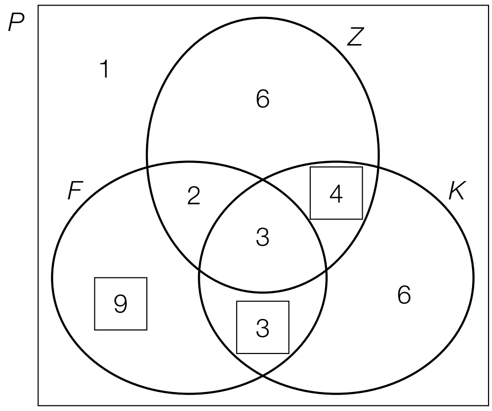
Aufgabe 7 (Teil B)

Strickpullover und -westen

a1)

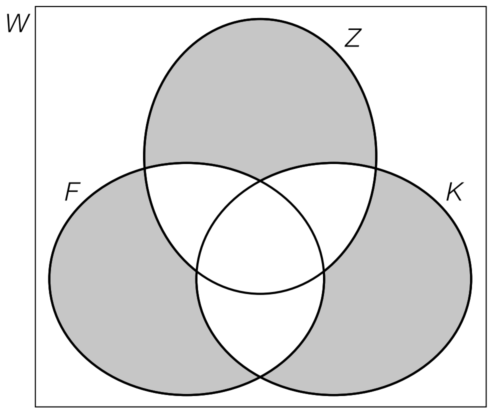


a2) $\frac{2 + 3 + 3 + 4}{34} = 0{,}3529...$

Rund 35,3 % der gestrickten Pullover haben mindestens 2 der 3 genannten Eigenschaften.

a1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.

b1)



b2)

Weste, die sich Monika wünscht	B
Weste, die sich Leon wünscht	A

A	$K\setminus(F\cup Z)$
B	$(F\cap K)\setminus Z$
C	$Z\setminus(F\cup K)$
D	$(K\cap Z)\setminus F$

b1) Ein Punkt für das Markieren der richtigen Bereiche im Venn-Diagramm.
b2) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1)

x_i	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,15	0,45	$\boxed{0,4}$

c2) $E(X) = 3 \cdot 0{,}15 + 4 \cdot 0{,}45 + 5 \cdot 0{,}4 = 4{,}25$

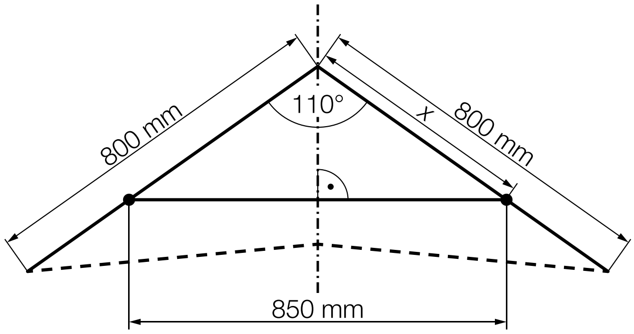
Der Erwartungswert beträgt 4,25 Wochen.

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Wahrscheinlichkeit.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Erwartungswerts.

Aufgabe 8 (Teil B)

Lenkdrachen

a1)



a2) Berechnung des Flächeninhalts der grau markierten Fläche in m^2:

$\frac{0{,}8 \cdot 0{,}658}{2} \cdot \sin(30°) \cdot 2 = 0{,}2632$

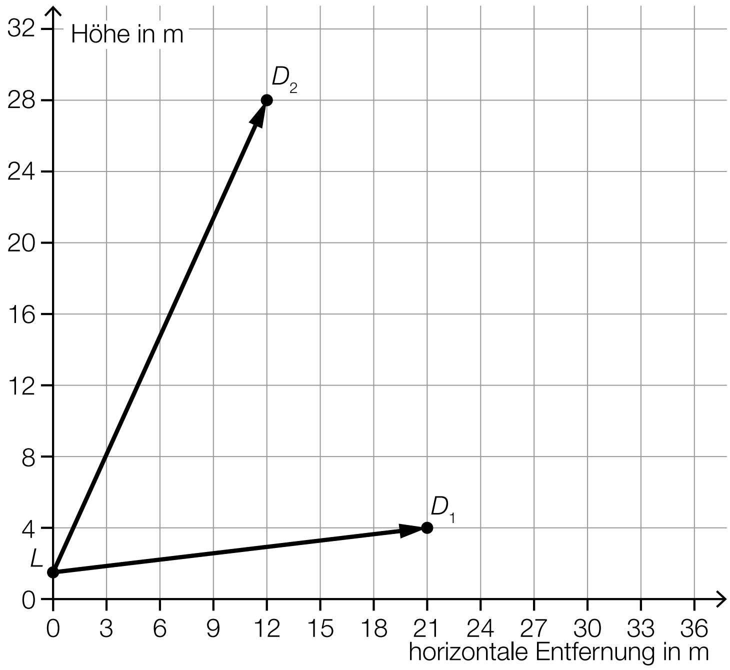
Berechnung der Masse des verwendeten Nylons in g:
$0{,}2632 \cdot 48 = 12{,}63...$

Berechnung der gesamten Masse in g:
$220 + 12{,}63... = 232{,}63...$

Die gesamte Masse des Lenkdrachens beträgt rund 232,6 g.

a1) Ein Punkt für das Kennzeichnen der richtigen Strecke *x*.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der gesamten Masse des Lenkdrachens.

b1)



b2) $\left|\begin{pmatrix} 21 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{21^2 + 2{,}5^2} = 21{,}14...$

$\left|\begin{pmatrix} 12 \\ 26{,}5 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{12^2 + 26{,}5^2} = 29{,}09...$

$29{,}09... - 21{,}14... = 7{,}9...$

Die Differenz der beiden Entfernungen beträgt rund 8 m.

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der beiden Vektoren.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Differenz der Entfernungen.

c1) Die Flugfigur kann nicht durch den Graphen einer einzigen Funktion beschrieben werden, weil nicht jedem x genau ein y zugeordnet werden kann.

c2)

$\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$	☒

c1) Ein Punkt für das richtige Begründen.
c2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 9 (Teil B)

Fotoausarbeitung

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$D(x) = 0{,}5625 \cdot x + 11{,}15$

a2) $D(60) = 44{,}9$

Gemäß diesem Modell beträgt der Preis für ein Fotobuch mit 60 Seiten € 44,90.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion D.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Preises.

b1)

	Breite	Länge
Größe 1	$b_1 = \boxed{42}$	ℓ_1
Größe 2	$b_2 = \boxed{50}$	ℓ_2
Größe 3	$b_3 = \boxed{58}$	ℓ_3
Größe 4	$b_4 = \boxed{66}$	ℓ_4
Größe 5	$b_5 = \boxed{74}$	ℓ_5

b2) $b_n = 42 + (n - 1) \cdot 8$ *oder* $b_n = 34 + 8 \cdot n$

b3) $\ell_{n+1} = \ell_n + \boxed{12}$ $\ell_1 = \boxed{63}$

b4)

$A_n = \frac{3}{2} \cdot b_n^2$	☒

b1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
b2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes.
b3) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des rekursiven Bildungsgesetzes.
b4) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 7 (Teil B)

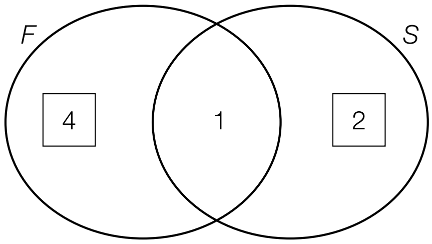
Bärenwald Arbesbach

a1) $\frac{4\,437 \cdot 6}{366} = 72{,}737...$

Die täglichen Futterkosten im Jahr 2008 für diese 6 Bären betrugen rund € 72,74.

a2) Essensreste

a3)



a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der täglichen Futterkosten für 6 Bären.
a2) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Futtermittels.
a3) Ein Punkt für das Eintragen der zwei richtigen Anzahlen.

b1) $\frac{12}{2} = 6$

$\frac{66}{12} = 5{,}5$

Da der Quotient zweier aufeinanderfolgender Folgenglieder nicht konstant ist, handelt es sich nicht um eine geometrische Folge.

b2) $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$b_1 = 2$ und $b_4 = 382$

$382 = 2 \cdot q^3$

$q = 5{,}758...$

$b_n = 2 \cdot 5{,}758...^{n-1}$

b3) $a_6 = 12\,680$

$b_6 = 2 \cdot 5{,}758...^5 = 12\,669{,}2...$

$1 - \frac{12\,669{,}2...}{12\,680} = 0{,}0008...$

b_6 ist also um weniger als 1 % kleiner als a_6.

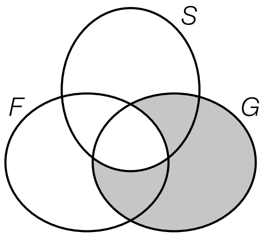
b1) Ein Punkt für das richtige Zeigen.
b2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes.
b3) Ein Punkt für das richtige Zeigen.

Aufgabe 8 (Teil B)

Wohnungen

a1) $T = S \cap F \cap G$

a2)



a1) Ein Punkt für das richtige Angeben in Mengensymbolik.
a2) Ein Punkt für das Markieren der richtigen Menge M.

b1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$W(t) = 0{,}345 \cdot t^2 + 2{,}393 \cdot t + 152{,}619$ *(Koeffizienten gerundet)*

b2) $W(11) = 220{,}7...$

Gemäß diesem Modell hat die Wohnung im Jahr 2025 einen Wert von rund € 221.000.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der quadratischen Funktion W.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des prognostizierten Wertes der Wohnung im Jahr 2025 in Euro.

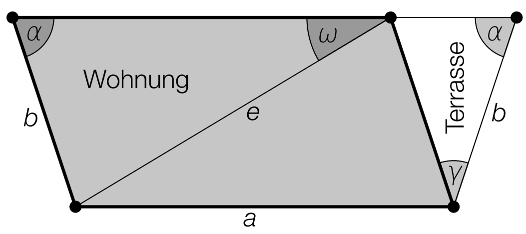
c1) $\gamma = 180° - 2 \cdot \alpha$

c2)

Wohnung	D
Terrasse	A

A	$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot b \cdot \sin(\gamma)$
B	$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$
C	$A = b \cdot b \cdot \sin(\alpha - \gamma)$
D	$A = a \cdot b \cdot \sin(180° - \alpha)$

c3)



Ein Kennzeichnen eines anderen Winkels mit dem gleichen Winkelmaß ist ebenfalls als richtig zu werten.

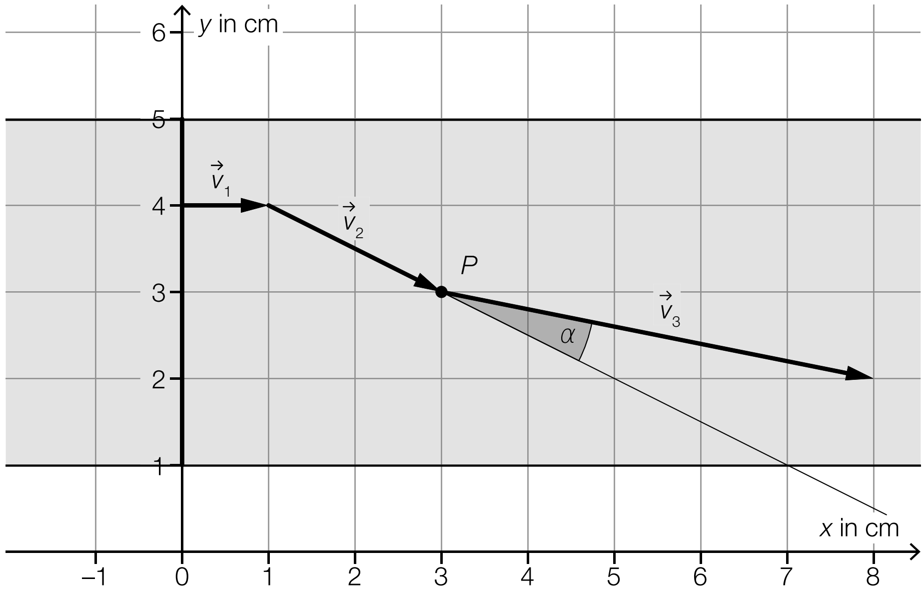
c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
c2) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.
c3) Ein Punkt für das Kennzeichnen des richtigen Winkels ω.

Aufgabe 9 (Teil B)

Vektorrennen

a1) $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} \boxed{2} \\ \boxed{-1} \end{pmatrix}$

a2 und a4)



Ein Einzeichnen eines anderen Winkels mit dem gleichen Winkelmaß ist ebenfalls als richtig zu werten.

a3) $s = 1 + \sqrt{2^2 + (-1)^2} + \sqrt{5^2 + (-1)^2} = 8{,}33...$

Die Länge der Strecke s beträgt rund 8,3 cm.

a1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Vektors $\vec{v}_3$.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge der Strecke s.
a4) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Winkels α.

b1)

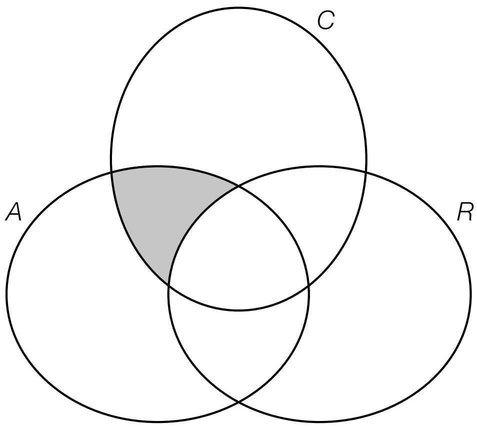
$\vec{a} + \vec{e} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 6 (Teil B)

Avengers

a1)



a2) $(C \cap A) \setminus R$

a3)

$(R \cap A) \setminus C$	☒

a4) 0 (Black Panther ist in keinem dieser 3 Filme gemeinsam mit Thor und Hulk zu sehen.)

a1) Ein Punkt für das Kennzeichnen des richtigen Bereichs im Venn-Diagramm.
a2) Ein Punkt für das richtige Angeben in Mengensymbolik.
a3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
a4) Ein Punkt für das Angeben, dass es keinen solchen Film gibt.

b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

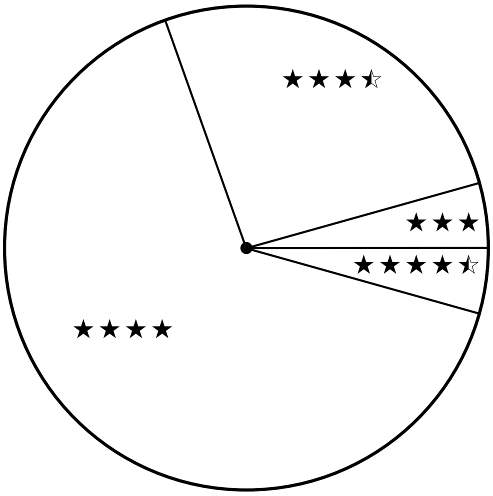
$f(t) = 154{,}42 \cdot t + 326{,}49$ *(Koeffizienten gerundet)*

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2008
$f(t)$ ... Einnahmen pro Film zur Zeit t in Millionen US-Dollar

b2) Berechnung des Korrelationskoeffizienten r mittels Technologieeinsatz:
$r = 0{,}569...$

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion f.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Korrelationskoeffizienten.

c1)



3 bzw. 4,5 Sterne: 15,7°
3,5 Sterne: 93,9°
4 Sterne: 234,8°

(Werte gerundet)

c2) $E(X) = \frac{1}{23} \cdot 3 + \frac{6}{23} \cdot 3{,}5 + \frac{15}{23} \cdot 4 + \frac{1}{23} \cdot 4{,}5 = 3{,}847...$

c3) $\frac{16}{23} \cdot \frac{15}{22} = \frac{120}{253} = 0{,}4743...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 47,4 %.

c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Kreisdiagramms.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Erwartungswerts $E(X)$.
c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

Aufgabe 7 (Teil B)

Puzzles

a1) Es handelt sich um eine arithmetische Folge, weil (bis $n = 4$) jeder Ring um 6 Teile mehr hat als der vorige.

a2) Im 5. Ring befinden sich 32 Teile, das sind um 10 (und nicht um 6) mehr als im 4. Ring.

a3) I: $k \cdot 1^2 + \ell \cdot 1 = 4$
II: $k \cdot 2^2 + \ell \cdot 2 = 14$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$k = 3$
$\ell = 1$

a1) Ein Punkt für das richtige Begründen.
a2) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Parameter k und ℓ.

b1) $4\,000 \cdot q^{5-1} = 250$

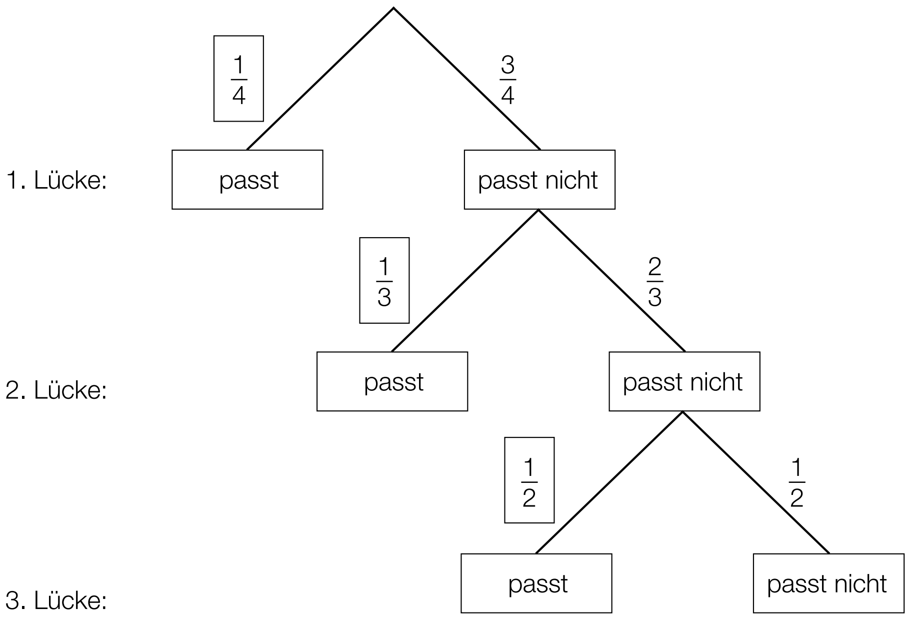
$$q = \sqrt[4]{\frac{250}{4\,000}} = 0{,}5$$

b2)

$c_n = (4\,000 \cdot 2) \cdot q^{n-1}$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Parameters q.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1)



c2) $P(E_1) = \frac{1}{4}$

$P(E_2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

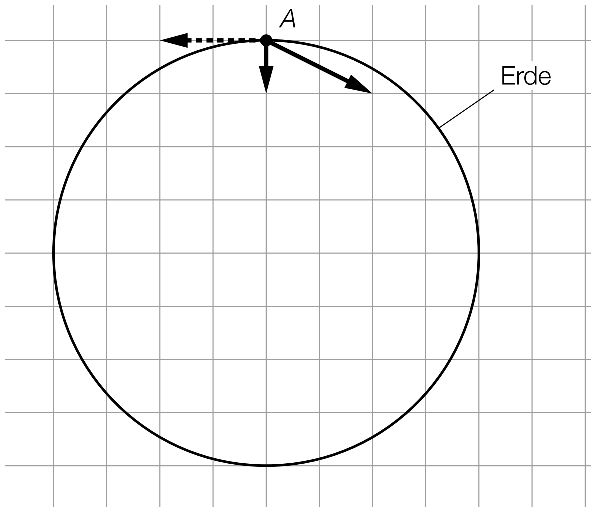
Die beiden Wahrscheinlichkeiten sind gleich groß.

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Wahrscheinlichkeiten.
c2) Ein Punkt für das richtige Zeigen.

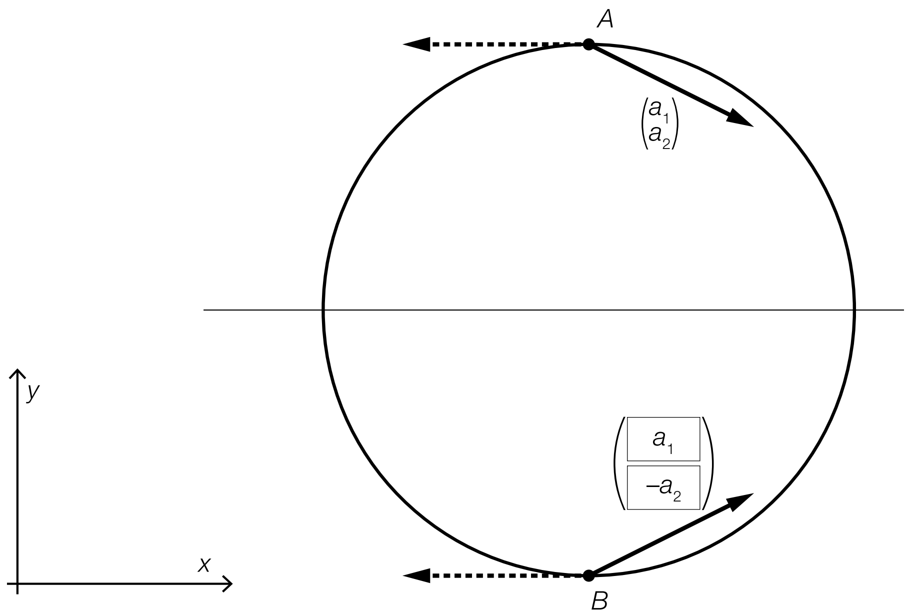
Aufgabe 8 (Teil B)

Erde

a1)



a2)

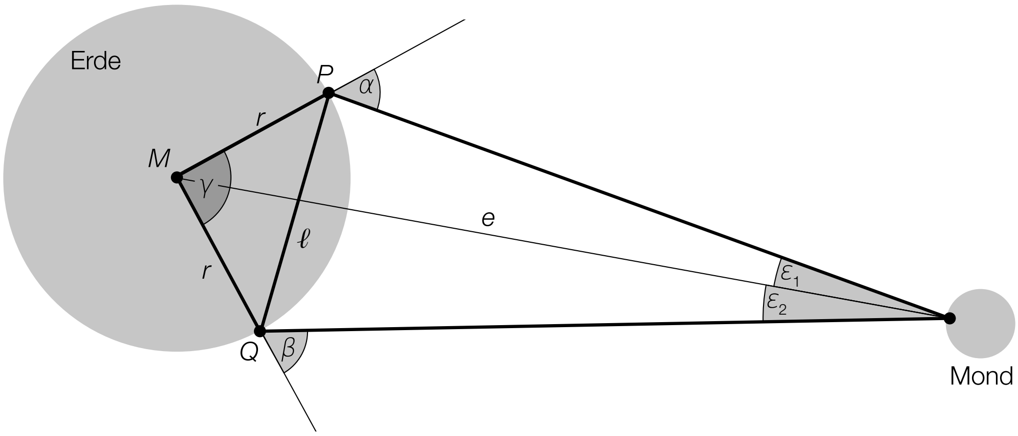


a3)

$\vec{f} \cdot \vec{a} = 0$	☒

a1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der resultierenden Gezeitenkraft im Punkt *A*.
a2) Ein Punkt für das Ergänzen der richtigen Koordinaten.
a3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

b1 und b3)



b2) $\sin(\varepsilon_1) = r \cdot \dfrac{\sin(180° - \alpha)}{e}$

oder:

$\sin(\varepsilon_1) = r \cdot \dfrac{\sin(\alpha)}{e}$

b1) Ein Punkt für das Markieren des richtigen Winkels γ.
b2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
b3) Ein Punkt für das Einzeichnen der richtigen Strecke.

c1)

①	
Verdoppelt	☒

②	
verachtfacht	☒

c1) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

Aufgabe 6 (Teil B)

Smoothies

a1) x … Menge an Orangen in g
y … Menge an Mangos in g

$0{,}45 \cdot x + 0{,}37 \cdot y = 100$
$0{,}47 \cdot x + 0{,}62 \cdot y = 125$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x = 149{,}8...$
$y = 88{,}0...$

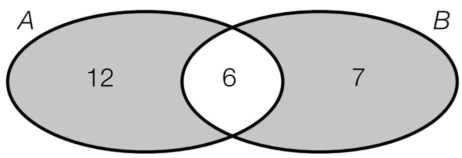
Es werden rund 150 g Orangen und rund 88 g Mangos benötigt.

a1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der benötigten Mengen.

b1) $\frac{27 - 12 - 6 - 7}{27} = \frac{2}{27} = 0{,}0740...$

Rund 7,4 % der Schülerinnen verkosten keinen Smoothie.

b2)



b3) $L = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

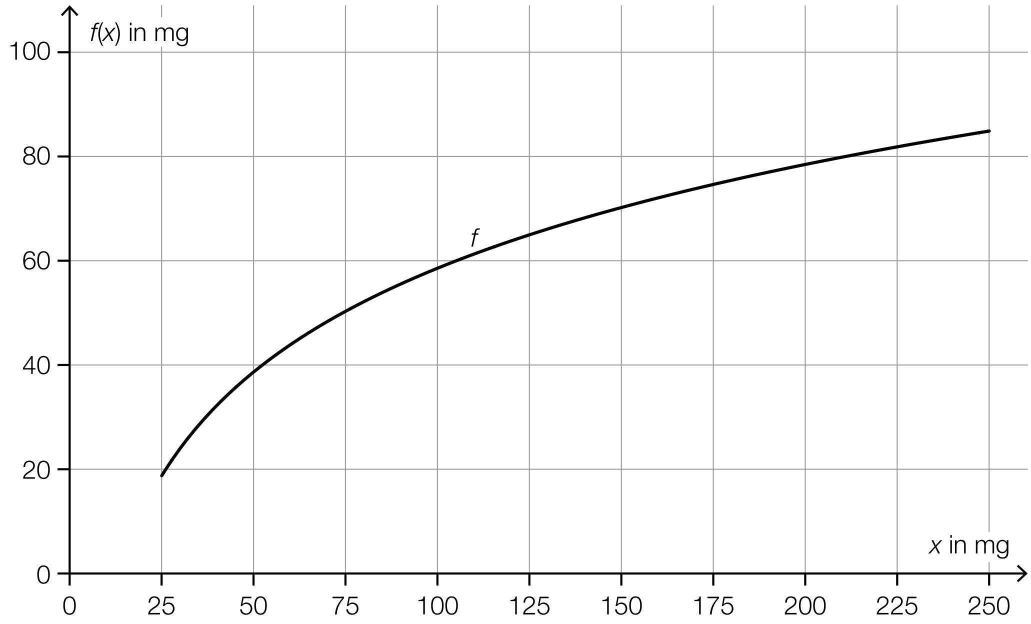
oder:

$L = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.
b2) Ein Punkt für das Kennzeichnen der richtigen Menge L.
b3) Ein Punkt für das richtige Angeben der Menge L in Mengensymbolik.

c1) Wird die konsumierte Vitamin-C-Menge erhöht, so erhöht sich auch die vom Körper aufgenommene Vitamin-C-Menge.

c2)



c1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
c2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Funktionsgraphen.

Aufgabe 7 (Teil B)

Flugzeuge

a1)

$a = \frac{h_1}{\cos(\alpha)}$	☒

a1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

b1) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{90^2 + 70^2}$
$\left|\overrightarrow{AB}\right| = 114{,}01\ldots$ km

12 min = 0,2 h

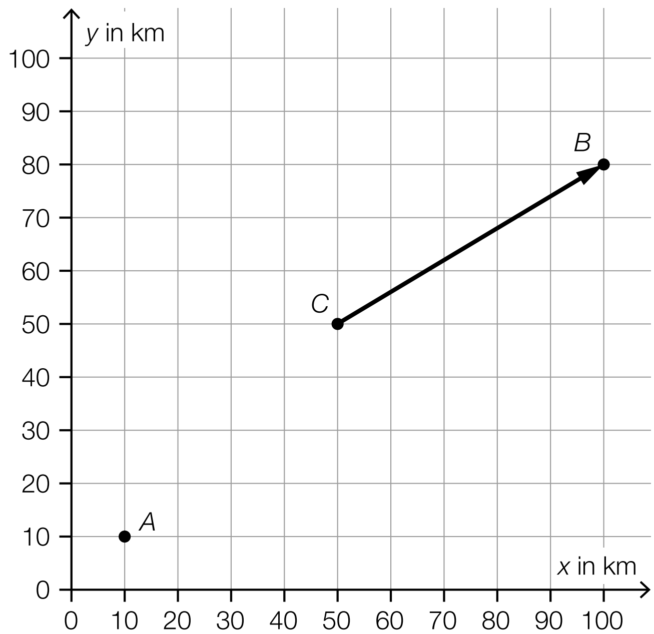
$v = \frac{114{,}01\ldots}{0{,}2} = 570{,}0\ldots$

Die Geschwindigkeit beträgt rund 570 km/h.

b2) $\arccos\left(\frac{\begin{pmatrix}90\\70\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}40\\40\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}90\\70\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}40\\40\end{pmatrix}\right|}\right) = 7{,}12\ldots°$

Der Winkel beträgt rund 7,1°.

b3)



b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Geschwindigkeit in km/h.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels.
b3) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Vektors $\overrightarrow{CB}$ als Pfeil ausgehend vom Punkt C.

c1) $h'(12)$ $\boxed{<}$ 0

$h''(12)$ $\boxed{=}$ 0

c2) $h'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$h''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $h(12) = 1000$
II: $h''(12) = 0$
III: $h(24) = 0$
IV: $h'(24) = 0$

oder:

I: $12^3 \cdot a + 12^2 \cdot b + 12 \cdot c + d = 1000$
II: $6 \cdot a \cdot 12 + 2 \cdot b = 0$
III: $24^3 \cdot a + 24^2 \cdot b + 24 \cdot c + d = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 24^2 + 2 \cdot b \cdot 24 + c = 0$

c3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{125}{432} = 0{,}289...$
$b = -\frac{125}{12} = -10{,}4...$
$c = 0$
$d = 2000$

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zeichen.
c2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mit den Koordinaten der beiden Punkte.
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Ableitungen.
c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten der Funktion h.

d1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$T(h) = -0{,}0057 \cdot h + 10{,}43$ *(Koeffizienten gerundet)*

d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion T.

Aufgabe 8 (Teil B)

Gewinnspiele

a1)

Anzahl der möglichen Würfelergebnisse, bei denen ...		
die Augenzahl beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf ist	beide Augenzahlen gleich sind	die Augenzahl beim 2. Wurf größer als beim 1. Wurf ist
15	6	15

a2) $P(\text{„die Augenzahl ist beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf“}) = \frac{15}{36} = 0{,}4166...$

a3) X ... Gewinn in Euro

$E(X) = 5 \cdot \frac{15}{36} - 10 \cdot \frac{6}{36} + 3 \cdot \frac{15}{36} = 1{,}66...$

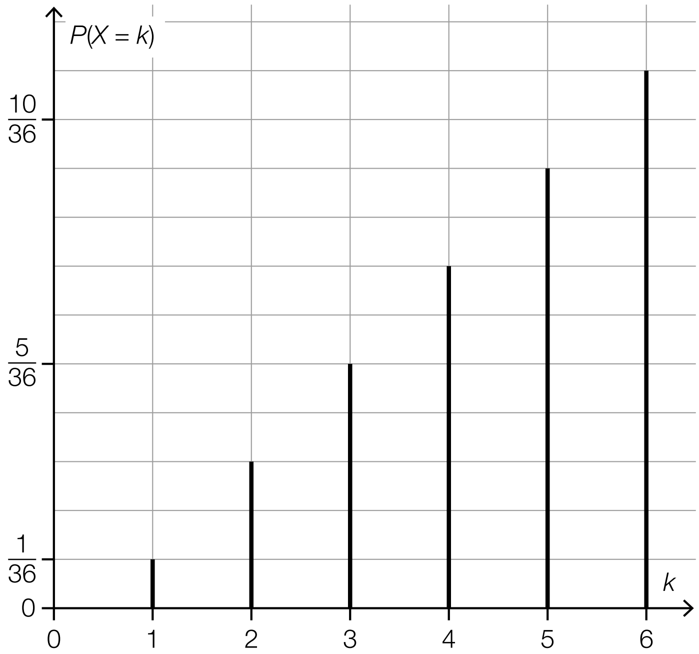
Der Erwartungswert für den Gewinn bei diesem Spiel beträgt rund 1,7 Euro.

a1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Tabelle.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Erwartungswerts.

b1) Bei einer arithmetischen Folge ist die Differenz aufeinanderfolgender Folgenglieder konstant.
Es gilt:
$P(X = 2) - P(X = 1) = P(X = 3) - P(X = 2) = \frac{2}{36}$
Es handelt sich hier also um eine arithmetische Folge.

b2) $a_{n+1} = a_n + \frac{2}{36}$ mit $a_1 = \frac{1}{36}$

b3)

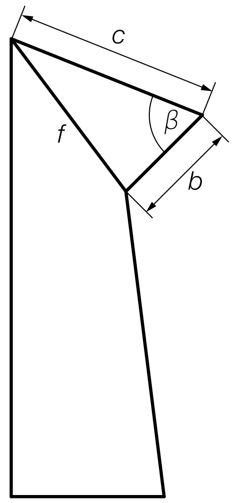


b1) Ein Punkt für das richtige Zeigen.
b2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des rekursiven Bildungsgesetzes.
b3) Ein Punkt für das richtige Darstellen der Wahrscheinlichkeitsfunktion.

Aufgabe 6 (Teil B)

Klettern

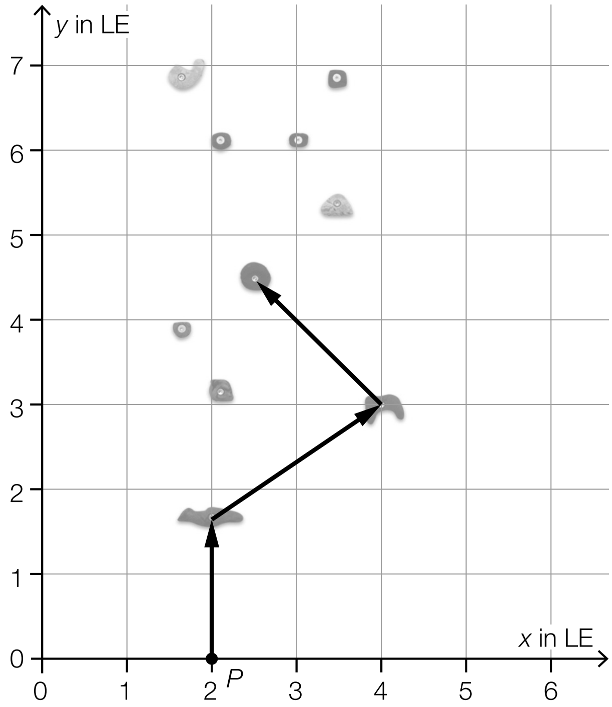
a1)



a2) $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\beta)$

a1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Strecke *f*.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

b1)



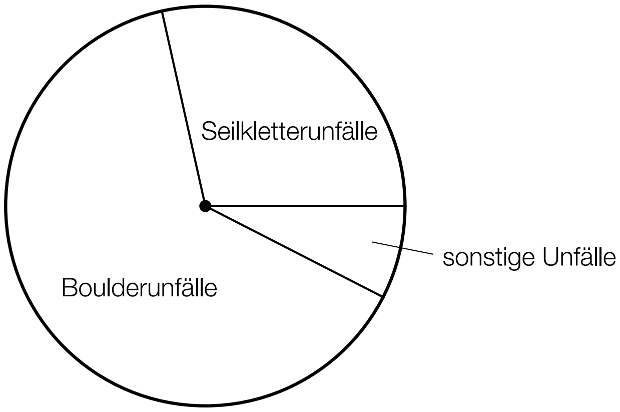
b2) $\left|\overrightarrow{QR}\right| = \sqrt{2^2 + 1{,}2^2}$
$\left|\overrightarrow{QR}\right| = 2{,}33...$ LE

b3) $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RS} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 4{,}5 \end{pmatrix}$

Wird der Vektor grafisch ermittelt, kann es beim Ergebnis zu geringfügigen Abweichungen kommen.

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Vektoren.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Betrags des Vektors $\overrightarrow{QR}$.
b3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Vektors $\overrightarrow{PS}$.

c1)



c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Kreisdiagramms.

d1) zugeführte Energiemenge in kcal:
$1\,500 \cdot 0{,}4 \cdot 7 = 4\,200$

verbrauchte Energiemenge in kcal/min:
$\frac{130}{15} = \frac{26}{3}$

Zeit in min:
$\frac{4\,200}{\frac{26}{3}} = 484{,}6...$

Zeit in h:
$\frac{484{,}6...}{60} = 8{,}0...$
David müsste rund 8 Stunden klettern, um diese Energiemenge zu verbrauchen.

d1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit in Stunden.

Aufgabe 7 (Teil B)

Ferienwohnungen

a1) Es handelt sich um eine geometrische Folge, da jede weitere Woche um 10 % weniger als die vorangegangene Woche kostet.

oder:

Es handelt sich um eine geometrische Folge, da der Quotient aufeinanderfolgender Folgenglieder konstant ist.

a2) $b_n = 1\,200 \cdot 0{,}9^{n-1}$

a3) $b_4 = 1\,200 \cdot 0{,}9^3 = 874{,}8$

Die Kosten für die 4. Woche in dieser Ferienwohnung betragen 874,80 Euro.

a1) Ein Punkt für das richtige Angeben und das richtige Begründen.
a2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Kosten für die 4. Woche.

b1)

Bergschlössl	D
Seeblick	B

A	(a_n) mit $a_n = a_{n+1} - 100$
B	(b_n) mit $b_{n+1} = b_{n-3} - 200$
C	(c_n) mit $c_{n+2} = c_{n+1} + 50$
D	(d_n) mit $d_{n-1} = d_{n+1} + 200$

b2) $k_n = 1\,750 - (n - 1) \cdot 100$

oder:

$k_n = 1\,850 - 100 \cdot n$

b3) $1\,750 - (n - 1) \cdot 100 = 0{,}75 \cdot 1\,750$

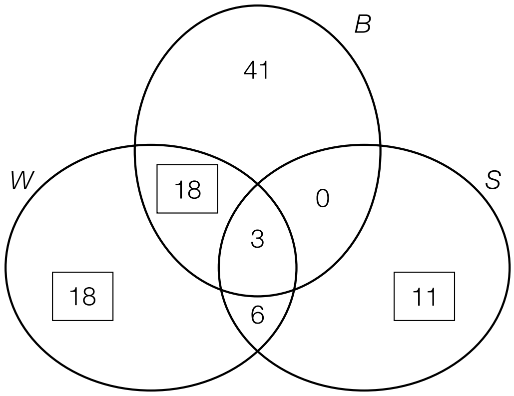
$1\,850 - 100 \cdot n = 1\,312{,}5$

$n = \frac{1\,850 - 1\,312{,}5}{100} = 5{,}375$

Die 6. Woche ist diejenige Woche, die erstmals um mindestens 25 % billiger als die 1. Woche ist.

b1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.
b2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes.
b3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Woche.

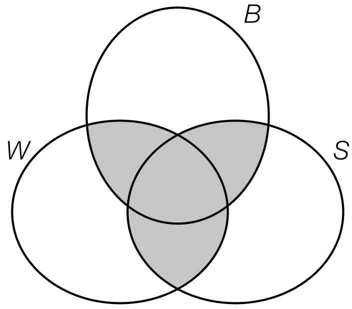
c1)



c2) $\frac{18 + 3}{45 + 11 + 41} = 0{,}2164...$

Für Familie Hadek kommen rund 21,6 % der Ferienwohnungen im Ferienort Almdorf infrage.

c3)



c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Anzahlen.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.
c3) Ein Punkt für das Markieren des richtigen Bereichs.

Aufgabe 8 (Teil B)

Wasserversorgung

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$f(x) = 2{,}23 \cdot x - 6{,}06$ *(Koeffizienten gerundet)*

x ... Länge in km
$f(x)$ ... Durchflussrate bei der Länge x in tausend m^3 pro Tag

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

arithmetisches Mittel $\bar{x}$:
$\bar{x} = 38{,}57...$ km

Standardabweichung s_n:
$s_n = 26{,}11...$ km

Auch die Angabe von $s_{n-1} = 28{,}20...$ km *ist als richtig zu werten.*

a3) $38{,}57... + 1{,}5 \cdot 26{,}11... = 77{,}7...$
$91 > 77{,}7...$

oder:

$38{,}57... + 1{,}5 \cdot 28{,}20... = 80{,}8...$
$91 > 80{,}8...$

Aqua Marcia ist also ein Ausreißer.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion.
a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des arithmetischen Mittels und der Standardabweichung.
a3) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b1) $x = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(180° - \alpha)}$

b2) $x = \sqrt{8^2 + 3{,}6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3{,}6 \cdot \cos(168{,}1°)} = 11{,}54...$

Der neue Stollen hat eine Länge von rund 11,5 km.

b3) Für den entsprechenden Winkel β gilt:

$$\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{x}{\sin(180° - \alpha)}$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(180° - \alpha)}{x}\right) = \arcsin\left(\frac{3{,}6 \cdot \sin(168{,}1°)}{11{,}54...}\right) = 3{,}68...°$$

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von x.
b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels.

c1)

W	B
K	C

A	$r = 0$
B	$r = 0{,}87...$
C	$r = -0{,}93...$
D	$r = -0{,}72...$

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

Aufgabe 6 (Teil B)

Piratenschiff

a1) $f(0{,}5) = 1{,}2$ *oder* $a - 1{,}209 \cdot \ln(0{,}5 + 0{,}5) = 1{,}2$
$a = 1{,}2$

a2) $f(x) = 0$ *oder* $1{,}2 - 1{,}209 \cdot \ln(x + 0{,}5) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_B = 2{,}198...$ m

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Parameters a.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Stelle x_B.

b1) $\alpha = \arccos\left(\frac{r}{b_1}\right) + \arccos\left(\frac{r}{b_2}\right)$

b2) $d = \sqrt{4{,}5^2 + 3^2 - 2 \cdot 4{,}5 \cdot 3 \cdot \cos(131°)}$
$d = 6{,}85...$ m

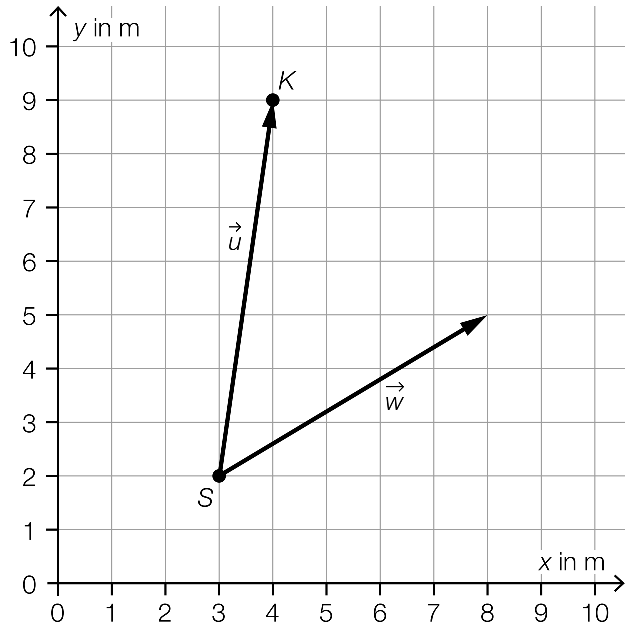
b1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Formel.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge d.

c1) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

c2) $|\vec{u}| = \sqrt{1^2 + 7^2}$

$|\vec{u}| = 7{,}071\ldots\text{ m}$

c3)



c4) $\arccos\left(\dfrac{\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{1^2 + 7^2} \cdot \sqrt{5^2 + 3^2}}\right) = 50{,}9\ldots°$

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge des Vektors $\vec{u}$.
c3) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Vektors $\vec{w}$.
c4) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels.

Aufgabe 7 (Teil B)

Biologieunterricht

a1) Die Menge der Tierarten, die Fledertiere sind, ist eine Teilmenge von S und von F, aber nicht von E.

a2) Nur ein Teil der Vögel kann fliegen.

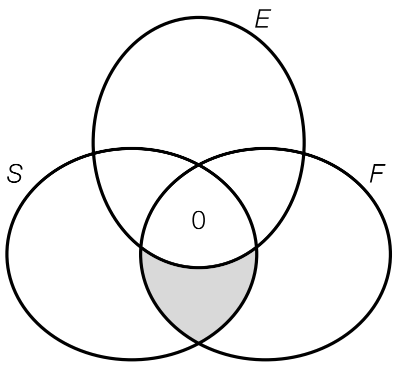
oder:

Es gibt auch Vögel, die nicht fliegen können.

a3)

$(E \setminus F) \cap S$	$\boxtimes$

a4)



a1) Ein Punkt für das richtige Angeben.
a2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben der Bedeutung im gegebenen Sachzusammenhang.
a3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
a4) Ein Punkt für das Eintragen der Zahl 0 im richtigen Bereich.

b1) Da der Löwe und der Mensch bei gleicher Körperlänge unterschiedliche Sprungweiten haben, handelt es sich nicht um eine eindeutige Zuordnung. Daher kann die angegebene Tabelle nicht die Wertetabelle einer Funktion sein.

b2) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$f(x) = -5{,}399 \cdot x^2 + 14{,}93 \cdot x - 2{,}582$ *(Koeffizienten gerundet)*

b1) Ein Punkt für das richtige Begründen.
b2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der quadratischen Funktion *f*.

c1) $a_n = 20 \cdot 5^{n-1}$ *oder* $a_n = 4 \cdot 5^n$

c2) $500 = 20 \cdot 5^{n-1}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 3$

In der 3. Generation werden erstmals 500 Jungtiere geboren.

c1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Generation.

Aufgabe 8 (Teil B)

Spielshow

a1)

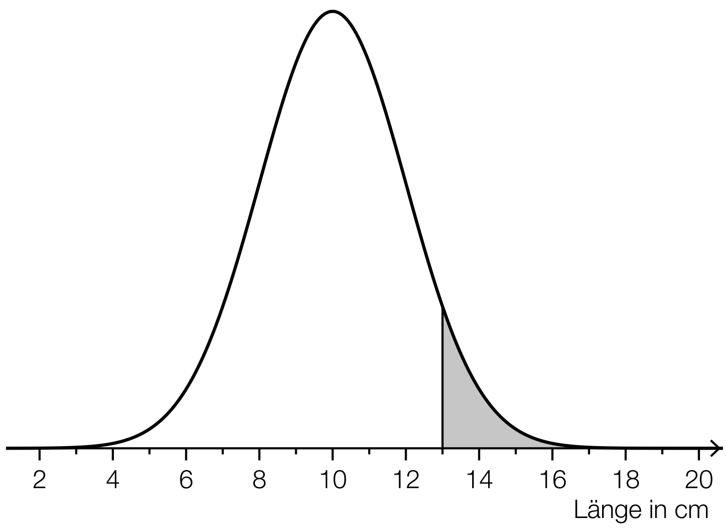
Sektor	A	B	C	D	E
x_i	10	16	20	25	–31
$P(X = x_i)$	$\frac{30}{360} = 0{,}083...$	$\frac{40}{360} = 0{,}111...$	$\frac{80}{360} = 0{,}222...$	$\frac{100}{360} = 0{,}277...$	$\frac{110}{360} = 0{,}305...$

a2) $E(X) = 10 \cdot \frac{30}{360} + 16 \cdot \frac{40}{360} + 20 \cdot \frac{80}{360} + 25 \cdot \frac{100}{360} - 31 \cdot \frac{110}{360} = 4{,}52...$

a3) Der Erwartungswert gibt an, dass im Mittel rund 4,5 Punkte pro Spiel gewonnen werden (wenn das Spiel sehr oft durchgeführt wird).

a1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Tabelle.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Erwartungswerts.
a3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

b1)



b1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit.

c1) $a_2 = 6$
$a_3 = 9$

c2) $a_n = 3 + 3 \cdot (n - 1)$

oder:

$a_n = 3 \cdot n$

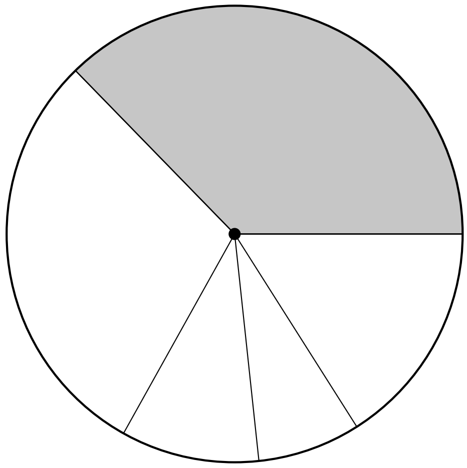
c3) $a_{10} = 30$

c1) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Werte der Folgenglieder a_2 und a_3.
c2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes.
c3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Folgenglieds a_{10}.

Aufgabe 6 (Teil B)

Erneuerbare Energie in Österreich

a1)



a1) Ein Punkt für das Kennzeichnen des richtigen Sektors.

b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = 1\,922{,}6 \cdot t + 4\,653{,}4$ *(Parameter gerundet)*

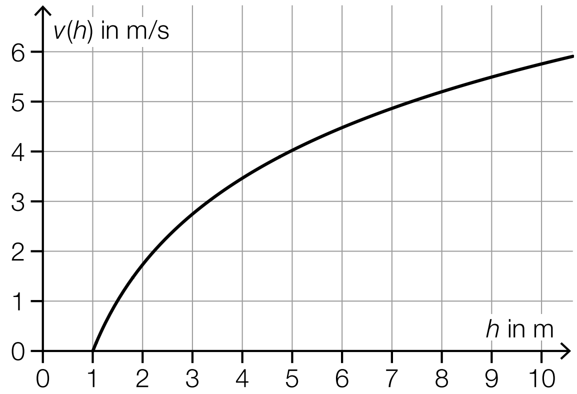
b2) Gemäß diesem Modell steigt die Energieproduktion durch Photovoltaik und Windkraft um rund 1 923 TJ pro Jahr.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion *f*.
b2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

c1) Die Argumentation ist falsch, weil der abgebildete Wertebereich nicht bei 0, sondern bei 310 000 beginnt.

c1) Ein Punkt für das richtige Erklären.

d1)



d2) $v(h) = 8$ *oder* $2{,}5 \cdot \ln(h) = 8$
$h = 24{,}53...$

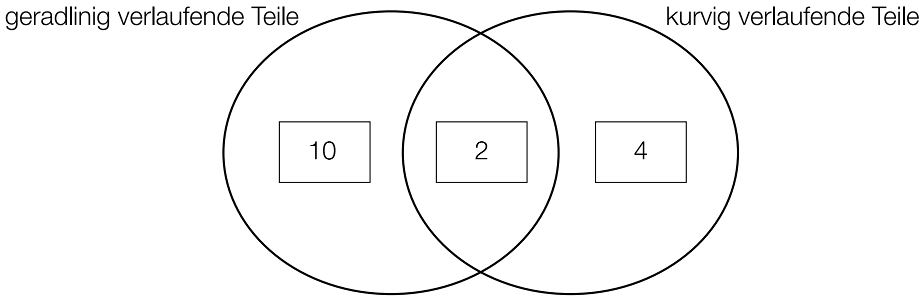
In einer Höhe von rund 24,5 m beträgt die Windgeschwindigkeit 8 m/s.

d1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen von v.
d2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe.

Aufgabe 7 (Teil B)

Holzzug

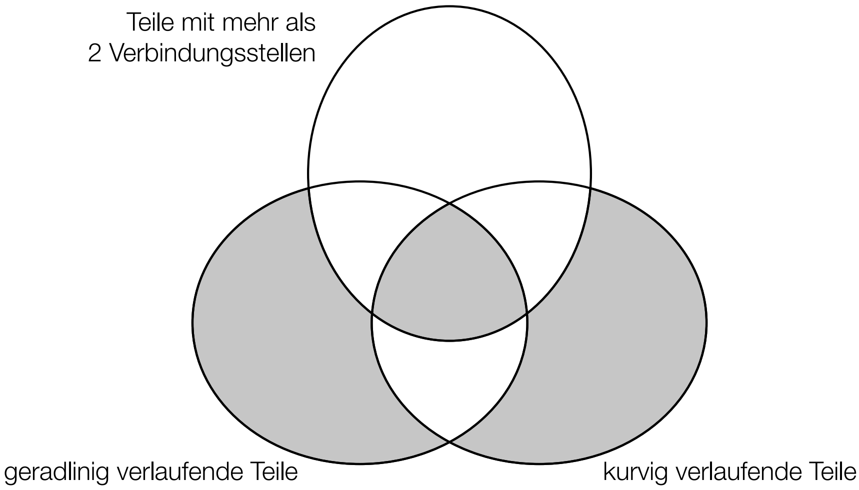
a1)



a2) $\frac{10}{16} = 0{,}625 = 62{,}5\ \%$

62,5 % der Teile dieser Zubehörpackung verlaufen nur geradlinig.

a3)



a1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Anzahlen.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.
a3) Ein Punkt für das Markieren der richtigen Bereiche.

b1)

Polynomfunktion 4. Grades	☒

b2) Anzahl der Stellen: 2

b1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
b2) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Anzahl.

c1) $\frac{54}{216} = 0{,}25 = 25\ \%$
Die mittlere Steigung beträgt 25 %.

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der mittleren Steigung in Prozent.

d1) $a_n = 54 + (n - 1) \cdot 18$ *oder* $a_n = 36 + 18 \cdot n$

d2)

n	1	**2**	**4**	**6**	**10**
a_n	54	72	108	144	216

d1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes.
d2) Ein Punkt für das Eintragen der 4 richtigen Werte.

Aufgabe 8 (Teil B)

Der Grazbach

a1) $\alpha = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}\right)$

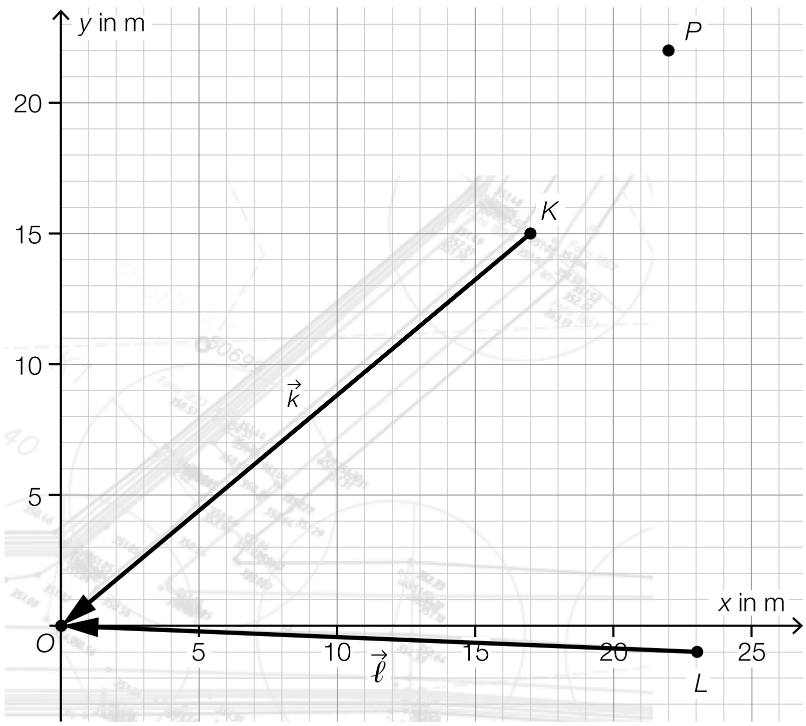
a2) Der Flächeninhalt des dreieckigen Platzes beträgt rund 840 m².

a3) $a = \sqrt{54^2 + 39{,}6^2 - 2 \cdot 54 \cdot 39{,}6 \cdot \cos(51{,}8°)} = 42{,}8...$

$\beta = \arcsin\left(\frac{39{,}6 \cdot \sin(51{,}8°)}{42{,}8...}\right) = 46{,}5...°$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren des Ergebnisses unter Angabe der zugehörigen Einheit.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels β.

b1)



b2) $\vec{k} = \begin{pmatrix} -17 \\ -15 \end{pmatrix}$

$\vec{\ell} = \begin{pmatrix} -23 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\arccos\left(\frac{\vec{\ell} \cdot \vec{k}}{|\vec{\ell}| \cdot |\vec{k}|}\right) = 43{,}9...°$

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Punktes P.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des spitzen Winkels.

c1) $A = \int_{-150}^{15} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

c2) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x$

I: $f(-92{,}2) = -17{,}6$
II: $f(-133{,}5) = 0$
III: $f'(-92{,}2) = 0$

oder:

I: $a \cdot (-92{,}2)^4 + b \cdot (-92{,}2)^3 + c \cdot (-92{,}2)^2 = -17{,}6$
II: $a \cdot (-133{,}5)^4 + b \cdot (-133{,}5)^3 + c \cdot (-133{,}5)^2 = 0$
III: $4 \cdot a \cdot (-92{,}2)^3 + 3 \cdot b \cdot (-92{,}2)^2 + 2 \cdot c \cdot (-92{,}2) = 0$

c3)

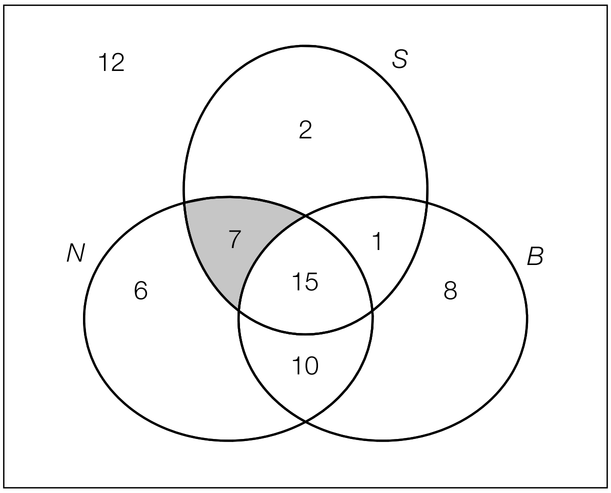
g ändert genau 1-mal das Krümmungsverhalten.	☒

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
c2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte.
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung.
c3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 6 (Teil B)

Lärm

a1)



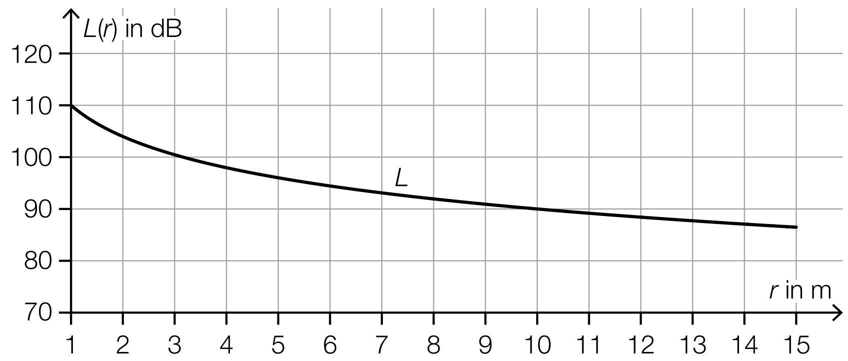
a2) Insgesamt fühlen sich 16 Personen sowohl durch Lärm von Baustellen als auch durch Lärm von Straßenverkehr gestört, weil auch die 15 Personen der Menge $S \cap B \cap N$ durch diese Beschreibung erfasst sind.

a3) $\frac{6}{61} = 0{,}098...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person nur durch Lärm aus Nachbarwohnungen gestört wird, beträgt rund 10 %.

a1) Ein Punkt für das Kennzeichnen der richtigen Menge.
a2) Ein Punkt für das richtige Erklären.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

b1)



b2) $75 = 110 - 20 \cdot \lg(r)$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$r = 56{,}2...$

Die Entfernung beträgt rund 56 m.

b3) $\frac{L(10)}{2} = 45$

$L(20) = 83{,}9...$

Auch ein allgemeiner Nachweis, dass eine Verdoppelung der Entfernung nicht zu einer Halbierung des Schallpegels führt, ist als richtig zu werten.

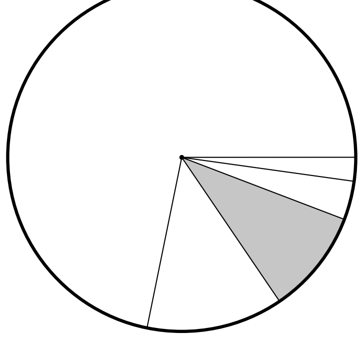
b4) Der dekadische Logarithmus lg ist die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion mit der Basis 10, nicht mit der Basis e.

oder:

Elisabeth hat bei der Umformung anstelle der Basis 10 die Basis e verwendet.

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Funktion L im Intervall [1; 15].
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Entfernung.
b3) Ein Punkt für das richtige Zeigen.
b4) Ein Punkt für das richtige Beschreiben des Fehlers.

c1)

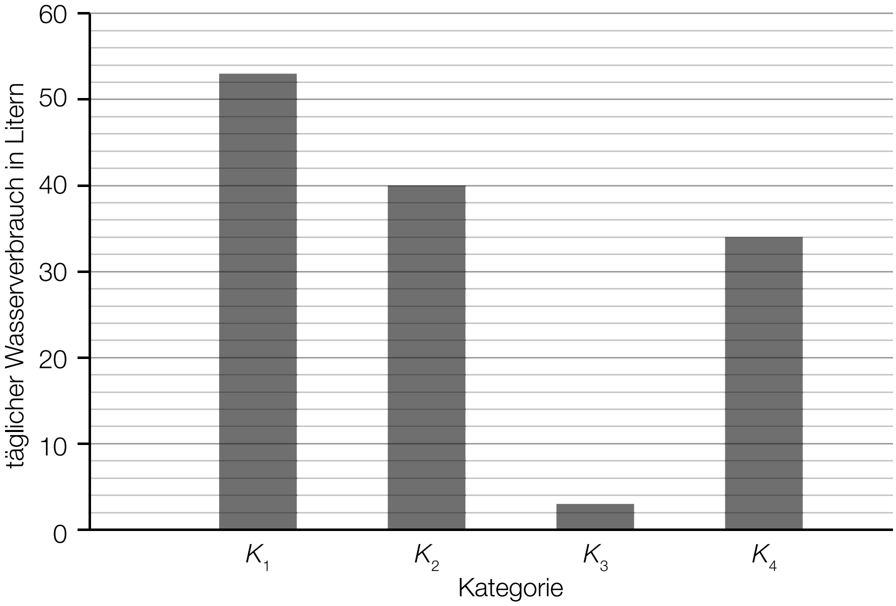


c1) Ein Punkt für das Kennzeichnen des richtigen Sektors.

Aufgabe 7 (Teil B)

Wasser

a1)



a1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Säulendiagramms.

b1) $\frac{370}{4370} = 0{,}0846... = 8{,}46...\ \%$
Man müsste den Süßwasserbedarf um rund 8,5 % reduzieren.

b2) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = 2{,}885 \cdot t + 78{,}96$ *(Koeffizienten gerundet)*

t ... Zeit ab 1990 in Jahren
$f(t)$ ... Anzahl der Tage im Defizit zur Zeit t

b3) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$r = 0{,}978...$

Da der Korrelationskoeffizient nahe bei 1 liegt, lässt sich ein linearer Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen vermuten.

b4) $f(t) = 364$
$t = 98{,}7...$ Jahre

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.
b2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Regressionsfunktion.
b3) Ein Punkt für das richtige Argumentieren mithilfe des Korrelationskoeffizienten.
b4) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Zeit t.

c1) $0{,}09584 \text{ nm} = 9{,}584 \cdot 10^{\boxed{-11}} \text{ m}$

c2) $x = \sqrt{0{,}09584^2 + 0{,}09584^2 - 2 \cdot 0{,}09584^2 \cdot \cos(104{,}45°)} = 0{,}1515...$
$x = 0{,}1515...$ nm

c3)

$\sin(\alpha) = \frac{w}{x}$	☒

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahl.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Seitenlänge x.
c3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 8 (Teil B)

Kinderrätsel

a1)

$\vec{e} + \vec{f} + \vec{g} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	☒

a2) $|\vec{c}| = \sqrt{2} \cdot |\vec{a}|$

a3) Sowohl $\vec{a}$ und $\vec{b}$ als auch $\vec{e}$ und $\vec{c}$ schließen jeweils einen rechten Winkel ein.
Somit gilt: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{e} \cdot \vec{c} = 0$.

a4) $\vec{e} = \begin{pmatrix} \boxed{-2} \\ \boxed{2} \end{pmatrix}$

a1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
a2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Ausdrucks zur Berechnung der Länge.
a3) Ein Punkt für das richtige Begründen.
a4) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.

b1) 27; 18; $\boxed{12}$; $\boxed{8}$

b2) $a_{n+1} = a_n - 9 \quad \text{mit} \quad a_1 = 27$

Der Punkt ist auch dann zu vergeben, wenn das Startglied $a_1 = 27$ nicht angegeben ist.

b1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zahlenfolge.
b2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des rekursiven Bildungsgesetzes.

c1) $x + y = k$
$x - 1 = y$

c1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.

Aufgabe 6 (Teil B)

Körpermaße

a1) X ... Oberarmlänge in cm

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 34{,}4) = 0{,}773...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 77 %.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

b1) $g(x) = 0{,}082 \cdot x + 20{,}98$ *(Koeffizienten gerundet)*

x ... Körpergröße in cm
$g(x)$ ... Oberarmlänge bei der Körpergröße x in cm

b2) Da der Korrelationskoeffizient $r = 0{,}935...$ nahe bei 1 liegt, kann ein starker positiver linearer Zusammenhang zwischen der Körpergröße und der Oberarmlänge bei Mädchen dieser Altersgruppe vermutet werden.

b3) Nimmt die Körpergröße um 1 cm zu, so nimmt die Oberarmlänge gemäß diesem Modell um 0,082 cm zu.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Regressionsfunktion.
b2) Ein Punkt für das richtige Beurteilen mithilfe des Korrelationskoeffizienten.
b3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang.

c1) I: $f(10) = 18{,}9$
II: $f(12) = 17{,}8$
III: $f(14) = 14{,}1$
IV: $f(16) = 15{,}7$

oder:

I: $a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d = 18{,}9$
II: $a \cdot 12^3 + b \cdot 12^2 + c \cdot 12 + d = 17{,}8$
III: $a \cdot 14^3 + b \cdot 14^2 + c \cdot 14 + d = 14{,}1$
IV: $a \cdot 16^3 + b \cdot 16^2 + c \cdot 16 + d = 15{,}7$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{79}{480} = 0{,}1645\ldots$
$b = -\frac{25}{4} = -6{,}25$
$c = \frac{1\,849}{24} = 77{,}04\ldots$
$d = -\frac{2\,911}{10} = -291{,}1$

c3) Das Vorzeichen der Diskriminante ist positiv, weil die quadratische Funktion h' zwei Nullstellen hat.

c1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten.
c3) Ein Punkt für das richtige Angeben und Begründen.

Aufgabe 7 (Teil B)

Desinfektion

a1) $a = \sqrt[10]{\frac{3\,000}{30\,000}} = 0{,}7943...$

$30\,000 = c \cdot a^{70}$
$c = 3 \cdot 10^{11}$

$f(x) = 3 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}7943...^{x}$

a2) $f(90) = 300$
Ja, der Funktionswert an der Stelle 90 entspricht dem in der Tabelle angegebenen Wert.

a3) 10 min = 600 s
$f(x) = 600$

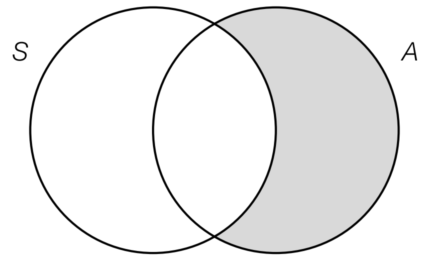
oder:

$3 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}7943...^{x} = 600$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x = 86{,}9...$
Bei einer Temperatur von rund 87 °C beträgt die benötigte Einwirkzeit 10 Minuten.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung.
a2) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Temperatur.

b1)



b2) $S \cap A$ ist die Menge der Krankheitserreger, die sowohl mit Säuren als auch mit Alkoholen abgetötet werden können.

b1) Ein Punkt für das Kennzeichnen der richtigen Menge.
b2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

c1) $\frac{0{,}25\ \%}{5\ \%} = \frac{0{,}0125\ \%}{0{,}25\ \%} = \frac{0{,}000625\ \%}{0{,}0125\ \%} = 0{,}05$

c1) Ein Punkt für das richtige Zeigen.

Aufgabe 8 (Teil B)

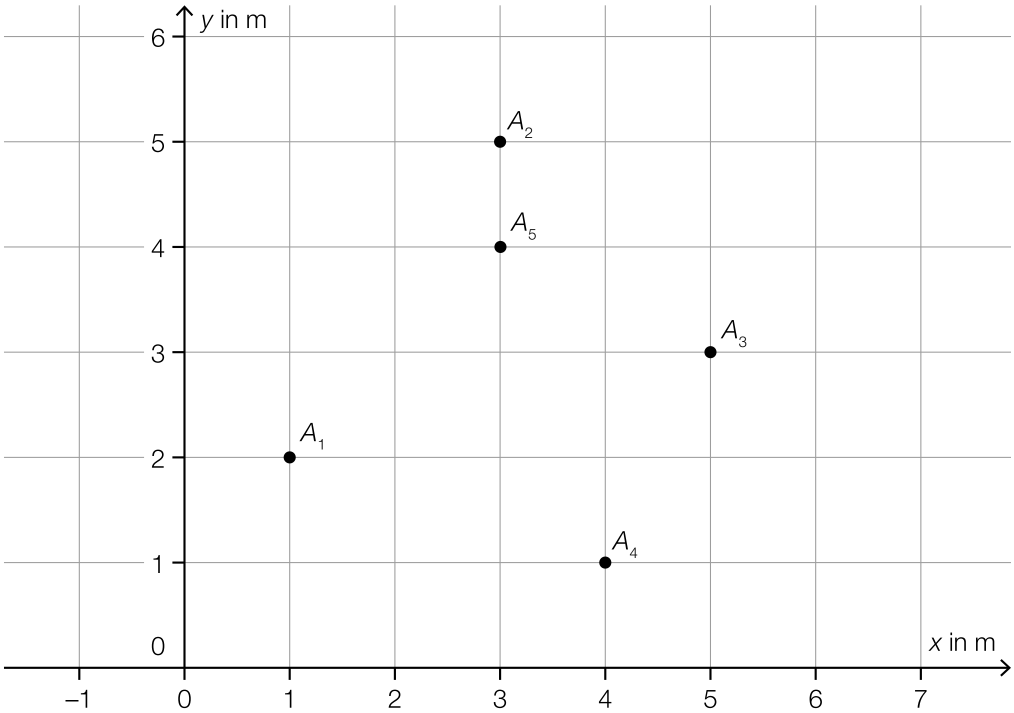
Zebraschnecken

a1) $\overrightarrow{A_2A_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

a2) $\left|\overrightarrow{A_2A_3}\right| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2{,}82...$

Die Entfernung beträgt rund 2,8 m.

a3)



a1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Vektors.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Entfernung.
a3) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Punktes A_5.

b1) α ist ein rechter Winkel, weil im Dreieck $B_1B_2B_3$ der Lehrsatz von Pythagoras gilt:

$\overline{B_1B_2}^2 + \overline{B_2B_3}^2 = \overline{B_1B_3}^2$

$(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{10})^2$

Auch eine Überprüfung mithilfe trigonometrischer Beziehungen ist als richtig zu werten.

b2) $\overline{B_1B_3}^2 = \overline{B_1B_4}^2 + \overline{B_3B_4}^2 - 2 \cdot \overline{B_1B_4} \cdot \overline{B_3B_4} \cdot \cos(\beta)$

$10 = 10 + 8 - 2 \cdot \sqrt{80} \cdot \cos(\beta)$

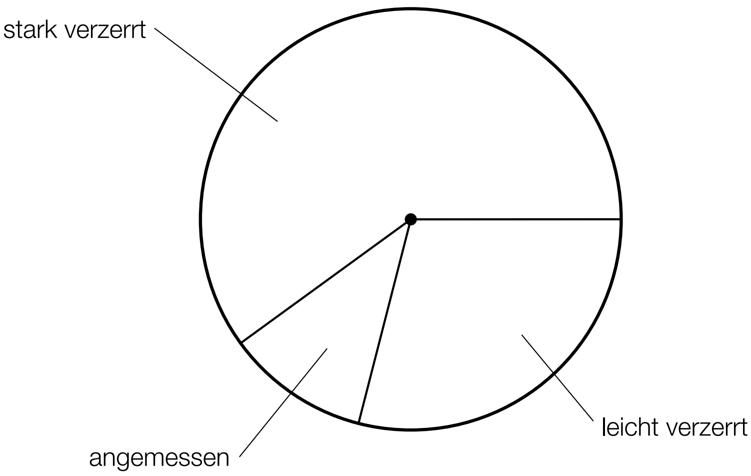
$\beta = \arccos\left(\frac{8}{2 \cdot \sqrt{80}}\right) = 63{,}4...°$

b1) Ein Punkt für das richtige rechnerische Überprüfen.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels β.

Aufgabe 9 (Teil B)

Gesundheitsberichte

a1)



a2) $990 \cdot 0{,}6 = 594$
Insgesamt enthielten 594 untersuchte Berichte stark verzerrte Inhalte.

a1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Kreisdiagramms.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der untersuchten Berichte, die stark verzerrte Inhalte enthielten.

b1) Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}976$
X ... Anzahl der Berichte, die den aktuellen Wissensstand stark verzerrt wiedergeben

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 8) = 0{,}99853...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 99,85 %.

b2) Unter 10 zufällig ausgewählten Berichten befinden sich genau 7 Berichte, die den aktuellen Wissensstand stark verzerrt wiedergeben.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.
b2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 7 (Teil B)

Grundstücke

a1) Da der Winkel α der längsten Seite des Dreiecks gegenüberliegt, ist er der größte Winkel des Dreiecks.

a2) Wäre α ein rechter Winkel, dann müsste der Satz des Pythagoras gelten:

$16{,}49^2 + 18{,}44^2 = 611{,}9537$
$25{,}06^2 = 628{,}0036$
$611{,}9537 \neq 628{,}0036$

Daher ist α kein rechter Winkel.

a3) $25{,}06^2 = 18{,}44^2 + 16{,}49^2 - 2 \cdot 18{,}44 \cdot 16{,}49 \cdot \cos(\alpha)$
$\alpha = 91{,}51...°$

a4) $A = \frac{18{,}44 \cdot 16{,}49}{2} \cdot \sin(\alpha) = 151{,}984...$
Der Flächeninhalt dieses Grundstücks beträgt rund 151,98 m².

a1) Ein Punkt für das richtige Begründen.
a2) Ein Punkt für das richtige Zeigen.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels α.
a4) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Flächeninhalts.

b1) I: $f(0) = 0$
II: $f(12) = 2$
III: $f(18) = 6$
IV: $f(22) = 12$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$
II: $a \cdot 12^3 + b \cdot 12^2 + c \cdot 12 + d = 2$
III: $a \cdot 18^3 + b \cdot 18^2 + c \cdot 18 + d = 6$
IV: $a \cdot 22^3 + b \cdot 22^2 + c \cdot 22 + d = 12$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{1}{396} = 0{,}00252...$
$b = -\frac{19}{396} = -0{,}0479...$
$c = \frac{25}{66} = 0{,}378...$
$d = 0$

b3) $A = \frac{22 \cdot 12}{2} - \int_0^{22} f(x)\,\mathrm{d}x = 62{,}7...$
Der Flächeninhalt des Grundstücks nimmt durch die Erweiterung um rund 63 m^2 zu.

b1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten von *f*.
b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Flächeninhalts.

Aufgabe 8 (Teil B)

Kino

a1)

$K \setminus (P \cup V)$	A
$K \cap P$	C

A	Menge der Personen, die nur für das Kinoticket Geld ausgeben
B	Menge der Personen, die für das Kinoticket Geld ausgeben
C	Menge der Personen, die sowohl für das Kinoticket als auch für das Parkticket Geld ausgeben
D	Menge der Personen, die entweder für das Kinoticket oder für das Parkticket oder für beides Geld ausgeben

a2) 12 Personen geben nur für das Kinoticket Geld aus.

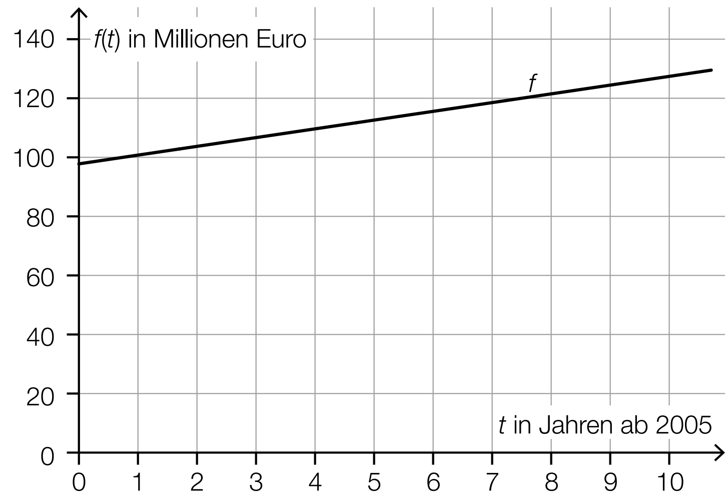
a3) $\frac{35}{12 + 13 + 35 + 22} = \frac{35}{82} = 0{,}4268...$
Rund 42,7 % aller befragten Personen sind in der Menge $K \cap P \cap V$ enthalten.

a1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.
a2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.

b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$f(t) = 2{,}96 \cdot t + 97{,}9$ *(Koeffizienten gerundet)*

b2) Gemäß diesem Modell steigen die jährlichen Nettoeinnahmen um rund 2,96 Millionen Euro pro Jahr.

b3)



b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion *f*.
b2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
b3) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen von *f*.

c1) x ... Anzahl der verkauften Tickets für Kinosaal X
y ... Anzahl der verkauften Tickets für Kinosaal Y
z ... Anzahl der verkauften Tickets für Kinosaal Z

I: $x + y + z = 120$
II: $14{,}8 \cdot x + 17 \cdot y + 19{,}3 \cdot z = 2\,067$
III: $1{,}25 \cdot x = z$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x = 40$
$y = 30$
$z = 50$

c1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der jeweils verkauften Tickets.

Aufgabe 9 (Teil B)

Kartenhaus

a1)

Anzahl der Stockwerke n	insgesamt benötigte Karten	Karten für das unterste Stockwerk
5	40	14

a2) $z_n = 2 + (n - 1) \cdot 3$

oder:

$z_n = 3 \cdot n - 1$

a3) $z_{25} = 74$

Um ein 25-stöckiges Kartenhaus zu errichten, benötigt Maria 74 zusätzliche Karten.

a1) Ein Punkt für das Eintragen der beiden richtigen Zahlen.
a2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes.
a3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Anzahl der zusätzlich benötigten Karten.

b1) $s_{50} = 3 \cdot \frac{50 \cdot 51}{2} - 50 = 3\,775$

Für ein 50-stöckiges Kartenhaus werden insgesamt 3 775 Karten benötigt.

b2) $3 \cdot 32 = 96$

$96 = 3 \cdot \frac{n \cdot (n + 1)}{2} - n$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$(n_1 = -8{,}16...)$; $n_2 = 7{,}83...$

Alexanders Kartenhaus kann höchstens 7 Stockwerke haben.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Gesamtanzahl der Karten.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der Stockwerke.

c1)

x_i	-5	20
$P(X = x_i)$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$

c2) $E(X) = -5 \cdot \frac{7}{8} + 20 \cdot \frac{1}{8} = -\frac{15}{8} = -1{,}875$

c1) Ein Punkt für das richtige Erstellen der Wertetabelle.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Erwartungswerts.

Aufgabe 6 (Teil B)

Kinderlieder

a1) $\frac{7}{26} \cdot \frac{6}{25} = 0{,}06461...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder sowohl das Kinderlied *Aramsamsam* als auch das Kinderlied *Backe, backe Kuchen* kennen, beträgt rund 6,46 %.

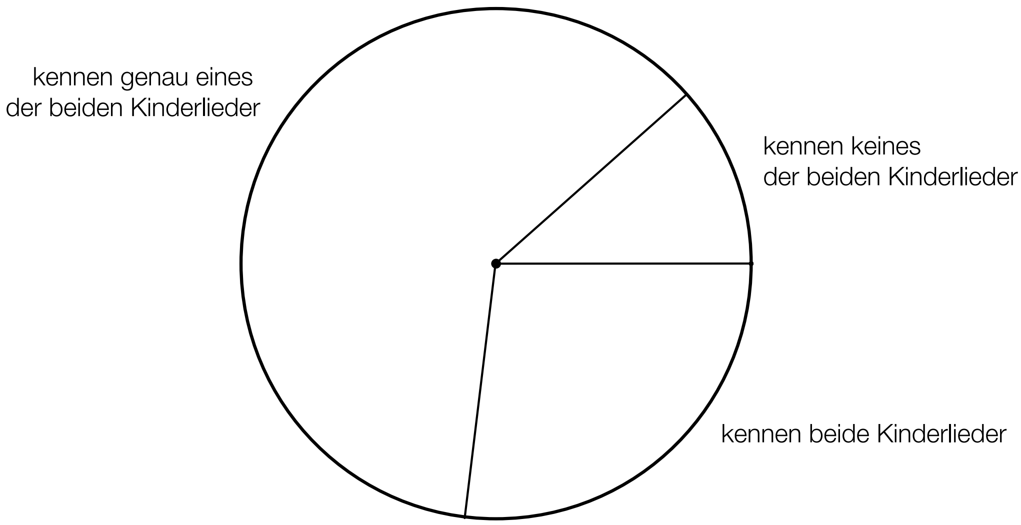
a2) Beide Kinder kennen keines der beiden Kinderlieder.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.
a2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.

b1)

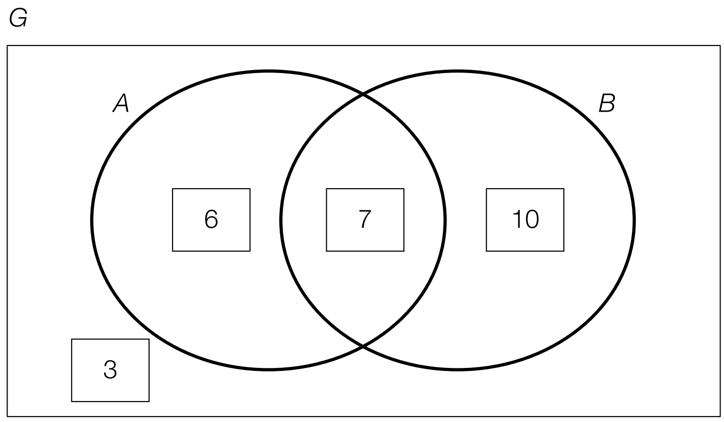
kennen genau eines der beiden Kinderlieder	61,54 %
kennen beide Kinderlieder	26,92 %
kennen keines der beiden Kinderlieder	11,54 %

b2)



b1) Ein Punkt für das Eintragen der beiden richtigen Zahlen.
b2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Kreisdiagramms.

c1)



c2) 6 + 10 = 16

c3)

$T \subseteq (G \setminus B)$	☒

c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Venn-Diagramms.
c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Anzahl der Elemente.
c3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 7 (Teil B)

Schlosspark

a1) $s = \sqrt{\boxed{10^2} + \boxed{10^2} - 2 \cdot 10^2 \cdot \cos(\boxed{40°})}$

Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn im 3. Kästchen das Grad-Zeichen fehlt.

a2) $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin(40°) \cdot 1{,}42 = 45{,}637...$

Die Kosten für das Abdecken des Blumenbeets betragen € 45,64.

a1) Ein Punkt für das Ergänzen der drei richtigen Werte.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Kosten.

b1) $A = b \cdot h - \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$

b2) I: $f(3) = 0{,}8$
II: $f(5) = 2{,}7$
III: $f(7) = 3{,}7$
IV: $f(9) = 2{,}3$

oder:

I: $a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 0{,}8$
II: $a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 2{,}7$
III: $a \cdot 7^3 + b \cdot 7^2 + c \cdot 7 + d = 3{,}7$
IV: $a \cdot 9^3 + b \cdot 9^2 + c \cdot 9 + d = 2{,}3$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{1}{32} = -0{,}03125$

$b = \frac{57}{160} = 0{,}35625$

$c = -\frac{59}{160} = -0{,}36875$

$d = -\frac{73}{160} = -0{,}45625$

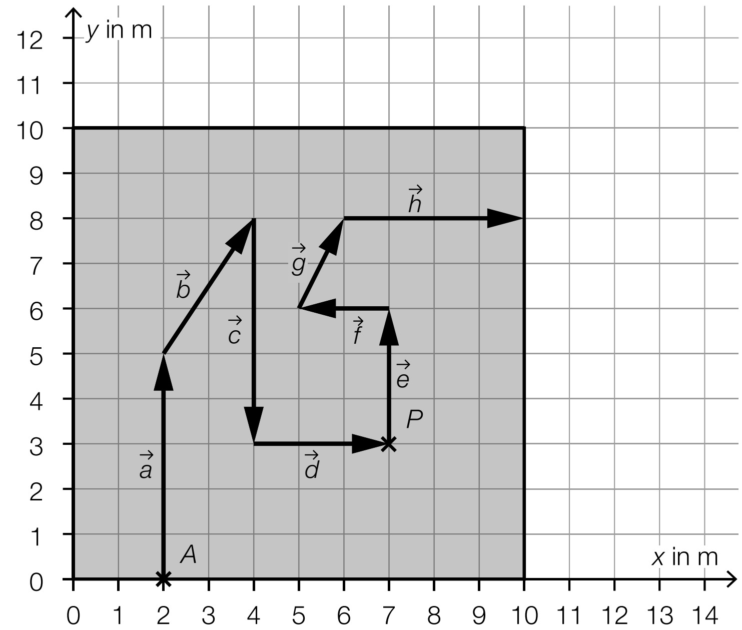
b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten a, b, c und d.

c1) $\vec{b} = \begin{pmatrix} \boxed{2} \\ \boxed{3} \end{pmatrix}$

c2) $5 + \sqrt{2^2 + 3^2} + 5 + 3 = 16{,}60...$

Die Länge des Weges durch das Labyrinth vom Startpunkt A zum Punkt P beträgt rund 16,6 m.

c3)



c4)

Die Vektoren $\vec{f}$ und $\vec{g}$ haben den gleichen Betrag.	☒

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Länge des Weges.
c3) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Weges.
c4) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

d1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$h(t) = 4{,}49 \cdot t + 25{,}47$ *(Koeffizienten gerundet)*

d2) $h(20) = 115{,}1...$

Die Höhe der Pflanze 20 Wochen nach der Pflanzung beträgt rund 115 cm.

d1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Gleichung der Funktion h.
d2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe der Pflanze.

Aufgabe 8 (Teil B)

Ressourcen

a1) $\frac{22 \cdot 10^9}{3{,}5 \cdot 10^9} = 6{,}28...$

Der durchschnittliche jährliche Rohstoffverbrauch pro Person betrug im Jahr 1970 rund 6,3 Tonnen.

a2) $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

b_n ... jährlicher Rohstoffverbrauch im Jahr n in Milliarden* Tonnen

$b_1 = 22$
$b_{41} = 70$
$q = \sqrt[40]{\frac{70}{22}} = 1{,}02935...$
$b_n = 22 \cdot 1{,}0294^{n-1}$

a3) $a_{n+1} = a_n + d$

a_n ... jährlicher Rohstoffverbrauch im Jahr n in Milliarden* Tonnen

$a_1 = 22$
$a_{41} = 70$
$d = \frac{70 - 22}{40} = 1{,}2$
$a_{n+1} = a_n + 1{,}2$ (mit $a_1 = 22$)

Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn das Startglied $a_1 = 22$ beim rekursiven Bildungsgesetz nicht angegeben ist.

a4) 180 Milliarden Tonnen = $1{,}8 \cdot 10^{\boxed{14}}$ kg

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des durchschnittlichen jährlichen Rohstoffverbrauchs pro Person im Jahr 1970.
a2) Ein Punkt für das richtige Erstellen des expliziten Bildungsgesetzes der geometrischen Folge.
a3) Ein Punkt für das richtige Erstellen des rekursiven Bildungsgesetzes der arithmetischen Folge.
a4) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahl.

* Aktualisiert am 25.5.2021.

b1)

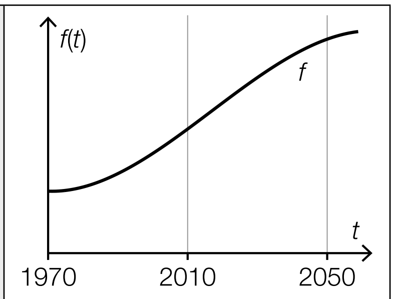
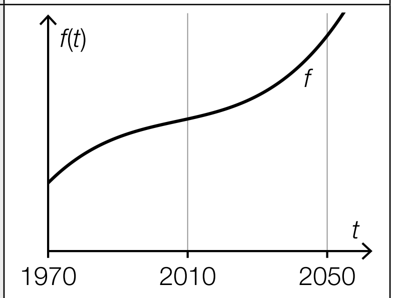
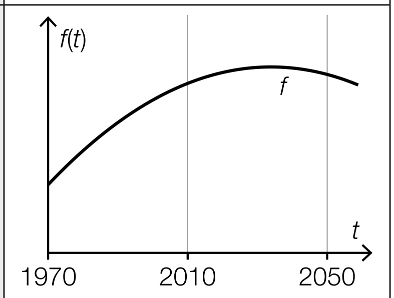
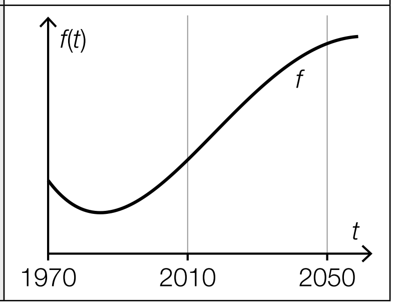
①	
genau 1 Stelle	☒

②	
$g'(t) = h'(t)$	☒

b1) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

c1)

Für alle t mit $2010 < t < 2050$ gilt: $f''(t) > 0$	B
Für genau ein t mit $1970 < t < 2050$ gilt: $f'(t) = 0$ und $f''(t) < 0$	C

A	
B	
C	
D	

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

Aufgabe 6 (Teil B)

Streaming

Möglicher Lösungsweg

a1) $N(t) = 1000 \cdot 1{,}2^t$

a2) $N(7) = 3583{,}1...$

Zur Zeit $t = 7$ nutzen rund 3583 Kunden das Angebot.

a3) $N(t) = 8000$ *oder* $1000 \cdot 1{,}2^t = 8000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 11{,}40...$

b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$A(t) = 5820 \cdot t - 82919$ *(Koeffizienten gerundet)*

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung
a2) 1 × B1: für das richtige Berechnen der Anzahl der Kunden
a3) 1 × B2: für das richtige Berechnen der Zeitdauer
b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion

Aufgabe 7 (Teil B)

Handball

Möglicher Lösungsweg

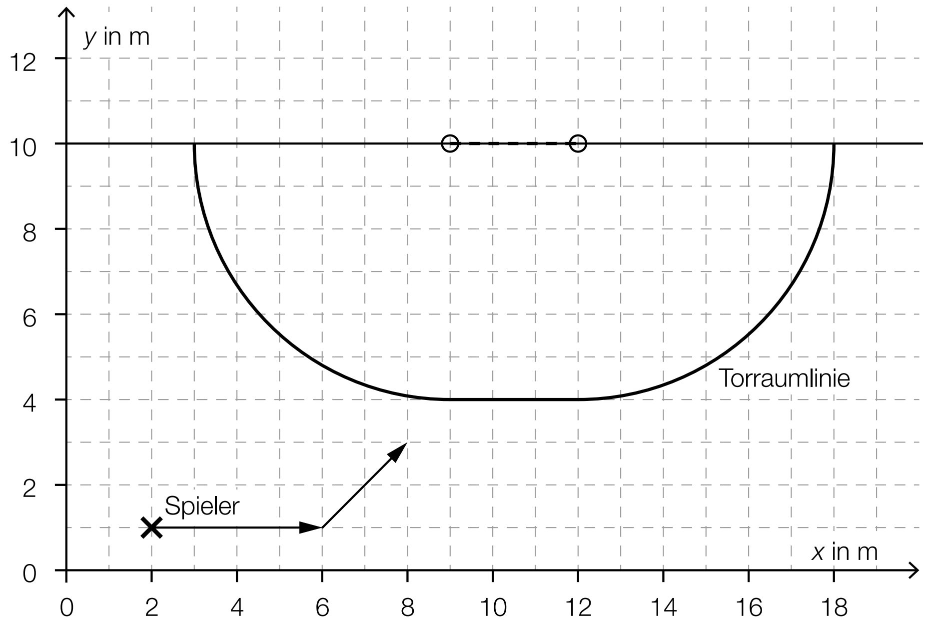
a1) $K = 15 \cdot x^2 + 30 \cdot x + 5000$

a2) $15 \cdot 20^2 + 30 \cdot 20 + 5000 = 11600$

Die gesamten Kosten der Renovierung betragen € 11.600.

b1) $A = r \cdot a + \frac{r^2 \cdot \pi}{2}$

c1)



Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung der gesamten Kosten
a2) 1 × B: für das richtige Berechnen der gesamten Kosten
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts
c1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen des Spielzugs mithilfe von Pfeilen

Aufgabe 8 (Teil B)

Würfelspaß

Möglicher Lösungsweg

a1) Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Größer" zu erfüllen: $\frac{5+4+3+2+1}{36} = \frac{15}{36}$

a2) Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Sieben" zu erfüllen: $6 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{36}$

Die Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Sieben" zu erfüllen, ist also kleiner als die Wahrscheinlichkeit, den Auftrag „Größer" zu erfüllen.

b1 und b2)

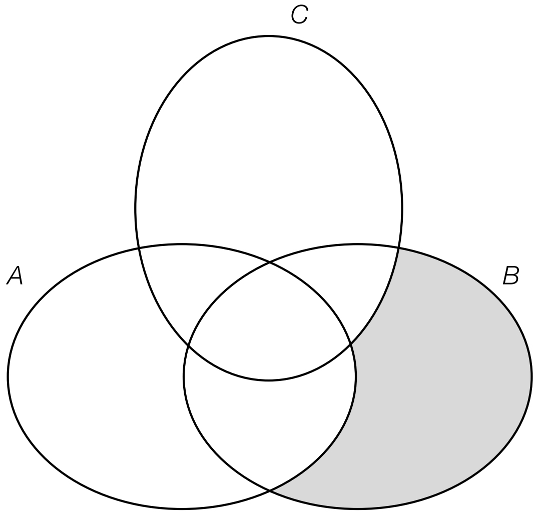
x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$ (gerundete Werte)	0,4019	0,4019	**0,1607**	0,0322	0,0032	0,0001
erreichte Punkte	**10**	**8**	**6**	4	**2**	**0**

$P(X = 2) = 1 - 0{,}4019 - 0{,}4019 - 0{,}0322 - 0{,}0032 - 0{,}0001 = 0{,}1607$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit kann auch mithilfe der Binomialverteilung ermittelt werden. Man erhält dabei: P(X = 2) = 0,16075...

b3) $0{,}4019 \cdot 10 + 0{,}4019 \cdot 8 + 0{,}1607 \cdot 6 + 0{,}0322 \cdot 4 + 0{,}0032 \cdot 2 = 8{,}33...$
Der Erwartungswert beträgt rund 8,3 Punkte.

c1)



c2) „Größer"

Lösungsschlüssel

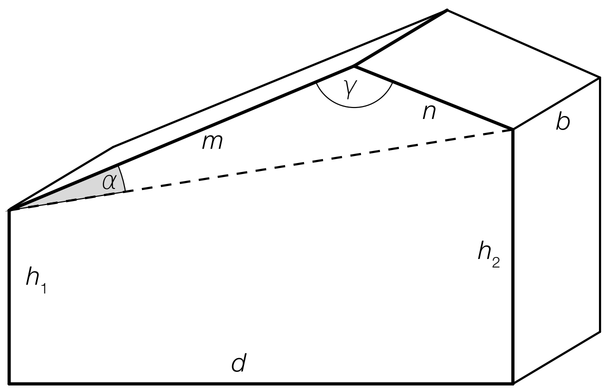
a1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit für die Erfüllung des Auftrags „Größer“
a2) 1 × D: für das richtige Zeigen
b1) 1 × C: für das richtige Vervollständigen der Zeile „erreichte Punkte“
b2) 1 × A: für das richtige Ergänzen der fehlenden Wahrscheinlichkeit
b3) 1 × B: für das richtige Bestimmen des Erwartungswerts
c1) 1 × C1: für das richtige Markieren des Bereichs
c2) 1 × C2: für das richtige Angeben des Auftrags „Größer“

Aufgabe 9 (Teil B)

Asymmetrisches Satteldach

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) Ein Dreieck kann wegen der Winkelsumme von 180° nur 1 stumpfen Winkel haben.

a3) $V = \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot n \cdot \sin(\gamma) + \frac{(h_1 + h_2) \cdot d}{2}\right) \cdot b$

b1) $f(0) = 7{,}5$
$f(7) = 10$
$f(12) = 8$

oder:

$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 7{,}5$
$a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c = 10$
$a \cdot 12^2 + b \cdot 12 + c = 8$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = -\frac{53}{840} = -0{,}063...$
$b = \frac{671}{840} = 0{,}798...$
$c = 7{,}5$

b3) $Q_{neu} = \int_0^{12} f(x)\,\mathrm{d}x = 111{,}17...$

Der Inhalt der Querschnittsfläche beträgt rund 111,2 m².

b4) Die Querschnittsfläche im neuen Entwurf ist um rund 4,6 % größer als im alten Entwurf.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für das richtige Einzeichnen des Winkels α
a2) 1 × D: für das richtige Begründen
a3) 1 × A1: für den richtigen Ansatz
1 × A2: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Volumens V
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
b2) 1 × B1: für das richtige Berechnen der Koeffizienten
b3) 1 × B2: für das richtige Berechnen des Inhalts der Querschnittsfläche
b4) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang

Aufgabe 6 (Teil B)

Schlafdauer

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\overline{x} = 7{,}8$ h

a2) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$f(x) = -0{,}5857 \cdot x + 7{,}3714$ *(Koeffizienten gerundet)*

x … Schlafdauer in Stunden
$f(x)$ … Fernsehzeit bei der Schlafdauer x in Stunden

a3) Wird die Schlafdauer erhöht, so sinkt die Fernsehzeit.

a4) $f(7{,}5) = 2{,}9...$

Bei einer Schlafdauer von 7,5 h beträgt die Fernsehzeit gemäß diesem Modell rund 3 h.

b1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(300 < X < 480) = 0{,}889...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 89 %.

b2) $P(X \geq 400) = P\left(X \leq \boxed{328}\right)$

c1) $\mu = 410$ min

Toleranzbereich: [405; 415]

c2) Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist im Vergleich zum abgebildeten Graphen nach links verschoben.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Berechnen des arithmetischen Mittels
a2) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion
a3) 1 × C: für das richtige Interpretieren des Vorzeichens der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
a4) 1 × B3: für das richtige Berechnen der Fernsehzeit
b1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit
b2) 1 × A: für das richtige Eintragen der fehlenden Zahl
c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Erwartungswerts (Toleranzbereich: [405; 415])
c2) 1 × C2: für das richtige Beschreiben

Aufgabe 7 (Teil B)

Münzen

Möglicher Lösungsweg

a1)

	Agnes gewinnt das Spiel in dieser Runde	Bettina gewinnt das Spiel in dieser Runde	Celina gewinnt das Spiel in dieser Runde
Runde 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
Runde 2	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
Runde 3	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$

a2) $c_n = c_1 \cdot q^{n-1}$

c_n ... Wahrscheinlichkeit, dass Celina in Runde n gewinnt

$q = \frac{1}{64} : \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

$c_n = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{n-1}$ *oder* $c_n = \left(\frac{1}{8}\right)^n$

b1) $\alpha = \frac{180° - 30°}{2} = 75°$

$\beta = 360° - 4 \cdot 75° = 60°$

c1)

x_i	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{5}{33}$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot 2 = \frac{35}{66}$	$\frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{7}{22}$

c2) $E(X) = 2 \cdot \frac{5}{33} + 3 \cdot \frac{35}{66} + 4 \cdot \frac{7}{22} = \frac{19}{6} = 3{,}166...$

Der Erwartungswert beträgt rund € 3,17.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Vervollständigen der Tabelle
a2) 1 × A2: für das richtige Aufstellen des expliziten Bildungsgesetzes
b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Winkel α und β
c1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Tabelle
c2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Erwartungswerts

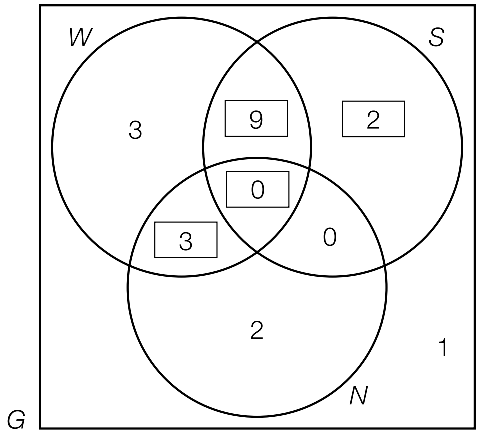
Aufgabe 8 (Teil B)

Fitnessgymnastik

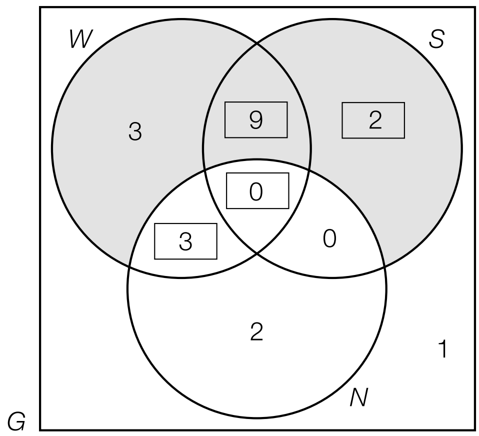
Möglicher Lösungsweg

a1) Es gibt 1 männliche Person, die weder zu den Senioren gehört noch neu eingetragen ist.

a2)



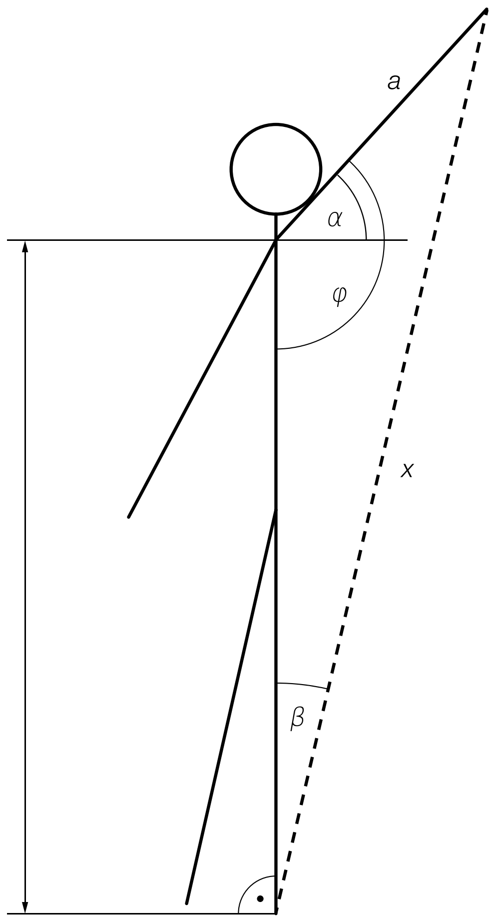
a3)



a4)

$m = 2 \cdot w$	☒

b1)



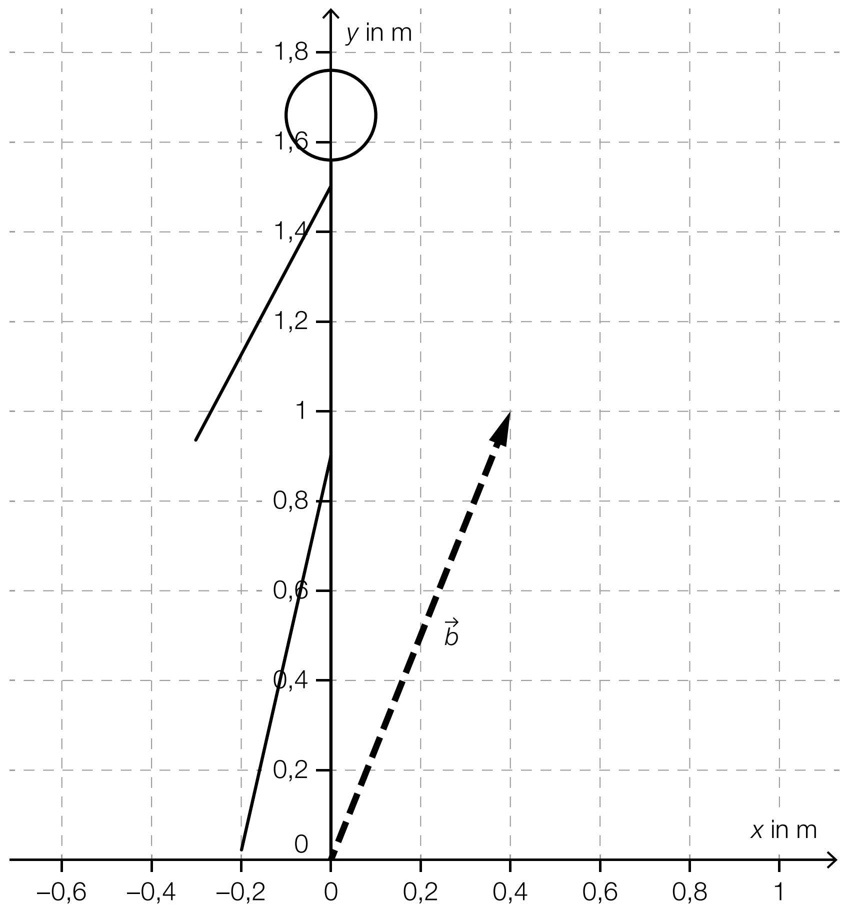
b2) $x = \sqrt{a^2 + s^2 - 2 \cdot a \cdot s \cdot \cos(90° + \alpha)}$ *oder* $x = \sqrt{a^2 + s^2 + 2 \cdot a \cdot s \cdot \sin(\alpha)}$

Auch eine Verwendung des richtig eingezeichneten Winkels φ in der Formel ist als richtig zu werten.

b3) $x = \sqrt{0{,}7^2 + 1{,}5^2 - 2 \cdot 0{,}7 \cdot 1{,}5 \cdot \cos(90° + 48°)} = 2{,}07...$

Die Länge des gedehnten Fitnessbands beträgt rund 2,1 m.

c1)



c2) $\cos(\gamma) = \dfrac{\begin{pmatrix} 0{,}4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{0{,}4^2 + 1^2} \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad \gamma = 21{,}8...°$

oder:

$\tan(\gamma) = 0{,}4 \quad \Rightarrow \quad \gamma = 21{,}8...°$

Der Winkel beträgt rund 22°.

c3) $\sqrt{40^2 + 100^2} = 107{,}7...$

Die Länge des ungedehnten Fitnessbands beträgt rund 108 cm.

Lösungsschlüssel

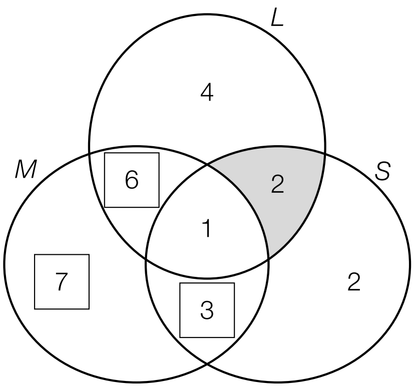
a1) 1 × C1: für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang
a2) 1 × A: für das richtige Vervollständigen des Venn-Diagramms
a3) 1 × C2: für das richtige Kennzeichnen der Menge $(W \cup S) \setminus N$
a4) 1 × C3: für das richtige Ankreuzen
b1) 1 × C: für das richtige Einzeichnen des Winkels φ
b2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
b3) 1 × B: für das richtige Berechnen von x
c1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen des Vektors
c2) 1 × B1: für das richtige Berechnen des Winkels
c3) 1 × B2: für das richtige Berechnen der Länge auf ganze Zentimeter gerundet

Aufgabe 6 (Teil B)

Weihnachtsmarkt

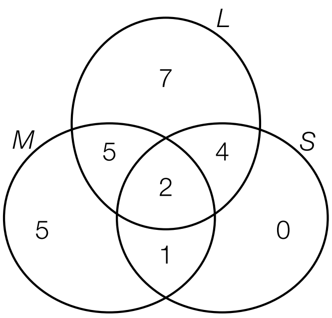
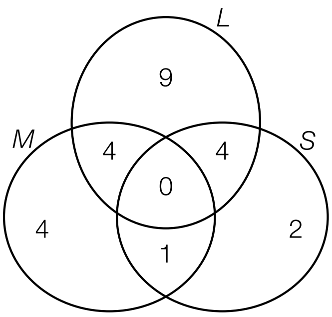
Möglicher Lösungsweg

a1 und a2)



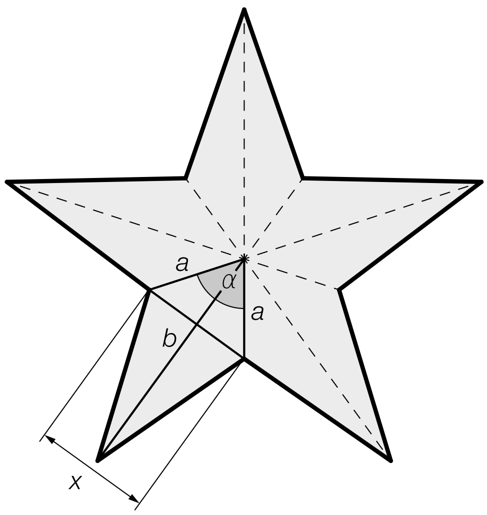
a3) $(L \cap S) \setminus M$ beschreibt die Menge aller Personen, die sowohl Lebkuchensterne als auch Socken, aber keine Marmelade kauften.

a4)

	A
	B

A	Es gab mehr Personen, die genau 2 verschiedene Produkte kauften, als Personen, die nur Lebkuchensterne kauften.
B	Es gab gleich viele Personen, die sowohl Socken als auch Lebkuchensterne kauften, wie Personen, die nur Marmelade kauften.
C	Es gab mehr Personen, die alle 3 Produkte kauften, als Personen, die nur Marmelade kauften.
D	Es gab weniger Personen, die sowohl Lebkuchensterne als auch Socken kauften, als Personen, die sowohl Marmelade als auch Socken kauften.

b1)



b2) $10 \cdot \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 10 \cdot \frac{2 \cdot 5}{2} \cdot \sin(36°) = 29{,}38...$

Der Flächeninhalt beträgt rund 29,4 cm².

c1) $N = \frac{V}{d \cdot A}$

d1)

Anzahl *n* der Marmeladegläser	Wahrscheinlichkeit für den Kauf von *n* Marmeladegläsern pro Person
0	0,24
1	0,38
2	0,16
3	0,12
4	**0,1**
≥ 5	0

d2) $0 \cdot 0{,}24 + 1 \cdot 0{,}38 + 2 \cdot 0{,}16 + 3 \cdot 0{,}12 + 4 \cdot 0{,}1 = 1{,}46$

Der Erwartungswert für die Anzahl der gekauften Marmeladegläser pro Person beträgt 1,46.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen des Venn-Diagramms
a2) 1 × C1: für das richtige Markieren
a3) 1 × C2: für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang
a4) 1 × C3: für das richtige Zuordnen
b1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen von x in einer beliebigen Zacke
b2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Flächeninhalts
c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
d1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Tabelle
d2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Erwartungswerts

Aufgabe 7 (Teil B)

Stand-up-Paddling

Möglicher Lösungsweg

a1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$

I: $f(20) = 0$
II: $f(10) = 12$
III: $f'(10) = 0$

oder:

I: $a \cdot 20^4 + b \cdot 20^2 + c = 0$
II: $a \cdot 10^4 + b \cdot 10^2 + c = 12$
III: $4 \cdot a \cdot 10^3 + 2 \cdot b \cdot 10 = 0$

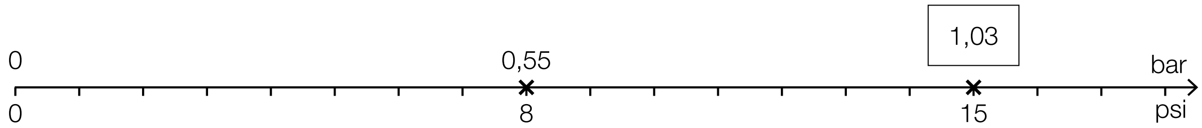
a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{1}{7\,500} = -0{,}00013...$

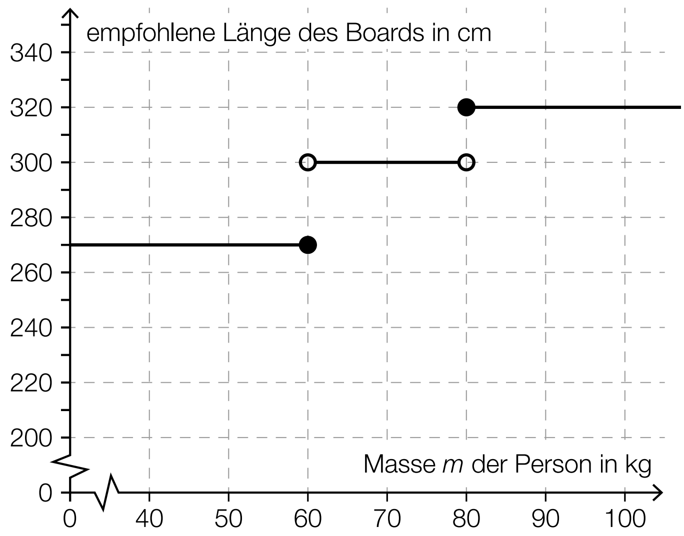
$b = \frac{2}{75} = 0{,}026...$

$c = \frac{32}{3} = 10{,}66...$

b1)



c1)



Die Darstellung an den Sprungstellen ist für die Bepunktung nicht relevant.

c2)

$a \cdot 18 + b \cdot 33 + c \cdot 39$	B
$\frac{a \cdot 10 + b \cdot 13 + c \cdot 25}{48}$	C

A	Der Ausdruck entspricht dem Anteil der Boards, die im August verkauft wurden, an der Gesamtzahl der verkauften Boards in den beiden Monaten.
B	Der Ausdruck entspricht den Gesamteinnahmen aus dem Verkauf dieser Boards in den beiden Monaten.
C	Der Ausdruck entspricht den durchschnittlichen Einnahmen pro Board im August.
D	Der Ausdruck entspricht den Gesamteinnahmen aus dem Verkauf dieser Boards im August.

d1) Die beiden Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{BC}$ stehen normal aufeinander.

oder:

Die Richtungsänderung im Punkt B beträgt 90°.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Koordinaten der beiden Punkte
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung
a2) 1 × B: für das richtige Berechnen der Koeffizienten
b1) 1 × B: für das richtige Vervollständigen der Skala
c1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen
c2) 1 × C: für das richtige Zuordnen
d1) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang

Aufgabe 8 (Teil B)

Sozialausgaben

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$S_1(t) = 2{,}61 \cdot t + 35{,}3$ *(Koeffizienten gerundet)*

t ... Zeit in Jahren ($t = 0$ für das Jahr 1990)
$S_1(t)$ ... Sozialausgaben zur Zeit t in Milliarden Euro

a2) Gemäß diesem Modell steigen die Sozialausgaben um rund 2,61 Milliarden Euro pro Jahr.

a3) $S_1(30) = 2{,}61 \cdot 30 + 35{,}3 = 113{,}64...$
Für das Jahr 2020 sind Sozialausgaben in Höhe von rund 113,6 Milliarden Euro zu erwarten.

b1) $S_2(t) = 102{,}5 \cdot 1{,}025^t$

c1) Steigung $k \approx \frac{340 - 140}{25} = 8$
Toleranzbereich: [7; 9]

c2) Sozialquote für 2015: $\frac{102{,}5}{340} = 0{,}301...$
Toleranzbereich: [0,285; 0,320]

d1) $102{,}5 \cdot \frac{35°}{360°} = 9{,}9...$
Für den Bereich „Familie / Kinder" sind im Jahr 2015 rund 10 Mrd. Euro ausgegeben worden.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion
a2) 1 × C: für das richtige Interpretieren des Wertes der Steigung der Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang
a3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Prognose
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung
c1) 1 × A: für das richtige Ermitteln des Wertes der Steigung (Toleranzbereich: [7; 9])
c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Sozialquote (Toleranzbereich: [0,285; 0,320])
d1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Betrags

Aufgabe 7 (Teil B)

Roborowski-Zwerghamster

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = -0{,}28 \cdot t^3 + 1{,}46 \cdot t^2 + 1{,}95 \cdot t + 1{,}19$ *(Koeffizienten gerundet)*

t ... Zeit in Wochen
$f(t)$ ... durchschnittliche Körpermasse zur Zeit t in g

a2) Zur Zeit t_1 tritt die größte Zunahme der durchschnittlichen Körpermasse auf.

a3) $f(3{,}5) = 13{,}73...$
$\frac{13{,}73...}{0{,}62} = 22{,}15...$
Ein ausgewachsener Zwerghamster hat gemäß diesem Modell eine durchschnittliche Körpermasse von rund 22,2 g.

b1) $N = 1{,}422 \cdot \ln(30) - 1{,}78 = 3{,}05...$
Ein 30 g schwerer Zwerghamster nimmt täglich rund 3,1 g Futter auf.

b2) $N + 1{,}78 = 1{,}422 \cdot \ln(M)$
$\frac{N+1{,}78}{1{,}422} = \ln(M)$
$M = e^{\frac{N+1{,}78}{1{,}422}}$

c1) $9 - 5{,}5 = 3{,}5$
Die Spannweite beträgt 3,5 cm.

c2) Wenn es sich bei dieser Zwerghamsterpopulation um eine gerade Anzahl an Zwerghamstern handelt, so wird der Median (7 cm) als arithmetisches Mittel der beiden mittleren Werte (einer geordneten Liste) berechnet und muss somit nicht bei einem der Zwerghamster auftreten.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der kubischen Regressionsfunktion
a2) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
a3) 1 × B2: für das richtige Bestimmen der durchschnittlichen Körpermasse eines ausgewachsenen Zwerghamsters
b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der täglich aufgenommenen Nahrungsmenge
b2) 1 × B2: für das richtige Umformen der Formel
c1) 1 x C: für das richtige Ermitteln der Spannweite
c2) 1 x D: für die richtige Argumentation

Aufgabe 8 (Teil B)

Regenschirm

Möglicher Lösungsweg

a1) $\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} \cdot \cos(120°)} = \sqrt{25^2 + 85^2 - 2 \cdot 25 \cdot 85 \cdot \cos(120°)} = 99{,}8...$

Der Regenschirm ist rund 100 cm lang.

a2) x ... neue Streckenlänge $\overline{AC}$

$x^2 + (110 - x)^2 = \overline{AB}^2$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 10{,}69\ldots$

$x_2 = 99{,}30\ldots$

Der Punkt A ist nun rund 10,7 cm oder rund 99,3 cm vom Haken C entfernt.

b1) Berechnung der Nullstellen:

$f(x) = 0$ *oder* $-\frac{1}{98} \cdot x^2 + 2 = 0$

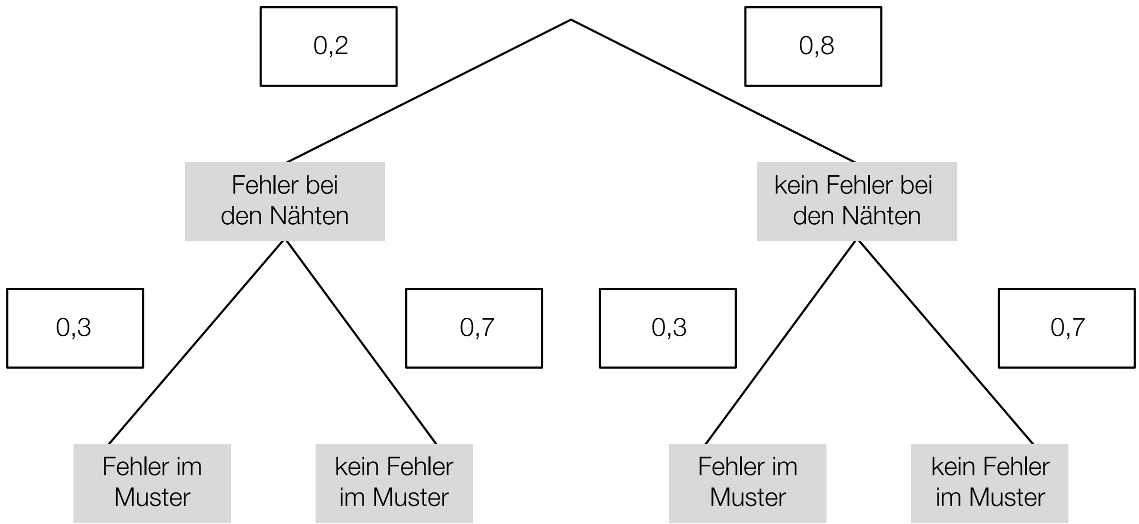
$x_{1,2} = \pm 14$

Berechnung des Flächeninhalts:

$A = 70 \cdot 14 - \int_{-14}^{14} f(x)\,\mathrm{d}x = 942{,}66...$

Der Flächeninhalt beträgt rund 942,7 cm^2.

c1)



c2)

	I. Wahl	II. Wahl	III. Wahl
Einnahmen pro Regenschirm in Euro	30	15	2
Wahrscheinlichkeit	$0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}56$	$0{,}2 \cdot 0{,}7 + 0{,}8 \cdot 0{,}3 = 0{,}38$	$0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$

c3) $30 \cdot 0{,}56 + 15 \cdot 0{,}38 + 2 \cdot 0{,}06 = 22{,}62$
Der Erwartungswert für die Einnahmen pro verkauftem Regenschirm beträgt € 22,62.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Streckenlänge $\overline{AB}$
a2) 1 × A: für den richtigen Ansatz
1 × B2: für die richtige Berechnung der Entfernungen, die der Punkt A in diesem Fall vom Haken C haben kann
b1) 1 × A: für den richtigen Ansatz
1 × B: für die richtige Berechnung des Flächeninhalts
c1) 1 × A1: für das richtige Ergänzen der Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm
c2) 1 × A2: für das richtige Vervollständigen der Tabelle
c3) 1 × B: für die richtige Berechnung des Erwartungswerts

Aufgabe 9 (Teil B)

Straßenbahn

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Steigung der linearen Funktion entspricht der Beschleunigung der Straßenbahn im betrachteten Zeitintervall.

a2) $v(15) = v_A + \frac{v_B - v_A}{4}$

b1) $g'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$g(1) = 0$
$g(5) = 4$
$g'(1) = 0$
$g'(5) = 1$

oder:

$a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 0$
$a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 4$
$3 \cdot a \cdot 1^2 + 2 \cdot b \cdot 1 + c = 0$
$3 \cdot a \cdot 5^2 + 2 \cdot b \cdot 5 + c = 1$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
a2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel für $v(15)$
b1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte
1 × A2: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der 1. Ableitung

Aufgabe 10 (Teil B)

Kfz-Bestand

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$K(t) = 0{,}084 \cdot t + 4{,}6$

t ... Zeit in Jahren, $t = 0$ für das Ende des Jahres 1992
$K(t)$ ... Kfz-Bestand zur Zeit t in Millionen

a2) Gemäß diesem Modell nimmt der Kfz-Bestand um 84 000 Kraftfahrzeuge pro Jahr zu.

a3) $K(t) = 8$ *oder* $0{,}084 \cdot t + 4{,}6 = 8$
$t = 40{,}47...$

Gemäß diesem Modell ist nach etwa 40,5 Jahren mit einem Kfz-Bestand von 8 Millionen zu rechnen.

Die Lösung kann entweder als Zeit nach Ende des Jahres 1992 oder als Kalenderjahr angegeben werden.

b1) Gemäß diesem Modell nimmt der Kfz-Bestand pro Jahr um rund 1,7 % zu.

b2) Gemäß diesem Modell verdoppelt sich der Kfz-Bestand nach (jeweils) rund 41,2 Jahren.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion
a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung derjenigen Zeit, nach der mit einem Kfz-Bestand von 8 Millionen zu rechnen ist
b1) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Zahl 1,7 % im gegebenen Sachzusammenhang
b2) 1 × C2: für die richtige Interpretation der Zahl 41,2 im gegebenen Sachzusammenhang

Aufgabe 6 (Teil B)

Skulptur

Möglicher Lösungsweg

a1) $A = 2 \cdot \left(\int_0^2 (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_2^4 (h(x) - g(x))\,\mathrm{d}x\right)$

oder:

$A = \int_{-4}^{-2} (i(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_{-2}^{2} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_2^4 (h(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

b1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$

$f(0) = 5$
$f(2) = 5$
$f'(1) = -1$

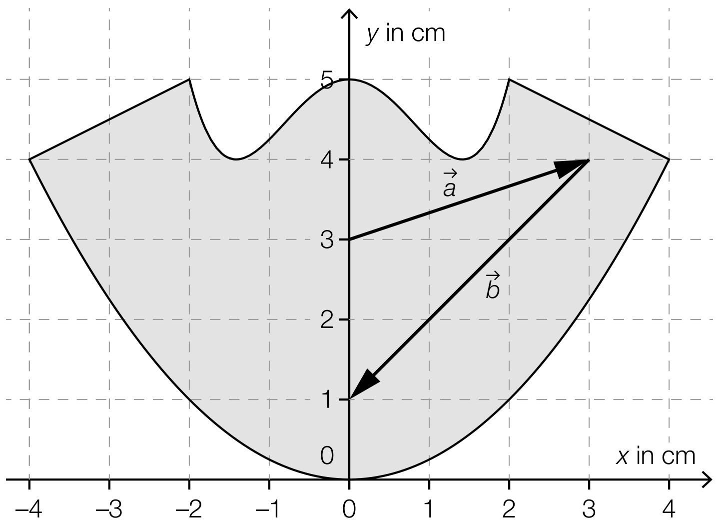
oder:

$c = 5$
$16 \cdot a + 4 \cdot b + c = 5$
$4 \cdot a + 2 \cdot b = -1$

Die Verwendung anderer Punkte auf dem Graphen von f *für das Erstellen des Gleichungssystems ist ebenfalls als richtig zu werten.*

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}25$
$b = -1$
$c = 5$

c1)



c2) $\vec{c} = \begin{pmatrix} \boxed{-3} \\ \boxed{1} \end{pmatrix}$

c3) $A = 18 - 3 - 9 = 6$
Der Flächeninhalt beträgt 6 cm².

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von A
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
b2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
c1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen der Vektoren als Pfeile
c2) 1 × C: für das richtige Ergänzen der Koordinaten des gespiegelten Vektors
c3) 1 × B: für das richtige Bestimmen des Flächeninhalts

Aufgabe 7 (Teil B)

Navigationsgeräte

Möglicher Lösungsweg

a1) $P(\text{„Stau tritt auf und wird vom Navi gemeldet“}) = 0{,}2 \cdot 0{,}93 = 0{,}186$

a2) E ... das Navi meldet einen Stau auf diesem Straßenabschnitt

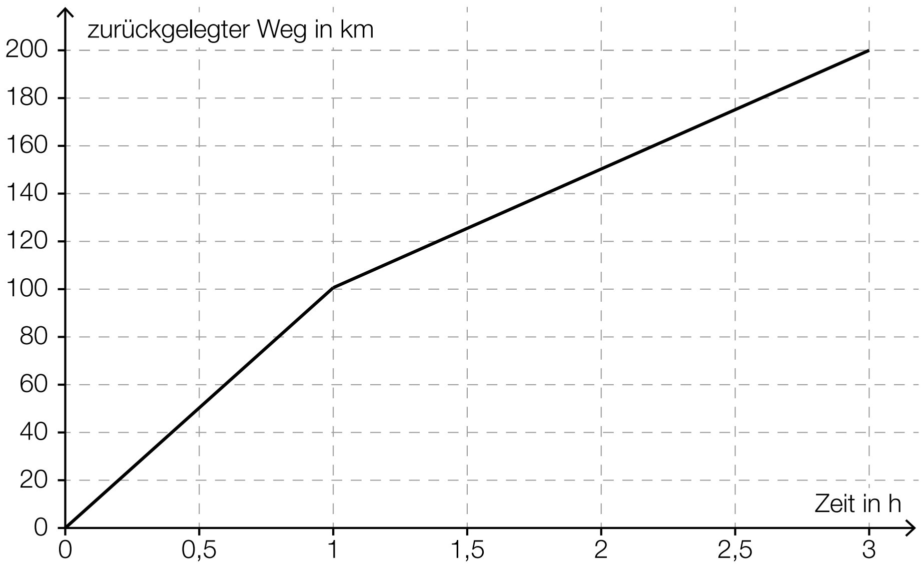
b1) Da die Abstände zwischen den Radarboxen gleich groß sind, lassen sich ihre Abstände vom Streckenanfang als arithmetische Folge modellieren.

b2) $a_n = \frac{45}{7} \cdot (n - 1)$

b3) Binomialverteilung mit $p = 0{,}05$, $n = 8$:
X ... Anzahl der nicht erkannten Radarboxen

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 2) = 0{,}0514...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 5,1 %.

c1)



c2) $\frac{200\text{ km}}{3\text{ h}} = 66{,}66...\text{ km/h} \neq 75\text{ km/h}$

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt rund 66,7 km/h, daher ist die Behauptung falsch.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
a2) 1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang
b1) 1 × D: für das richtige Angeben und die richtige Begründung
b2) 1 × A: für das richtige Aufstellen des expliziten Bildungsgesetzes
b3) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
c1) 1 × A: für das richtige Darstellen der Fahrt im Weg-Zeit-Diagramm
c2) 1 × D: für den richtigen Nachweis

Aufgabe 8 (Teil B)

Brücken zwischen Gebäuden

Möglicher Lösungsweg

a1) $s = \sqrt{15^2 + 35^2} = \sqrt{1\,450} = 38{,}078...$

Die Länge einer Stütze beträgt rund 38,08 m.

a2) Ansatz: $\overline{AD}^2 = s^2 + \overline{MD}^2 - 2 \cdot s \cdot \overline{MD} \cdot \cos(\alpha)$

$\overline{AD} = \sqrt{15^2 + 30^2} = \sqrt{1\,125}$
$\overline{MD} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$

$1\,125 = 1\,450 + 625 - 2 \cdot \sqrt{1\,450} \cdot 25 \cdot \cos(\alpha) \quad \Rightarrow \quad \alpha = 60{,}06...°$

Der Winkel beträgt rund 60,1°.

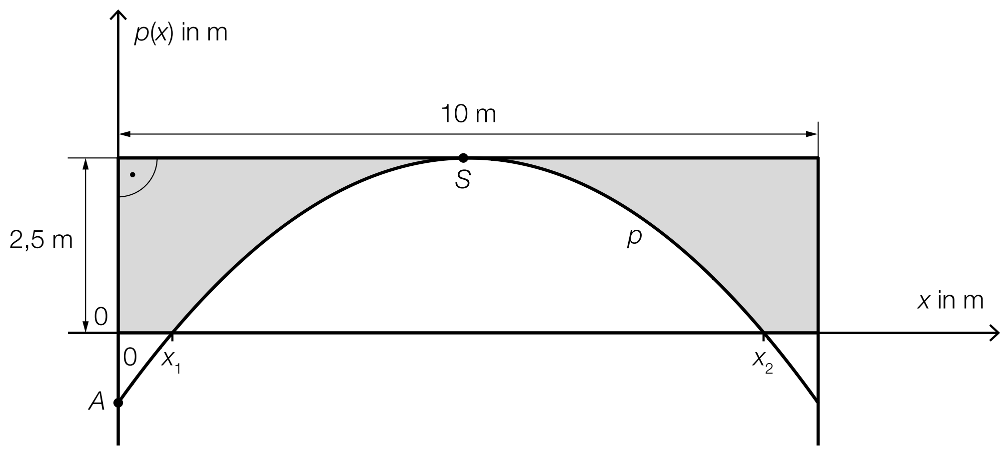
b1) $p(0) = -1$
$p(5) = 2{,}5$
$p(10) = -1$

oder:

$c = -1$
$a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 2{,}5$
$a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = -1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = -\frac{7}{50},\ b = \frac{7}{5},\ c = -1$

b2)



b3)

$\beta = 90° - \arctan(p'(0))$	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge s
a2) 1 × A: für den richtigen Ansatz zur Berechnung des Winkels α
1 × B2: für die richtige Berechnung des Winkels α
b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
b2) 1 × C1: für das richtige Kennzeichnen der Fläche
b3) 1 × C2: für das richtige Ankreuzen

Aufgabe 9 (Teil B)

Internet

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$f(t) = 8{,}63 \cdot 1{,}99^t$ *(Parameter gerundet)*

t ... Zeit seit dem Ende des Jahres 1995 in Jahren
$f(t)$ ... Anzahl der Internetnutzer/innen zur Zeit t in Millionen

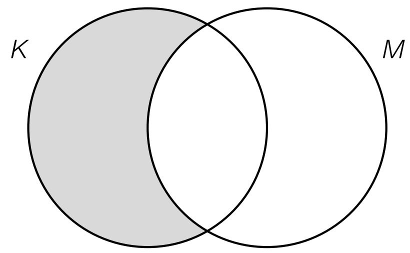
Abhängig von der verwendeten Technologie kann man geringfügig abweichende Parameter bei der Ermittlung der Regressionsfunktion erhalten.

a2) Der Parameter a gibt an, wie viele Millionen Menschen gemäß diesem Modell am Ende des Jahres 1995 (zur Zeit $t = 0$) das Internet genutzt haben.

b1) 333,6 Millionen Terabyte = $3{,}336 \cdot 10^{20}$ Byte

Auch eine Verwendung des Zusammenhangs 1 Terabyte = $1\,024^4$ Byte ist als richtig zu werten.

c1)



Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Funktionsgleichung mittels exponentieller Regression
a2) 1 × C: für die richtige Beschreibung des Parameters a im gegebenen Sachzusammenhang
b1) 1 × A: für das richtige Eintragen der Zahl
c1) 1 × C: für das richtige Kennzeichnen des Bereichs

Aufgabe 6 (Teil B)

Lauftraining

Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{1{,}65}{1{,}5} = 1{,}1 \quad \frac{1{,}815}{1{,}65} = 1{,}1$

Es handelt sich um eine geometrische Folge, da die Quotienten aufeinanderfolgender Glieder der Folge gleich sind.

a2) Anna: $a_1 = 1{,}5 \quad a_{n+1} = 1{,}1 \cdot a_n$

a3) Beate: $b_1 = 1{,}5 \quad b_{n+1} = b_n + 0{,}5$

a4) Tabellenwert für Anna: 1,9965
Tabellenwert für Beate: 3

b1) $8 = 2{,}75 + 0{,}125 \cdot n \quad \Rightarrow \quad n = 42$

Am 42. Trainingstag läuft Clara eine Strecke von 8 km.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × D: für den richtigen Nachweis
a2) 1 × A1: für das richtige Aufstellen des rekursiven Bildungsgesetzes für Annas Trainingsstrecken
a3) 1 × A2: für das richtige Aufstellen des rekursiven Bildungsgesetzes für Beates Trainingsstrecken
a4) 1 × A3: für das richtige Ergänzen der fehlenden Tabellenwerte
b1) 1 × B: für die richtige Berechnung

Aufgabe 7 (Teil B)

Boule

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Abwurfhöhe beträgt 1,1 m.

a2) $f(x) = 0$ *oder* $-0{,}0959 \cdot x^2 + 0{,}767 \cdot x + 1{,}1 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
($x_1 = -1{,}241...$)
$x_2 = 9{,}239...$

Die Wurfweite w beträgt rund 9,24 m.

a3) $\alpha = |\arctan(f'(9{,}239...))| = 45{,}1...°$

Der Aufprallwinkel α liegt also nicht im gegebenen Intervall.

b1) $\overline{BZ} = \sqrt{13^2 + 5^2} = 13{,}92...$

Die Länge der Strecke BZ beträgt rund 13,9 cm.

b2) Ansatz: $A_{\text{neu}} = A + 3 \cdot \overrightarrow{AB}_0$ *oder* $\overrightarrow{OA}_{\text{neu}} = \overrightarrow{OA} + 3 \cdot \overrightarrow{AB}_0$

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 15 \\ -4 \end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{15^2 + 4^2} = \sqrt{241}$

$\overrightarrow{AB}_0 = \frac{1}{\sqrt{241}} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -4 \end{pmatrix}$

$A_{\text{neu}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} + \frac{3}{\sqrt{241}} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4{,}89... \\ 9{,}22... \end{pmatrix}$

Der neue Auflagepunkt der ersten Kugel hat gerundet die Koordinaten $(4{,}9|9{,}2)$.

c1) Interquartilsabstand: 4 s

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für die richtige Interpretation der Zahl 1,1 im gegebenen Sachzusammenhang
a2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wurfweite w
a3) 1 × D: für die richtige Überprüfung mithilfe der Differenzialrechnung
b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge der Strecke BZ
b2) 1 × A: für den richtigen Ansatz mithilfe des Einheitsvektors
1 × B2: für die richtige Berechnung der Koordinaten
c1) 1 × C: für das richtige Ablesen des Interquartilsabstands

Aufgabe 8 (Teil B)

Studienabschlüsse

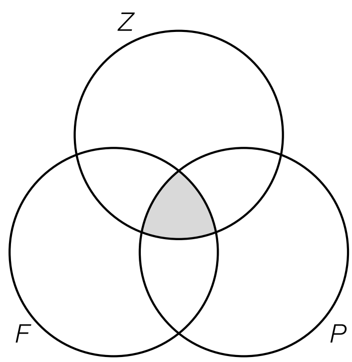
Möglicher Lösungsweg

a1) $(F \cap Z) \setminus P$ beschreibt die Menge aller Personen, die sowohl Zeitprobleme als auch fachliche Defizite, jedoch keine privaten Probleme als Gründe für das Nichtabschließen des Studiums angeführt haben.

a2) $13 + 15 + 20 = 48$

48 Personen haben genau 1 der 3 Gründe angegeben.

a3)



b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$f(t) = 2\,109 \cdot t + 22\,416$ *(Koeffizienten gerundet)*
t ... Zeit ab 2007 in Jahren
$f(t)$ ... Anzahl der Studienabschlüsse zur Zeit t

b2) Der Korrelationskoeffizient $r = 0{,}957...$ liegt nahe bei 1 und lässt daher einen starken positiven linearen Zusammenhang vermuten.

b3) $f(13) = 49\,830{,}2...$

Gemäß diesem Modell ist im Jahr 2020 mit rund 49 830 Studienabschlüssen zu rechnen.

c1) In den Fachrichtungen *Naturwissenschaften*, *Musik*, *Medizin* und *Darstellende Kunst* war der Frauenanteil 2013/2014 geringer als 2003/2004.

c2) Ohne zu wissen, wie viele Personen in den beiden Jahren ein *individuelles Studium* insgesamt absolviert haben (Grundwerte), ist ein Rückschluss auf die Anzahl der Frauen nicht möglich.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C1: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang
a2) 1 × C2: für das richtige Ermitteln der Anzahl der Personen
a3) 1 × C3: für das richtige Kennzeichnen der Menge im Venn-Diagramm
b1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion
b2) 1 × D: für das richtige Beurteilen mithilfe des Korrelationskoeffizienten
b3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Anzahl der Studienabschlüsse
c1) 1 × C: für das richtige Ablesen
c2) 1 × D: für die richtige Erklärung

Aufgabe 9 (Teil B)

Bahnsteige

Möglicher Lösungsweg

a1) $A = \int_{-4}^{-2,5} f(x)\,\mathrm{d}x - 3 \cdot 1,5$

b1) $\overline{DF} = \overline{AE} + \overline{AD} \cdot \sin(\alpha - 90°)$

b2) $\overline{AB} = 1,2$ m

$$\frac{1,2}{\sin(19°)} = \frac{\overline{BC}}{\sin(104°)} \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = 3,576\ldots \text{ m} \approx 3,58 \text{ m}$$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
b2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Länge $\overline{BC}$

Aufgabe 7 (Teil B)

Bastelarbeit im Kindergarten

Möglicher Lösungsweg

a1) Der Graph der Funktion g ist eine (nach oben offene) quadratische Parabel, also die untere Begrenzungslinie.

oder:

$f(0) = 5$ und $g(0) = 1$

Diese Aufgabenstellung erlaubt vielfältige Lösungsmöglichkeiten.

b1) Volumen einer Packung Modelliermasse in cm³:
$V = 9{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 20 = 475$

Das Volumen einer Packung Modelliermasse beträgt 475 cm³.

b2) Volumen eines modellierten Katzenkopfes in cm³: $V = 2 \cdot \int_{-2}^{2} [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \frac{448}{15} \approx 29{,}87$
Volumen von 24 modellierten Katzenköpfen in cm³: $24 \cdot \frac{448}{15} = 716{,}8$

Da eine Packung 475 cm³ beinhaltet, benötigt man also mindestens 2 Packungen Modelliermasse.

c1) Der Tiefpunkt $(0|1)$ von g kann der Abbildung entnommen werden: $g(0) = 1$.

Berechnung der Maximumstellen von f:
$f'(x) = -2 \cdot x^3 + 3{,}6 \cdot x$

Lösung der Gleichung $f'(x) = 0$:
$x_1 = 0$ (Minimumstelle)
$x_{2,3} = \pm\sqrt{1{,}8}$ (Maximumstellen)

Mindestabmessung in cm: $f(\sqrt{1{,}8}) - g(0) = \frac{281}{50} = 5{,}62$
Die andere Seite der Grundfläche muss mindestens 5,62 cm lang sein.

Lösungsschlüssel

a) 1 × D: für die richtige Argumentation (KA)
b) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Volumens einer Packung Modelliermasse in cm³ (KA)
1 × A: für einen richtigen Ansatz (benötigtes Volumen für einen modellierten Katzenkopf als Produkt aus Inhalt der Querschnittsfläche und Dicke) (KA)
1 × B2: für die richtige Berechnung der Anzahl an Packungen, die mindestens benötigt werden (KB)
c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Mindestabmessung der anderen Seite der Grundfläche (KB)

Aufgabe 8 (Teil B)

Puppenrutsche

Möglicher Lösungsweg

a1) I: $f(0) = 15$
II: $f(24) = 0$
III: $f'(0) = 0$
IV: $f'(24) = 0$

oder:

I: $d = 15$
II: $a \cdot 24^3 + b \cdot 24^2 + c \cdot 24 + d = 0$
III: $c = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 24^2 + 2 \cdot b \cdot 24 + c = 0$

b1) Berechnung der Wendestelle:
Lösen der Gleichung: $g''(x_0) = 0$
$x_0 = 6$ cm

b2) Die 1. Ableitung einer Polynomfunktion 3. Grades ist eine quadratische Funktion. Die Extremstellen der Polynomfunktion 3. Grades entsprechen den Nullstellen der 1. Ableitung. Eine quadratische Funktion hat höchstens 2 Nullstellen. Daher kann die Polynomfunktion 3. Grades höchstens 2 Extrempunkte haben.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen von Gleichung I und II (KA)
1 × A2: für das richtige Aufstellen von Gleichung III und IV (KA)

b) 1 × A: für den richtigen Ansatz (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wendestelle (KB)
1 × D: für die richtige Begründung (KB)

Aufgabe 9 (Teil B)

Tauchgang

Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{1,49}{1,33}$

$\beta = 30,79...° \approx 30,8°$

a2) $s = \frac{d}{\cos(\beta)}$

b1) Sinussatz:

$\frac{s}{\sin(\gamma)} = \frac{s'}{\sin(\delta)}$

$(\delta_1 = 62,25...°)$
$\delta_2 = 117,74...°$

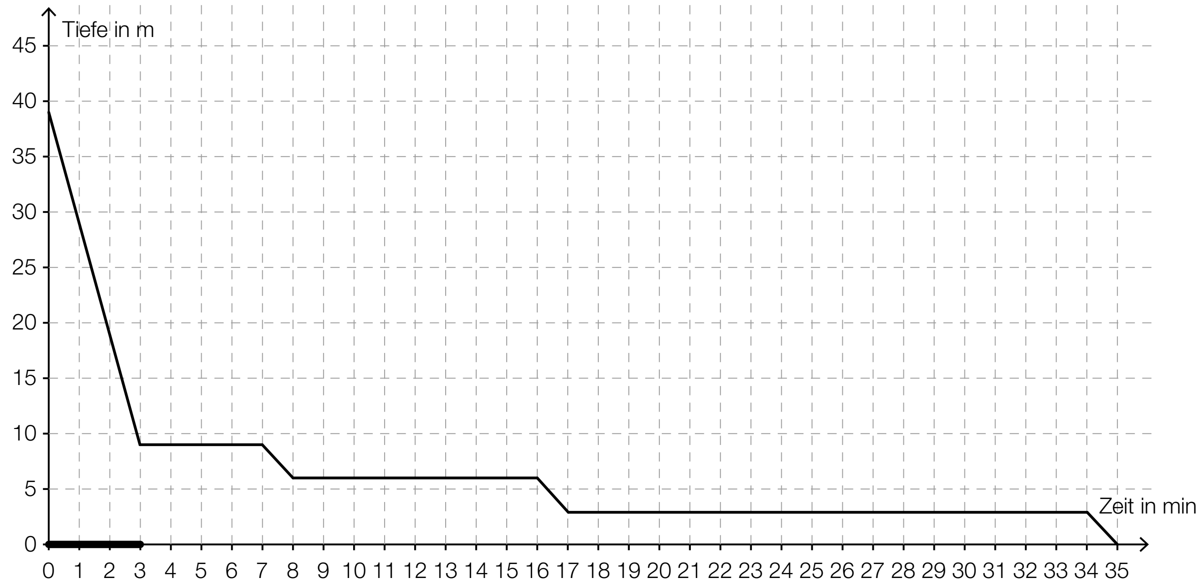
Wird der spitze Winkel nicht erwähnt und nur der stumpfe als Lösung angegeben, so ist dies ebenfalls richtig.

b2) Winkel, den s und s' einschließen: $180° - \delta_2 - \gamma = 5,258...° \approx 5,26°$

Cosinussatz: $m^2 = s^2 + s'^2 - 2 \cdot s \cdot s' \cdot \cos(5,26°)$
$m = \sqrt{s^2 + s'^2 - 2 \cdot s \cdot s' \cdot \cos(5,26°)} = 0,493...$
$m \approx 0,49$ mm

c1) Die waagrechten Abschnitte sind diejenigen Zeitabschnitte, in denen die Taucherin / der Taucher auf gleicher Tiefe bleibt.

c2) Auftauchgeschwindigkeit 10 m/min:



Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung des Winkels β (KA)
   1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel (KA)

b) 1 × B1: für die richtige Berechnung von δ (KA)
   1 × B2: für die richtige Berechnung von m (KB)

c) 1 × C1: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
   1 × C2: für die richtige Markierung des Intervalls (KA)

Aufgabe 10 (Teil B)

Staudamm

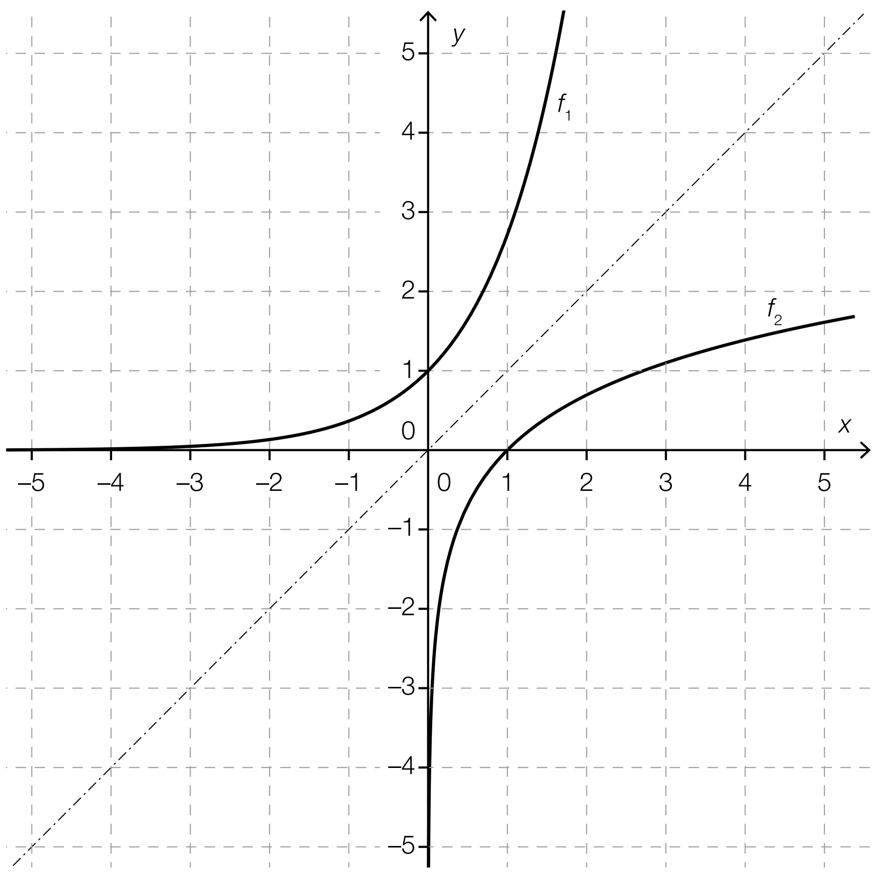
Möglicher Lösungsweg

a1) I: $50 = a + b \cdot \ln(10)$
II: $0 = a + b \cdot \ln(20)$

a2) $25 = 216{,}1 - 72{,}1 \cdot \ln(x) \;\Rightarrow\; x = 14{,}16\ldots \approx 14{,}2$
Die Breite in halber Höhe beträgt rund 14,2 m.

a3) $A = 10 \cdot 50 + \int_{10}^{20} (216{,}1 - 72{,}1 \cdot \ln(x))\,\mathrm{d}x = 722{,}31\ldots \approx 722{,}3$
Der Inhalt der Querschnittsfläche beträgt rund 722,3 m².

b1)



b2) Die Funktionsgraphen liegen symmetrisch zur Geraden $y = x$.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen des Gleichungssystems (KA)
1 × B1: für die richtige Berechnung der Breite in halber Höhe (KA)
1 × A2: für einen richtigen Ansatz zur Berechnung des Inhalts der Querschnittsfläche (KA)
1 × B2: für die richtige Berechnung des Inhalts der Querschnittsfläche (KB)

b) 1 × B: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Umkehrfunktion f_2 (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung zur Bedeutung der Geraden $y = x$ (KB)

Aufgabe 6 (Teil B)

Qualitätstest bei Objektiven

Möglicher Lösungsweg

a1) $x = \sqrt{y^2 + z^2 - 2 \cdot y \cdot z \cdot \cos(\alpha)}$

a2) γ ... Winkel gegenüber von z
β ... Winkel gegenüber von y

$\frac{121}{\sin(45°)} = \frac{70}{\sin(\gamma)} \quad \Rightarrow \quad \gamma = 24{,}1...°$
$\beta = 180° - 45° - 24{,}1...° = 110{,}8...°$

$\frac{y}{\sin(110{,}8...°)} = \frac{121}{\sin(45°)} \quad \Rightarrow \quad y = 159{,}9...$
Die Entfernung y beträgt rund 160 cm.

b1) $A = \frac{a^2 \cdot \sin(\alpha)}{2}$

b2) $\alpha = \frac{360°}{2 \cdot n}$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von x (KA)
1 × A2: für den richtigen Ansatz zur Berechnung der Entfernung y (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Entfernung y (KB)

b) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A (KA)
1 × A2: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Winkels α (KA)

Aufgabe 7 (Teil B)

Schokoriegel

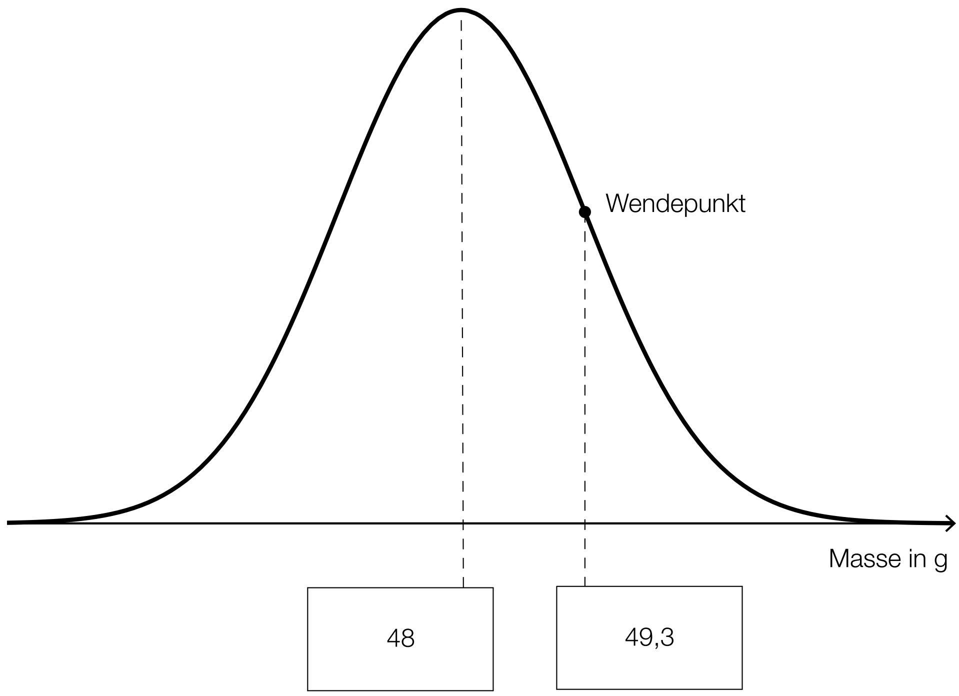
Möglicher Lösungsweg

a1) Preis pro Schokoriegel:

alte Packung: 1,79 : 5 = 0,358
neue Packung: 2,49 : 6 = 0,415

0,415 : 0,358 = 1,159...
Die Preiserhöhung beträgt rund 16 %.

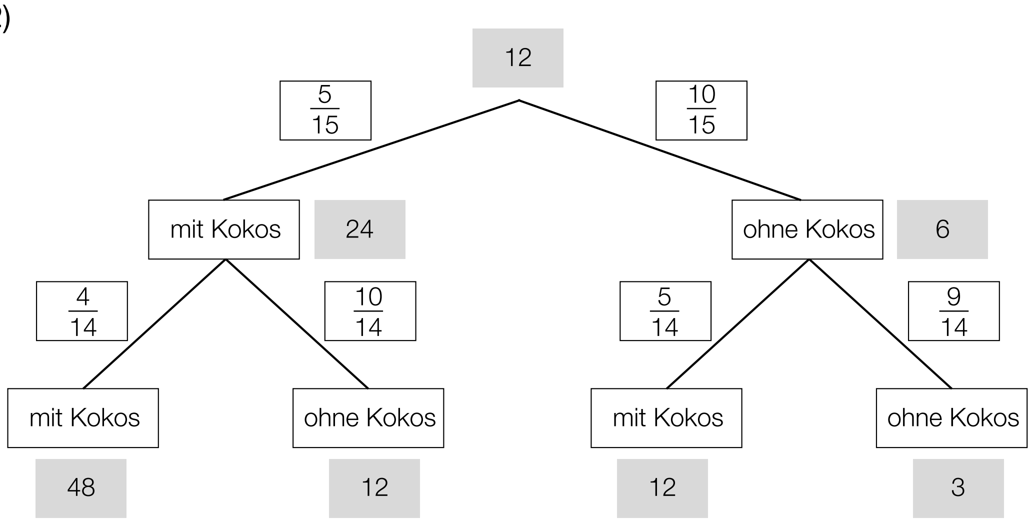
b1)



b2) X ... Masse in g
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X < 45) = 0{,}01050\ldots$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 1,05 %.

b3) $P(X \leq a) = 0{,}80$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 49{,}09\ldots$
Die Masse beträgt rund 49,1 g.

c1 und c2)



c3)

Anzahl Ihrer Spielmünzen am Ende des Spiels	48	12	3
Wahrscheinlichkeit	$\frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = \frac{2}{21}$	$2 \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} = \frac{10}{21}$	$\frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = \frac{3}{7}$

c4) $E(X) = 48 \cdot \frac{2}{21} + 12 \cdot \frac{10}{21} + 3 \cdot \frac{3}{7} = \frac{81}{7} = 11{,}57...$

Lösungsschlüssel

a) 1 × B für die richtige Berechnung des Prozentsatzes (KA)

b) 1 × A: für das richtige Eintragen der beiden fehlenden Zahlen (KA)
1 × B1: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)
1 × B2: für die richtige Berechnung der Mindestmasse (KA)

c) 1 × A1: für das richtige Eintragen der Wahrscheinlichkeiten (KA)
1 × A2: für das richtige Eintragen der Anzahl der Spielmünzen am Ende des Spiels (KA)
1 × A3: für das richtige Eintragen der Werte für X und der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten (KB)
1 × B: für die richtige Berechnung des Erwartungswerts (KB)

Aufgabe 8 (Teil B)

Papierflieger

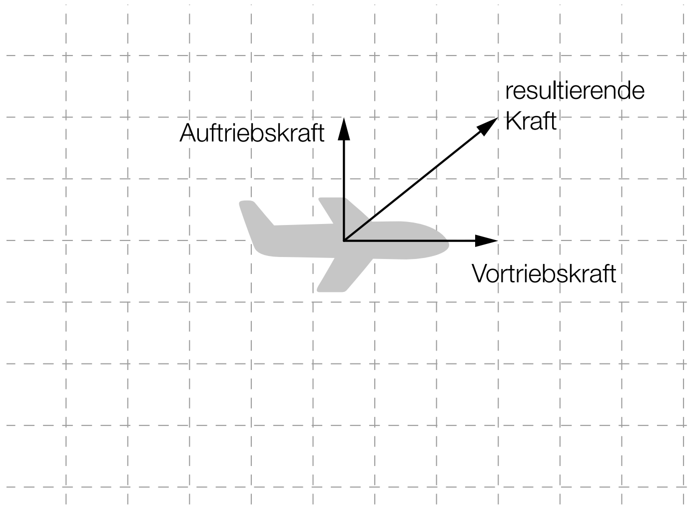
Möglicher Lösungsweg

a1) $F_W = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \varrho \cdot v^2 \cdot A$

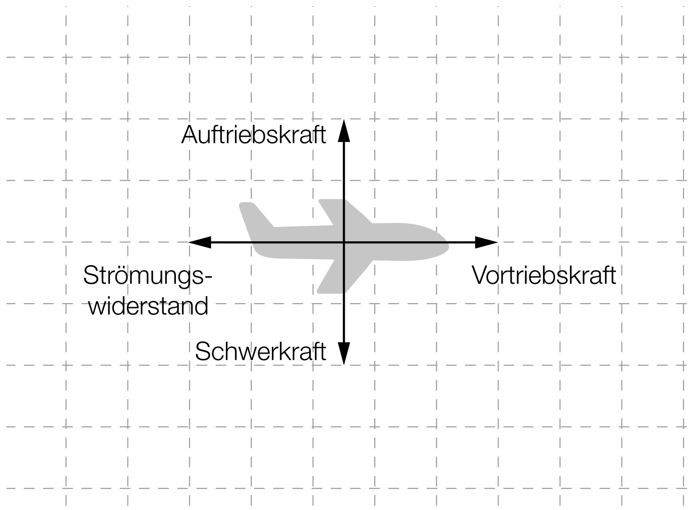
a2) Wird v verdoppelt, so wird F_W vervierfacht.

b1) Dies ist keine Funktion, weil man nicht jeder horizontalen Entfernung vom Abwurfpunkt genau eine Höhe über dem Erdboden zuordnen kann.

c1)



c2)



Sind die Vektoren als Pfeile ausgehend von anderen Anfangspunkten eingezeichnet, so ist dies ebenfalls als richtig zu werten.

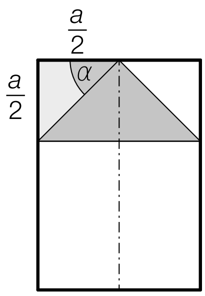
d1) Wird das Papier so wie eingezeichnet gefaltet, so ergibt sich für die Seitenlängen des entstehenden Rechtecks:

längere Seite: a

kürzere Seite: $\frac{\sqrt{2} \cdot a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Die beiden Seitenlängen stehen also im Verhältnis $\frac{a}{\sqrt{2}} : a = 1 : \sqrt{2}$.

d2)



Da das kleine linke Dreieck (siehe obige Skizze) gleichschenkelig und rechtwinkelig ist, gilt für den eingezeichneten Winkel $\alpha = 45°$. Dasselbe gilt auch im kongruenten Dreieck rechts, und somit gilt für den Winkel an der Spitze des markierten Dreiecks: $180° - 2 \cdot \alpha = 90°$.

d3) $A = (a \cdot \sqrt{2} \cdot a) - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \sqrt{2} \cdot a^2 - \frac{a^2}{4}$

d4) $A = \sqrt{2} \cdot 21^2 - \frac{21^2}{4} = 513{,}41...$

Der Flächeninhalt der zu bemalenden Fläche beträgt rund 513 cm^2.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für das richtige Umformen der Formel (KA)
   1 × C: für die richtige Beschreibung (KB)

b) 1 × D für die richtige Begründung (KA)

c) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen der resultierenden Kraft als Pfeil (KA)
   1 × A2: für das richtige Einzeichnen der beiden Gegenvektoren als Pfeile (KA)

d) 1 × D1: für den richtigen Nachweis (KA)
   1 × D2: für die richtige Begründung (KB)
   1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A (KA)
   1 × B: für die richtige Berechnung des Flächeninhalts in cm^2 (KB)

Aufgabe 7 (Teil B)

Abrissbirnen

Möglicher Lösungsweg

a) $V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$; $V = \frac{m}{\varrho}$ $\Rightarrow$ $r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot m}{4 \cdot \pi \cdot \varrho}}$ $\Rightarrow$ $d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot m}{\pi \cdot \varrho}}$ *oder* $d = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot m}{4 \cdot \pi \cdot \varrho}}$

d_{neu} ... Durchmesser bei doppelter Masse

$$d_{neu} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 2 \cdot m}{\pi \cdot \varrho}} = \sqrt[3]{2} \cdot \underbrace{\sqrt[3]{\frac{6 \cdot m}{\pi \cdot \varrho}}}_{= d} = \sqrt[3]{2} \cdot d \approx 1{,}26 \cdot d$$

Der Durchmesser ist daher um rund 26 % (also um rund ein Viertel) zu vergrößern.

b) $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$
$f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x + d$

I: $f(0) = 0$
II: $f(1{,}1) = 2{,}2$
III: $f(9{,}4) = 5{,}1$
IV: $f(12) = 0$
V: $f'(9{,}4) = 0$

oder:

I: $a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e = 0$
II: $a \cdot 1{,}1^4 + b \cdot 1{,}1^3 + c \cdot 1{,}1^2 + d \cdot 1{,}1 + e = 2{,}2$
III: $a \cdot 9{,}4^4 + b \cdot 9{,}4^3 + c \cdot 9{,}4^2 + d \cdot 9{,}4 + e = 5{,}1$
IV: $a \cdot 12^4 + b \cdot 12^3 + c \cdot 12^2 + d \cdot 12 + e = 0$
V: $4 \cdot a \cdot 9{,}4^3 + 3 \cdot b \cdot 9{,}4^2 + 2 \cdot c \cdot 9{,}4 + d = 0$

Berechnung der Koeffizienten mittels Technologieeinsatz:
$a = -0{,}0066...$
$b = 0{,}1461...$
$c = -1{,}0476...$
$d = 2{,}9843...$
$e = 0$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel (KA)
1 × D: für den richtigen Nachweis (KB)

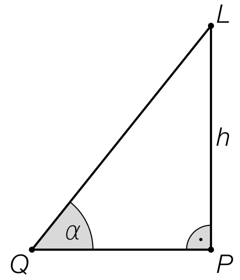
b) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte (KA)
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung (KA)
1 × B: für das richtige Ermitteln der Koeffizienten (KB)

Aufgabe 8 (Teil B)

Höhe der Wolkenuntergrenze

Möglicher Lösungsweg

a)

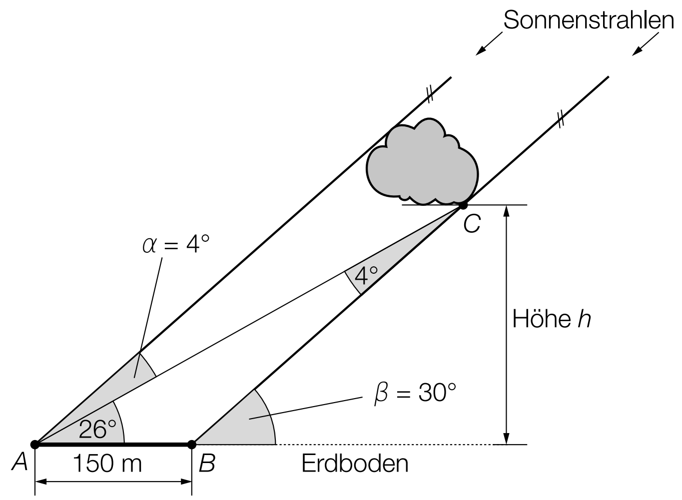


$h = \overline{PQ} \cdot \tan(\alpha)$

b)

$\frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-5}}{2}$	☒

c)



$$\frac{\overline{BC}}{\sin(26°)} = \frac{150}{\sin(4°)}$$

$$\overline{BC} = \frac{150}{\sin(4°)} \cdot \sin(26°) = 942{,}6...$$

Die Entfernung $\overline{BC}$ beträgt rund 943 m.

$$\sin(\beta) = \frac{h}{\overline{BC}}$$

$$h = \overline{BC} \cdot \sin(\beta) = 471{,}3...$$

Die Höhe h beträgt rund 471 m.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen in der Skizze (KA)
   1 × A2: für das richtige Erstellen der Formel (KB)
b) 1 × C: für das richtige Ankreuzen (KA)
c) 1 × C: für das richtige Eintragen der beiden gegebenen Winkel (KA)
   1 × B1: für die richtige Berechnung der Entfernung $\overline{BC}$ (KB)
   1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe h (KB)

Aufgabe 9 (Teil B)

Würfel

Möglicher Lösungsweg

a)

Augensumme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$P(\text{„Augensumme ist 5, 6, 7 oder 8“}) = \frac{4+5+6+5}{36} = \frac{20}{36}$

$P(\text{„übrige Augensummen“}) = 1 - \frac{20}{36} = \frac{16}{36}$

Die Wahrscheinlichkeit, eine Augensumme 5, 6, 7 oder 8 zu erhalten, ist größer.

b) $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = a_n + 3$

$a_7 = 21$

$360 = 1{,}5 \cdot (n^2 + n)$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$n_1 = 15$, ($n_2 = -16$)
Die Treppe besteht aus 15 Ebenen, wenn man insgesamt 360 Würfel verbaut.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Tabelle mit den Wahrscheinlichkeiten (KA)
1 × B: für das richtige Ermitteln, welche der beiden Möglichkeiten die höhere Gewinnwahrscheinlichkeit hat (KB)

b) 1 × A: für das richtige Erstellen des rekursiven Bildungsgesetzes (KA)
1 × B1: für das richtige Bestimmen der Anzahl der Würfel in der 7. Ebene (KA)
1 × B2: für die richtige Berechnung der Anzahl der Ebenen (KA)

Aufgabe 10 (Teil B)

Wiener Öffis

Möglicher Lösungsweg

a) Die Fahrgastzahl der Wiener Linien im Jahr 2011 ist um rund 21 % größer als jene im Jahr 2002.

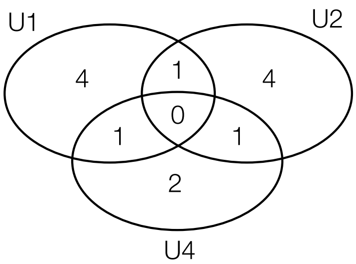
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = 17{,}157 \cdot t + 709{,}77$ *(Koeffizienten gerundet)*

$f(16) = 984{,}27...$

Im Jahr 2018 sind nach diesem Modell rund 984,3 Millionen Fahrgäste zu erwarten.

b)



Dies sind die Haltestellen *Kaisermühlen-VIC*, *Donauinsel*, *Vorgartenstraße* und *Nestroyplatz*.

E ... eine zufällig ausgewählte Haltestelle liegt an mehr als einer U-Bahn-Linie

$P(E) = \frac{3}{13} = 0{,}230...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 23 %.

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion (KA)
1 × B2: für das richtige Ermitteln der Prognose für die Fahrgastzahl im Jahr 2018 (KB)

b) 1 × A: für das richtige Vervollständigen des Diagramms (KA)
1 × C: für die richtige Angabe der Haltestellen (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)