehungen (mit jeweils 1 Tipp) hat er keinen *Lottofünfer*

3) Philipp nimmt an einem Wettbewerb des Wiener Ruderclubs teil.
In der nachstehenden Abbildung ist seine Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit für diesen Bewerb modellhaft durch den Graphen der Funktion *v* dargestellt.



– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung Philipps maximale Geschwindigkeit. Geben Sie das Ergebnis in der Einheit km/h an. (R)

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.

$\frac{v(10) - v(5)}{v(5)}$ (R)

– Erstellen Sie mithilfe der Funktion *v* eine Formel zur Berechnung des zurückgelegten Weges *s* im Zeitintervall [0; 60].

$s =$ ____ (A)

Im Zeitintervall [0; 15] kann die Funktion *v* durch die quadratische Funktion *f* angenähert werden:

$f(t) = -\frac{19}{900} \cdot t^2 + \frac{47}{60} \cdot t$ mit $0 \leq t \leq 15$
t ... Zeit in s
$f(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

– Berechnen Sie mithilfe der Funktion *f* die Beschleunigung zur Zeit $t = 10$. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): $v_{max} = 8$ m/s
$8 \cdot 3{,}6 = 28{,}8$

Die maximale Geschwindigkeit beträgt 28,8 km/h.

(R): Es kann die relative Änderung der Geschwindigkeit im Zeitintervall [5; 10] berechnet werden.

(A): $s = \int_0^{60} v(t)\,\mathrm{d}t$

(B): $f'(10) = 0{,}361...$

Die Beschleunigung beträgt rund 0,36 m/s^2.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

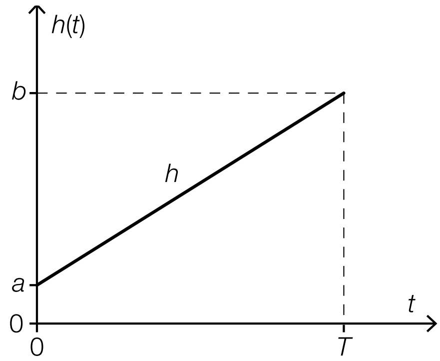
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend" lauten.

1) In einen Behälter wird ab dem Zeitpunkt $t = 0$ so lange Wasser gefüllt, bis er voll ist. Das nachstehende Diagramm zeigt den Graphen der zugehörigen linearen Funktion h, die den Wasserstand während des gesamten Füllvorgangs in Abhängigkeit von der Zeit t beschreibt.



– Interpretieren Sie die Bedeutung von a und jene von T im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

– Erstellen Sie mithilfe von a, b und T eine Gleichung der Funktion h. (A)

– Markieren Sie im obigen Diagramm denjenigen Zeitpunkt t_0, zu dem der Wasserstand $\frac{1}{3}$ des maximalen Wasserstands beträgt. (R)

Ein zylindrischer Behälter ist bis zum oberen Rand mit Wasser gefüllt und soll mithilfe einer Pumpe leergepumpt werden. Dabei gilt für den Radius r und die Höhe h des zylindrischen Behälters:

$r = 2{,}5$ dm
$h = 8$ dm

Die Pumpe arbeitet mit einer konstanten Abpumpgeschwindigkeit von 220 Litern pro Stunde.

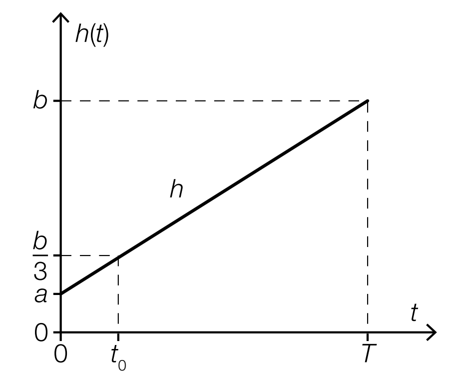
– Berechnen Sie, wie viele Minuten es dauert, bis der Behälter leergepumpt ist. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): a ... Wasserstand zur Zeit $t = 0$
T ... Dauer des gesamten Füllvorgangs

(A): $h(t) = \frac{b-a}{T} \cdot t + a$

(R):

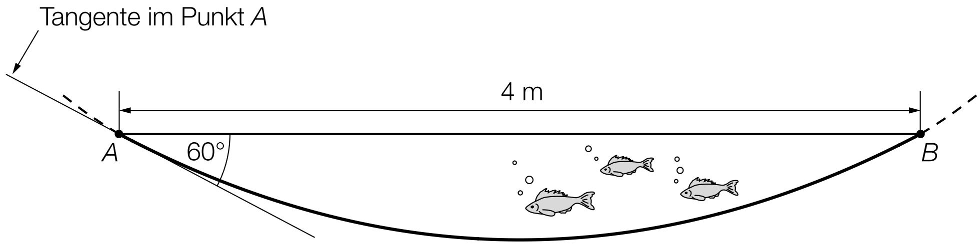


(B): Volumen des Behälters: $2{,}5^2 \cdot \pi \cdot 8 = 157{,}07...$

$60 \cdot \frac{157{,}07...}{220} = 42{,}8...$

Es dauert rund 43 min, bis der Behälter leergepumpt ist.

2) Die Querschnittslinie eines Teichbodens kann zwischen den Punkten A und B näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ dargestellt werden (siehe nachstehende Abbildung).



– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion f. Wählen Sie als Ursprung des Koordinatensystems den Punkt A. (A)

– Geben Sie an, wo der Ursprung des Koordinatensystems liegen muss, wenn die Querschnittslinie des Teichbodens zwischen A und B näherungsweise durch eine Funktion g mit $g(x) = a \cdot x^2$ beschrieben werden soll. (R)

Der Teichboden soll geschottert werden. Die Korngröße des Schotters ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 24$ mm und der Standardabweichung $\sigma = 4$ mm.

– Berechnen Sie dasjenige um μ symmetrische Intervall, in dem die Körnung des Schotters mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % liegt. (B)

Beim sogenannten *Catch and Release* werden die Fische nach dem Angeln wieder ins Wasser zurückgesetzt.
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 25 % ist ein zufällig geangelter Fisch eine Bachforelle.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 geangelten Fischen mindestens 2 Bachforellen sind. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(4) = 0$
II: $f(0) = 0$
III: $f'(0) = \tan(-60°)$

oder:

I: $a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 0$
II: $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0$
III: $2 \cdot a \cdot 0 + b = \tan(-60°)$

(R): Der Koordinatenursprung muss im Scheitelpunkt der dargestellten Parabel liegen.

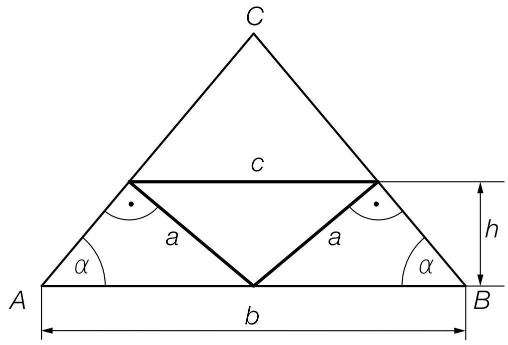
(B): X ... Körnung des Schotters in mm

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a < X < \mu + a) = 0{,}8$
$\Rightarrow$ [18,87...; 29,12...]

(B): X ... Anzahl geangelter Bachforellen
Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}25$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 2) = 0{,}755...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 76 %.

3) Die nachstehende (nicht maßstabgetreue) Skizze zeigt den Querschnitt eines Daches, das durch den Einbau zusätzlicher Balken mit den Längen a und c verstärkt wird. Der Querschnitt des Daches ist das gleichschenkelige Dreieck ABC.



– Erstellen Sie mithilfe von b und α eine Formel zur Berechnung von a.

$a =$ ____ (A)

– Begründen Sie, warum das Dreieck ABC nicht gleichseitig ist, wenn gilt: $\alpha = 50°$. (R)

– Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Strecke mit der Länge $\frac{b}{2} \cdot \tan(\alpha)$ ein. (R)

Die nachstehende Tabelle gibt die Ergebnisse der Längenmessung von insgesamt 20 Balken an.

Länge in cm	Anzahl
344	2
345	13
346	1
347	4

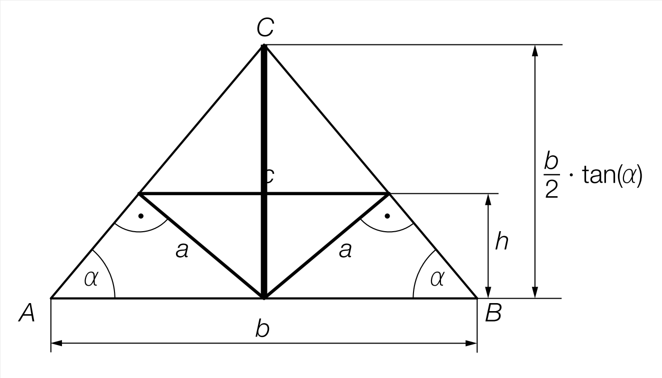
– Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der Längen dieser 20 Balken. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $a = \sin(\alpha) \cdot \frac{b}{2}$

(R): Die Innenwinkel gleichseitiger Dreiecke haben 60°. Das ist hier nicht der Fall.

(R):



(B): Berechnung mittels Technologieeinsatz:

arithmetisches Mittel: 345,35 cm
Standardabweichung: 0,909... cm

Auch eine Berechnung der Standardabweichung als s_{n-1} *= 0,933... cm ist als richtig zu werten.*

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend" lauten.

1) Die Weg-Zeit-Funktion s eines Flugzeugs während des Startvorgangs ist für das Zeitintervall $[t_1; t_2]$ bekannt.

– Erstellen Sie mithilfe von s, t_1 und t_2 eine Formel zur Berechnung der mittleren Geschwindigkeit $\overline{v}$ im Zeitintervall $[t_1; t_2]$.

$\overline{v} =$ ______________________________ (A)

Für die Weg-Zeit-Funktion s eines bestimmten Flugzeugs während des Startvorgangs gilt annähernd:

$s(t) = 11 \cdot 1{,}21^t$ mit $3 \leq t \leq 12$

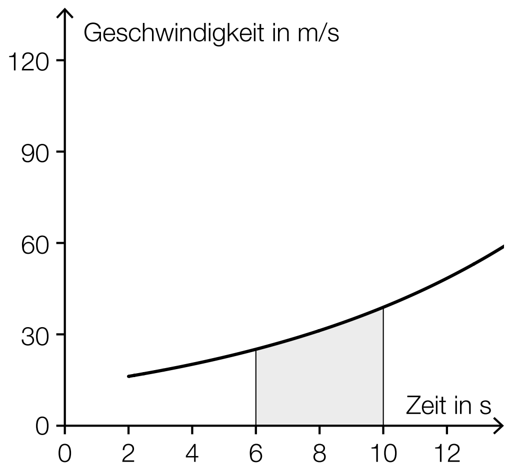
t ... Zeit nach dem Losfahren des Flugzeugs in s
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg auf der Startbahn zur Zeit t in m

– Berechnen Sie die momentane Geschwindigkeit des Flugzeugs für $t = 5$. Geben Sie das Ergebnis in km/h an. (B)

– Berechnen Sie, wie viele Sekunden nach dem Losfahren das Flugzeug 0,1 km auf der Startbahn zurückgelegt hat. (B)

Die unten stehende Abbildung zeigt das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm eines anderen Flugzeugs während des Startvorgangs.

– Interpretieren Sie den Inhalt der markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang. (R)



Möglicher Lösungsweg:

(A): $\overline{v} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$

(B): Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$s'(5) = 5{,}43...$

5,43... m/s = 19,57... km/h
Die momentane Geschwindigkeit beträgt rund 19,6 km/h.

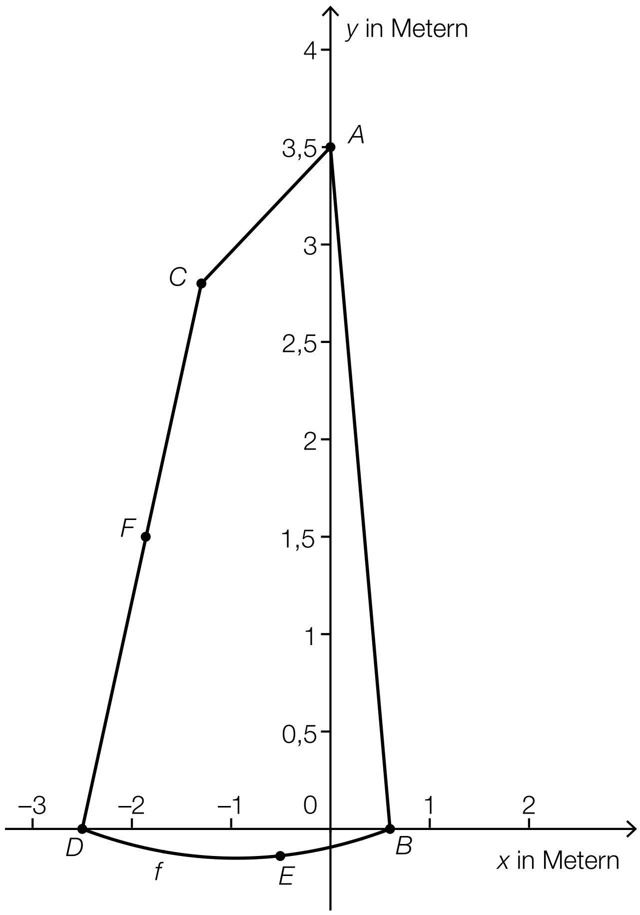
(B): $100 = 11 \cdot 1{,}21^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 11{,}57...$

Rund 11,6 s nach dem Losfahren hat das Flugzeug 0,1 km zurückgelegt.

(R): Der Flächeninhalt entspricht dem im Zeitintervall [6; 10] zurückgelegten Weg.

2) Die nachstehende Abbildung zeigt die Fläche des Segels eines kleinen Segelboots in einem Koordinatensystem mit $A = (0|3{,}5)$, $B = (0{,}6|0)$, $C = (-1{,}3|2{,}8)$, $D = (-2{,}5|0)$, $E = (-0{,}5|-0{,}14)$.



Die Begrenzungslinie, die durch die Punkte D, E und B verläuft, soll durch den Graphen der quadratischen Funktion f beschrieben werden.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten der Funktion f. (A)

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$\left|\int_0^{0{,}6} f(x)\,\mathrm{d}x\right| + \frac{3{,}5 \cdot 0{,}6}{2}$$ (R)

Auf der geradlinigen Begrenzungslinie, die durch die Punkte D und C verläuft, liegt der Punkt $F = (x_F|1{,}5)$.

– Berechnen Sie x_F. (B)

Das Segel kostet nach einem Preisnachlass von 20 % noch 847,20 Euro.

– Berechnen Sie den Preis des Segels vor dem Preisnachlass. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

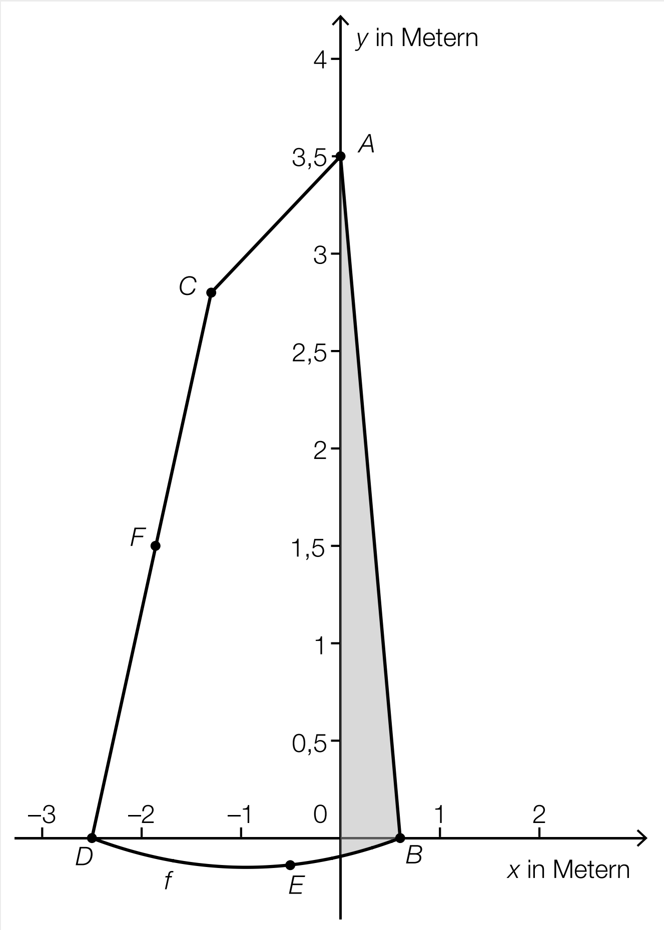
(A): $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

I: $f(-2{,}5) = 0$
II: $f(-0{,}5) = -0{,}14$
III: $f(0{,}6) = 0$

oder:

I: $a \cdot (-2{,}5)^2 + b \cdot (-2{,}5) + c = 0$
II: $a \cdot (-0{,}5)^2 + b \cdot (-0{,}5) + c = -0{,}14$
III: $a \cdot 0{,}6^2 + b \cdot 0{,}6 + c = 0$

(R):



(B): Begrenzungslinie: $y = k \cdot x + d$

$k = \frac{0 - 2{,}8}{-2{,}5 - (-1{,}3)} = \frac{7}{3}$

$0 = \frac{7}{3} \cdot (-2{,}5) + d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{35}{6}$

$y = \frac{7}{3} \cdot x + \frac{35}{6}$

$y = 1{,}5$

$\Rightarrow \quad x_F = -\frac{13}{7} = -1{,}85...$

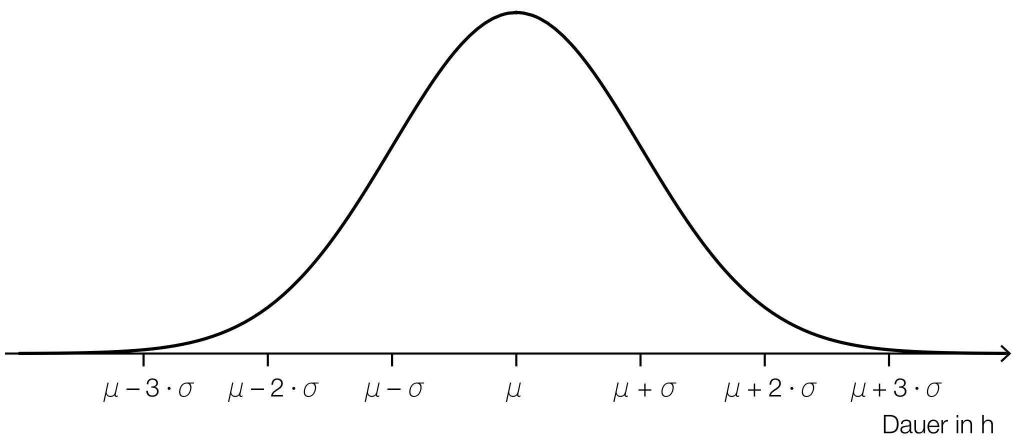
(B): $\frac{847{,}2}{0{,}8} = 1\,059$

Das Segel kostete vor dem Preisnachlass 1.059 Euro.

3) Der Montageprozess für ein Produkt besteht aus mehreren Fertigungsschritten.

Die Dauer des Montageprozesses ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Montageprozess für ein zufällig ausgewähltes Produkt eine Dauer d nicht überschreitet, beträgt 93 %.

– Veranschaulichen Sie d und die beschriebene Wahrscheinlichkeit in der nachstehenden Abbildung des Graphen der zugehörigen Dichtefunktion. (A)

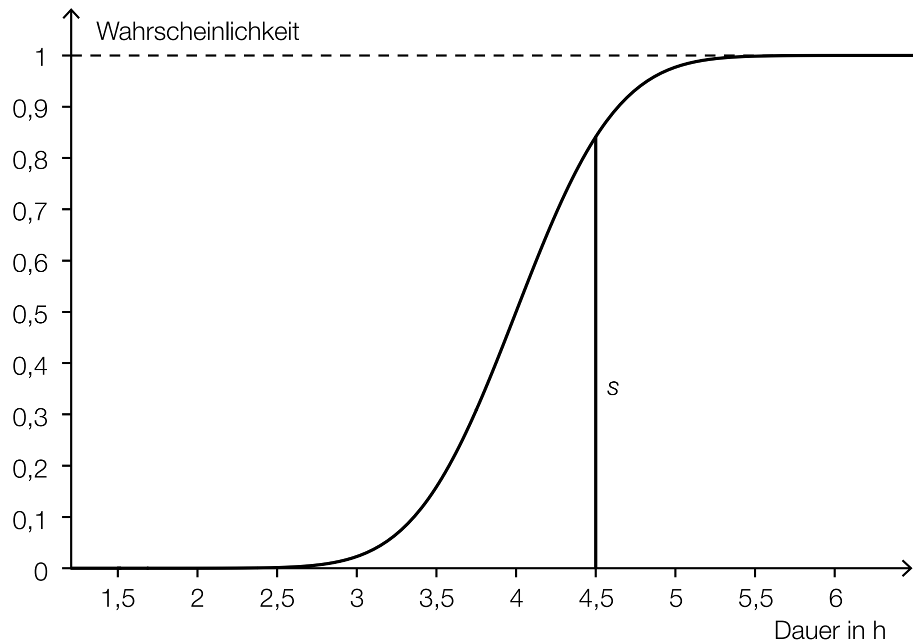


Bei einem bestimmten Montageprozess gilt: $\mu = 3$ h und $\sigma = 0{,}5$ h.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Dauer dieses Montageprozesses für ein zufällig ausgewähltes Produkt mindestens 2,25 h beträgt. (B)

– Beschreiben Sie, wie sich der Graph der Dichtefunktion einer Normalverteilung verändert, wenn bei gleichbleibendem Erwartungswert die Standardabweichung größer wird. (R)

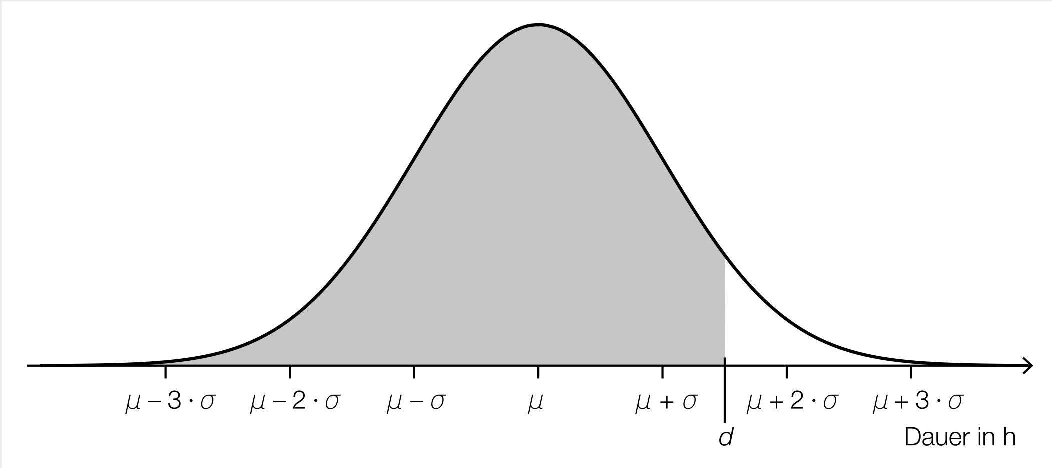
Die Dauer eines anderen Montageprozesses ist ebenfalls annähernd normalverteilt. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion dargestellt.



– Interpretieren Sie s im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A):



Die Fläche zwischen dem Graphen der Dichtefunktion und der horizontalen Achse muss bis zu einer Dauer $\mu + \sigma < d < \mu + 2 \cdot \sigma$ *gekennzeichnet werden.*

(B): X ... Dauer des Montageprozesses in h

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 2{,}25) = 0{,}9331...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 93,3 %.

(R): Der maximale Funktionswert der Dichtefunktion wird niedriger und die Kurve wird „breiter“.

(R): s entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass der Montageprozess für ein zufällig ausgewähltes Produkt höchstens 4,5 h dauert.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Die Wirkstoffmenge eines bestimmten Medikaments im Körper in Abhängigkeit von der Zeit kann näherungsweise durch eine Funktion W beschrieben werden:

$W(t) = W_0 \cdot a^t$

t ... Zeit nach der Einnahme des Medikaments in h, $t = 0$ entspricht dem Zeitpunkt der Einnahme
$W(t)$ ... Wirkstoffmenge zur Zeit t in g
W_0 ... Wirkstoffmenge zur Zeit $t = 0$

Die Gleichung $0{,}5 \cdot W_0 = W_0 \cdot a^t$ wird nach t gelöst.

– Beschreiben Sie die Bedeutung der Lösung dieser Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

4 Stunden nach der Einnahme des Medikaments sind noch 0,125 g des Wirkstoffs im Körper vorhanden.
9 Stunden nach der Einnahme des Medikaments sind noch 0,034 g des Wirkstoffs im Körper vorhanden.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Parameter a und W_0 der Funktion W. (A)

– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Wirkstoffmenge im Zeitintervall [4; 9]. Geben Sie dabei die entsprechende Einheit an. (B)

– Erklären Sie, warum gemäß dem exponentiellen Modell die berechnete Wirkstoffmenge im Körper nie auf exakt 0 g absinken kann. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): Zur berechneten Zeit t hat sich die Wirkstoffmenge halbiert (Halbwertszeit).

(A): I: $W(4) = 0{,}125$
II: $W(9) = 0{,}034$

oder:

I: $W_0 \cdot a^4 = 0{,}125$
II: $W_0 \cdot a^9 = 0{,}034$

(B): $\frac{0{,}034 - 0{,}125}{9 - 4} = -0{,}0182$
Die mittlere Änderungsrate der Wirkstoffmenge beträgt $-0{,}0182$ g/h.

(R): Eine Exponentialfunktion dieser Form hat keine Nullstelle. Ihr Graph nähert sich lediglich asymptotisch der horizontalen Achse an.

2) Ein Ball wird senkrecht in die Höhe geworfen. Die Höhe des Balles über der Abwurfstelle kann näherungsweise mithilfe der Funktion h beschrieben werden:

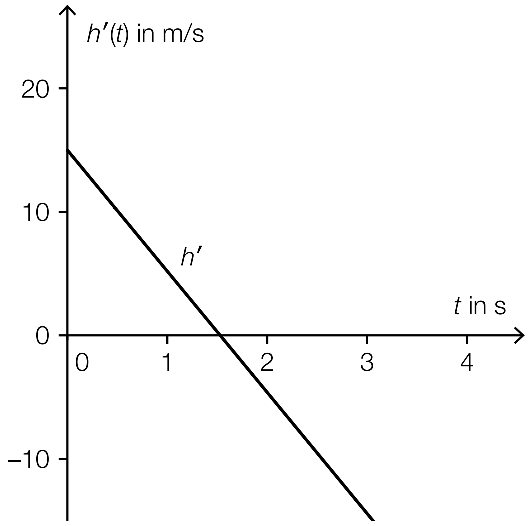
$h(t) = 15 \cdot t - 4{,}905 \cdot t^2$ mit $0 \leq t \leq 3{,}05$

t ... Zeit nach dem Abwurf in s
$h(t)$ ... Höhe des Balles über der Abwurfstelle zur Zeit t in m

– Ermitteln Sie diejenigen Zeitpunkte, zu denen der Ball eine Höhe über der Abwurfstelle von 5 m hat. (B)

– Berechnen Sie die Momentangeschwindigkeit des Balles zur Zeit $t = 1{,}3$ s. (B)

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion h' dargestellt.



Jemand behauptet bei Betrachtung der obigen Abbildung: „Die Nullstelle von h' ist bei rund 1,5 s. Der Ball ist also zu dieser Zeit genau auf der Höhe der Abwurfstelle.“

– Begründen Sie, warum diese Behauptung falsch ist. (R)

– Beschreiben Sie, was durch den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.

$\int_0^1 h'(t)\,\mathrm{d}t$ (R)

Möglicher Lösungsweg:

(B): $h(t) = 5$ *oder* $15 \cdot t - 4{,}905 \cdot t^2 = 5$

Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$t_1 = 0{,}38...$; $t_2 = 2{,}67...$

(B): $h'(t) = 15 - 9{,}81 \cdot t$

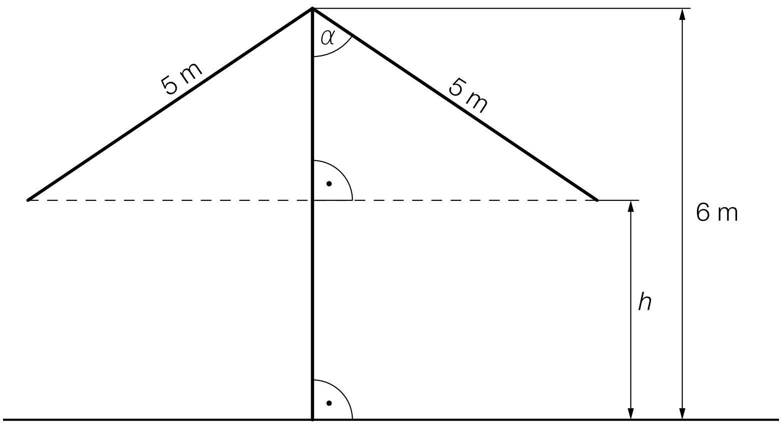
$h'(1{,}3) = 2{,}247$

Die Momentangeschwindigkeit zur Zeit $t = 1{,}3$ s beträgt rund 2,25 m/s.

(R): Die Behauptung ist falsch, weil die Nullstelle von h' derjenigen Zeit entspricht, zu der die Höhe maximal ist.

(R): Mit diesem Ausdruck wird die Höhe des Balles über der Abwurfstelle nach 1 s in Metern bestimmt.

3) Ein 6 m hoher Sonnenschirm wird in einem Gastgarten aufgespannt (siehe nachstehende modellhafte Abbildung).



– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung einen Winkel β, für den gilt:
$\beta = \frac{180° - 2 \cdot \alpha}{2}$ (R)

– Erstellen Sie mithilfe von α eine Formel zur Berechnung von h.

$h =$ ____ (A)

In der Qualitätssicherungsabteilung eines Schirmherstellers weiß man aus Erfahrung:
Bei 60 % aller Reklamationen wird „nicht regenfest" als Reklamationsgrund angegeben.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 50 zufällig ausgewählten Reklamationen mindestens 30-mal „nicht regenfest" als Reklamationsgrund angegeben wurde. (B)

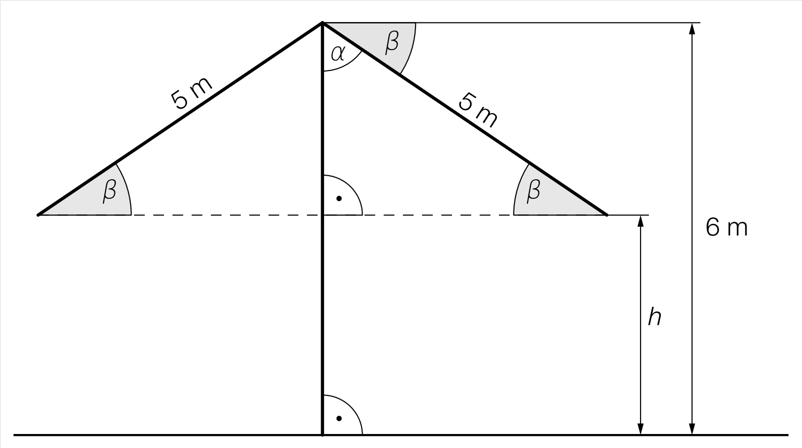
Der Nettopreis (Preis ohne Umsatzsteuer) eines Schirms beträgt N Euro. Bei Barzahlung wird auf den Nettopreis eines Schirms ein Preisnachlass von 5 % gewährt. Für die Zustellung wird ein Netto-Pauschalbetrag von 80 Euro verrechnet. Diese Gesamtsumme ergibt mit einem Aufschlag von 20 % Umsatzsteuer den Gesamtpreis P.

– Erstellen Sie mithilfe von N eine Formel zur Berechnung von P.

$P =$ ____ (A)

Möglicher Lösungsweg:

(R):



Es genügt, wenn nur ein Winkel gekennzeichnet wird.

(A): $h = 6 - 5 \cdot \cos(\alpha)$

(B): X ... Anzahl der Reklamationen mit der Begründung „nicht regenfest"
Binomialverteilung mit $n = 50$ und $p = 0{,}6$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 30) = 0{,}5610...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 56,1 %.

(A): $P = (N \cdot 0{,}95 + 80) \cdot 1{,}2$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2021

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Ein Kraftfahrzeug verbraucht während einer Autobahnfahrt erfahrungsgemäß 4,5 L Benzin pro 100 km. Zu Beginn der Fahrt enthält der Tank 50 L Benzin.

Die im Tank vorhandene Benzinmenge in Abhängigkeit von der zurückgelegten Strecke kann näherungsweise mithilfe einer linearen Funktion B beschrieben werden.

x ... seit Beginn der Fahrt zurückgelegte Strecke in km
$B(x)$ ... Benzinmenge im Tank nach der zurückgelegten Strecke x in L

– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion B auf. (A)

Folgende Berechnung wurde durchgeführt: $50 - B(300) = 13{,}5$

– Interpretieren Sie die Bedeutung des Ergebnisses 13,5 im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

Die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs ab Beginn eines Bremsvorgangs ($t = 0$) bis zum Stillstand kann näherungsweise durch die Funktion v beschrieben werden:

$v(t) = 25 - 2 \cdot t \quad \text{mit} \quad t \geq 0$

t ... Zeit ab Beginn des Bremsvorgangs in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

– Geben Sie den für diesen Sachzusammenhang größtmöglichen Definitionsbereich der Funktion v an. (R)
– Berechnen Sie den zurückgelegten Weg dieses Fahrzeugs in den ersten 10 s nach Beginn des Bremsvorgangs. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $B(x) = k \cdot x + d$

$k = -\frac{4{,}5}{100} = -0{,}045$

$d = 50$

$B(x) = 50 - 0{,}045 \cdot x$

(R): Bei einer Fahrtstrecke von 300 km werden 13,5 L Benzin verbraucht.

(R): [0; 12,5]

(B): Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\int_0^{10} v(t)\,\mathrm{d}t = 150$

Der zurückgelegte Weg beträgt 150 m.

2) Ein Wasserstrahl tritt in einer Höhe von 1,5 m über dem Boden aus einem Schlauch aus. Nach 4 m horizontaler Entfernung erreicht der Wasserstrahl seine maximale Höhe von 2,5 m.

Der Verlauf dieses Wasserstrahls kann näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion h beschrieben werden:

$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... horizontale Entfernung vom Austrittspunkt in m
$h(x)$ ... Höhe des Wasserstrahls über dem Boden an der Stelle x in m

– Ermitteln Sie die Koeffizienten der Funktion h. (B)

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.
  $\arctan(h'(0))$ (R)

Ein anderer Wasserstrahl erreicht eine maximale Höhe von 2,8 m. Diese maximale Höhe ist um 60 % größer als die Austrittshöhe.

– Berechnen Sie die Austrittshöhe. (B)

Die Nullstellen x_1 und x_2 einer quadratischen Funktion g sind bekannt.

– Erstellen Sie mithilfe von x_1 und x_2 eine Formel zur Berechnung der Extremstelle x_S von g.

  $x_S =$ ________________________________ (A)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $h(0) = 1{,}5$
II: $h(4) = 2{,}5$
III: $h'(4) = 0$

Ermittlung der Koeffizienten mittels Technologieeinsatz:
$a = -0{,}0625$
$b = 0{,}5$
$c = 1{,}5$

(R): Mit dem Ausdruck kann der Steigungswinkel, unter dem der Wasserstrahl aus dem Schlauch austritt, berechnet werden.

(B): $\frac{2{,}8}{1{,}6} = 1{,}75$
Die Austrittshöhe beträgt 1,75 m.

(A): $x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$

3) Für ein bestimmtes Gymnasium kann vereinfacht angenommen werden:
Die Wahrscheinlichkeit für das Fehlen einer zufällig ausgewählten Schülerin an einem Schultag beträgt immer konstant 3 %.
Jede Schülerin fehlt unabhängig von den anderen.

– Erstellen Sie mithilfe von n eine Formel zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeit:

P(„von n Schülerinnen fehlt an diesem Tag keine einzige“) = ______________________ (A)

Für einen Workshop haben sich 20 Schülerinnen angemeldet. Vereinfacht wird angenommen:
Die Wahrscheinlichkeit für das Fehlen einer zufällig ausgewählten angemeldeten Schülerin beträgt immer konstant 5 %.
Jede Schülerin fehlt unabhängig von der anderen.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 17 Schülerinnen beim Workshop anwesend sind. (B)

Die nachstehende Tabelle zeigt zwei Wochen aus dem Klassenbuch einer bestimmten Klasse.

Wochentag	Mo.	Di.	Mi.	Do.	Fr.	Mo.	Di.	Mi.	Do.	Fr.
Anzahl der fehlenden Schüler/innen pro Tag	3	0	0	1	3	3	1	0	0	1

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Anzahl der fehlenden Schüler/innen pro Tag für diesen Zeitraum. (B)

– Vergleichen Sie die Vorgehensweise zur Bestimmung des Medians einer Messreihe mit 9 Werten mit jener zur Bestimmung des Medians einer Messreihe mit 10 Werten. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): P(„von n Schülerinnen fehlt an diesem Tag keine einzige“) = $0{,}97^n$

(B): X ... Anzahl der fehlenden Schülerinnen
Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = 0{,}05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 3) = 0{,}0754...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 7,5 %.

(B): $\frac{12}{10} = 1{,}2$ Schüler/innen pro Tag

(R): 9 Werte:
Zuerst müssen diese 9 Werte der Größe nach sortiert werden. Der Median ist der Wert in der Mitte dieser Liste.

10 Werte:
Zuerst müssen diese 10 Werte der Größe nach sortiert werden. Der Median ist das arithmetische Mittel des 5. und 6. Wertes.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Im Minimundus, einem Miniaturenpark in Klagenfurt, sind Modelle vieler berühmter Bauwerke zu sehen. Die Modelle sind im Maßstab 1 : 25 verkleinert nachgebaut. Ein bestimmtes Modell ist 544 cm hoch.

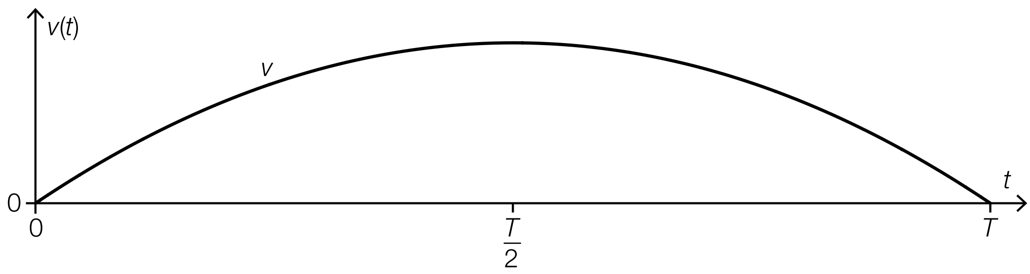
– Berechnen Sie die Höhe des zu diesem Modell gehörigen Bauwerks in Metern. (B)

Andrea steht in einer horizontalen Entfernung von a Metern vor dem Modell des Donauturms. Sie sieht die Spitze dieses Modells unter dem Höhenwinkel α. Ihre Augen befinden sich dabei in einer Höhe von 1,5 m über dem Boden.

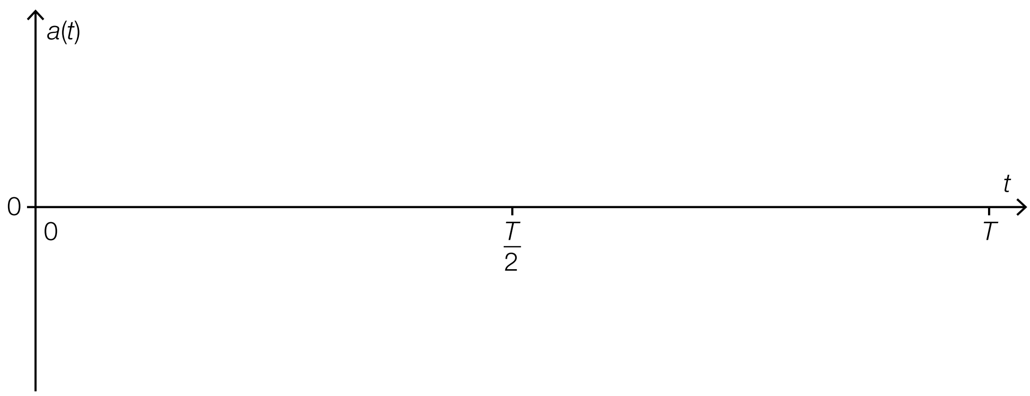
– Stellen Sie aus a und α eine Formel zur Berechnung der Höhe H (in Metern) des Modells des Donauturms auf. (A)

H = ______________________________

Durch Minimundus fährt ein kleiner Zug. Der Graph der quadratischen Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v dieses kleinen Zuges ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



– Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen Beschleunigung-Zeit-Funktion a im nachstehenden Koordinatensystem. (A)



– Geben Sie den Funktionstyp der Weg-Zeit-Funktion s des kleinen Zuges an. Begründen Sie Ihre Entscheidung. (R)

Möglicher Lösungsweg:

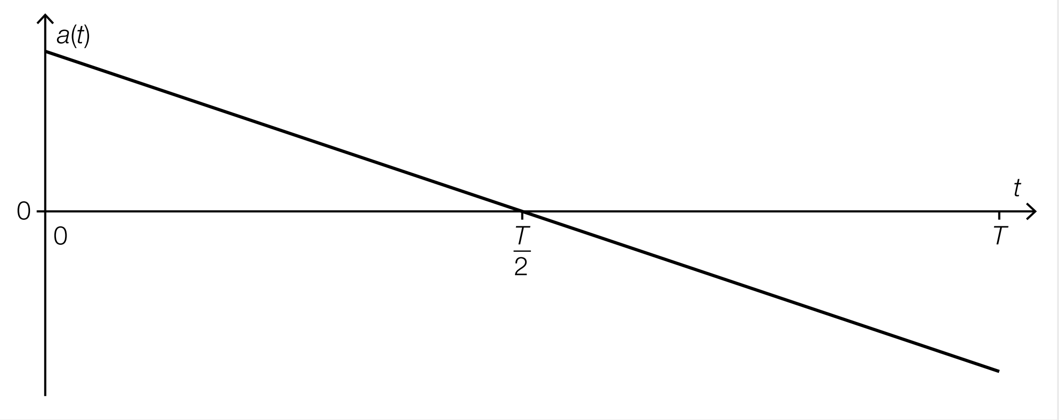
(B): $5{,}44 \cdot 25 = 136$

Die Höhe des zugehörigen Bauwerks beträgt 136 m.

(A): $\tan(\alpha) = \frac{H - 1{,}5}{a}$

$H = 1{,}5 + a \cdot \tan(\alpha)$

(A):



Es muss eine fallende Gerade mit der Nullstelle $t = \frac{T}{2}$ *erkennbar sein.*

(R): Da s eine Stammfunktion der quadratischen Funktion v ist, handelt es sich bei s um eine Polynomfunktion 3. Grades.

2) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Straßenbahn in einer bestimmten Stadt klimatisiert ist, beträgt $\frac{1}{3}$.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den nachstehenden Ausdruck gegeben ist.

$P(E) = \binom{10}{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$ (R)

Herr Hofer fährt innerhalb einer Woche 15-mal mit der Straßenbahn.

– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

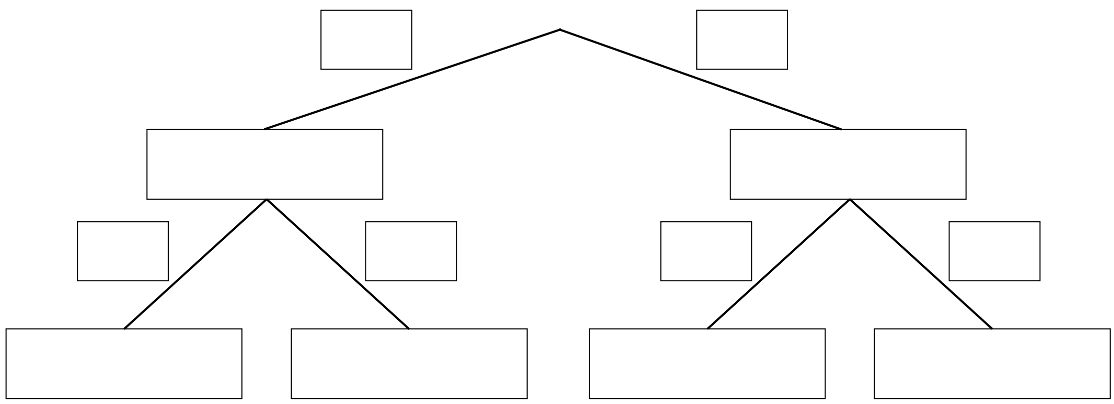
$15 \cdot \frac{1}{3} = 5$ (R)

Herr Obermayer fährt auf dem Weg zu seinem Arbeitsplatz hintereinander mit 3 verschiedenen U-Bahn-Zügen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter U-Bahn-Zug klimatisiert ist, beträgt 50 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er dabei mit mindestens 1 klimatisierten U-Bahn-Zug fährt. (B)

Frau Mayerhofer benützt auf dem Weg zu ihrem Arbeitsplatz zuerst eine Straßenbahn, die mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ klimatisiert ist. Danach benützt sie eine U-Bahn, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % klimatisiert ist.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es diesen Sachverhalt beschreibt. (A)



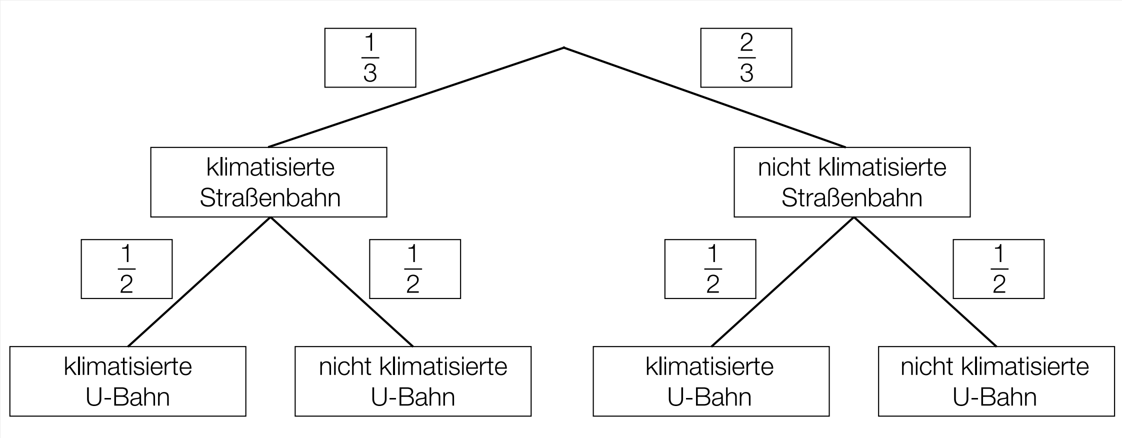
Möglicher Lösungsweg:

(R): Von 10 zufällig ausgewählten Straßenbahnen sind genau 5 klimatisiert.

(R): Der Erwartungswert für die Anzahl der Fahrten mit einer klimatisierten Straßenbahn beträgt 5.

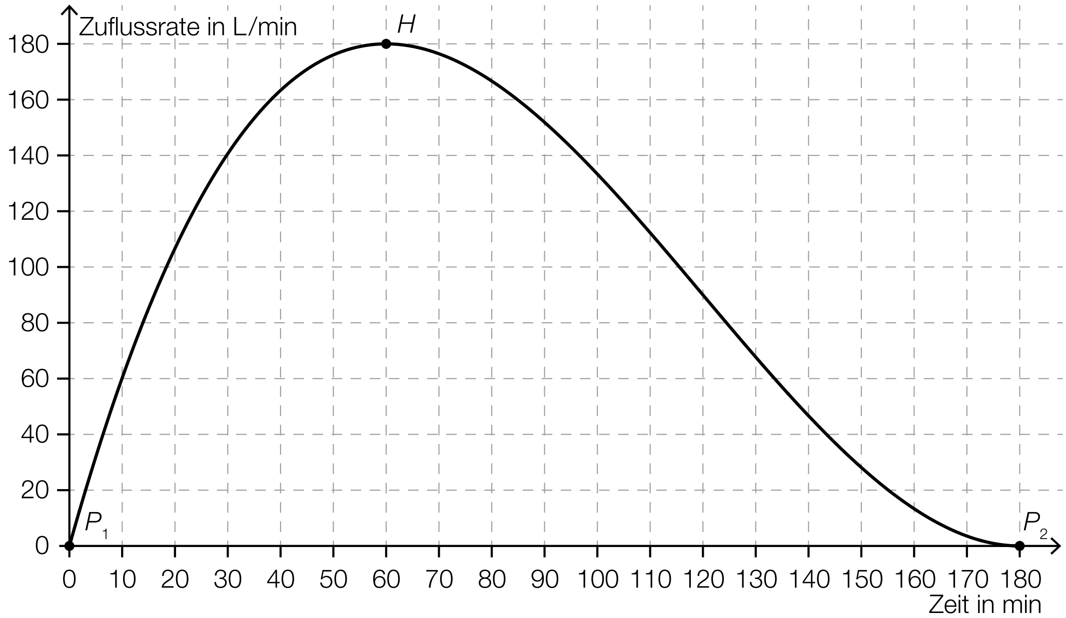
(B): $1 - 0{,}5^3 = 0{,}875 = 87{,}5\ \%$

(A):



3) Bei Regen fließt Wasser über eine Zuleitung in einen geschlossenen Auffangbehälter.

In der nachstehenden Abbildung ist die Zuflussrate des Wassers, das während eines Regens in den Auffangbehälter fließt, grafisch dargestellt.



Die dargestellte Zuflussrate kann für das Zeitintervall [0; 180] in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise durch eine Polynomfunktion 3. Grades f mit $f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$ beschrieben werden.

– Ermitteln Sie mithilfe der Punkte P_1, P_2 und des Hochpunkts H die Koeffizienten von f. (B)

– Lesen Sie aus der obigen Abbildung denjenigen Zeitpunkt ab, zu dem das Volumen des bis dahin zugeflossenen Wassers im Auffangbehälter am größten ist. (R)

Nach dem Regen befinden sich 18225 L Wasser im Auffangbehälter. Dieser Behälter hat die Form eines Zylinders mit dem Durchmesser $d = 3$ m.

– Berechnen Sie, wie hoch das Wasser in diesem Auffangbehälter steht. (B)

Der mit 18225 L Wasser befüllte Auffangbehälter wird mit einer konstanten Abflussrate von 500 L/h entleert. Das Wasservolumen im Auffangbehälter in Litern in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden wird durch eine Funktion V beschrieben.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung für V auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn der Entleerung. (A)

Möglicher Lösungsweg:

(B): $f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$
$f'(t) = 3 \cdot a \cdot t^2 + 2 \cdot b \cdot t + c$

$f(0) = 0$
$f(60) = 180$
$f(180) = 0$
$f'(60) = 0$

oder:

$d = 0$
$a \cdot 60^3 + b \cdot 60^2 + c \cdot 60 + d = 180$
$a \cdot 180^3 + b \cdot 180^2 + c \cdot 180 + d = 0$
$3 \cdot a \cdot 60^2 + 2 \cdot b \cdot 60 + c = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{1}{4800} = 0{,}000208\dot{3}$
$b = -\frac{3}{40} = -0{,}075$
$c = \frac{27}{4} = 6{,}75$
$d = 0$

(R): $t = 180$ min

(B): 18225 L = 18225 dm^3 = 18,225 m^3
$18{,}225 = 1{,}5^2 \cdot \pi \cdot h$
$h = 2{,}578...$
Das Wasser steht im Auffangbehälter rund 2,58 m hoch.

(A): $V(t) = 18225 - 500 \cdot t$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin/vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

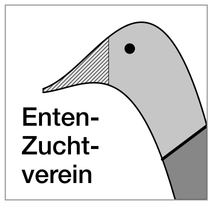
Beurteilungsschlüssel:

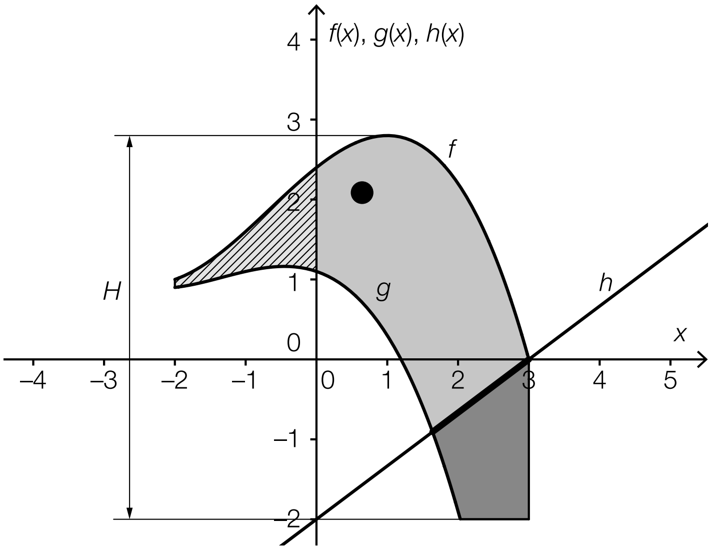
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin/vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Für einen Enten-Zuchtverein wird ein neues Logo entworfen.
Zur Modellierung werden die Funktionen f, g und h verwendet (siehe nachstehende Abbildung).





$f(x) = -0{,}1 \cdot x^3 - 0{,}2 \cdot x^2 + 0{,}7 \cdot x + 2{,}4$ mit $-2 \leq x \leq 3$
$g(x) = -0{,}1 \cdot x^3 - 0{,}4 \cdot x^2 - 0{,}3 \cdot x + 1{,}1$ mit $-2 \leq x \leq 2$

– Berechnen Sie H. (B)

– Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche. (B)

Die lineare Funktion h hat an der Stelle 3 eine Nullstelle und schneidet die senkrechte Achse bei –2.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung für h auf. (A)

– Lesen Sie aus der obigen Abbildung das größtmögliche Intervall ab, für das gilt:
$f'(x) < 0$ und $f''(x) < 0$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $f'(x) = 0$ *oder* $-0{,}3 \cdot x^2 - 0{,}4 \cdot x + 0{,}7 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\left(x_1 = -\frac{7}{3}\right)$
$x_2 = 1$
$H = 2 + f(x_2) = 2 + 2{,}8 = 4{,}8$

(B): $\int_{-2}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x = \frac{17}{15} = 1{,}1\dot{3}$

(A): $h(x) = \frac{2}{3} \cdot x - 2$

(R):]1; 3]

2) Die Bauzeit für einen bestimmten Gebäudetyp kann näherungsweise als normalverteilt angenommen werden.

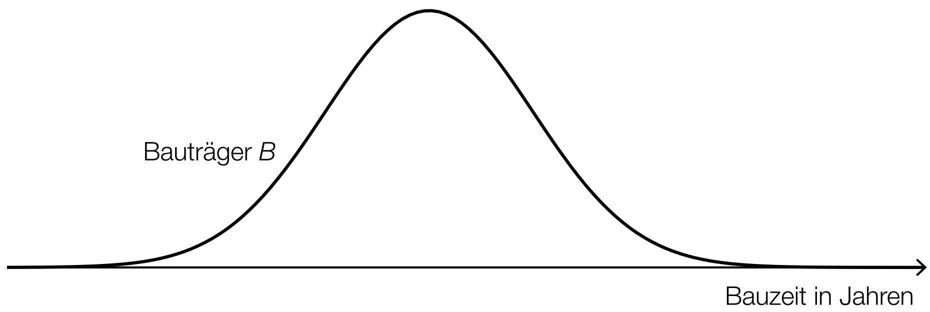
Bauträger *A* gibt an: Erwartungswert $\mu = 4$ Jahre, Standardabweichung $\sigma = 0{,}5$ Jahre

– Ermitteln Sie für Bauträger *A* die Wahrscheinlichkeit, dass die Bauzeit mehr als 5 Jahre beträgt. (B)

Bauträger *B* gibt an: Erwartungswert $\mu = 5$ Jahre, Standardabweichung $\sigma = 1$ Jahr

– Ermitteln Sie für Bauträger *B* diejenige Bauzeit, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % überschritten wird. (B)

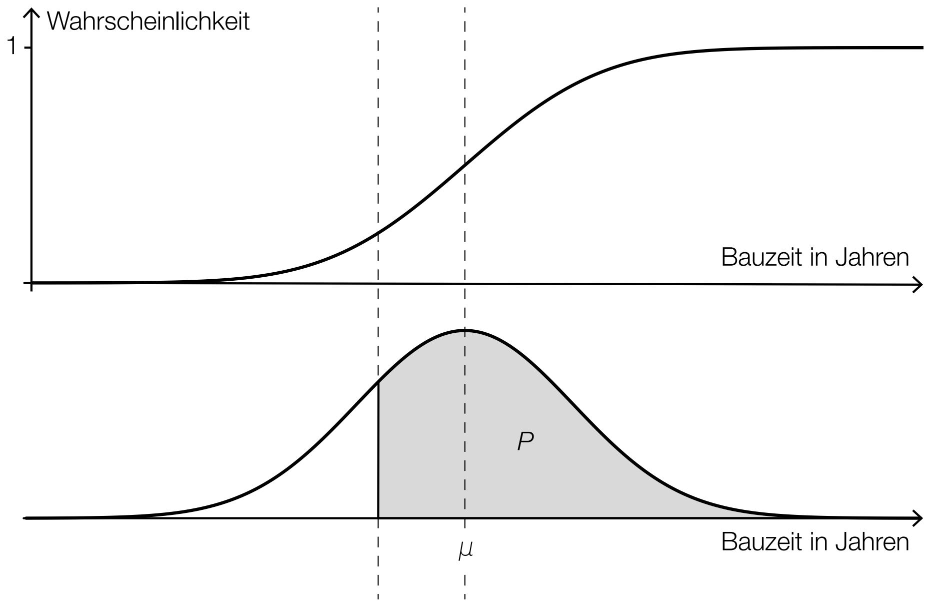
Bauträger *C* gibt für die Bauzeit einen höheren Erwartungswert, aber eine geringere Standardabweichung als Bauträger *B* an. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion der Bauzeit laut den Angaben des Bauträgers *B* dargestellt.



– Zeichnen Sie in der obigen Abbildung einen zu den Angaben des Bauträgers *C* passenden Graphen der Dichtefunktion ein. (A)

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Verteilungsfunktion und der Dichtefunktion der Bauzeiten von einem der drei Bauträger untereinander dargestellt. Dabei sind die horizontalen Achsen gleich skaliert.

In der Abbildung der Dichtefunktion ist eine bestimmte Wahrscheinlichkeit P grau markiert.



– Kennzeichnen Sie die entsprechende Wahrscheinlichkeit P in der Abbildung der Verteilungsfunktion. (R)

Möglicher Lösungsweg:

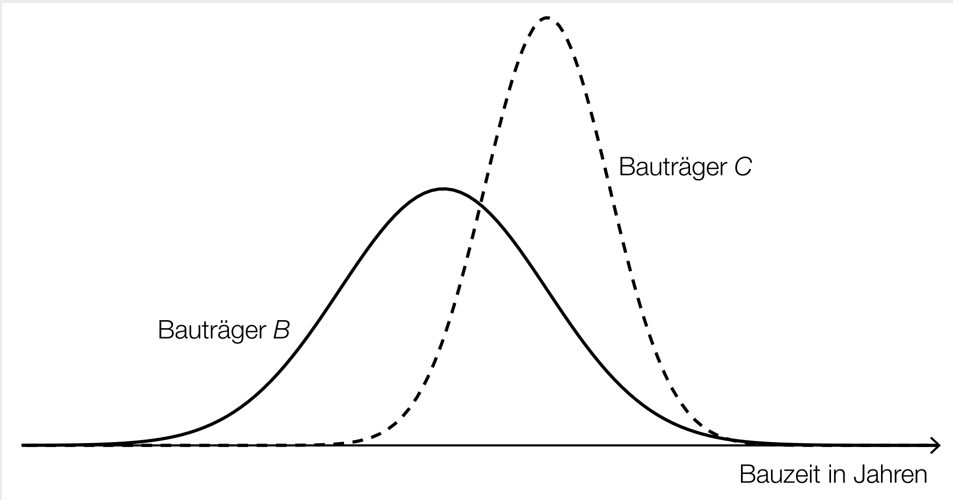
(B): X ... Bauzeit bei Bauträger A in Jahren

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X > 5) = 0{,}0227...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 2,3 %.

(B): Y ... Bauzeit bei Bauträger B in Jahren

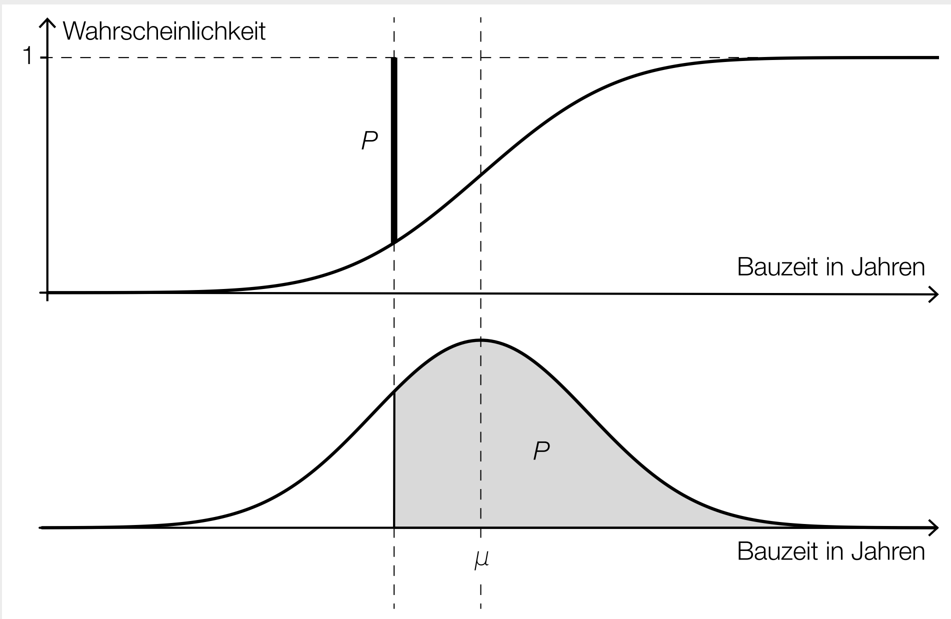
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(Y > a) = 0{,}9$
$a = 3{,}718...$
Die Bauzeit beträgt rund 3,72 Jahre.

(A):

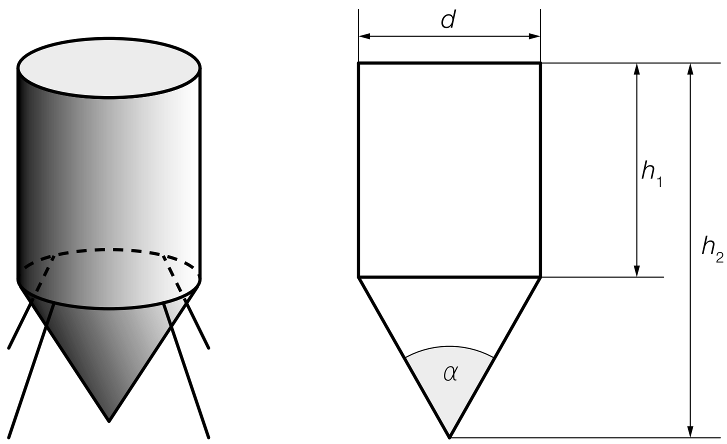


Die Gauß'sche Glockenkurve ist schmäler und höher. Die Maximumstelle ist weiter rechts.

(R):



3) In der nachstehenden Abbildung ist ein Wassertank, bestehend aus einem Drehzylinder und einem Drehkegel, dargestellt:



– Stellen Sie aus h_1, h_2 und d eine Formel zur Berechnung des Volumens V des Wassertanks auf. (A)

$V =$ ______________________________

Es gilt: $d = 2{,}0$ m, $h_1 = 4{,}5$ m, $h_2 = 6{,}0$ m

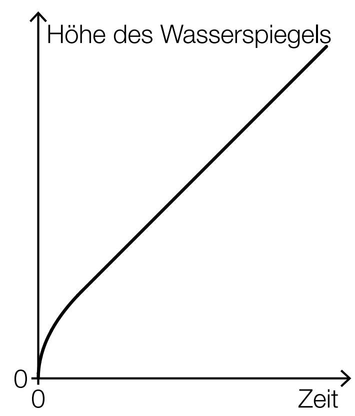
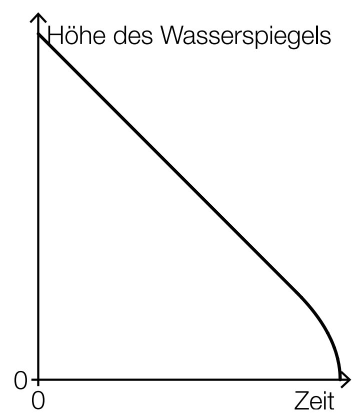
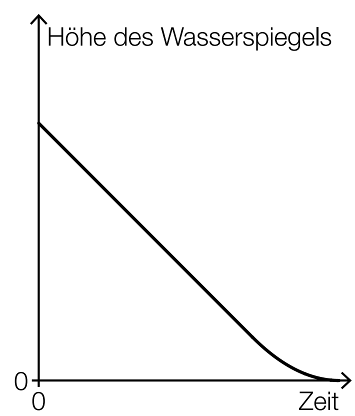
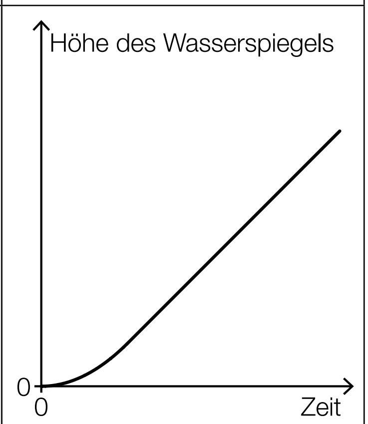
– Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel α. (B)

Die Zuflussrate des Wassers in m³/h in Abhängigkeit von der Zeit t wird durch eine Funktion f beschrieben.

– Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang:
$\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t$ mit $t_1 < t_2$ (R)

– Ordnen Sie den beiden Aussagen über den abgebildeten Wassertank jeweils den passenden Funktionsgraphen aus A bis D zu. *[2 zu 4]* (R)

Der leere Wassertank wird mit konstanter Zuflussrate mit Wasser befüllt.	
Der volle Wassertank wird mit konstanter Abflussrate entleert.	

A	
B	
C	
D	

Möglicher Lösungsweg:

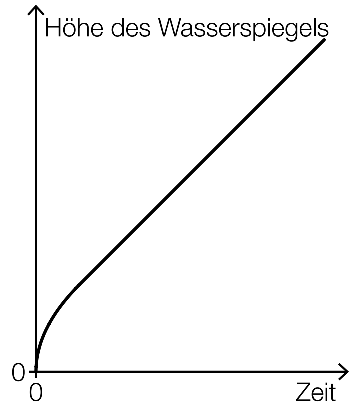
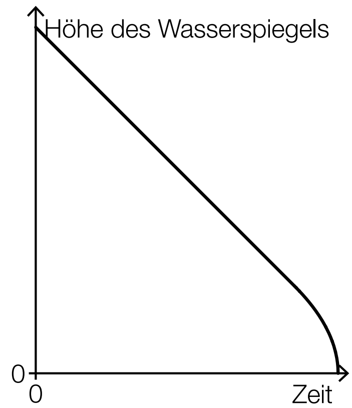
(A): $V = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot (h_2 - h_1)}{3} + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot h_1$

(B): $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{d}{2}}{h_2 - h_1} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 67{,}38\ldots°$

(R): Mit diesem Ausdruck wird das Volumen des zugeflossenen Wassers im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ berechnet.

(R):

Der leere Wassertank wird mit konstanter Zuflussrate mit Wasser befüllt.	A
Der volle Wassertank wird mit konstanter Abflussrate entleert.	B

A	
B	

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

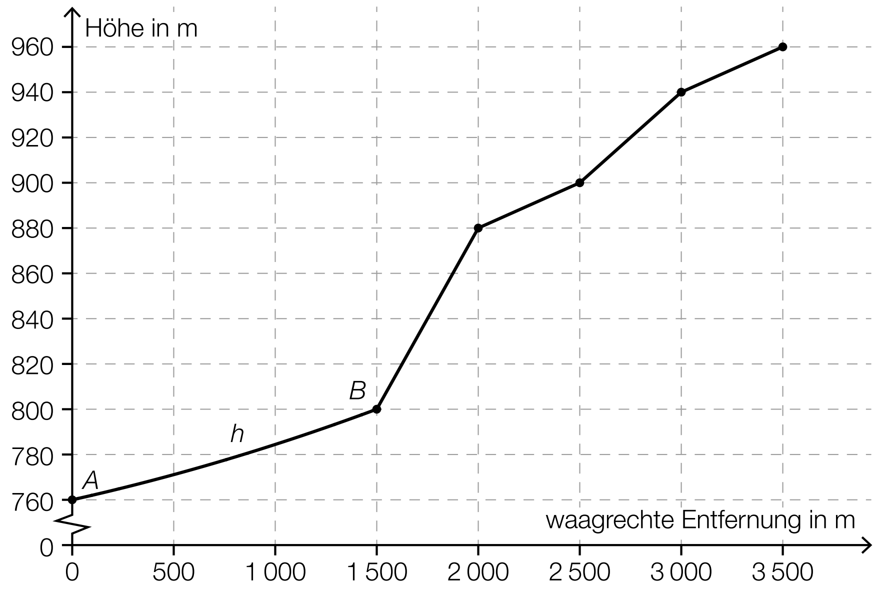
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend" lauten.

1) In der nachstehenden Abbildung ist das Höhenprofil einer Radtour dargestellt.
Zwischen den Punkten A und B lässt sich das Höhenprofil näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion h darstellen. Ab dem Punkt B lässt sich das Höhenprofil näherungsweise durch Geradenstücke darstellen.



– Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung die Steigung des steilsten Geradenstücks in Prozent. (R)

Die Funktion h hat die Form:

$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... waagrechte Entfernung vom Startpunkt in m
$h(x)$ ... Höhe bei der Entfernung x in m

Der Graph von h verläuft durch die Punkte $A = (0|760)$ und $B = (1\,500|800)$ und hat im Punkt A eine Steigung von 0,02.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion h. (A)

Die Funktionsgleichung von h lautet:

$$h(x) = \frac{1}{225\,000} \cdot x^2 + \frac{1}{50} \cdot x + 760$$

– Berechnen Sie die Steigung der Funktion h an der Stelle $x = 1\,200$ m. (B)

– Zeigen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion h positiv gekrümmt ist. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(R): $\frac{880 - 800}{2\,000 - 1\,500} = 0{,}16$

Die Steigung beträgt 16 %.

(A): $h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$h(0) = 760$
$h'(0) = 0{,}02$
$h(1\,500) = 800$

oder:

$c = 760$
$b = 0{,}02$
$1\,500^2 \cdot a + 1\,500 \cdot b + c = 800$

(B): $h'(x) = \frac{1}{112\,500} \cdot x + \frac{1}{50}$

$h'(1\,200) = \frac{23}{750} = 0{,}030\dot{6}$

(R): $h''(x) = \frac{1}{112\,500} > 0$

Da die 2. Ableitung positiv ist, ist die Funktion positiv gekrümmt.

2) *Roulette* ist ein Spiel, bei dem eine Gewinnzahl mithilfe einer rollenden Kugel ermittelt wird. Dabei kann bei jedem Spiel auf eine der 37 Zahlen von 0 bis 36 gesetzt werden. Bei jedem Spiel fällt die Kugel mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf eine dieser Zahlen.

Bildquelle: Ralf Roletschek – own work, CC BY-SA 3.0, https://de.wikipedia.org/wiki/Roulette#/media/File:13-02-27-spielbank-wiesbaden-by-RalfR-093.jpg [06.03.2019].

Ein Spieler setzt 20-mal hintereinander auf die Zahl „26".

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel dabei mindestens 2-mal auf diese Zahl fällt. (B)

Auf einem Roulette-Tisch wird 500-mal hintereinander gespielt. Dabei ist die Kugel 20-mal auf die Zahl „13" gefallen.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob der Wert 20 dem Erwartungswert für die Häufigkeit des Auftretens dieser Zahl entspricht. (R)

Die Kugel bewegt sich zunächst auf einer Kreisbahn. Der Radius der Kreisbahn beträgt r Zentimeter. Die Kugel benötigt für einen Umlauf z Sekunden.

– Stellen Sie aus r und z eine Formel zur Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit v der Kugel in m/s auf. (A)

$v =$ ____________________

Beim Roulette kann auf die Farbe „Rot" gesetzt werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass man beim Setzen auf die Farbe „Rot" gewinnt, beträgt $\frac{18}{37}$.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$P(E) = \sum_{k=0}^{10} \binom{30}{k} \cdot \left(\frac{18}{37}\right)^k \cdot \left(\frac{19}{37}\right)^{30-k}$ (R)

Möglicher Lösungsweg:

(B): Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = \frac{1}{37}$

X ... Anzahl der Spiele, bei denen die Kugel auf die Zahl „26“ fällt

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 2) = 0{,}1007...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 10,1 %.

(R): $\mu = n \cdot p = 500 \cdot \frac{1}{37} = 13{,}5...$

Der Erwartungswert beträgt also nicht 20.

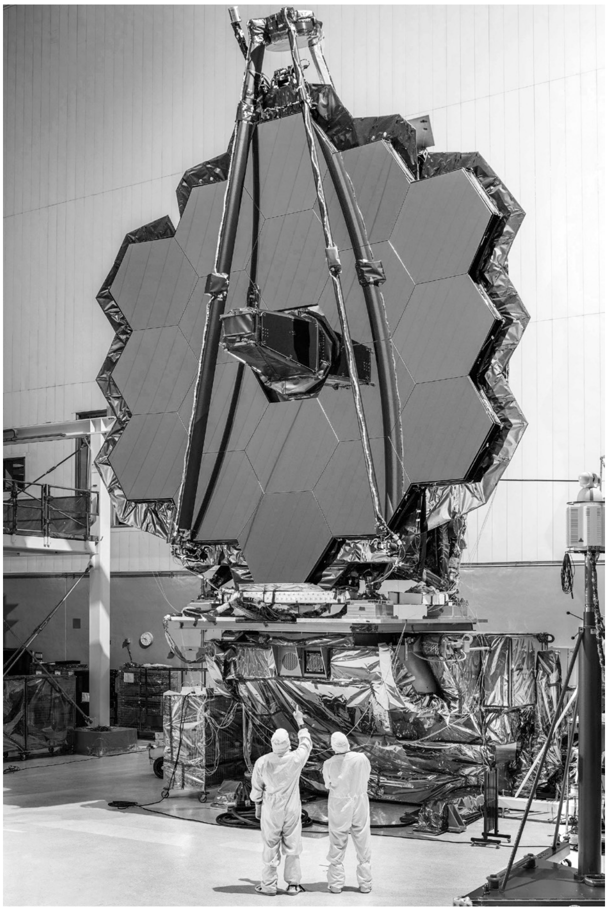
(A): $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{100}}{z}$

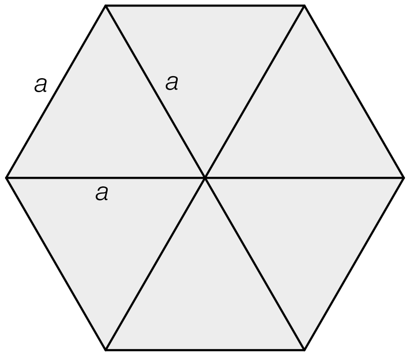
(R): E ... beim Setzen auf die Farbe „Rot“ gewinnt man bei 30 Spielen höchstens 10-mal

3) Die voraussichtlichen Baukosten des 6,2 Tonnen schweren *James Webb Space Telescope* (JWST) betragen 8,8 Milliarden Euro.
Man nimmt an, dass die Transportkosten ins Weltall € 12.000 pro Kilogramm des JWST betragen werden.

– Berechnen Sie die Summe aus Baukosten und Transportkosten in Milliarden Euro. (B)

Der Spiegel des JWST hat einen Flächeninhalt von insgesamt 25 m². Er besteht aus 18 gleich großen Modulen. Jedes dieser Module hat die Form eines regelmäßigen Sechsecks. Ein solches Sechseck besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken (siehe nachstehende Abbildungen).

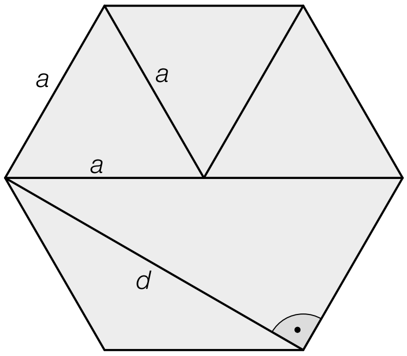




Bildquelle: NASA Goddard Space Flight Center / Chris Gunn from Greenbelt, MD, USA, CC BY 2.0, https://de.wikipedia.org/wiki/James-Webb-Weltraumteleskop#/media/File:James_Webb_Space_Telescope_Mirrors_Will_Piece_Together_Cosmic_Puzzles_(30108124923).jpg [06.03.2019].

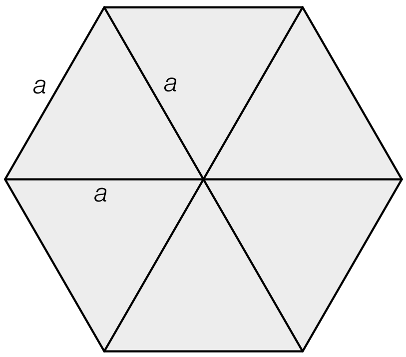
– Berechnen Sie die Seitenlänge *a* eines Sechsecks in Metern. (B)

– Stellen Sie aus a eine Formel zur Berechnung von d auf (siehe nachstehende Abbildung). (A)



$d =$ ____

– Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung ein Dreieck mit den Seitenlängen a und x und einem Winkel von 60° ein, für das der folgende Zusammenhang gilt:
$\sin(60°) = \frac{x}{a}$ (R)



Möglicher Lösungsweg:

(B): $8{,}8 \cdot 10^9 + 6\,200 \cdot 12\,000 = 8{,}874... \cdot 10^9$

Die Summe aus Baukosten und Transportkosten beträgt rund 8,87 Milliarden Euro.

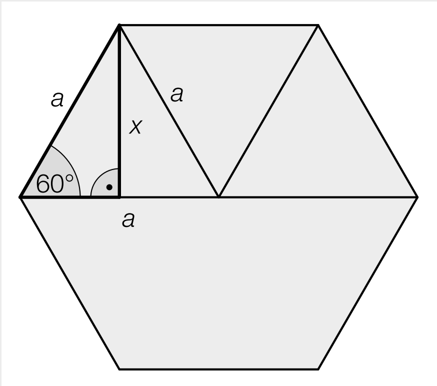
(B): $A_{\text{Sechseck}} = \frac{25}{18}\ \text{m}^2$

$\frac{25}{18} = 6 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}731...$

Die Seitenlänge a beträgt rund 0,73 m.

(A): $d = \sqrt{3} \cdot a$

(R):



Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

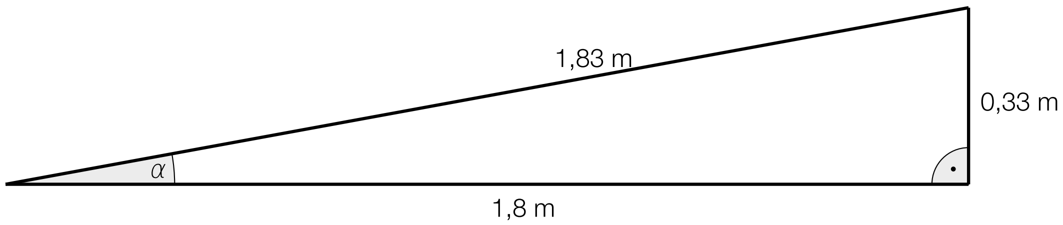
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

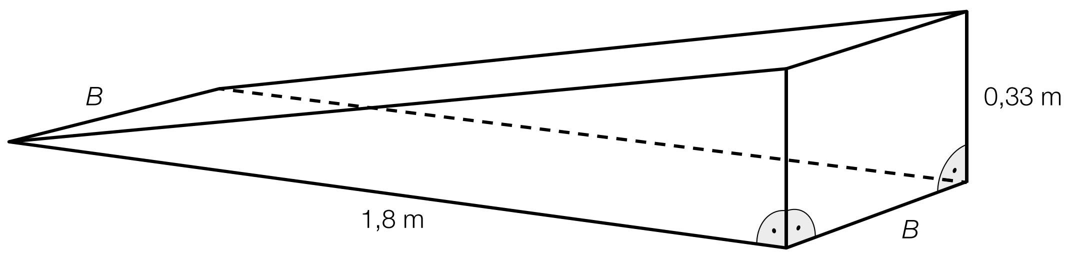
1) Vor einem Eingang wird eine Rampe gebaut. Die Rampe hat in der Ansicht von der Seite die Form eines rechtwinkeligen Dreiecks (siehe nachstehende Abbildung).



– Zeigen Sie rechnerisch, dass das obige Dreieck tatsächlich rechtwinkelig ist. (R)

– Berechnen Sie den Steigungswinkel α dieser Rampe. (B)

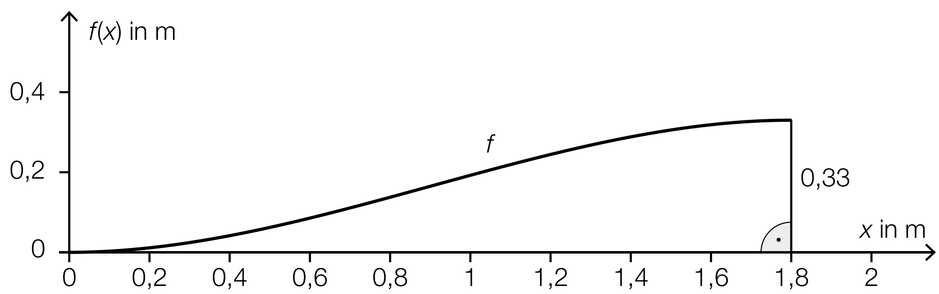
Diese Rampe (siehe nachstehende Abbildung) wird aus Beton gefertigt und hat die Masse m_R in Kilogramm.
Die Dichte des verwendeten Betons beträgt $\varrho_{Beton} = 2\,400$ kg/m³.
Die Masse m ist das Produkt aus Volumen V und Dichte ϱ, also $m = V \cdot \varrho$.



– Stellen Sie aus m_R eine Formel zur Berechnung der Breite B dieser Rampe in Metern auf. (A)

$B =$ ____________________________

Die nachstehende Abbildung zeigt das Modell für eine andere Rampe in der Ansicht von der Seite.



$f(x) = -\frac{55}{486} \cdot x^3 + \frac{11}{36} \cdot x^2$ mit $0 \leq x \leq 1{,}8$

Der Bauherr gibt für die Rampe eine maximale Steigung von 25 % vor.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob die Vorgabe hinsichtlich der maximalen Steigung erfüllt ist. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(R): Es muss gelten: $1{,}8^2 + 0{,}33^2 = 1{,}83^2$

$1{,}8^2 + 0{,}33^2 = 3{,}3489$

$1{,}83^2 = 3{,}3489$

Somit ist das Dreieck rechtwinkelig.

(B): $\tan(\alpha) = \frac{0{,}33}{1{,}8} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 10{,}38...°$

Der Steigungswinkel beträgt rund 10,4°.

(A): $m_{\mathrm{R}} = V \cdot \varrho_{\mathrm{Beton}}$

$$m_{\mathrm{R}} = \frac{1{,}8 \cdot 0{,}33 \cdot B}{2} \cdot 2\,400$$

$$B = \frac{m_{\mathrm{R}} \cdot 2}{1{,}8 \cdot 0{,}33 \cdot 2\,400} = 0{,}0014... \cdot m_{\mathrm{R}}$$

(R): An der Wendestelle $x = 0{,}9$ hat die Funktion f die maximale Steigung.

$f'(0{,}9) = 0{,}275$

Dies entspricht einer Steigung von 27,5 %. Daher ist die Vorgabe nicht erfüllt.

2) Bei Zahlungen mittels Online-Banking benötigt man eine *Transaktionsnummer*, kurz *TAN* genannt.

Bei Bank *A* besteht die TAN aus *n* Zeichen. Ein Zeichen kann dabei eine Ziffer von 0 bis 9 oder einer der 26 Kleinbuchstaben des Alphabets sein. Für die Erstellung einer TAN werden die Zeichen unabhängig voneinander ausgewählt. Jedes Zeichen kann dabei auch mehrfach in einer TAN vorkommen.

– Stellen Sie aus *n* eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf. (A)

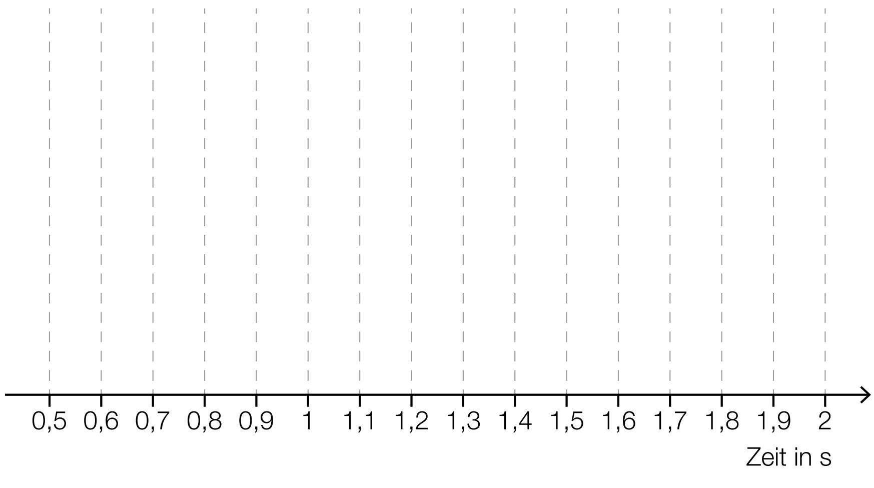
P(„die n-stellige TAN besteht nur aus Kleinbuchstaben“) = ______________________________

Bei Bank *B* besteht eine TAN aus 4 Ziffern, wobei jede Ziffer von 0 bis 9 in einer TAN nur einmal vorkommen darf. Für die Erstellung einer TAN werden die Zeichen nacheinander zufällig ausgewählt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine nach den Kriterien von Bank *B* erstellte TAN „8012“ lautet. (B)

Die Zeit zwischen dem Anfordern einer TAN und dem Erhalt der TAN auf dem Handy ist bei einer bestimmten Bank näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1{,}2$ s und der Standardabweichung $\sigma = 0{,}2$ s.

– Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion. (B)



Die Verteilungsfunktion der normalverteilten Zufallsvariablen *X*, die die Zeit zwischen dem Anfordern und dem Erhalt einer TAN in Sekunden angibt, wird mit *F* bezeichnet.

– Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet wird:

$P(E) = F(1{,}6) - F(0{,}8)$ (R)

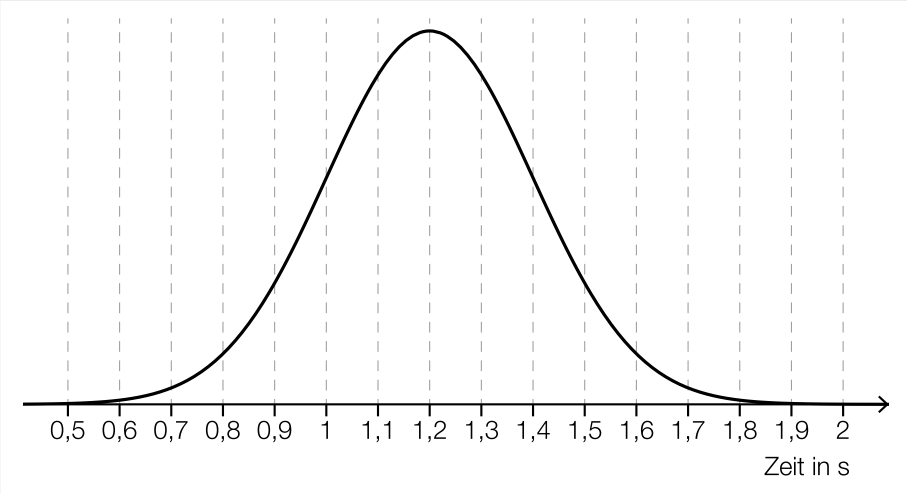
Möglicher Lösungsweg:

(A): $P(„\text{die } n\text{-stellige TAN besteht nur aus Kleinbuchstaben}“) = \left(\frac{26}{36}\right)^n$

(B): $P(„\text{die TAN lautet 8012}“) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} = 0{,}000198...$

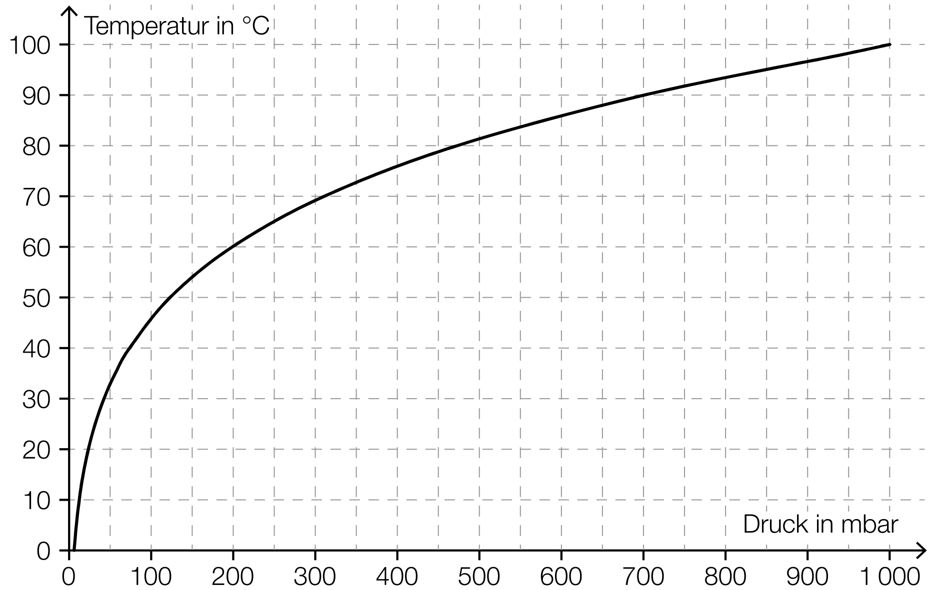
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,02 %.

(B):



(R): E ... die Zeit zwischen dem Anfordern und dem Erhalt einer TAN liegt zwischen 0,8 s und 1,6 s

3) In der nachstehenden Abbildung ist die Siedetemperatur von Wasser in Grad Celsius in Abhängigkeit vom Druck in Millibar (mbar) dargestellt.



– Interpretieren Sie mithilfe der obigen Abbildung die Bedeutung des Ergebnisses der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{100\text{ °C} - 60\text{ °C}}{1\,000\text{ mbar} - 200\text{ mbar}} = 0{,}05\ \frac{\text{°C}}{\text{mbar}}$$ (R)

Die Siedetemperatur von Wasser ist unter anderem vom Luftdruck abhängig.
Der Luftdruck kann in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel (Seehöhe) näherungsweise durch die Funktion p beschrieben werden.

$p(h) = 1\,000 \cdot e^{-0{,}126 \cdot h}$

h ... Seehöhe in km
$p(h)$ ... Luftdruck bei der Seehöhe h in mbar

Damit ein Eidotter beim Kochen in Wasser fest werden kann, ist ein Luftdruck von mindestens 560 mbar nötig.

– Berechnen Sie, bis zu welcher Seehöhe ein Eidotter beim Kochen in Wasser fest werden kann. (B)

Franz behauptet: „Der Parameter –0,126 bedeutet, dass der Luftdruck pro Kilometer um 12,6 % abnimmt.“

– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung richtig ist. (R)

Eine Faustregel lautet:
Die Siedetemperatur von Wasser nimmt pro 300 m Höhenzunahme um 1 °C ab.
Auf Höhe des Meeresspiegels liegt die Siedetemperatur bei 100 °C.

Die Siedetemperatur in Grad Celsius soll in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel in Metern beschrieben werden.

– Stellen Sie die zugehörige Funktionsgleichung auf. (A)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): Im Intervall [200 mbar; 1 000 mbar] steigt der Siedepunkt durchschnittlich um 0,05 °C pro Millibar Druckzunahme an.

(B): $560 = 1\,000 \cdot e^{-0{,}126 \cdot h}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$h = 4{,}6017...$

Bis zu einer Seehöhe von rund 4,6 km wird der Eidotter beim Kochen in Wasser fest.

(R): Abnahme des Luftdrucks pro Kilometer:
$1 - e^{-0{,}126} = 0{,}1183...$

Da die Abnahme rund 11,8 % beträgt, ist diese Behauptung falsch.

(A): h ... Höhe über dem Meeresspiegel in m
$T(h)$ ... Siedetemperatur bei der Seehöhe h in °C

$$T(h) = 100 - \frac{1}{300} \cdot h$$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin/vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

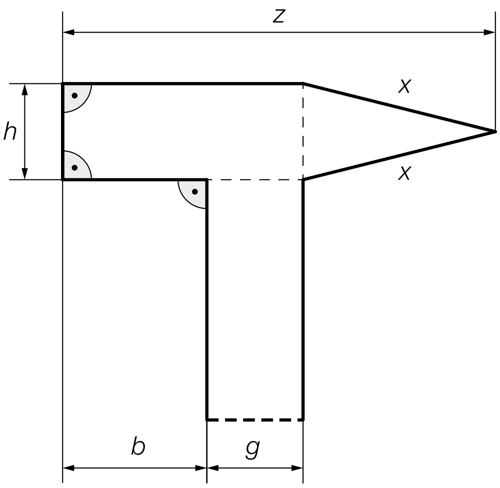
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin/vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Bei einem Geschicklichkeitsspiel schlägt man Nägel mit einem Hammer in einen Baumstamm.

In der nachstehenden (nicht maßstabgetreuen) Abbildung ist der Querschnitt des oberen Teils eines Hammers dargestellt.



– Stellen Sie aus h, z, b und g eine Formel für die Länge x auf. (A)

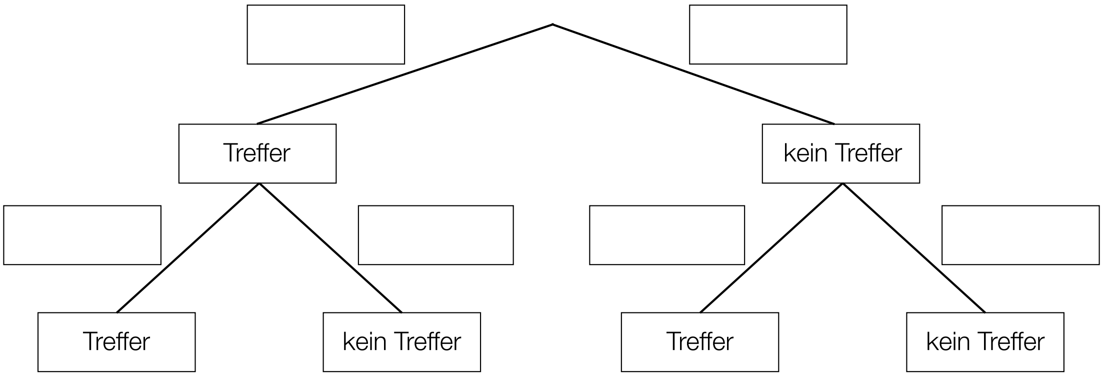
$x =$ ______________________________

Leo trifft seinen Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 40 %.
Max trifft seinen Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 %.
Tim trifft seinen Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer dieser Spieler seinen Nagel beim ersten Versuch trifft. (B)

Nejla trifft ihren Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit p.
Wenn der erste Versuch ein Treffer war, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Versuch ebenfalls ein Treffer ist, um 0,05 größer als p.
Wenn der erste Versuch kein Treffer war, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Versuch ein Treffer ist, um 0,05 kleiner als p.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



Bei einem Wettbewerb treten Teams, die aus mehreren Personen bestehen, gegeneinander an. Für jede Person wird notiert, nach wie vielen Versuchen der Nagel vollständig in den Baumstamm eingeschlagen ist.
Aus diesen absoluten Häufigkeiten werden das arithmetische Mittel und die Standardabweichung für jedes Team berechnet.
Aufgrund eines Regelverstoßes wird bei einem bestimmten Team bei jeder Person nachträglich ein Versuch dazugezählt.

– Geben Sie an, ob und wie sich dadurch für dieses Team das arithmetische Mittel bzw. die Standardabweichung ändert. (R)

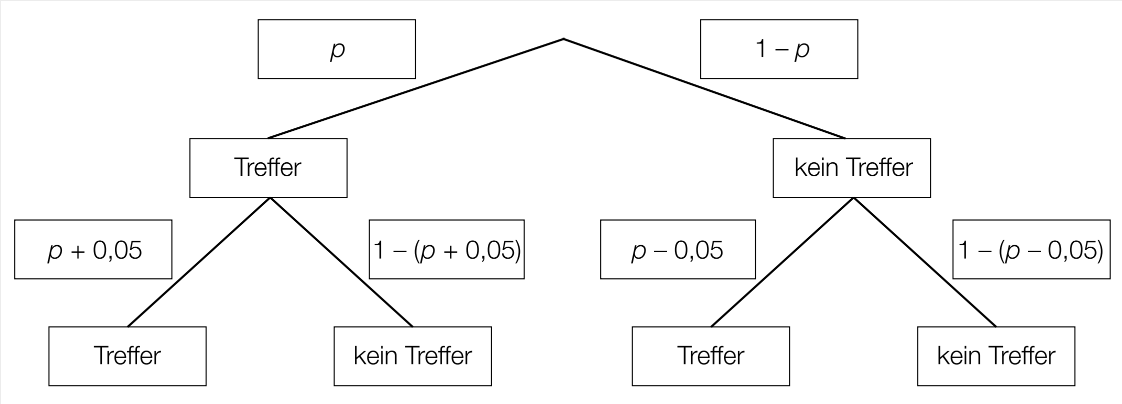
Möglicher Lösungsweg:

(A): $x = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + (z - b - g)^2}$

(B): P(„mindestens 1 Treffer“) = 1 – P(„kein Treffer“) = 1 – 0,6 · 0,7 · 0,8 = 0,664

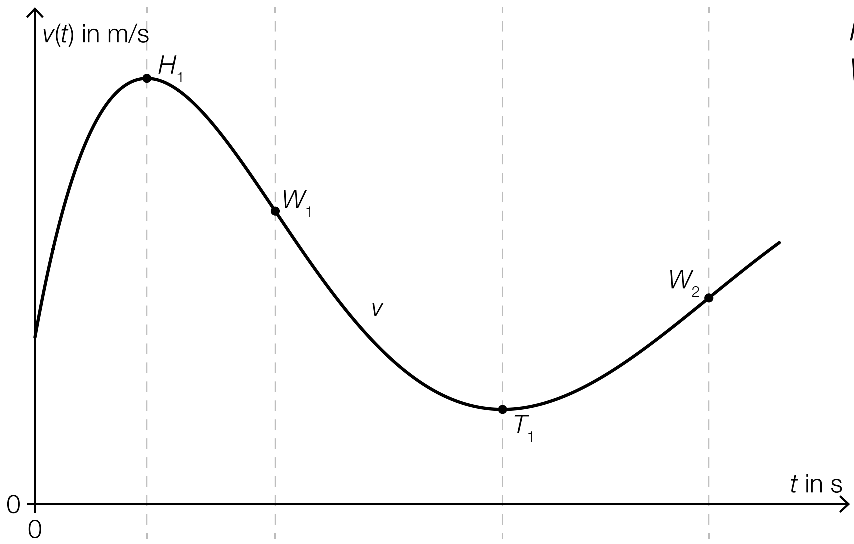
Die Wahrscheinlichkeit beträgt 66,4 %.

(A):



(R): Das arithmetische Mittel wird um 1 größer. Die Standardabweichung bleibt unverändert.

2) Ein Rennauto fährt auf einer Rennstrecke.
In der nachstehenden Abbildung ist das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für einen Teil dieser Fahrt dargestellt.



H_1, T_1 ... Extrempunkte
W_1, W_2 ... Wendepunkte

– Begründen Sie anhand der obigen Abbildung, warum die Funktion v keine Polynomfunktion 3. Grades sein kann. (R)

– Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem das zugehörige Beschleunigung-Zeit-Diagramm für diesen Teil der Fahrt unter Berücksichtigung der Punkte H_1, T_1, W_1 und W_2. (A)

– Stellen Sie mithilfe der Funktion v eine Formel für den zurückgelegten Weg s im Zeitintervall $[0; T]$ auf. (A)

$s =$ ____

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der die mittlere Geschwindigkeit des Rennautos in den ersten 10 Sekunden der Fahrt zutreffend beschreibt. *[1 aus 5]* (R)

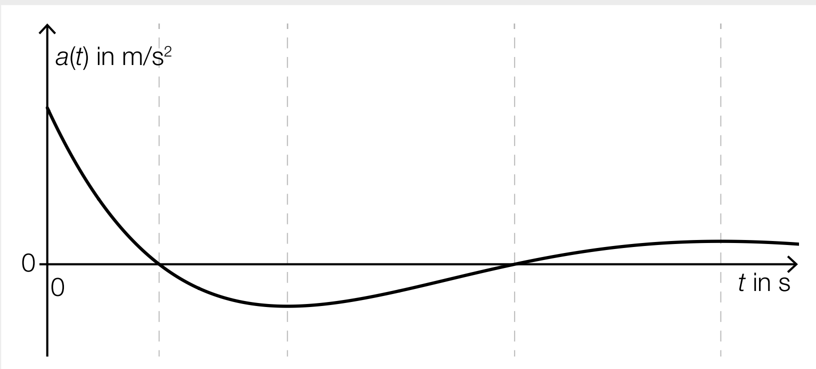
t ... Zeit in s
$a(t)$ ... Beschleunigung zur Zeit t in m/s²
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

$\frac{v(10) - v(0)}{10}$	☐
$\frac{a(10) - a(0)}{10}$	☐
$\frac{v'(10) - v'(0)}{10}$	☐
$\frac{s'(10) - s'(0)}{10}$	☐
$\frac{s(10) - s(0)}{10}$	☐

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): Da die Funktion v 2 Wendepunkte hat, kann es sich nicht um eine Polynomfunktion 3. Grades handeln.

(A):



(A): $s = \int_0^T v(t)\,\mathrm{d}t$

(R):

$\frac{s(10) - s(0)}{10}$	☒

3) Die jährlichen Zuwächse der Kollektorfläche von Sonnenkollektoren in Österreich wurden untersucht (siehe nachstehende Abbildung).

Jahr	Zuwachs der Kollektorfläche im jeweiligen Jahr in m²
2000	167 682
2001	169 147
2002	163 600
2003	176 820
2004	191 494
2005	243 075
2006	299 604
2007	289 681
2008	362 923
2009	364 887
2010	285 787
2011	249 240
2012	209 630
2013	181 650
2014	155 170
2015	137 740
2016	111 930

Datenquelle: Lasinger, Dietmar (Hrsg.): *Österreichs Wirtschaft im Überblick 2017/2018.* Wien: Österreichisches Gesellschafts- und Wirtschaftsmuseum 2017, S. 34.

Diese Zuwächse können von 2009 bis 2016 näherungsweise durch eine quadratische Funktion f modelliert werden.

$f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$

t ... Zeit in Jahren, $t = 0$ für das Jahr 2009
$f(t)$ ... Zuwachs der Kollektorfläche im Jahr t in m^2

Dazu werden die Werte aus dem Jahr 2009 und aus dem Jahr 2016 herangezogen. Die Funktion f soll an der Stelle $t = 7$ ihr Minimum annehmen.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten dieser quadratischen Funktion. (A)

Jemand behauptet: „Der Zuwachs im Jahr 2008 liegt um ungefähr gleich viel Prozent über jenem von 2012, wie der Zuwachs von 2012 über jenem von 2016 liegt."

– Zeigen Sie rechnerisch, dass diese Behauptung falsch ist. (B)

Im Zeitraum von 2000 bis 2016 wurden Sonnenkollektoren mit einem Flächeninhalt von insgesamt rund 3,76 km² verbaut.
Ein übliches Fußballfeld weist einen Flächeninhalt von 7 140 m² auf.

– Berechnen Sie, wie vielen Fußballfeldern diese Fläche der Sonnenkollektoren entspricht. (B)

Der Median der im obigen Balkendiagramm angegebenen Zuwächse wird berechnet.

– Begründen Sie, warum dieser Median genau einem Wert aus dem Balkendiagramm entsprechen muss. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(A): $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$
$f'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$

$f(0) = 364\,887$
$f(7) = 111\,930$
$f'(7) = 0$

oder:

$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 364\,887$
$a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c = 111\,930$
$2 \cdot a \cdot 7 + b = 0$

(B): $\frac{362\,923}{209\,630} = 1{,}731...$

$\frac{209\,630}{111\,930} = 1{,}872...$

Die prozentuellen Unterschiede betragen rund 73 % bzw. 87 %, die Behauptung ist also falsch.

(B): $3{,}76 \text{ km}^2 = 3\,760\,000 \text{ m}^2$

$\frac{3\,760\,000}{7\,140} = 526{,}61...$

Die Gesamtfläche der Sonnenkollektoren entspricht rund 526,6 Fußballfeldern.

(R): Da es sich um eine ungerade Anzahl an Werten handelt, muss der Median als mittlerer Wert der geordneten Liste dieser Werte einem der gegebenen Werte entsprechen.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 6
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

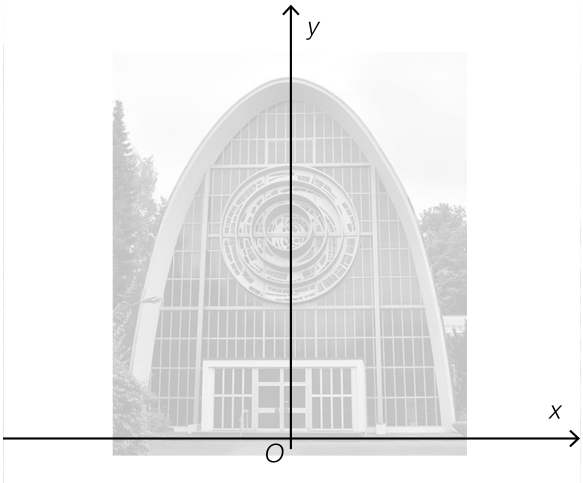
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend" lauten.

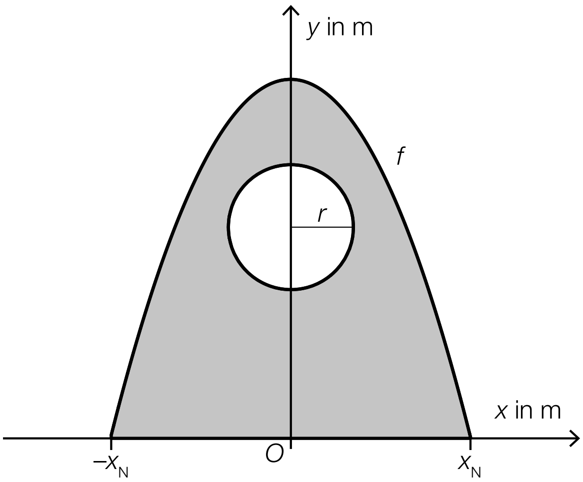
1) In der nachstehenden Abbildung ist die Frontseite der Kirche St. Hedwig (Oberursel in Deutschland) in einem Koordinatensystem dargestellt.



Bildquelle: Karsten11 – own work, public domain, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Oberursel,_Kirche_St._Hedwig,_Front.JPG [20.02.2019] (adaptiert).

Die obere Begrenzungslinie der Frontseite soll durch eine Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + c$ beschrieben werden.

– Geben Sie an, welche Vorzeichen die Koeffizienten a und c dabei haben müssen. (R)



Im oberen Teil der Frontseite der Kirche befindet sich ein kreisrundes Ornament mit dem Radius r.

– Stellen Sie aus x_N, r und der Funktion f eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf. (A)

A = ____

In einem Bauplan mit dem Maßstab 1 : 50 hat das kreisrunde Ornament einen Flächeninhalt von 171,6 cm².

– Berechnen Sie den tatsächlichen Flächeninhalt des kreisrunden Ornaments in Quadratmetern. (B)

Ein kreisrundes Ornament besteht aus mehreren Kreisen. Der Radius des zweiten Kreises beträgt $\frac{3}{4}$ des Radius des ersten Kreises.

– Zeigen Sie, dass für die Flächeninhalte A_1 und A_2 der beiden Kreise gilt:
$A_1 - A_2 = \frac{7}{16} \cdot A_1$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): Der Koeffizient a hat ein negatives Vorzeichen, der Koeffizient c hat ein positives Vorzeichen.

(A): $A = 2 \cdot \int_0^{x_N} f(x)\,\mathrm{d}x - r^2 \cdot \pi$

oder:

$A = \int_{-x_N}^{x_N} f(x)\,\mathrm{d}x - r^2 \cdot \pi$

(B): $A_{\text{Ornament}} = 171{,}6 \cdot 50^2 = 429\,000$

$429\,000\text{ cm}^2 = 42{,}9\text{ m}^2$

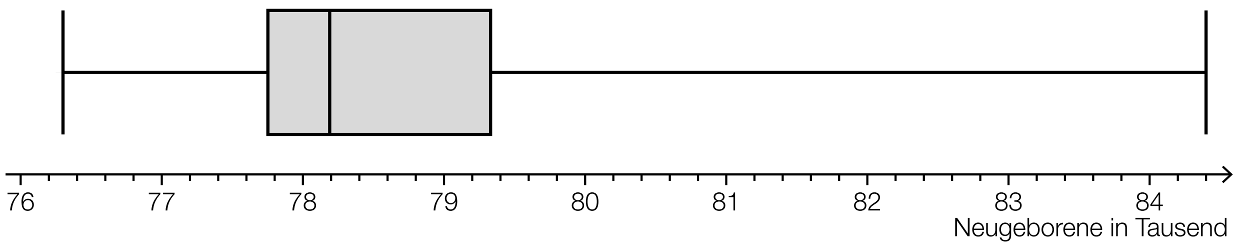
Der Flächeninhalt des kreisrunden Ornaments beträgt 42,9 m².

(R): $A_1 = r^2 \cdot \pi$

$A_2 = \left(\frac{3}{4} \cdot r\right)^2 \cdot \pi = \frac{9}{16} \cdot r^2 \cdot \pi = \frac{9}{16} \cdot A_1$

$\Rightarrow \quad A_1 - A_2 = \frac{7}{16} \cdot A_1$

2) Für den Zeitraum von 2005 bis 2015 wurde die Anzahl der Neugeborenen des jeweiligen Jahres in Österreich erhoben. Im nachstehenden Boxplot sind diese Daten zusammengefasst.



– Lesen Sie die Spannweite (in Tausend) aus dem obigen Boxplot ab. (R)

Jemand betrachtet den obigen Boxplot und behauptet:
„Der Bereich links vom Median ist viel kleiner als der Bereich rechts vom Median. Daher liegen im Bereich links vom Median weniger Daten als im Bereich rechts vom Median."

– Begründen Sie, warum diese Argumentation falsch ist. (R)

Das arithmetische Mittel der Anzahl der jährlich Neugeborenen von 2005 bis 2015 ist $\bar{x}$.

– Stellen Sie aus $\bar{x}$ eine Formel zur Berechnung der Gesamtanzahl G aller Neugeborenen von 2005 bis 2015 auf. (A)

G = ____

Im ersten Halbjahr 2016 betrug die Anzahl der Neugeborenen in Österreich 42 341.
Sie lag damit um rund 2,8 % über der Anzahl der Neugeborenen im ersten Halbjahr 2015.

– Berechnen Sie, wie viele Neugeborene es im ersten Halbjahr 2015 gab. (B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): $84{,}4 - 76{,}3 = 8{,}1$
Toleranzbereich: [8,0; 8,2]

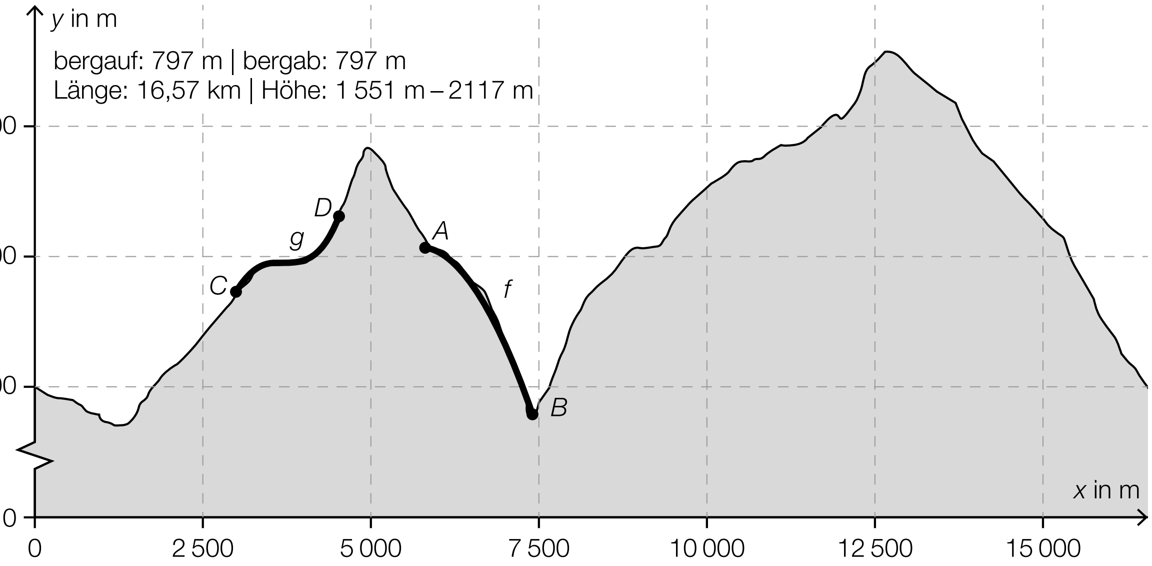
(R): Die Aussage ist falsch, da links und rechts vom Median immer gleich viele Daten der geordneten Liste liegen.

(A): $G = 11 \cdot \bar{x}$

(B): x ... Anzahl der Neugeborenen im ersten Halbjahr 2015

$42\,341 = 1{,}028 \cdot x$
$x = 41\,187{,}74...$
Es gab 41 188 Neugeborene.

3) Das Höhenprofil einer Skitour im Bereich der Koralpe ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt:



x ... horizontale Entfernung vom Ausgangspunkt in m
y ... Seehöhe bei der horizontalen Entfernung x in m

– Ermitteln Sie die mittlere Steigung im Intervall [8 750; 10 000] in Prozent. (B)

Das Höhenprofil zwischen den Punkten $A = (5800|1820)$ und $B = (7400|1570)$ kann näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion f beschrieben werden. Die Steigung der Funktion f im Punkt A beträgt –0,05.

– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion f. (A)

– Erklären Sie ausgehend vom Graphen von f, warum f' zwischen A und B keine Nullstellen hat. (R)

Das Höhenprofil zwischen den Punkten C und D kann näherungsweise durch die Funktion g beschrieben werden.

$$g(x) = \frac{1}{7500000} \cdot x^3 - \frac{131}{90000} \cdot x^2 + \frac{319}{60} \cdot x - 4700$$

x ... horizontale Entfernung vom Ausgangspunkt in m
g ... Seehöhe bei der horizontalen Entfernung x in m

– Berechnen Sie diejenige Stelle zwischen den Punkten C und D, an der die Steigung am kleinsten ist. (B)

Möglicher Lösungsweg:

(B): $\frac{1900-1800}{10000-8750} = 0{,}08$

Die mittlere Steigung beträgt rund 8 %.

Toleranzbereich: [5 %; 12 %]

(A): $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$f(5800) = 1820$
$f(7400) = 1570$
$f'(5800) = -0{,}05$

oder:

$5800^2 \cdot a + 5800 \cdot b + c = 1820$
$7400^2 \cdot a + 7400 \cdot b + c = 1570$
$2 \cdot 5800 \cdot a + b = -0{,}05$

(R): Im betrachteten Bereich hat die Funktion f keine waagrechte Tangente, daher hat f' dort keine Nullstellen.

(B): $g''(x) = 0$ *oder* $\frac{6}{7500000} \cdot x - \frac{262}{90000} = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x = 3638{,}\dot{8}$

Die Stelle mit der kleinsten Steigung liegt bei rund 3639 m.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 7
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) In einem Lehrvideo wird die Flugbahn eines Golfballs in einem horizontalen Gelände näherungsweise durch die Funktion h beschrieben:

$h(x) = -0{,}00006 \cdot x^3 - 0{,}0003 \cdot x^2 + 0{,}2 \cdot x$ mit $0 \leq x \leq 55{,}28$

x ... waagrechter Abstand vom Abschlagpunkt in m
$h(x)$ ... Höhe des Golfballs beim Abstand x in m

– Stellen Sie mithilfe von h eine Gleichung auf, mit der man berechnen kann, in welcher Entfernung vom Abschlagpunkt der Golfball eine Höhe von 80 cm hat. (A)

– Berechnen Sie den Steigungswinkel der Flugbahn im Abschlagpunkt. (B)

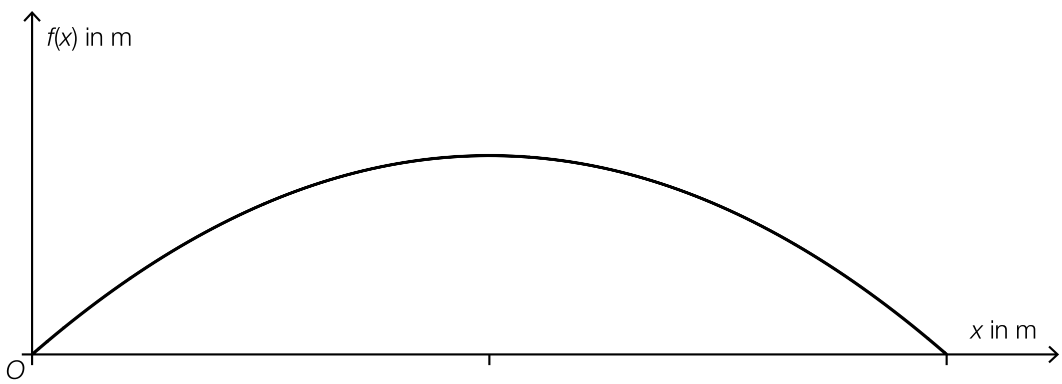
– Kreuzen Sie die richtige Aussage an. *[1 aus 5]* (B)

Die Funktion h' ist überall positiv.	☐
Die Funktion h'' ist eine lineare Funktion.	☐
Die Funktion h'' ist überall positiv.	☐
Die Funktion h'' ist monoton steigend.	☐
Die Funktion h' ist positiv gekrümmt.	☐

Martin schlägt vor, die Flugbahn des Golfballs mithilfe des Graphen einer quadratischen Funktion f zu modellieren (siehe nachstehende Abbildung):

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... waagrechter Abstand vom Abschlagpunkt in m
$f(x)$ ... Höhe des Golfballs beim Abstand x in m



Er behauptet:

für den Parameter a gilt: $a < 0$
für den Parameter c gilt: $c > 0$

– Argumentieren Sie, dass eine der beiden Behauptungen richtig und die andere falsch ist. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(A): $h(x) = \frac{80}{100}$

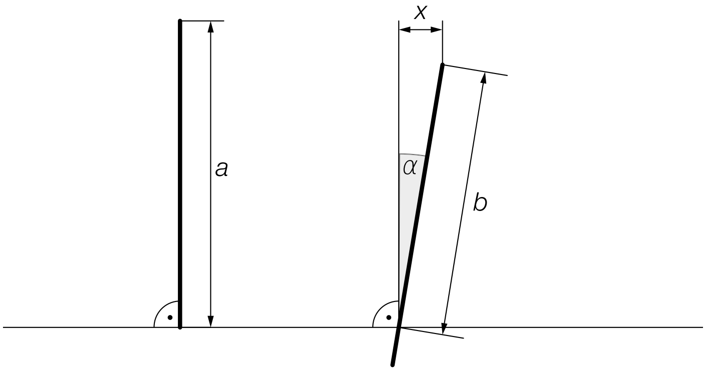
(B): $\arctan(h'(0)) = \arctan(0{,}2) = 11{,}3...°$

(B):

Die Funktion h'' ist eine lineare Funktion.	☒

(R): $a < 0$ ist richtig, da die Parabel nach unten geöffnet ist.
$c > 0$ ist falsch, da $c = f(0) = 0$ gilt.

2) Der *Millennium Tower* in San Francisco wurde im Jahr 2009 gebaut. Im Jahr 2016 stellte man fest, dass sich dieser gesenkt und zur Seite geneigt hat (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



– Stellen Sie aus x und b eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. (A)

$\alpha =$ ____

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel $\beta = 180° - \arccos\left(\frac{x}{b}\right)$. (R)

Folgende Werte wurden gemessen:

im Jahr 2009: $a = 196{,}60$ m
im Jahr 2016: $b = 196{,}20$ m, $x = 15$ cm

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent b kleiner als a ist. (B)

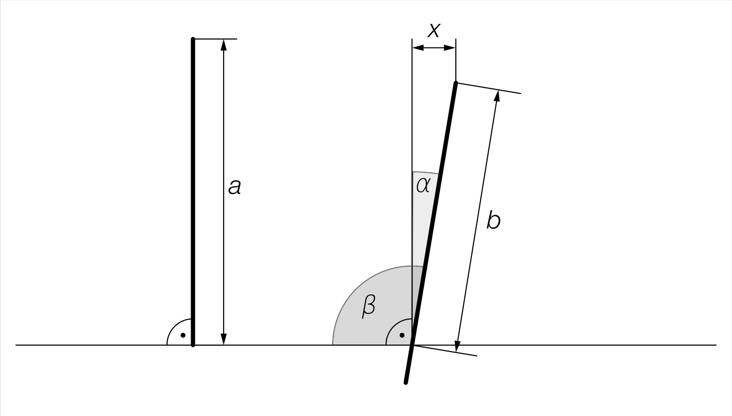
– Ergänzen Sie den fehlenden Wert für x. (A)

$x =$ __________ $\cdot 10^{-2}$ m

Möglicher Lösungsweg:

(A): $\alpha = \arcsin\left(\frac{x}{b}\right)$

(R):



(B): $\frac{196{,}20 - 196{,}60}{196{,}60} = -0{,}00203...$

b ist um rund 0,2 % kleiner als *a*.

(A): $x = 15 \cdot 10^{-2}$ m

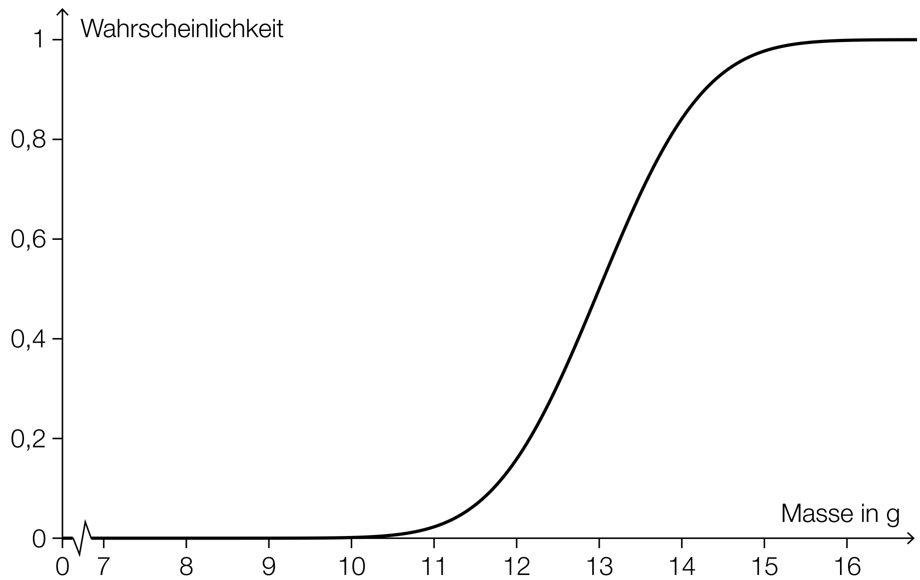
3) Eine Bäckerei stellt Kekse her. Die Masse der Kekse ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 13{,}0$ g und der Standardabweichung $\sigma = 1{,}0$ g.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig auswähltes Keks höchstens eine Masse von 11,5 g aufweist. (B)

– Ermitteln Sie denjenigen zum Erwartungswert μ symmetrischen Bereich, in dem die Masse eines zufällig ausgewählten Kekses mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % liegt. (B)

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Verteilungsfunktion der Masse der Kekse.

– Veranschaulichen Sie in dieser Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse eines zufällig ausgewählten Kekses zwischen 12 g und 14 g liegt. (A)



Erfahrungsgemäß beträgt für jedes Keks die Wahrscheinlichkeit, dass es bei der Herstellung zerbricht, konstant p.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit wie folgt berechnet werden kann:

$P(E) = 1 - (1 - p)^{10}$ (R)

Möglicher Lösungsweg:

(B): X ... Masse eines Kekses in g

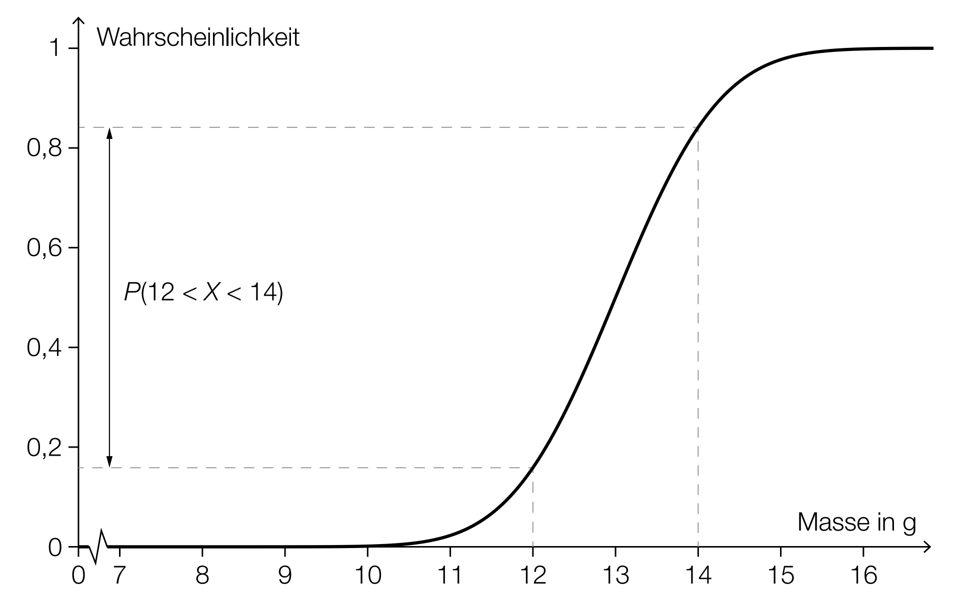
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 11{,}5) = 0{,}0668...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 6,7 %.

(B): $P(13 - a \leq X \leq 13 + a) = 0{,}95$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: [11,04... g; 14,95... g]

(A):



(R): E ... unter 10 zufällig ausgewählten Keksen ist mindestens 1 Keks zerbrochen

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 8
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Schätzungen zufolge gab es in Österreich zu Beginn des Jahres 2016 insgesamt 354 000 Bienenvölker, wobei ein Bienenvolk aus 60 000 Bienen besteht.

– Ergänzen Sie die nachstehende Berechnung für die Gesamtzahl der Bienen. (B)

$354\,000 \cdot 60\,000 =$ __________ $\cdot 10^6$

Ein Jahr später ist die Anzahl an Bienenvölkern um 23 % geringer. Das entspricht einer Abnahme um 81 420 Bienenvölker.

Die Anzahl an Bienenvölkern soll in Abhängigkeit von der Zeit t in verschiedenen Modellen beschrieben werden.

Modell A:
Es wird davon ausgegangen, dass die prozentuelle Abnahme in Bezug auf das jeweilige Vorjahr konstant bleibt.

– Erstellen Sie eine Gleichung der zu Modell A zugehörigen Funktion. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2016. (A)

Modell B:
Es wird davon ausgegangen, dass die absolute Abnahme pro Jahr konstant ist.

– Berechnen Sie, ausgehend vom Modell B, nach welcher Zeit es erstmals in Österreich keine Bienenvölker mehr geben würde. (B)

Modell C:
In diesem Modell geht man von folgender Funktion für die Abnahme der Bienenvölker aus:

$f_C(t) = a \cdot t^2 + d$

t ... Zeit seit Beginn des Jahres 2016 in Jahren
$f_C(t)$ ... Anzahl der Bienenvölker zur Zeit t

– Geben Sie die Vorzeichen der beiden Parameter a und d an. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $354\,000 \cdot 60\,000 = 21\,240 \cdot 10^6$

(A): $f_A(t) = 354\,000 \cdot 0{,}77^t$

t ... Zeit seit Beginn des Jahres 2016 in Jahren
$f_A(t)$ ... Anzahl der Bienenvölker zur Zeit t

(B): $354\,000 = 81\,420 \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = 4{,}34...$

oder:

$\frac{100}{23} = 4{,}34...$

Gemäß dem Modell würde es in Österreich nach rund 4,3 Jahren keine Bienenvölker mehr geben.

(R): $a < 0$ und $d > 0$

2) Erfahrungsgemäß beträgt die Wahrscheinlichkeit 14 %, dass Touristinnen und Touristen, die an einem Apriltag nach Amsterdam fliegen, wegen der Tulpenblüte kommen.
An einem bestimmten Apriltag werden 20 Touristinnen und Touristen, die am Flughafen Amsterdam unabhängig voneinander einreisen, nach dem Grund ihrer Einreise befragt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass davon mindestens 5 Touristinnen und Touristen wegen der Tulpenblüte gekommen sind. (B)

Ein Sack enthält doppelt so viele Tulpenzwiebeln von der Sorte „rotblühend" wie jene von der Sorte „weißblühend". Jemand entnimmt dem Sack zufällig 1 Tulpenzwiebel.

– Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass diese Tulpenzwiebel von der Sorte „weißblühend" ist. (R)

In einem Korb liegen r Tulpenzwiebeln der Sorte „rotblühend" und g Tulpenzwiebeln der Sorte „gelbblühend".
Jemand entnimmt dem Korb zufällig ohne Zurücklegen 2 Tulpenzwiebeln.

– Stellen Sie aus r und g eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit auf, dass beide Tulpenzwiebeln von der Sorte „rotblühend" sind. (A)

Die Länge X der Stiele einer bestimmten Tulpensorte ist näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 25$ cm.
Max behauptet, dass man die Wahrscheinlichkeit $P(X > 25)$ auch ohne Kenntnis der Standardabweichung bestimmen kann.

– Begründen Sie, warum diese Behauptung richtig ist. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): Binomialverteilung mit $n = 20$, $p = 0{,}14$

X ... Anzahl der Touristinnen und Touristen, die wegen der Tulpenblüte gekommen sind

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 5) = 0{,}1374...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 13,7 %.

(R): $P(\text{„weißblühend"}) = \frac{1}{3}$

(A): X ... Anzahl der Tulpenzwiebeln der Sorte „rotblühend"

$$P(X = 2) = \frac{r}{r+g} \cdot \frac{r-1}{r+g-1}$$

(R): Weil die Dichtefunktion der Normalverteilung symmetrisch bezüglich des Erwartungswerts ist, gilt: $P(X > 25) = 0{,}5$

3) Im Jahr 2016 war nach einem Speedski-Bewerb für Männer in Vars (Frankreich) folgende Behauptung auf einer Internetseite zu lesen:
„Nur 5 Sekunden benötigen die Athleten, um auf eine Geschwindigkeit von 200 km/h zu beschleunigen."

Die Geschwindigkeit eines Athleten zur Zeit t kann näherungsweise mit der folgenden Formel berechnet werden:

$v(t) = 7 \cdot t$

t ... Zeit nach dem Start in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

– Überprüfen Sie nachweislich mithilfe dieser Formel, ob die obige Behauptung stimmt. (R)

Ein bestimmter Speedski-Fahrer hat bei seiner Fahrt näherungsweise eine konstante Beschleunigung von p % der Erdbeschleunigung 9,81 m/s².
Dabei gilt für die Geschwindigkeit v, die Beschleunigung a und die Zeit t: $v = a \cdot t$

– Stellen Sie aus p eine Gleichung zur Berechnung derjenigen Zeit t auf, nach der dieser Speedski-Fahrer eine Geschwindigkeit von 200 km/h erreicht. (A)

$t =$ ____

Die Skipiste in Vars, auf der die Speedski-Bewerbe ausgetragen werden, hat an der steilsten Stelle eine Steigung von 98 %.

– Berechnen Sie den Steigungswinkel an der steilsten Stelle dieser Skipiste. (B)

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.
$\int_0^{1,2} v(t)\,\mathrm{d}t$ (R)

Möglicher Lösungsweg:

(R): $v(5) = 7 \cdot 5 = 35$
35 m/s = 126 km/h

Die obige Behauptung stimmt nicht, da die erreichte Geschwindigkeit kleiner als 200 km/h ist.

(A): $\frac{p}{100} \cdot 9{,}81 \cdot t = \frac{200}{3{,}6}$

$t = \frac{200 \cdot 100}{3{,}6 \cdot 9{,}81 \cdot p} = 566{,}3... \cdot \frac{1}{p}$

(B): $\tan(\alpha) = 0{,}98 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 44{,}42...°$

(R): Mit diesem Ausdruck wird der zurückgelegte Weg des Speedski-Fahrers im Zeitintervall [0; 1,2] berechnet.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Zu Beginn des Jahres 2016 war die durchschnittliche Bruttomiete für Wohnungen in Österreich um 14,3 % höher als zu Beginn des Jahres 2012. Modellhaft geht man von einem exponentiellen Wachstum der durchschnittlichen Bruttomiete aus.

– Ermitteln Sie, nach wie vielen Jahren sich gemäß diesem Modell die durchschnittliche Bruttomiete verdoppelt. (B)

In einem anderen Modell wird davon ausgegangen, dass sich die zeitliche Entwicklung der durchschnittlichen Bruttomiete in Österreich seit Beginn des Jahres 2017 näherungsweise durch die Funktion f beschreiben lässt:

$f(t) = 8{,}4 - e^{-0{,}91 \cdot t}$

t ... Zeit in Jahren seit Beginn des Jahres 2017, $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2017
$f(t)$ ... durchschnittliche Bruttomiete pro m^2 zur Zeit t in €/m^2

– Berechnen Sie, um wie viel €/m^2 die durchschnittliche Bruttomiete pro m^2 gemäß diesem Modell von 2017 auf 2018 gestiegen ist. (B)

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der 1. Ableitung von f auf. (A)

Die durchschnittliche Bruttomiete pro m^2 lag im Jahr 2017 österreichweit bei € 7,40/m^2. In Salzburg betrug diese € 9/m^2.

– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.
$\frac{9}{7{,}4} - 1 = 0{,}2162... \approx 21{,}6\ \%$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $\left(\sqrt[4]{1{,}143}\right)^t = 2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 20{,}7...$

Gemäß diesem Modell verdoppelt sich die durchschnittliche Bruttomiete nach rund 21 Jahren.

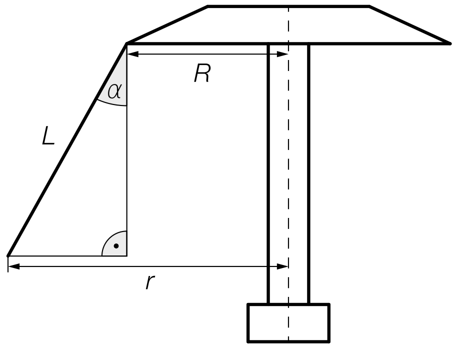
(B): $f(1) - f(0) = 0{,}597...$

Die durchschnittliche Bruttomiete pro m^2 ist um rund € 0,60/m^2 gestiegen.

(A): $f'(t) = 0{,}91 \cdot e^{-0{,}91 \cdot t}$

(R): Die durchschnittliche Bruttomiete pro m^2 in Salzburg war um rund 21,6 % höher als die österreichweite durchschnittliche Bruttomiete pro m^2.

2) Auf einem Jahrmarkt steht ein Ringelspiel (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



Bildquelle: Andreas Praefcke – own work, CC BY 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kettenkarussell_Wuppertal_2005.jpg [20.02.2019].

– Stellen Sie aus L, R und α eine Formel zur Berechnung von r auf. (A)

$r =$ ____

Durch die Bewegung des Ringelspiels wirkt auf einen Fahrgast eine Kraft, die mit der folgenden Formel beschrieben werden kann.

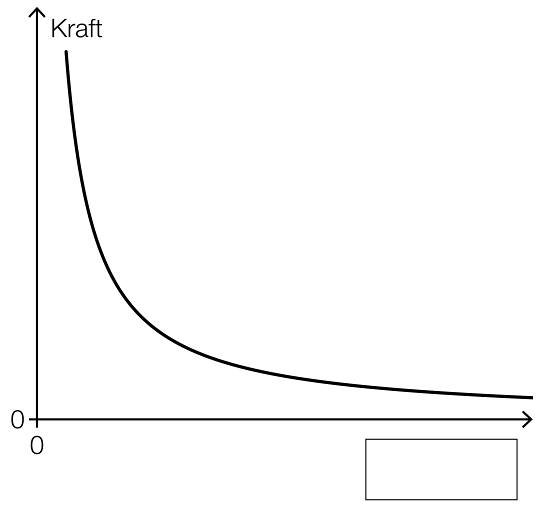
$F = \frac{m \cdot v^2}{r}$

F ... Kraft, die auf den Fahrgast wirkt
m ... Masse des Fahrgasts
v ... Geschwindigkeit des Fahrgasts
r ... Radius der Kreisbahn

Die Kraft F ist also abhängig von den Größen Masse m, Geschwindigkeit v und Radius r.

Der nachstehend dargestellte Graph stellt die Kraft F in Abhängigkeit von einer dieser Größen dar, wobei die beiden anderen Größen als konstant angenommen werden.

– Tragen Sie die zutreffende Größe in das dafür vorgesehene Kästchen ein. Begründen Sie Ihre Entscheidung. (R)



Beim Drehen eines Glückrads können Freifahrscheine für das Ringelspiel gewonnen werden. Bei jedem Drehen des Glückrads gewinnt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % einen Freifahrschein.
Das Glücksrad wird 10-mal hintereinander gedreht.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau 3 Freifahrscheine gewonnen werden. (B)

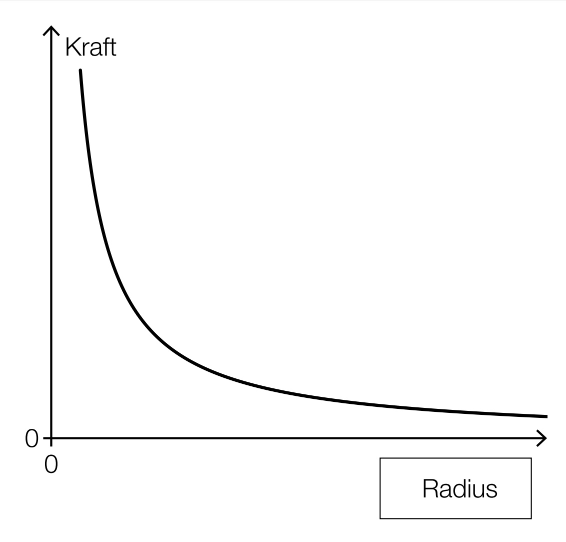
Laura und Selina drehen das Glücksrad jeweils 1-mal.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
  $P(E) = 2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $r = L \cdot \sin(\alpha) + R$

(R):



Es handelt sich um den Radius r, da in der Abbildung der Graph einer Potenzfunktion f der Form $f(x) = \frac{c}{x}$ dargestellt ist.
c ... Konstante

(B): Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}3$

X ... Anzahl der gewonnenen Freifahrscheine

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 3) = 0{,}2668...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 26,7 %.

(R): E ... (genau) eine von beiden gewinnt einen Freifahrschein

3) In der nachstehenden Tabelle ist die Entwicklung der ertragsfähigen Weinbaufläche im Burgenland dargestellt.

Beginn des Jahres ...	ertragsfähige Weinbaufläche in Hektar (ha)
2000	14124
2005	13812
2010	13201
2015	11585

Die Entwicklung der ertragsfähigen Weinbaufläche soll in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden. Für ein einfaches Modell soll alleine unter Verwendung der Daten aus den Jahren 2000 und 2015 eine lineare Funktion f erstellt werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung von f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2000. (A)

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.

$$\frac{1}{16} \cdot \sum_{t=0}^{15} f(t)$$ (R)

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent die ertragsfähige Weinbaufläche ausgehend vom Jahr 2005 bis zum Jahr 2010 abgenommen hat. (B)

– Zeigen Sie, dass für jede lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$ und für eine beliebige Zahl $a \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\frac{f(-a) + f(a)}{2} = d$$ (R)

Möglicher Lösungsweg:

(A): $f(t) = k \cdot t + d$

$$k = \frac{11585 - 14124}{15} = -\frac{2539}{15} = -169{,}26...$$

$$f(t) = -\frac{2539}{15} \cdot t + 14124$$

(R): Damit wird das arithmetische Mittel der ertragsfähigen Weinbaufläche in den Jahren von 2000 bis 2015 gemäß dem Modell berechnet.

(B): $\frac{13201 - 13812}{13812} = -0{,}0442...$

Die ertragsfähige Weinbaufläche hat um rund 4,4 % abgenommen.

(R): $\frac{k \cdot (-a) + d + k \cdot a + d}{2} = \frac{2 \cdot d}{2} = d$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

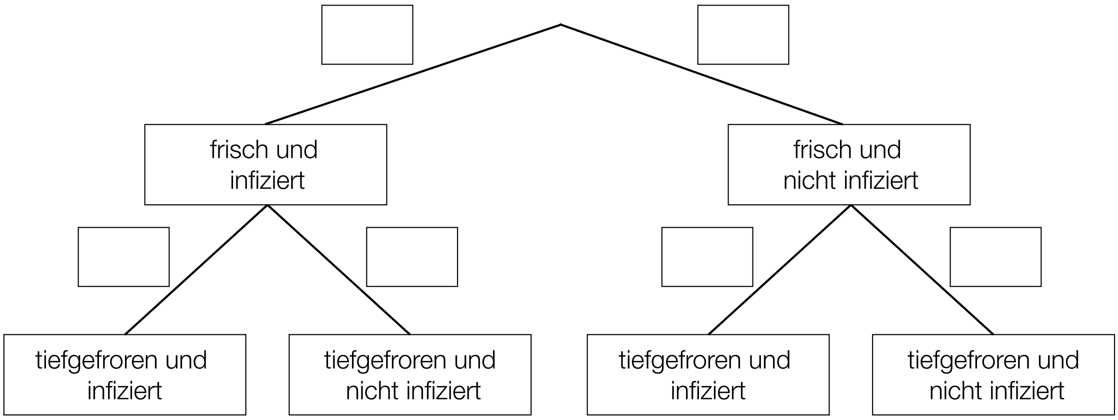
Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Im Rahmen einer Untersuchung wurde festgestellt:
Rund 70 % des im Handel angebotenen frischen Hühnerfleischs sind mit Keimen infiziert.
Bei tiefgefrorenem Hühnerfleisch ist dieser Prozentsatz nur halb so groß.

Es wird zuerst ein Stück frisches Hühnerfleisch und danach ein Stück tiefgefrorenes Hühnerfleisch zufällig ausgewählt.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 zufällig ausgewählten frischen Hühnerfleischstücken mindestens die Hälfte infiziert ist. (R)

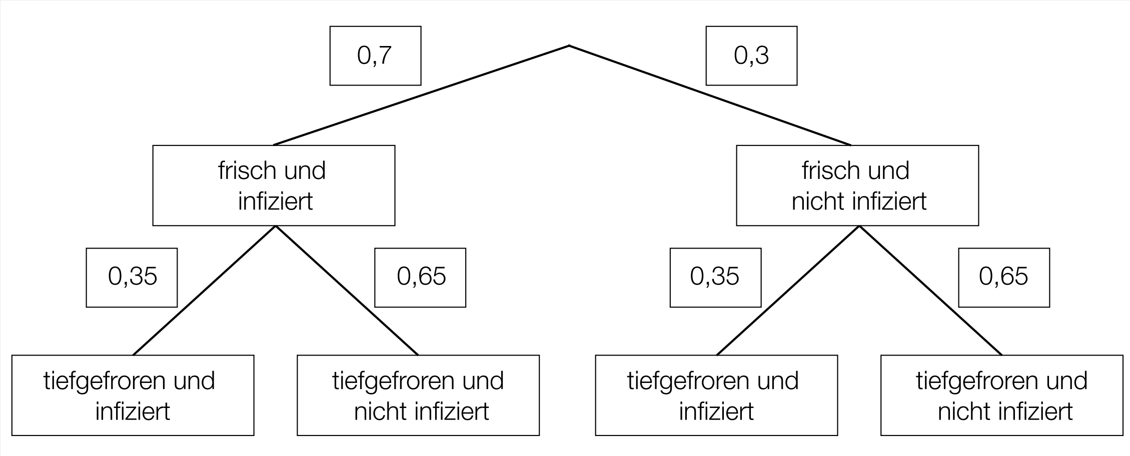
– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.
$P(E) = \sum_{k=0}^{2} \binom{5}{k} \cdot 0{,}35^k \cdot (1 - 0{,}35)^{5-k}$ (B)

Es werden im Rahmen einer Untersuchung f zufällig ausgewählte frische und t zufällig ausgewählte tiefgefrorene Hühnerfleischstücke getestet.

– Beschreiben Sie, was mit $f \cdot 0{,}7 + t \cdot 0{,}35$ im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(A):



(R): Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}7$

X ... Anzahl infizierter frischer Hühnerfleischstücke

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 5) = 0{,}9526...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 95,3 %.

(B): Unter 5 zufällig ausgewählten tiefgefrorenen Hühnerfleischstücken sind höchstens 2 infiziert.

(R): Damit wird der Erwartungswert der Anzahl der infizierten Hühnerfleischstücke berechnet.

2) Der Kirchturm des Ulmer Münsters hat eine Höhe von 161,53 m und ist damit der höchste Kirchturm der Welt.

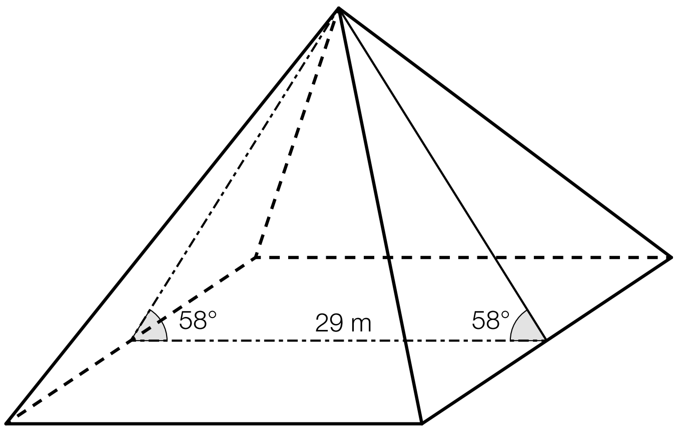
Eine Gruppe von Architekturstudentinnen und -studenten muss ein maßstabgetreues Modell des Münsters nachbauen. Dabei soll die Höhe des Kirchturms 75 cm betragen.
Eine Seite der Grundfläche des Münsters hat eine Länge von 123,56 m.

– Bestimmen Sie die Länge dieser Seite im Modell. (B)

Die Länge des Schattens, den der Kirchturm auf den horizontalen Vorplatz wirft, hängt vom Einfallswinkel der Sonnenstrahlen ab. Der Einfallswinkel der Sonnenstrahlen ist derjenige Winkel, den diese mit der Horizontalen einschließen.

– Erstellen Sie eine Skizze, in der der Einfallswinkel α, die Höhe h des Kirchturms und die Länge s des Schattens beschriftet sind. (A)

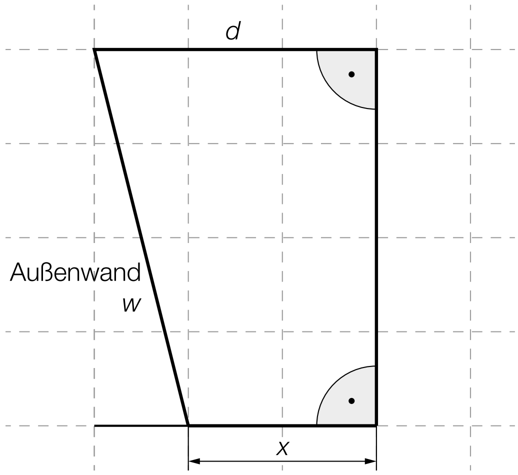
Ein Teil der Ulmer Stadtbibliothek hat die Form einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Spitze der Pyramide liegt dabei genau über dem Mittelpunkt der Grundfläche.
Die Länge ihrer Basiskante ist 29 m, die Neigung der Seitenflächen zur Grundfläche beträgt jeweils 58° (siehe nachstehende Abbildungen).



Bildquelle: Gary A Baratta – own work, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ulm_Library_from_the_MunsterIMG_5800s.jpg [20.02.2019] (adaptiert).

– Berechnen Sie die Höhe der Pyramide. (B)

In Ulm steht auch das „schiefste Hotel der Welt“ (siehe nachstehende Skizze der Seitenansicht).



Für eine Berechnung wird folgende Formel aufgestellt:

$\sin(\beta) = \frac{d - x}{w}$

– Zeichnen Sie den Winkel β in die obige Skizze ein. (R)

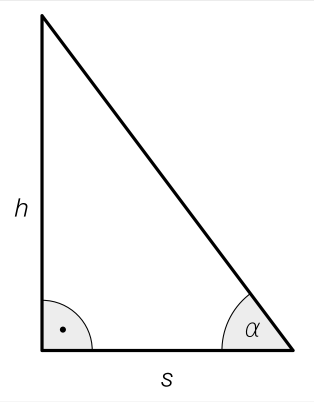
Möglicher Lösungsweg:

(B): $\frac{L}{123{,}56} = \frac{0{,}75}{161{,}53}$

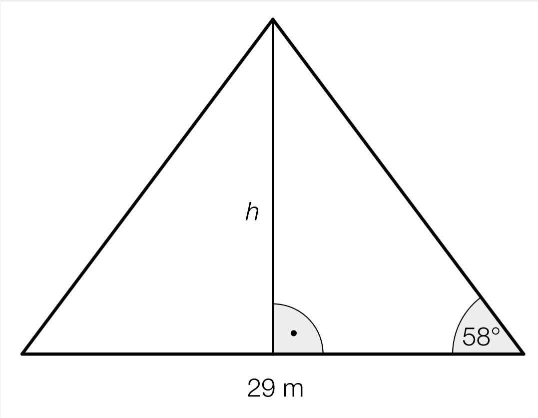
$L = 0{,}5737...$

Die Länge dieser Seite beträgt im Modell rund 57,4 cm.

(A):



(B):

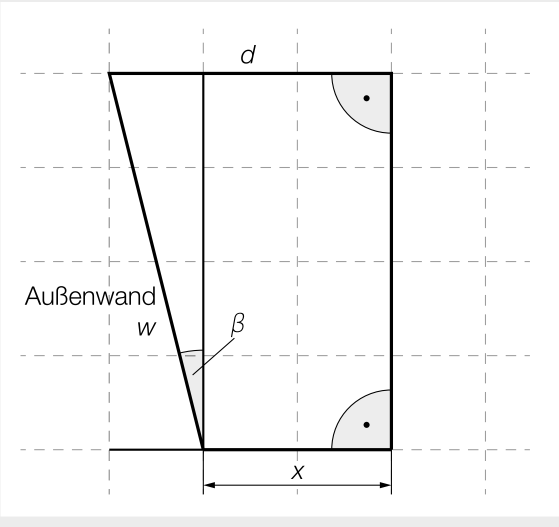


$\tan(58°) = \frac{h}{\frac{29}{2}}$

$h = 23{,}2...$

Die Höhe der Pyramide beträgt rund 23 m.

(R):

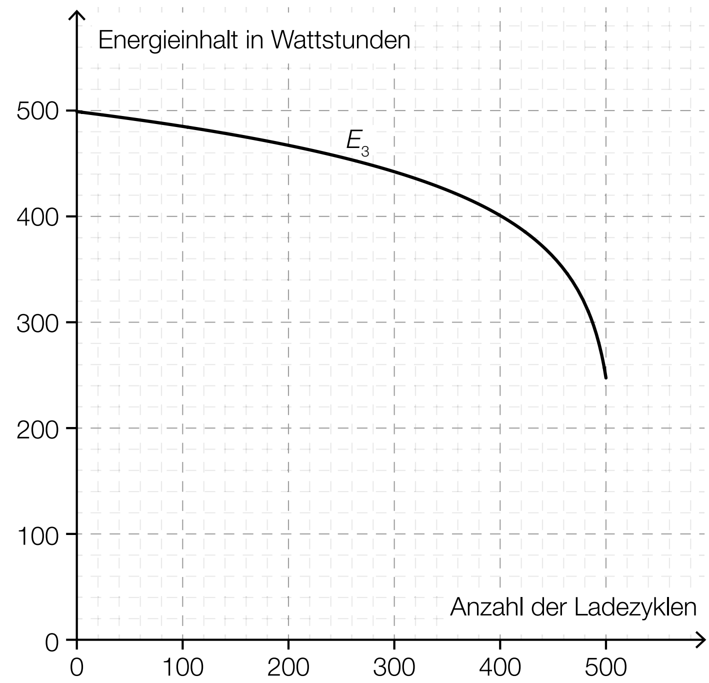


3) Auf der Website eines Herstellers von Akkus für E-Bikes ist zu lesen:
„Der Energieinhalt neuer Akkus beträgt bei vollständigem Aufladen 500 Wattstunden (Wh). Durch die Benützung sinkt der Energieinhalt, den man durch vollständiges Aufladen erzielen kann. Nach 400 Ladezyklen kann durch vollständiges Aufladen nur noch ein Energieinhalt von 300 Wh erzielt werden."

Der Energieinhalt E des jeweils vollständig geladenen Akkus soll in Abhängigkeit von der Anzahl der bis dahin erfolgten Ladezyklen Z in zwei verschiedenen Modellen beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen Exponentialfunktion E_1 auf. (A)
– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen linearen Funktion E_2 auf. (A)

In der nachstehenden Abbildung ist der Energieinhalt in Abhängigkeit von der Anzahl der Ladezyklen für einen anderen Akku dargestellt.



– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die mittlere Änderungsrate des Energieinhalts für die ersten 300 Ladezyklen. (B)

Jemand stellt für den oben dargestellten Funktionsgraphen von E_3 die folgenden beiden Behauptungen auf:

$E_3'(Z) < 0$
$E_3''(Z) > 0$ mit $Z \in [0; 500]$

Z ... Anzahl der Ladezyklen
$E_3(Z)$ ... Energieinhalt nach Z Ladezyklen in Wh

– Argumentieren Sie, dass genau eine der beiden Behauptungen richtig und die andere falsch ist. (R)

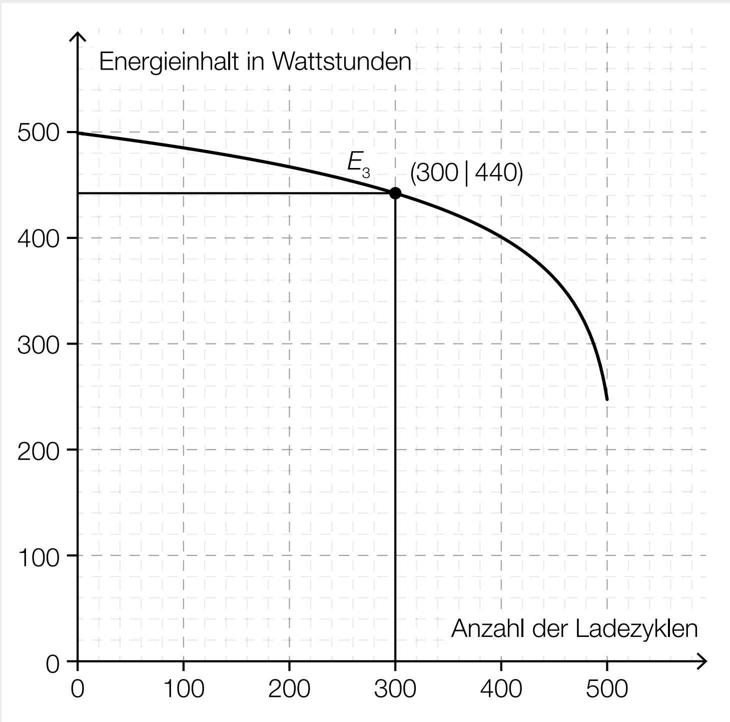
Möglicher Lösungsweg:

(A): $E_1(Z) = 500 \cdot a^Z$
$300 = 500 \cdot a^{400}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}99872...$
$E_1(Z) = 500 \cdot 0{,}9987^Z$

(A): $E_2(Z) = 500 - k \cdot Z$
$300 = 500 - k \cdot 400$
$k = 0{,}5$
$E_2(Z) = 500 - 0{,}5 \cdot Z$

(B):



$$\frac{440 - 500}{300} = -0{,}2$$

Toleranzbereich für die zweite Koordinate: [440; 445]
Die mittlere Änderungsrate beträgt –0,2 Wattstunden pro Ladezyklus.

(R): Die erste Behauptung ist richtig: Die 1. Ableitung ist kleiner als 0, weil der Funktionsgraph streng monoton fallend ist.
Die zweite Behauptung ist falsch: Die 2. Ableitung ist kleiner als 0, da der Funktionsgraph überall negativ gekrümmt ist.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Oktober 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

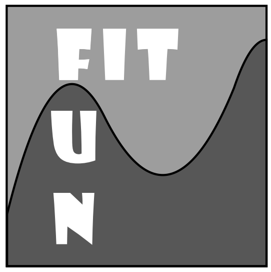
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

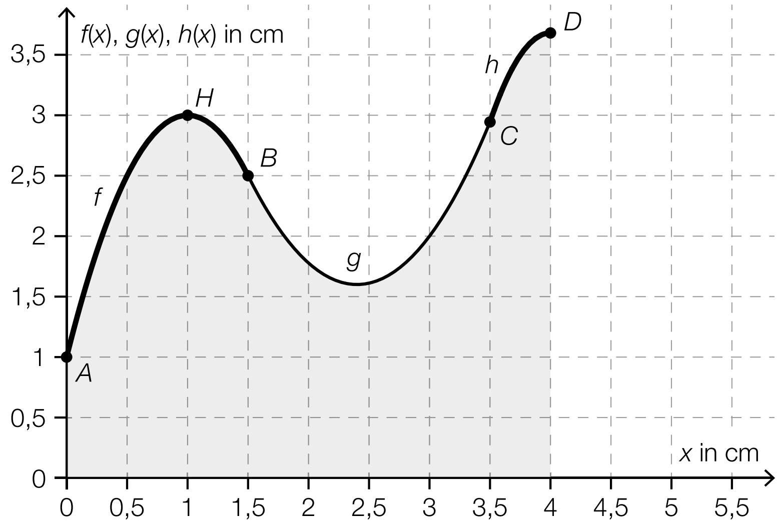
Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Eine Grafikerin erstellt für eine Tourismusregion ein neues Logo für die Website.



Die nachstehende Abbildung zeigt die obere Begrenzungslinie des Logos, die sich aus den Graphen der Funktionen *f* (zwischen den Punkten *A* und *B*), *g* (zwischen *B* und *C*) und *h* (zwischen *C* und *D*) zusammensetzt.



Für die Funktion *f* gilt:

$f(x) = -2 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1$

– Zeigen Sie, dass der Punkt $H = (1|3)$ der Hochpunkt von *f* ist. (R)

Im Punkt *B* haben die Funktionen *f* und *g* den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung. Der Tiefpunkt von *g* ist an der Stelle $x = 2{,}4$.

– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der quadratischen Funktion *g*. (A)

– Stellen Sie aus den Funktionen *f*, *g* und *h* eine Formel zur Berechnung des Inhalts *F* der grau markierten Fläche des Logos auf. (A)

$F =$ ______________________________

– Geben Sie die größtmöglichen Intervalle an, in denen die obere Begrenzungslinie negativ gekrümmt ist. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(R): $f'(x) = 0$ *oder* $-4 \cdot x + 4 = 0$

$x = 1$ und $f(1) = 3$

(A): $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$g'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$g(1{,}5) = f(1{,}5)$

$g'(1{,}5) = f'(1{,}5)$

$g'(2{,}4) = 0$

oder:

$1{,}5^2 \cdot a + 1{,}5 \cdot b + c = 2{,}5$

$2 \cdot 1{,}5 \cdot a + b = -2$

$2 \cdot 2{,}4 \cdot a + b = 0$

(A): $F = \int_0^{1{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1{,}5}^{3{,}5} g(x)\,\mathrm{d}x + \int_{3{,}5}^{4} h(x)\,\mathrm{d}x$

(R): In den Intervallen $[0;\ 1{,}5[$ und $]3{,}5;\ 4]$ ist die obere Begrenzungslinie negativ gekrümmt.

2) Ein Taxiunternehmer schreibt die Streckenlängen der Fahrten eines Abends als geordnete Liste auf:

0,8 km 1,3 km 2,9 km 3,4 km 3,4 km 3,5 km 5,8 km 7,1 km

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung dieser Streckenlängen. (B)

In einem Ort gibt es die zwei Taxiunternehmen *A* und *B*. Beim Taxiunternehmen *A* ist erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 64 % ein freies Taxi verfügbar. Unabhängig davon beträgt die Wahrscheinlichkeit beim Taxiunternehmen *B* 45 %.

Ein Kunde ruft zuerst beim Taxiunternehmen *A* an. Falls dort kein freies Taxi verfügbar ist, ruft er anschließend beim Taxiunternehmen *B* an.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass für diesen Kunden ein freies Taxi verfügbar ist. (B)

Ein Taxiunternehmen berechnet die Fahrtkosten für eine Fahrt folgendermaßen:
Bereits beim Einsteigen ist die sogenannte Grundtaxe von 4,70 € fällig. Diese inkludiert den ersten gefahrenen Kilometer. Ab dann sind für die zusätzlich gefahrene Strecke 1,30 €/km fällig.

Jemand fährt eine Strecke von x Kilometern ($x > 1$).

– Stellen Sie aus x eine Formel zur Berechnung der Fahrtkosten K für diese Fahrt auf. (A)

$K =$ ____

Die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei einer zufällig ausgewählten Taxifahrt um eine Mehr-Personen-Fahrt handelt, beträgt p.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet werden kann:
$P(E) = \binom{6}{6} \cdot p^6 + \binom{6}{5} \cdot p^5 \cdot (1 - p)$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\bar{x} = 3{,}525$ km
$s = 1{,}960...$ km

Auch eine Ermittlung der Standardabweichung als $s_{n-1} = 2{,}096...$ *km ist als richtig zu werten.*

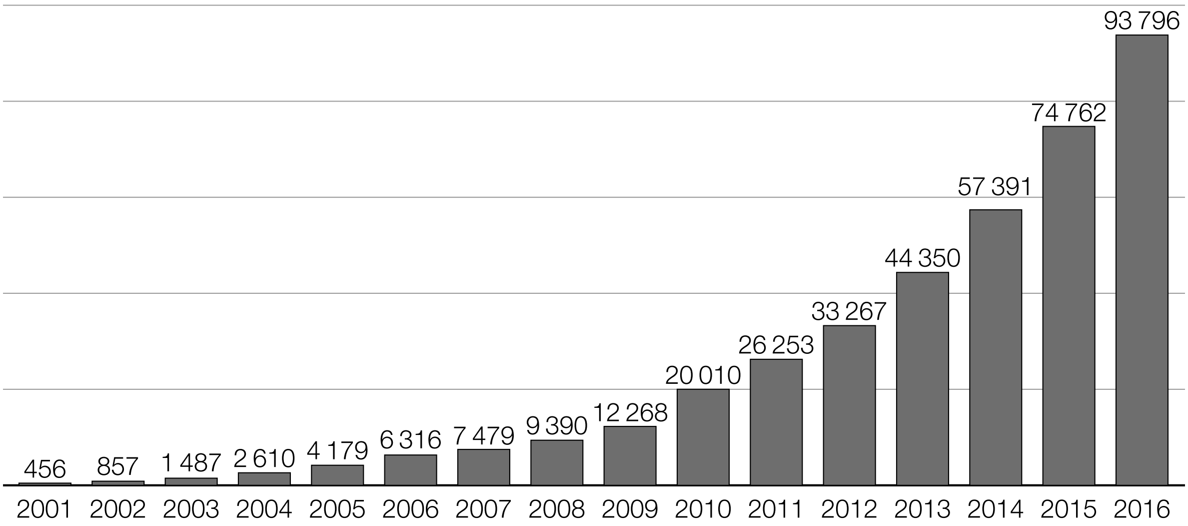
(B): $0{,}64 + 0{,}36 \cdot 0{,}45 = 0{,}802$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 80,2 % ist ein freies Taxi verfügbar.

(A): $K = 4{,}70 + (x - 1) \cdot 1{,}30$

(R): Mindestens 5 von 6 zufällig ausgewählten Taxifahrten sind Mehr-Personen-Fahrten.

3) Die Anzahl der Abonnentinnen und Abonnenten eines Streaming-Anbieters ist in den Jahren 2001 bis 2016 jedes Jahr gestiegen (siehe nachstehende Abbildung).



Quelle: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/183340/umfrage/abonnenten-von-netflix-seit-2003/ [16.01.2018] (adaptiert).

– Ermitteln Sie den Median der dargestellten Anzahlen der Abonnentinnen und Abonnenten. (B)

Die Anzahl der Abonnentinnen und Abonnenten dieses Anbieters in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren wächst im dargestellten Zeitraum näherungsweise exponentiell.

– Stellen Sie nur mithilfe der Werte der Jahre 2001 und 2016 eine Funktionsgleichung der zugehörigen Exponentialfunktion auf. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2001. (A)

Die Anzahl der Abonnentinnen und Abonnenten eines Streaming-Anbieters für klassische Musik wächst jährlich um durchschnittlich 35 % bezogen auf den Wert des jeweiligen Vorjahrs.

– Berechnen Sie, innerhalb welchen Zeitraums sich diese Anzahl vervierfacht. (B)

Die Anzahl der Abonnentinnen und Abonnenten eines weiteren Streaming-Anbieters ist von 2014 auf 2015 um p % gestiegen. Von 2015 auf 2016 ist diese um $2 \cdot p$ % gestiegen.

– Argumentieren Sie, dass der Zuwachs in diesen 2 Jahren insgesamt höher als $3 \cdot p$ % war. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(B): $\frac{9390 + 12268}{2} = 10829$

Der Median beträgt 10 829 Abonnentinnen und Abonnenten.

(A): $N(t) = N_0 \cdot a^t$

t ... Zeit in Jahren
$N(t)$ ... Anzahl der Abonnentinnen und Abonnenten zur Zeit t

$456 \cdot a^{15} = 93796$

$a = \sqrt[15]{\frac{93796}{456}} = 1{,}4263...$

$N(t) = 456 \cdot 1{,}426^t$

(B): $4 \cdot N_0 = N_0 \cdot 1{,}35^n$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$n = 4{,}61...$

Innerhalb von rund 4,6 Jahren vervierfacht sich diese Anzahl.

(R): Der Zuwachs von 2015 auf 2016 wird von einem (um p %) höheren Grundwert berechnet als jener von 2014 auf 2015. Also beträgt der Gesamtzuwachs mehr als $3 \cdot p$ %.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

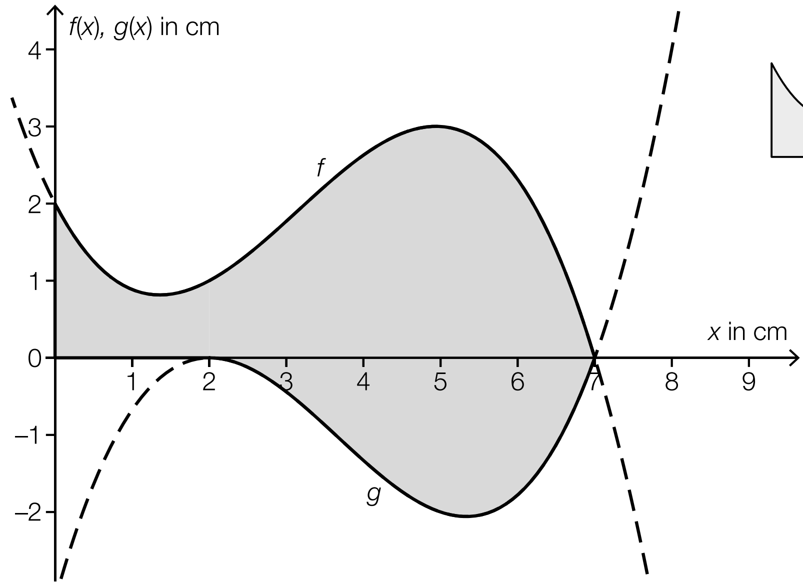
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

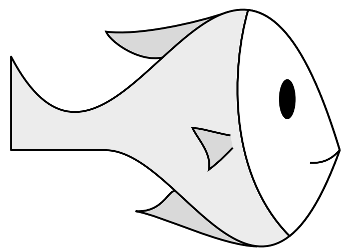
Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Ein Spielzeughersteller produziert Schaumgummifische für die Badewanne.

Die Graphen der Polynomfunktionen *f* (im Intervall [0; 7]) und *g* (im Intervall [2; 7]) sowie ein Teil der waagrechten Achse und ein Teil der senkrechten Achse beschreiben die Umrisslinie eines Schaumgummifischs (siehe nachstehende Abbildung).





– Stellen Sie mithilfe von *f* und *g* eine Formel zur Berechnung des Inhalts *A* der grau markierten Fläche auf. (A)

$A =$ ____

Die Funktion *g* ist eine Polynomfunktion 3. Grades. Der Graph von *g* verläuft durch die Punkte $(5|-2)$ und $(7|0)$ sowie durch den Hochpunkt $(2|0)$.

– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von *g*. (A)

Für die Funktion *g* gilt:

$$g(x) = \frac{1}{9} \cdot x^3 - \frac{11}{9} \cdot x^2 + \frac{32}{9} \cdot x - \frac{28}{9}$$

– Ermitteln Sie die Koordinaten des Tiefpunkts von *g*. (B)

– Erläutern Sie, woran man anhand der obigen Abbildung erkennen kann, dass die Polynomfunktion *f* mindestens 3. Grades ist. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(A): $A = \int_0^7 f(x)\,\mathrm{d}x + \left|\int_2^7 g(x)\,\mathrm{d}x\right|$

(A): $g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$g'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$g(5) = -2$
$g(7) = 0$
$g(2) = 0$
$g'(2) = 0$

oder:

$a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = -2$
$a \cdot 7^3 + b \cdot 7^2 + c \cdot 7 + d = 0$
$a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 0$
$3 \cdot a \cdot 2^2 + 2 \cdot b \cdot 2 + c = 0$

(B): $g'(x) = 0$ *oder* $\frac{1}{3} \cdot x^2 - \frac{22}{9} \cdot x + \frac{32}{9} = 0$

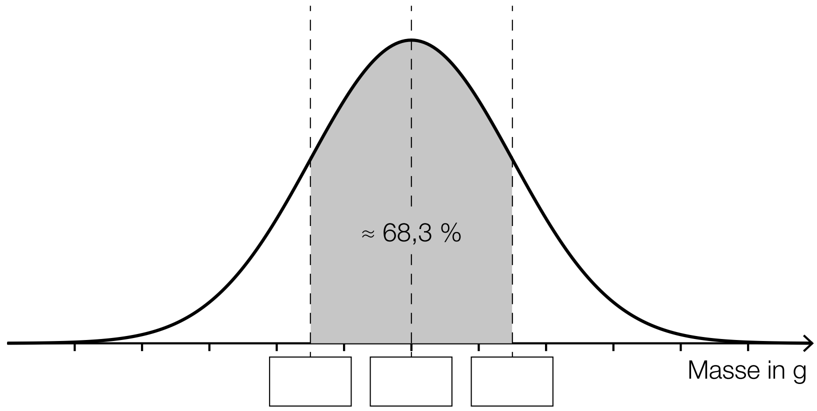
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$(x_1 = 2)$
$x_2 = \frac{16}{3}$
$g\left(\frac{16}{3}\right) = -2{,}05...$

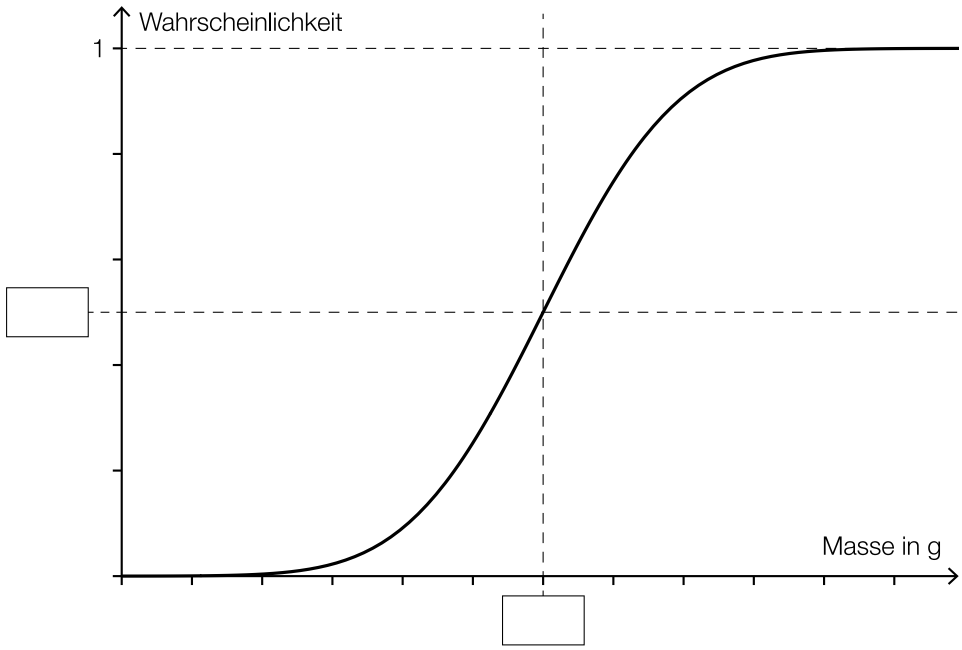
(R): Die Polynomfunktion f muss mindestens 3. Grades sein, da sie im dargestellten Bereich einen Wendepunkt hat.

2) Die Masse von Reispackungen einer bestimmten Sorte ist näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1\,000$ g und der Standardabweichung $\sigma = 15$ g.

In den nachstehenden beiden Abbildungen sind der Graph der zugehörigen Dichtefunktion f bzw. der Graph der Verteilungsfunktion F dargestellt.

– Tragen Sie die entsprechenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. (A)





– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Reispackung dieser Sorte eine Masse von weniger als 980 g hat. (B)

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$P(E) = 1 - \int_{990}^{1010} f(x)\,\mathrm{d}x$ (R)

– Kreuzen Sie die falsche Aussage an. *[1 aus 5]* (R)

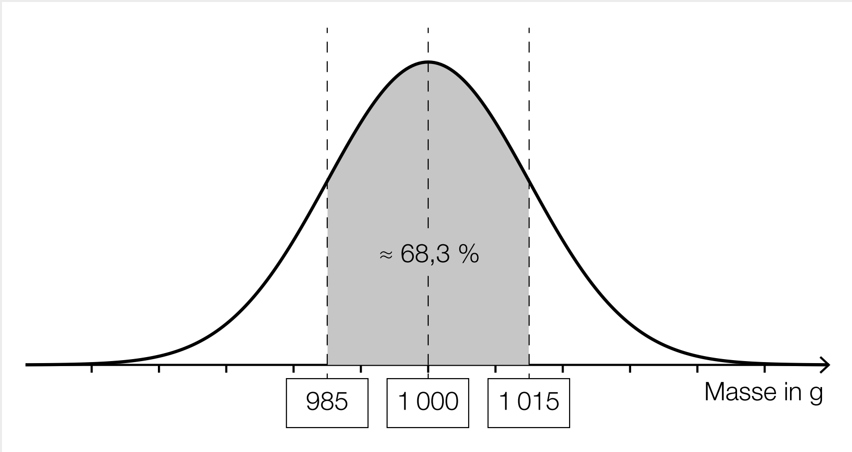
Es werden die folgenden Bezeichnungen verwendet:

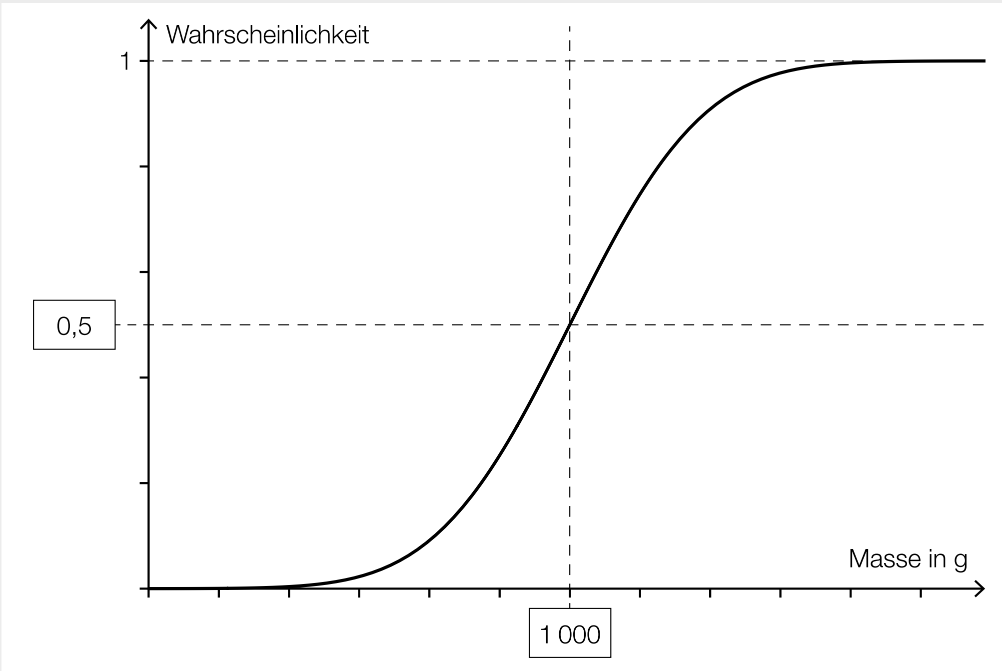
f ... Dichtefunktion der Normalverteilung
F ... zugehörige Verteilungsfunktion der Normalverteilung

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$	☐
Die Gleichung $f''(x) = 0$ hat zwei verschiedene Lösungen.	☐
Für immer größer werdende x nähert sich $F(x)$ dem Wert 1.	☐
$F(\mu + \sigma) = F(\mu - \sigma)$	☐
$\int_{-\infty}^{\mu} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\mu}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$	☐

Möglicher Lösungsweg:

(A):





(B): X ... Masse einer Reispackung in g

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X < 980) = 0{,}0912...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 9,1 %.

(R): Es wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass die Masse einer Reispackung um mehr als 10 g vom Erwartungswert abweicht.

oder:

Es wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass die Masse einer Reispackung weniger als 990 g oder mehr als 1 010 g beträgt.

(R):

$F(\mu + \sigma) = F(\mu - \sigma)$	☒

3) Zu Beginn des Jahres 2017 betrug der Holzbestand in Österreichs Wäldern 1 135 Millionen Festmeter Holz. Obwohl jährlich Holz geerntet wird, nimmt der Holzbestand in jedem Jahr um 13 Millionen Festmeter zu.

Der Holzbestand in Österreichs Wäldern in Abhängigkeit von der Zeit t soll mithilfe einer Funktion f beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung für f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2017. (A)

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.

$f(8) - f(3)$ (R)

Österreichs Industrie fordert, die jährliche Ernte von 17 Millionen Festmetern auf 22 Millionen Festmeter zu steigern.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent Österreichs Industrie die jährliche Ernte steigern möchte. (B)

– Interpretieren Sie die Bedeutung der nachstehenden Funktion h im gegebenen Sachzusammenhang.

$h(t) = f(t) - 5 \cdot t$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $f(t) = 1\,135 + 13 \cdot t$

t ... Zeit in Jahren, $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2017
$f(t)$ ... Holzbestand zur Zeit t in Millionen Festmetern

(R): Es wird die (absolute) Zunahme des Holzbestands vom Beginn des Jahres 2020 bis zum Beginn des Jahres 2025 gemäß dem obigen Modell berechnet.

(B): $\frac{22 - 17}{17} = 0{,}2941...$

Österreichs Industrie möchte die jährliche Ernte um rund 29,4 % steigern.

(R): Die Funktion h beschreibt, wie sich der Holzbestand in Österreich in Abhängigkeit von der Zeit entwickeln würde, wenn man der Forderung der Industrie entspräche.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Zu Beginn des Jahres 2017 begann in der Westantarktis ein Eisberg Richtung Norden zu treiben. Die vom Eisberg bedeckte Fläche hatte einen Inhalt von annähernd 5800 km². Der Inhalt dieser Fläche war damit um rund ein Drittel größer als der Flächeninhalt des Burgenlandes.

– Berechnen Sie aus den angegebenen Daten den ungefähren Flächeninhalt des Burgenlandes. (B)

In einem vereinfachten Modell geht man davon aus, dass der Eisberg innerhalb von 3 Jahren schmilzt. Dabei nimmt der Inhalt der bedeckten Fläche linear ab.

Der Inhalt der bedeckten Fläche in km² soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren durch eine lineare Funktion f beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung für f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2017. (A)

Erfahrungsgemäß bewegt sich ein Eisberg dieser Größe mit einer Geschwindigkeit von rund 10 km/Tag.

– Ergänzen Sie die fehlende Zahl in der nachstehenden Umformung. (A)

10 km/Tag = ______________________________ cm/min

Ein abgebrochener Teil eines Eisbergs hat zur Zeit t (in Jahren) die Geschwindigkeit $v(t)$ (in Kilometern pro Jahr).

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.
$\int_0^2 v(t)\,\mathrm{d}t$ (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(B): $5800 = \frac{4}{3} \cdot A_{\text{Burgenland}} \quad \Rightarrow \quad A_{\text{Burgenland}} = 4350$

Das Burgenland hat einen Flächeninhalt von ungefähr 4350 km².

(A): $f(t) = 5800 - \frac{5800}{3} \cdot t$

t ... Zeit in Jahren
$f(t)$ ... Inhalt der bedeckten Fläche zur Zeit t in km²

(A): 10 km/Tag = $694{,}\dot{4}$ cm/min

(R): Es wird der Weg in Kilometern berechnet, den der Eisberg in 2 Jahren zurücklegt.

2) Beim Lotto *6 aus 45* können bei einem einzelnen Tipp 6 Zahlen von 1 bis 45 angekreuzt werden. Bei der Ziehung werden ohne Zurücklegen insgesamt 7 Zahlen von 1 bis 45 gezogen.

Anton hat einen Tipp abgegeben und verfolgt die Ziehung der Lottozahlen im Fernsehen.
Die ersten 5 gezogenen Zahlen stimmen bereits mit den Zahlen in seinem Tipp überein.
Stimmt die 6. gezogene Zahl auch mit seinem Tipp überein, hat er einen *Lottosechser*.
Stimmt die 6. gezogene Zahl nicht mit seinem Tipp überein, die 7. gezogene Zahl aber schon, hat er einen *Lottofünfer mit Zusatzzahl*.

– Erstellen Sie ein mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschriftetes Baumdiagramm, das die möglichen Ausgänge für die Ziehung der letzten beiden Zahlen darstellt. (A)

Martin, Paula und Ida bilden eine Spielgemeinschaft. Martin hat € 20, Paula € 60 und Ida € 40 eingezahlt.
Die Spielgemeinschaft gewinnt € 24.660. Der Gewinn soll so aufgeteilt werden, dass die Gewinnanteile den Einzahlungsanteilen entsprechen.

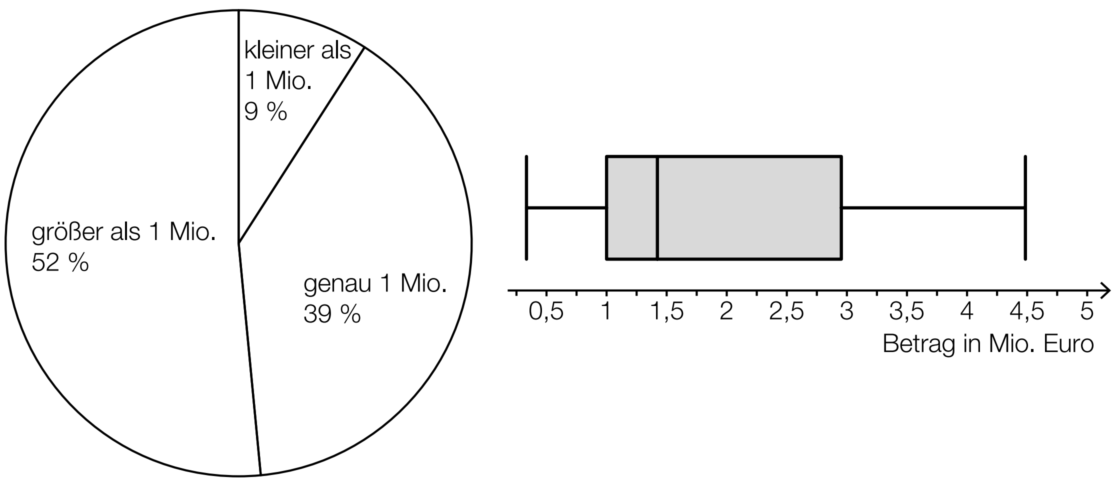
– Berechnen Sie den jeweiligen Gewinnanteil von Martin, Paula und Ida. (B)

Der *Joker* besteht aus 6 zufällig gezogenen Ziffern und ist eine Nummer von 000000 bis 999999.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keine der 6 Ziffern des Jokers eine 0 ist. (B)

In einer anderen Lotterie gilt für die Anzahl der Gewinne der vergangenen Jahre:

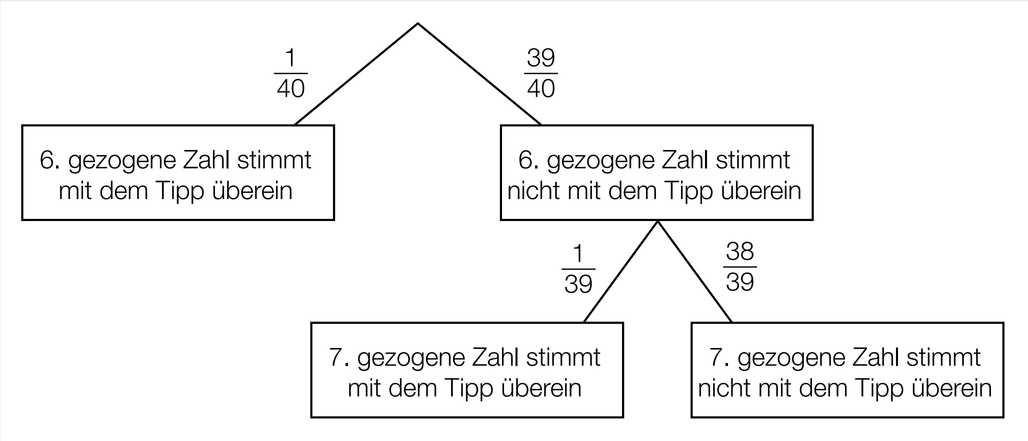
Anzahl der Gewinne in Euro



– Argumentieren Sie mithilfe der Daten aus dem Kreisdiagramm, dass das 1. Quartil bei 1 Mio. Euro liegt. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(A):



(B): $\frac{24\,660}{20 + 40 + 60} = 205{,}5$

Martin: $205{,}5 \cdot 20 = 4\,110$
Paula: $205{,}5 \cdot 60 = 12\,330$
Ida: $205{,}5 \cdot 40 = 8\,220$

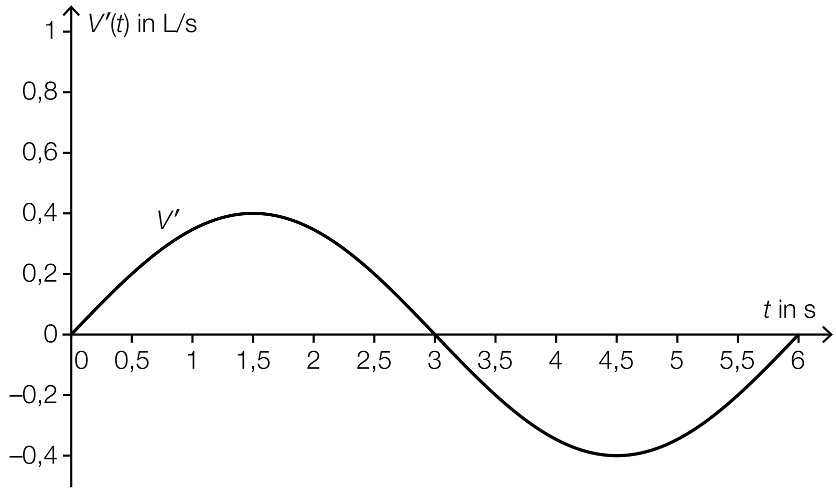
Martin erhält € 4.110, Paula erhält € 12.330 und Ida erhält € 8.220.

(B): $\left(\frac{9}{10}\right)^6 = 0{,}5314...$

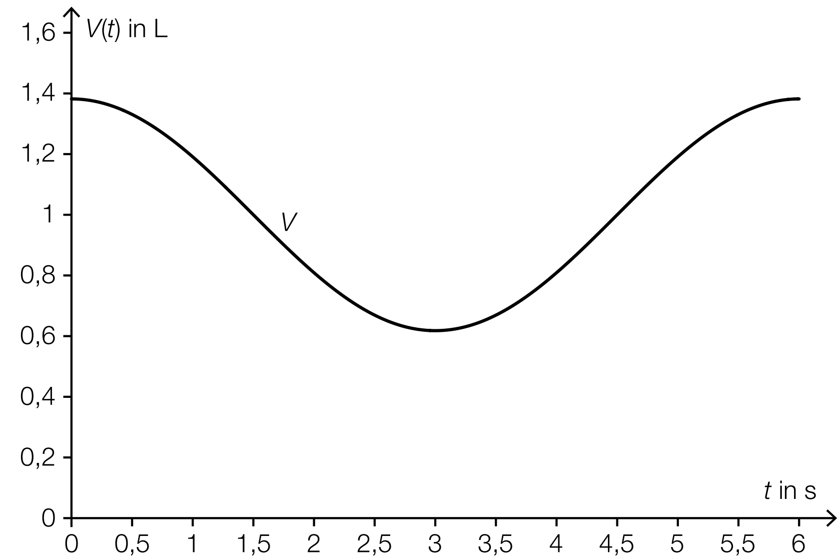
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 53,1 %.

(R): Mindestens 25 % aller Gewinne sind kleiner oder gleich dem 1. Quartil. Da nur 9 % der Gewinne kleiner als 1 Mio. Euro und 39 % gleich 1 Mio. Euro sind, liegt das 1. Quartil exakt bei 1 Mio. Euro.

3) Die momentane Änderungsrate V' des Atemvolumens einer Person kann für einen Atemzug näherungsweise durch den nachstehend dargestellten Graphen beschrieben werden.



Die Funktion V ist eine Stammfunktion der Funktion V'.
Jemand hat den Graphen der Funktion V falsch gezeichnet (siehe nachstehende Abbildung).



– Erklären Sie, woran man erkennen kann, dass dieser Graph falsch gezeichnet wurde. (R)

Die momentane Änderungsrate des Atemvolumens einer anderen Person kann in Abhängigkeit von der Zeit t während des Einatmens mithilfe einer quadratischen Funktion f mit $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t$ beschrieben werden.

Der Punkt $(t_1 | 0{,}5)$ ist der Scheitelpunkt der Funktion f.

– Erstellen Sie mithilfe des Scheitelpunkts ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f. (A)

$t = 0$ ist eine Nullstelle der Funktion f.

– Begründen Sie, warum die zweite Nullstelle von f bei $t = 2 \cdot t_1$ liegt. (B)

Das Atemvolumen einer weiteren Person kann in einem bestimmten Zeitraum durch die Funktion g beschrieben werden:

$g(t) = a \cdot (t - b)^3 + c$

a, b, c ... Parameter

Jemand berechnet die Ableitungsfunktion fälschlicherweise mit:

$g'(t) = a \cdot (t - b)^2$

– Erklären Sie mithilfe der entsprechenden Ableitungsregel, welcher Fehler dabei gemacht wurde. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): In allen Bereichen, in denen die Funktion V' positive (negative) Funktionswerte hat, müsste ihre Stammfunktion V streng monoton steigend (fallend) sein.
Da dies auf den dargestellten Graphen nicht zutrifft, wurde dieser falsch gezeichnet.

(A): $f'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$

$f(t_1) = 0{,}5$
$f'(t_1) = 0$

oder:

$a \cdot t_1^2 + b \cdot t_1 + c = 0{,}5$
$2 \cdot a \cdot t_1 + b = 0$

(B): Da f eine quadratische Funktion ist, ist der Graph symmetrisch zur Vertikalen $t = t_1$.
Damit gilt: $f(0) = f(2 \cdot t_1)$

(R): Die äußere Ableitung von $(t - b)^3$ wurde falsch berechnet.

Es gilt allgemein: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

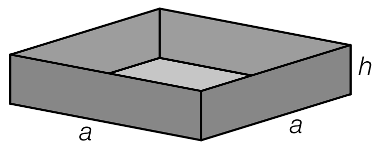
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Eine bestimmte Sandkiste hat die Form eines Quaders mit quadratischer Grundfläche (siehe nachstehende Abbildung).



a, h ... Längen in dm

Die Sandkiste soll bis 1 dm unterhalb des Randes der Seitenwände gleichmäßig hoch mit Sand gefüllt werden. Der Sand wird in Säcken zu jeweils 20 L eingekauft.

– Stellen Sie aus a und h eine Formel zur Berechnung der benötigten Anzahl n an Sandsäcken auf. (A)

n = ____

Die Sandkiste wird vergrößert. Bei gleicher Höhe werden die Längen der Seitenkanten verdoppelt.

– Geben Sie an, um welchen Faktor sich dadurch das Volumen der Sandkiste verändert. (R)

Für die Füllung einer Sandkiste werden 18 Sandsäcke mit jeweils 20 L Inhalt benötigt.
Der Hersteller gibt an, dass der Sand eine Dichte von 1 250 g/dm³ hat.

Die Masse m ist das Produkt aus Dichte ϱ und Volumen V, also $m = \varrho \cdot V$.

– Berechnen Sie, wie viele Sandkörner in die Sandkiste geleert werden, wenn 1 g Sand rund 1 000 Sandkörner enthält. (B)

Die Abfüllmenge X anderer Sandsäcke ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 25{,}0$ L.

– Erklären Sie anhand einer Skizze der zugehörigen Dichtefunktion, dass gilt:
$P(X < 24{,}5) = P(X > 25{,}5)$ (R)

Möglicher Lösungsweg:

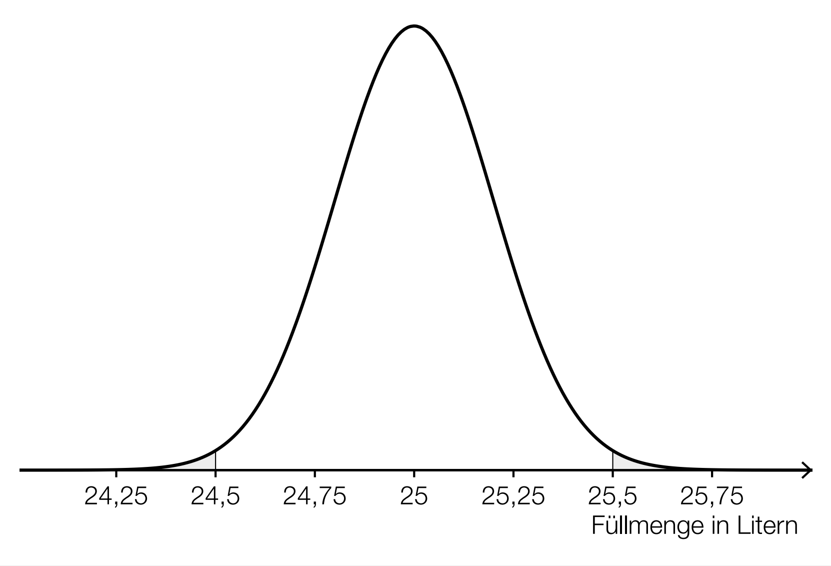
(A): $n = \frac{a^2 \cdot (h - 1)}{20}$

(R): Das Volumen vervierfacht sich.

(B): $m = 18 \cdot 20 \cdot 1\,250 = 450\,000 = 4{,}5 \cdot 10^5$

Anzahl der Sandkörner: $4{,}5 \cdot 10^5 \cdot 10^3 = 4{,}5 \cdot 10^8$

(R):



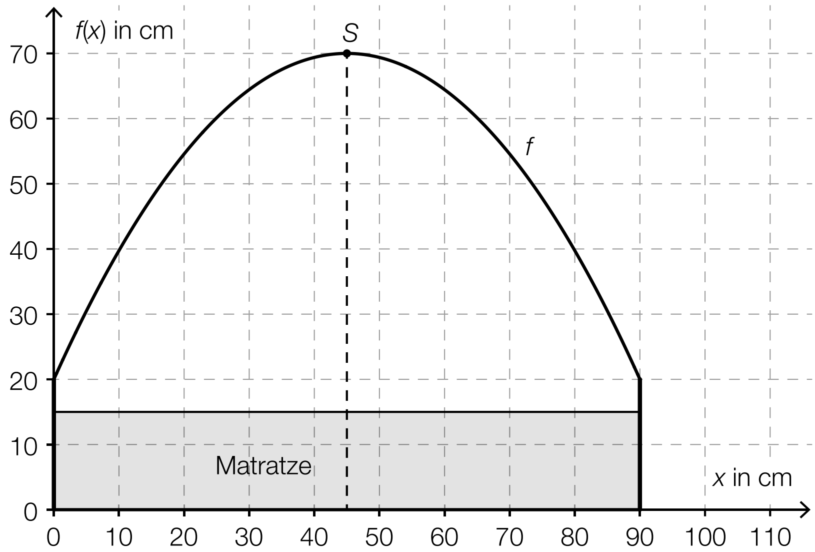
Dies gilt aufgrund der Symmetrie des Graphen der Dichtefunktion
($24{,}5 = \mu - 0{,}5$ und $25{,}5 = \mu + 0{,}5$).

2) Samuel bekommt ein neues Kinderbett.

Beim Kauf wird eine zweimonatige Lieferzeit vereinbart. Das Bettgestell und die Matratze werden unabhängig voneinander geliefert. Der Verkäufer weiß aus Erfahrung, dass das Bettgestell mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 % und die Matratze mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % eine Woche früher als vereinbart geliefert werden.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Matratze oder das Bettgestell, aber nicht beide eine Woche früher als vereinbart geliefert werden. (B)

Samuel bekommt für sein Bett einen Kuscheltunnel. In der nachstehenden Abbildung ist der Querschnitt des Kuscheltunnels in einem Koordinatensystem dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie kann mithilfe des Graphen der quadratischen Funktion f beschrieben werden:

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 20$

– Erstellen Sie mithilfe des Scheitelpunkts $S = (45 | 70)$ ein Gleichungssystem zur Berechnung der Parameter a und b. (A)

In den Kuscheltunnel wird eine 15 cm hohe Matratze gelegt (siehe obige Abbildung).

– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.
$\int_0^{90} f(x)\,\mathrm{d}x - 15 \cdot 90 = 3450$ (R)

Wählt man ein anderes Koordinatensystem, so kann die obere Begrenzungslinie des Kuscheltunnels durch eine quadratische Funktion g mit $g(x) = a \cdot x^2 + c$ mit $a < 0$ und $c > 0$ beschrieben werden.

– Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts der Funktion g in diesem Koordinatensystem an. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(B): E ... die Matratze oder das Bettgestell, aber nicht beide werden eine Woche früher als vereinbart geliefert

$P(E) = 0{,}75 \cdot 0{,}2 + 0{,}25 \cdot 0{,}8 = 0{,}35$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt 35 %.

(A): $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$f(45) = 70$
$f'(45) = 0$

oder:

$a \cdot 45^2 + b \cdot 45 + 20 = 70$
$2 \cdot 45 \cdot a + b = 0$

(R): Der Inhalt der Querschnittsfläche des Kuscheltunnels, der nicht von der Matratze eingenommen wird, beträgt 3450 cm².

(R): $S = (0|c)$

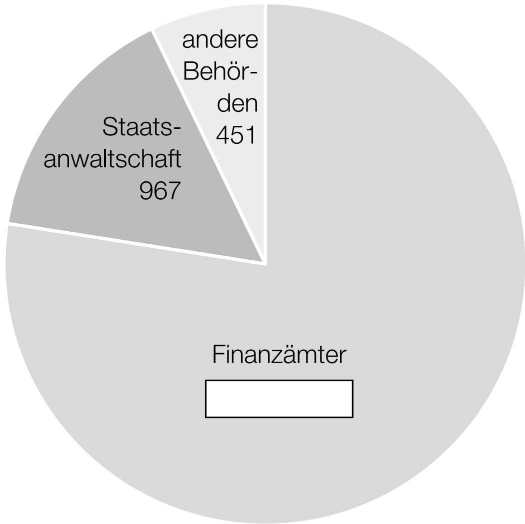
3) Die Datenüberwachung im Internet kann zu Ermittlungsverfahren führen.

Im Jahr 2016 führte dies zu 3031 Ermittlungsverfahren und im Jahr 2017 zu 3378 Ermittlungsverfahren.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Anzahl der Ermittlungsverfahren von 2016 auf 2017 gestiegen ist. (B)

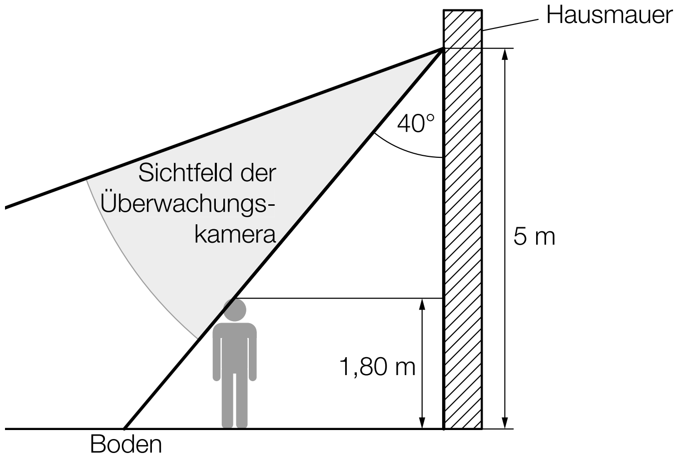
Das Bundesministerium für Finanzen führt ein Verzeichnis aller Bankkonten in Österreich.

Die nachstehende Abbildung zeigt die Anzahl der Abfragen verschiedener Behörden aus diesem Verzeichnis für das Jahr 2017. Der Winkel des Kreissektors für die Abfragen der Staatsanwaltschaft beträgt 55,38°.



– Tragen Sie den auf eine ganze Zahl gerundeten Wert für die Anzahl der Abfragen für Abgabenzwecke in das Kreisdiagramm ein. (A)

Der Eingangsbereich einer Bank wird überwacht. Die nachstehende Abbildung zeigt das Sichtfeld einer Überwachungskamera, die an einer Hausmauer in einer Höhe von 5 m montiert ist.



Eine 1,80 m große Person befindet sich genau am Rand des Sichtfelds der Überwachungskamera (siehe obige Abbildung).

– Berechnen Sie, in welcher Entfernung von der Mauer sich diese Person befindet. (B)

Eine wichtige Kenngröße für Kameras ist derjenige Bildwinkel α, der mit folgender Formel berechnet werden kann:

$\tan(\alpha) = \frac{d}{2 \cdot f}$ mit $d, f, \alpha > 0$ und $0° < \alpha < 90°$
d ... Bilddiagonale
f ... Brennweite

– Beschreiben Sie, wie sich bei gleichbleibendem d eine Vergrößerung von f auf den Bildwinkel α auswirkt. (R)

Möglicher Lösungsweg:

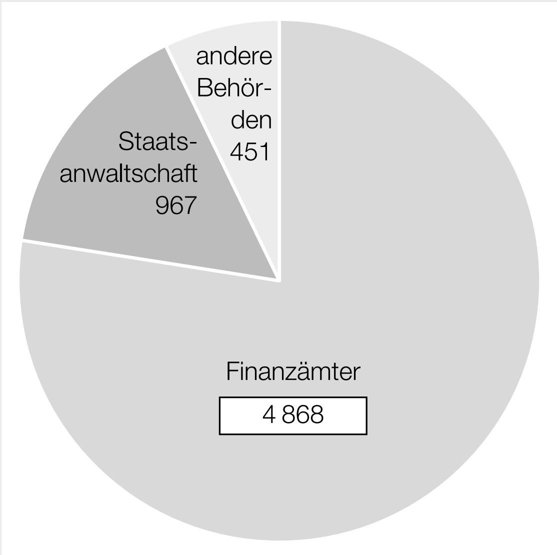
(B): $\frac{3378 - 3031}{3031} = 0{,}1144...$

Die Anzahl der Ermittlungsverfahren ist von 2016 auf 2017 um rund 11,4 % gestiegen.

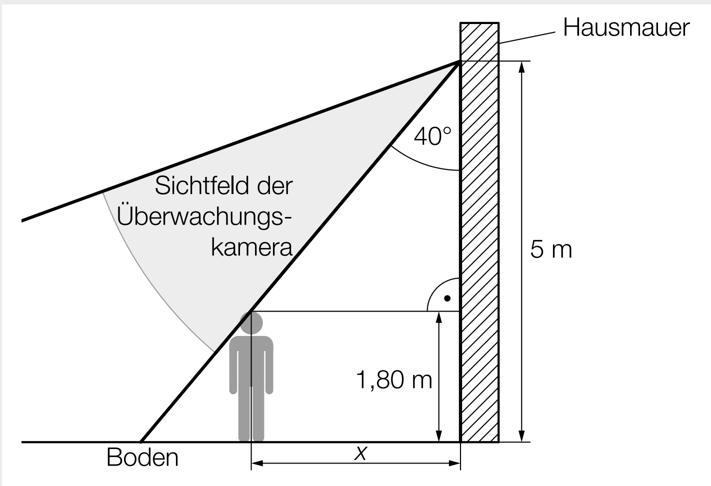
(A): $967 \cdot \frac{360}{55{,}38} = 6286{,}02...$

$6286{,}02... - 967 - 451 = 4868{,}02...$

auf eine ganze Zahl gerundet: 4868



(B):



$\tan(40°) = \frac{x}{5 - 1{,}8}$

$x = 2{,}68...$

Die Entfernung beträgt rund 2,7 m.

(R): Eine Vergrößerung von f bewirkt eine Abnahme des Bildwinkels α.

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

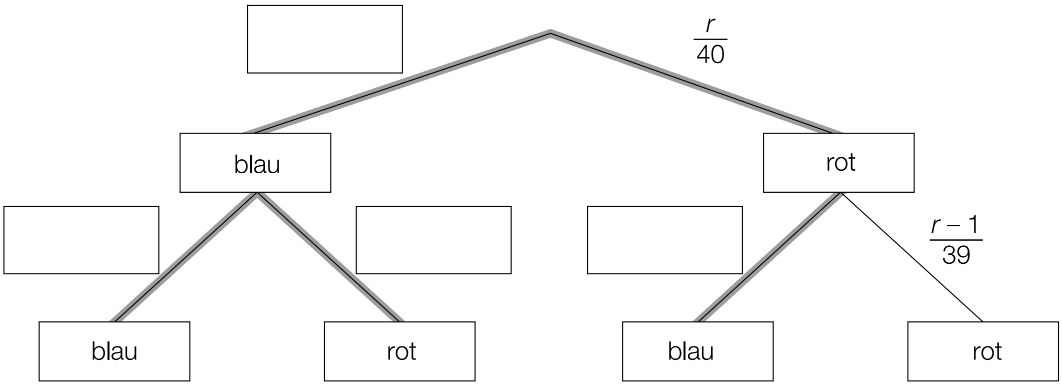
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) Eine Schachtel enthält insgesamt 40 Wasserbomben in den Farben Rot und Blau. Es gibt r rote und b blaue Wasserbomben. Sophia zieht ohne hinzusehen und ohne Zurücklegen 2 Wasserbomben aus dieser Schachtel.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



– Beschreiben Sie ein Ereignis E_1 im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mithilfe der markierten Äste im obigen Baumdiagramm berechnet werden kann. (R)

Die Wahrscheinlichkeit, dass Sophia 2 rote Wasserbomben zieht, beträgt $\frac{7}{60}$.

– Berechnen Sie die ursprüngliche Anzahl r der roten Wasserbomben in der Schachtel. (B)

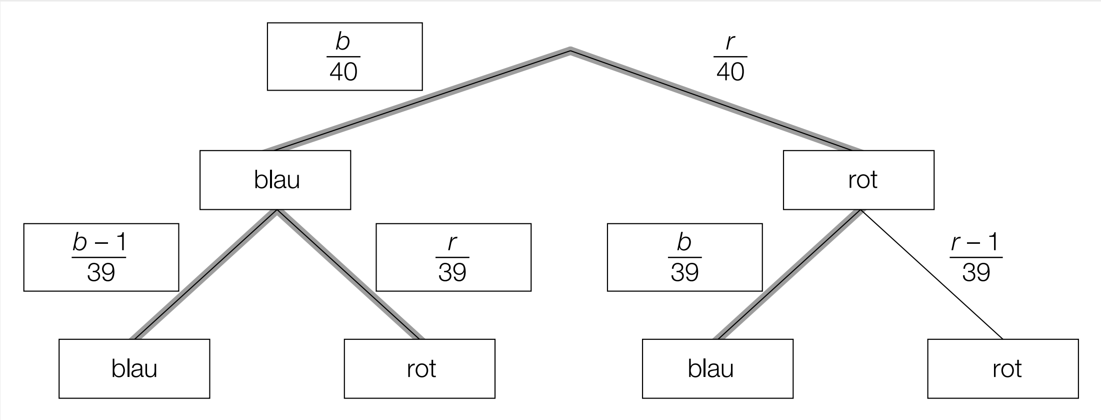
Bei einem Wettbewerb schießen Kinder mit ihren Wasserbomben auf leere Kunststoffflaschen. Manfred wirft n-mal. Er trifft dabei bei jedem Wurf mit einer gleichbleibenden Wahrscheinlichkeit von 45 %.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet werden kann:

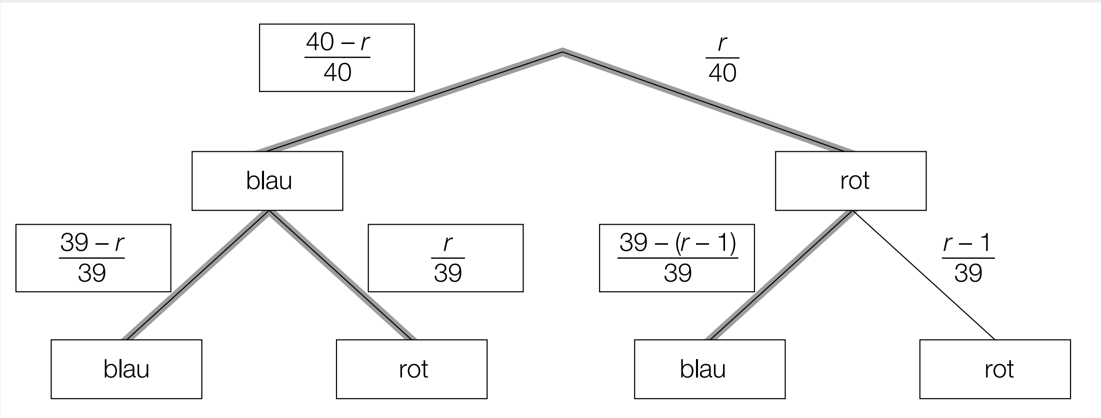
$P(E) = \binom{n}{1} \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}55^{n-1}$ (R)

Möglicher Lösungsweg:

(A):



oder:



(R): E_1 ... es wird höchstens 1 rote Wasserbombe gezogen

oder:

E_1 ... es wird mindestens 1 blaue Wasserbombe gezogen

(B): $\frac{r}{40} \cdot \frac{r-1}{39} = \frac{7}{60}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$r_1 = 14$
$(r_2 = -13)$

Es waren ursprünglich 14 rote Wasserbomben in der Schachtel.

(R): E ... Manfred trifft bei seinen n Würfen genau 1-mal

2) Im Jahr 2008 betrugen die weltweiten bekannten Uranreserven insgesamt etwa 1766400 Tonnen.

In der nachstehenden Tabelle sind die Staaten mit den größten Uranreserven (Stand 2008) angegeben.

Staat	Uranreserven in Tonnen	relativer Anteil an den weltweiten bekannten Uranreserven
Australien	709000	
Kanada	270100	
Kasachstan	235100	
Rest der Welt		

– Ergänzen Sie in der obigen Tabelle die fehlende Zahl im grau markierten Feld. (B)

– Ergänzen Sie die fehlende Hochzahl im dafür vorgesehenen Kästchen. (R)

$1\,766\,400 \text{ t} = 1{,}7664 \cdot 10^{\square} \text{ kg}$

In der nachstehenden Tabelle sind die Fördermengen von Uran für die Tschechische Republik für 2 bestimmte Jahre dargestellt.

Jahr	Fördermenge in Tonnen
2005	408
2010	254

Die Fördermenge in Tonnen soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen Exponentialfunktion auf. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2005. (A)

Mit „Reichweite" bezeichnet man die Zeitspanne, innerhalb derer ein bestimmter Rohstoff aufgebraucht wird.

In einem Artikel über die Reichweite der Uranreserven ist zu lesen:
„Legt man der Berechnung der Reichweite die gesicherten und die vermuteten Uranreserven zugrunde, so stehen dem konstanten jährlichen Verbrauch von 67000 Tonnen Uranreserven von 5,5 Millionen Tonnen gegenüber. Dies führt zu einer Reichweite von ungefähr 82 Jahren."

– Erläutern Sie, welches mathematische Modell dieser Berechnung der Reichweite zugrunde liegt. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(B): $1\,766\,400 - 709\,000 - 270\,100 - 235\,100 = 552\,200$

$\frac{552\,200}{1\,766\,400} = 0{,}31261...$

Staat	Uranreserven in Tonnen	relativer Anteil an den weltweiten bekannten Uranreserven
Australien	709 000	
Kanada	270 100	
Kasachstan	235 100	
Rest der Welt		31,261... %

(R): $1\,766\,400\text{ t} = 1{,}7664 \cdot 10^9\text{ kg}$

(A): t ... Zeit in Jahren, $t = 0$ für das Jahr 2005

$f(t)$ ... Fördermenge zur Zeit t in Tonnen

$f(t) = 408 \cdot a^t$

$a = \sqrt[5]{\frac{254}{408}} = 0{,}9095...$

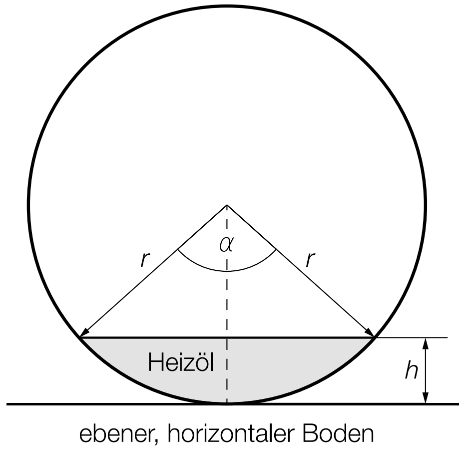
$f(t) = 408 \cdot 0{,}9095...^t$

oder:

$f(t) = 408 \cdot e^{-0{,}0947... \cdot t}$

(R): Aufgrund des konstanten jährlichen Verbrauchs von 67 000 Tonnen liegt dieser Berechnung ein lineares Modell zugrunde.

3) Die nachstehende Abbildung zeigt einen waagrecht gelagerten zylinderförmigen Öltank von vorne.



– Stellen Sie aus h und r eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. (A)

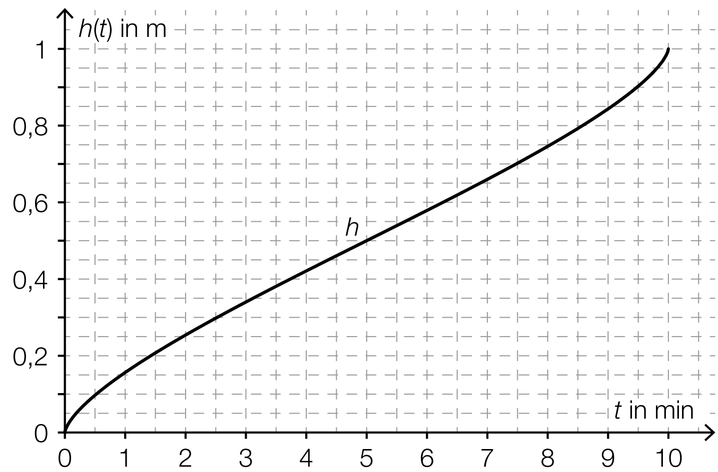
α = ____

Es werden zwei gleich lange, zylinderförmige Öltanks A und B miteinander verglichen. Der Radius von Öltank B ist um 10 % größer als jener von Öltank A.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent das Volumen von Öltank B größer als jenes von Öltank A ist. (B)

Ein leerer Öltank wird mit Heizöl befüllt. Die nachstehende Abbildung zeigt den zeitlichen Verlauf der Füllhöhe während der Befüllung.

t ... Zeit in min
$h(t)$ ... Füllhöhe zur Zeit t in m



– Ermitteln Sie die mittere Änderungsrate der Füllhöhe im Zeitintervall [2,5; 7,5]. (B)

– Begründen Sie mithilfe des oben abgebildeten Graphen der Funktion h, warum im Zeitintervall]0; 10[gilt: $h'(t) > 0$ (R)

Möglicher Lösungsweg:

(A): $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r - h}{r}$

$\alpha = 2 \cdot \arccos\left(\frac{r - h}{r}\right)$

(B): Vergleich der Grundflächen:
$(1{,}1 \cdot r)^2 \cdot \pi = 1{,}21 \cdot r^2 \cdot \pi$

Das Volumen von Öltank B ist um 21 % größer als das Volumen von Öltank A.

(B): $\frac{0{,}7 - 0{,}3}{7{,}5 - 2{,}5} = 0{,}08$

Die mittlere Änderungsrate der Füllhöhe im Zeitintervall [2,5; 7,5] beträgt 0,08 m/min.

(R): Da die Funktion im betrachteten Zeitintervall streng monoton steigend ist, gilt $h'(t) > 0$.