Ime:	
Razred:	

Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni izpit

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

18. september 2024

Matematika

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Zvezek z nalogami, ki je pred Vami, vsebuje naloge 1. dela in naloge 2. dela (sestavljene iz delnih nalog). Naloge oz. delne naloge je moč reševati med seboj neodvisno. Na razpolago imate *270 minut* delovnega časa.

Za reševanje uporabljajte izključno ta zvezek z nalogami in delovni papir, ki vam je dan na razpolago. Vaše ime in Vaš razred vpišite v za to predvideni polji na naslovnici zvezka z nalogami, ter Vaše ime in zaporedno številko strani na vsak uporabljeni list delovnega papirja. Pri odgovarjanju vsakega navodila za delo, na delovni papir navedite njegovo oznako (npr.: 25a1).

Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRP iz Matematike, ki je za klavzurno nalogo potrjena s strani pristojnega člana vlade.

Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Pojasnilo formatov odgovorov je na vpogled v izpitnem prostoru.

Smernice za reševanje

– Rešitve morajo biti kot le-te na vsak način nedvoumno razpoznavne.
– Rešitve morajo biti na vsak način navedene s pripadajočimi enotami, če je to eksplicitno zahtevano v navodilu za delo.

Pri odprtih formatih odgovorov ima pri dodeljevanju točk prednost dokazilo vsakokratne osnovne kompetence. Za obdelavo odprtih formatov odgovorov se priporoča:

– pot reševanja, tudi v primeru uporabe tehnologije, dokumentirati jasno,
– spremenljivke, ki jih izberete sami, pojasniti in po potrebi navesti s pripadajočimi enotami,
– izogibati se prezgodnjemu zaokroževanju,
– označiti diagrame ali skice.

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, kjer je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v želeni okvirček.

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor »5 + 5 = 9« in nato spremenjen na »2 + 2 = 4«.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite želeni prebarvani okvirček.

Tukaj je bil odgovor »2 + 2 = 4« najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Ključ vrednotenja

dosežene točke	ocena
32 – 36 točk	Sehr gut – *prav dobro*
27 – 31,5 točk	Gut – *dobro*
22 – 26,5 točk	Befriedigend – *povoljno*
17 – 21,5 točk	Genügend – *zadostno*
0 – 16,5 točk	Nicht genügend – *nezadostno*

Best-of-vrednotenje: Za naloge 26, 27 in 28 velja Best-of-vrednotenje. Izmed teh treh nalog 2. dela, se tista naloga, pri kateri je bilo doseženo najnižje število točk, ne vrednoti.

Veliko uspeha!

Naloga 1

Znanje o številskih množicah

Dani sta dve naravni števili a in b, pri $b > a$.

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

V vsakem primeru je $a - b$ neko ___①___ in $b - a$ neko ___②___.

①	
naravno število	☐
racionalno, ampak ne naravno, število	☐
racionalno, ampak ne celo, število	☐

②	
naravno število	☐
celo, ampak ne naravno, število	☐
racionalno, ampak ne naravno, število	☐

[0/½/1 t.]

Naloga 2

Prostornina krogle

Neka določena krogla ima polmer r in prostornino V, pri čemer sta $r, V \in \mathbb{R}^+$.
Neka druga krogla ima polmer $2 \cdot r$ in prostornino $k \cdot V$.

Zastavitev naloge:

Določite k.

k = ____

[0/1 t.]

Naloga 3

Jezikovno potovanje

Nekega jezikovnega potovanja se je udeležilo U učencev/-k nižje stopnje, O učencev/-k višje stopnje in B spremljevalnih oseb. Skupno število učencev/-k (nižja in višja stopnja) je najmanj tako veliko, kot je 5-kratnik števila spremljevalnih oseb.

Zastavitev naloge:

Nastavite neenačbo, ki opisuje zgoraj opisano medsebojno odvisnost med U, O in B.

[0/1 t.]

Naloga 4

Vektorji v $\mathbb{R}^3$

Dani so trije vektorji $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ in $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ v $\mathbb{R}^3$, ki se razlikujejo od ničelnega vektorja.

Velja:
Vektor $\vec{n}$ je pravokoten tako na vektor $\vec{a}$ kot tudi na vektor $\vec{b}$.
Vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ med seboj nista pravokotna.
Vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ med seboj nista vzporedna.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe izjavi, ki v vsakem primeru veljata. *[2 izmed 5]*

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{n}$	☐
$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{n} = 0$	☐
$a_1 \cdot n_1 + a_2 \cdot n_2 + a_3 \cdot n_3 = 0$	☐
Obstoja število $k \in \mathbb{R}$ tako, da velja: $\vec{a} + \vec{b} = k \cdot \vec{n}$	☐
Obstoja število $k \in \mathbb{R}$ tako, da velja: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$	☐

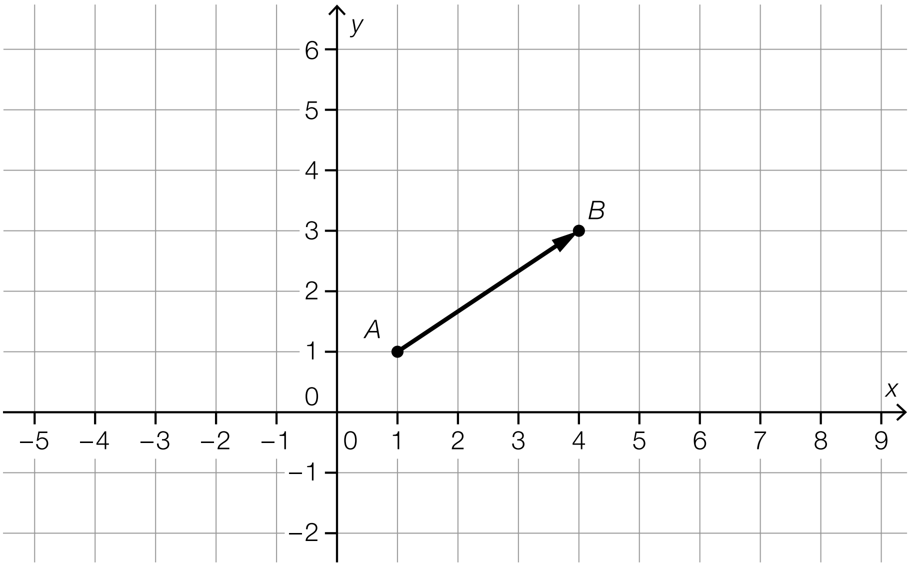
[0/1 t.]

Naloga 5

Opis poti

Neka pot poteka iz točke A preko točke B do neke točke C. V točki B se pot odcepi pravokotno na desno. Med točkama B in C pot poteka premočrtno.

V naslednjem koordinatnem sistemu je modelno predstavljena pot AB.



Zastavitev naloge:

Navedite vektor $\vec{a}$, ki opisuje smer poti BC.

$\vec{a} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

[0/1 t.]

Naloga 6

Sinus in kosinus

Za določene kote $\alpha \in [0°; 360°)$ velja odnos $\sin(\alpha) \geq \cos(\alpha)$.

Zastavitev naloge:

Navedite največji možni interval za α, v katerem ta odnos velja.

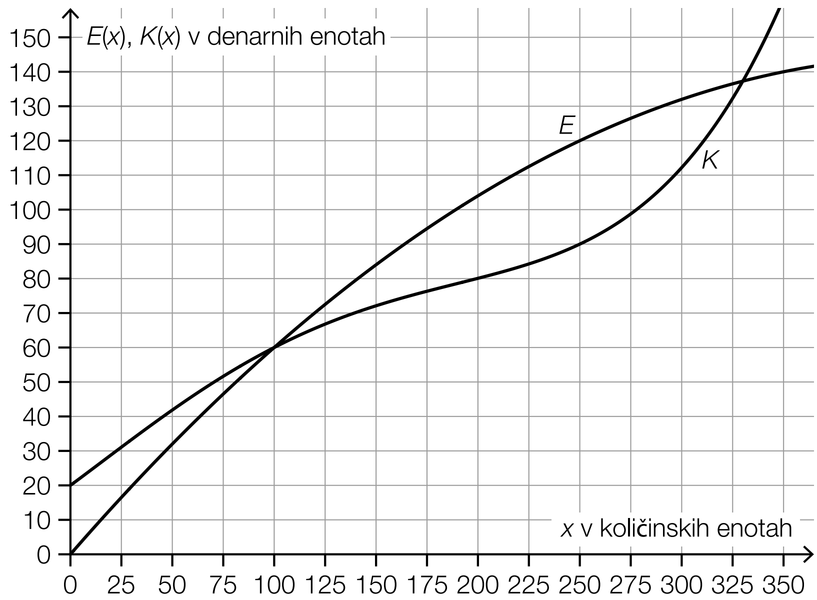
$\alpha \in [$ _______ °; _______ °$]$

[0/1 t.]

Naloga 7

Dobiček

Naslednja slika prikazuje graf funkcije stroškov $K: x \mapsto K(x)$ in graf funkcije izkupička $E: x \mapsto E(x)$ za neki določeni produkt (x v količinskih enotah, $E(x)$, $K(x)$ v denarnih enotah).



V nadaljevanju se privzema, da se vse proizvedene količinske enote tega produkta tudi prodajo.

Pozitivni dobiček se prvič doseže pri več kot x_1 proizvedenih in prodanih količinskih enotah tega produkta.

Dobiček je maksimalen pri x_2 proizvedenih in prodanih količinskih enotah tega produkta.

Zastavitev naloge:

S pomočjo gornje slike ugotovite x_1 in x_2.

x_1 = ____________________ količinskih enot

x_2 = ____________________ količinskih enot

[0/½/1 t.]

Naloga 8

Parameter linearne funkcije

Dana je linearna funkcija $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pri $f(x) = k \cdot x + d$ in $k, d \in \mathbb{R}$. Graf te linearne funkcije poteka skozi točki $A = (a|a)$ in $B = (3 \cdot a|2 \cdot a)$, pri čemer je $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da v vsakem primeru nastane pravilna izjava.

Za parameter k velja ______①______ in za parameter d velja ______②______ .

①	
$k = \frac{a}{2}$	☐
$k = \frac{1}{2}$	☐
$k = 2 \cdot a$	☐

②	
$d = \frac{a}{2}$	☐
$d = \frac{1}{2}$	☐
$d = 2 \cdot a$	☐

[0/1 t.]

Naloga 9

Količina vode v plavalnem bazenu

Linearna funkcija $V\colon [0; 10] \to \mathbb{R}_0^+$ modelno opisuje količino vode v nekem plavalnem bazenu v odvisnosti od časa t (t v min, $V(t)$ v L).

Za vse $t \in [0; 9]$ velja:
$V(t + 1) - V(t) = -10$

Zastavitev naloge:

Interpretirajte gornjo enačbo v dani vsebinski povezavi, ob navedbi pripadajočih enot.

[0 / 1 t.]

Naloga 10

Kisik

Funkcija S priredi temperaturi vode T maksimalno sposobnost sprejemanja čistega kisika $S(T)$ (T v °C, $S(T)$ v mg/L). V nadaljevanji je podana preglednica vrednosti za S.

temperatura T (v °C)	maksimalno sposobnost sprejemanja $S(T)$ (v mg/L)
0	14,6
20	9,1

Privzema se, da je S eksponentna funkcija.

Zastavitev naloge:

Izračunajte temperaturo T_1, pri kateri je $S(T_1)$ samo še pol tako velika kot $S(0)$.

[0/1 t.]

Naloga 11

Sevanje gama

Pri eksperimentu z nekim radioaktivnim preparatom je bila merjena intenzivnost sevanja gama po prehodu skozi tri svinčene plošče različne debeline (2 cm, 5 cm oz. 7 cm). Rezultati so razvidni v naslednji preglednici.

debelina plošče (v cm)	2	5	7
intenzivnost (v %)	38,94	9,46	3,69

Julian zatrjuje: »Iz podatkov je moč sklepati, da intenzivnost v odvisnosti od debeline plošče približno eksponentno upada.«

Zastavitev naloge:

Računsko dokažite, da je Julianova trditev pravilna.

[0/1 t.]

Naloga 12

Dolžine period

Dani sta funkciji $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pri $f(x) = \sin(a \cdot x)$ in $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pri $g(x) = \sin\left(\frac{1}{a} \cdot x\right)$.
Pri tem velja: $a \in \mathbb{R}$ in $a > 1$
(Najmanjšo) dolžino periode funkcije f označimo s p_f, (najmanjšo) dolžino periode funkcije g označimo s p_g.

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Za p_g velja: ___①___; za $\frac{p_f}{p_g}$ velja: ___②___.

①	
$p_g = 2 \cdot \pi$	☐
$p_g = \frac{2 \cdot \pi}{a}$	☐
$p_g = 2 \cdot \pi \cdot a$	☐

②	
$\frac{p_f}{p_g} = a^2$	☐
$\frac{p_f}{p_g} = \frac{1}{a^2}$	☐
$\frac{p_f}{p_g} = 2 \cdot \pi \cdot a^2$	☐

[0/1 t.]

Naloga 13

Razlika v ceni

Neki določeni produkt stane v krajevni prodajalni x evrov, v spletni trgovini pa stane y evrov.
Velja: $x > y > 0$

Relativni delež, za katerega je produkt v krajevni prodajalni dražji kot v spletni trgovini, označimo s h.

Zastavitev naloge:

S pomočjo x in y nastavite formulo za h.

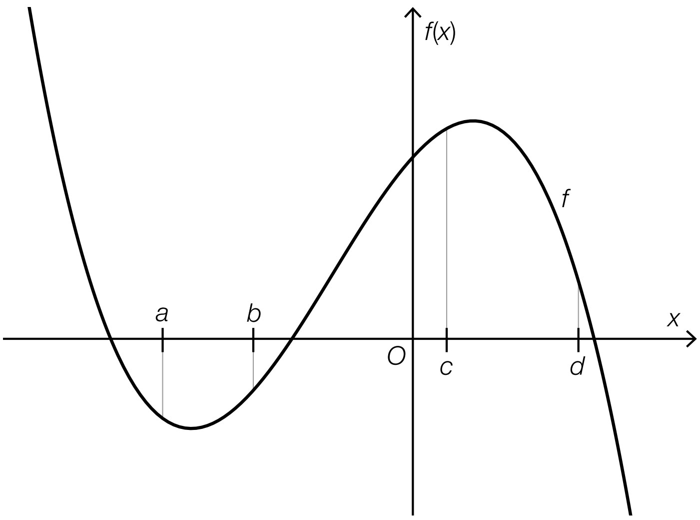
h = ____

[0/1 t.]

Naloga 14

Diferenčni- in diferencialni količnik

Na naslednji sliki je predstavljen graf neke polinomske funkcije 3. stopnje f.



Zastavitev naloge:

S križcem označite obe izjavi, ki veljata za funkcijo f. *[2 izmed 5]*

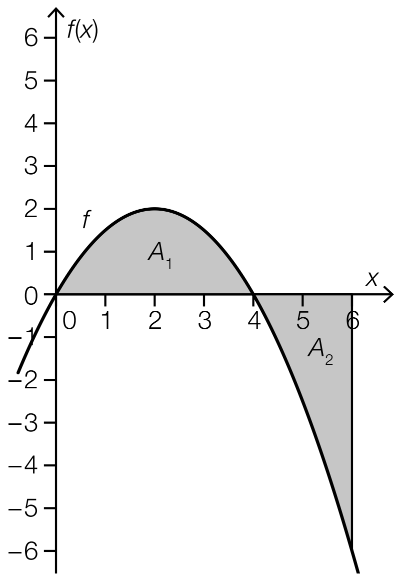
$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} > 0$	☐
$\frac{f(d) - f(c)}{d - c} > f'(c)$	☐
$f'(b) < 0$	☐
$\frac{f(c) - f(b)}{c - b} < 0$	☐
$f'(d) < f'(c)$	☐

[0/1 t.]

Naloga 15

Funkcijske vrednosti primitivne funkcije

Na naslednji sliki je predstavljen graf neke polinomske funkcije *f*.



A_1 ... ploščina ploskve med grafom funkcije f in x-osjo na intervalu [0; 4]
A_2 ... ploščina ploskve med grafom funkcije f in x-osjo na intervalu [4; 6]

Velja: $A_1 = A_2 = \frac{16}{3}$

Za primitivno funkcijo F funkcije f velja: $F(0) = 0$

Zastavitev naloge:

Navedite vrednosti $F(4)$ in $F(6)$.

$F(4) =$ __________

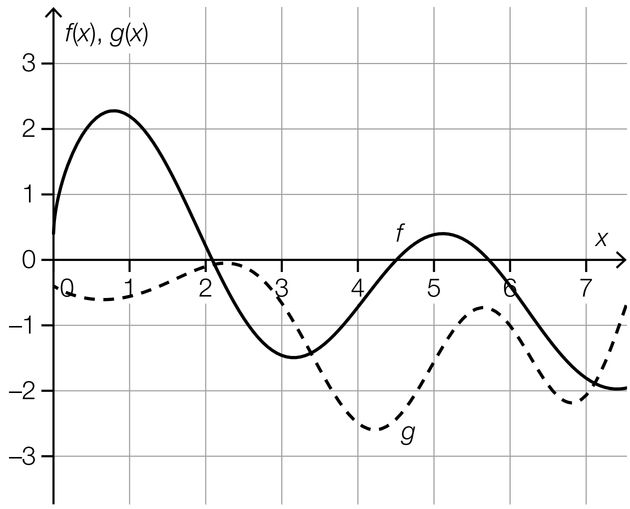
$F(6) =$ __________

[0 / ½ / 1 t.]

Naloga 16

Odvodi dveh funkcij

Na naslednji sliki sta predstavljena grafa dveh dvakrat odvedljivih realnih funkcij *f* in *g*.



Zastavitev naloge:

S križcem označite obe pravilni izjavi. *[2 izmed 5]*

$g'(1) > 1$	☐
$f'(3) > g'(3)$	☐
$f'(5) > g'(5)$	☐
$f''(1) > g''(1)$	☐
$f''(3) > g''(3)$	☐

[0/1 t.]

Naloga 17

Določeni integral

Dana je linearna funkcija f pri $f(x) = -0,5 \cdot x + a$ pri $a > 0$.

Velja: $\int_0^{x_1} f(x)\,\mathrm{d}x = 0$ pri $x_1 > 0$

Zastavitev naloge:

V naslednji enačbi vstavite manjkajoče število v za to predvideno okence.

$x_1 = \boxed{} \cdot a$

[0/1 t.]

Naloga 18

Geometrijski pomen pravila za odvod vsote

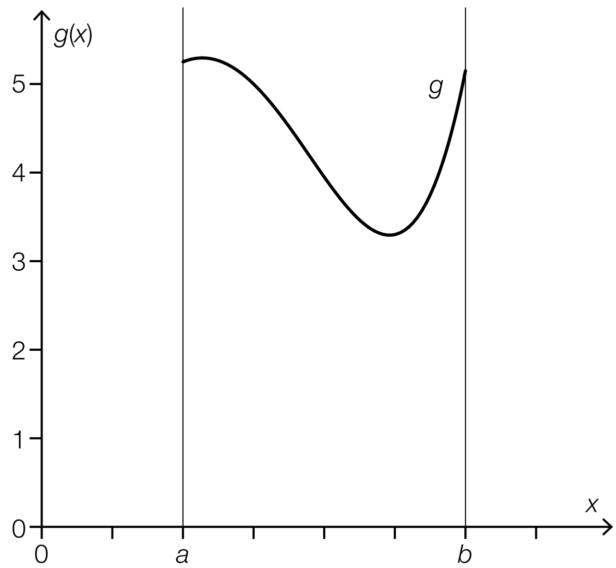
Dani sta polinomski funkciji f in g pri $g(x) = f(x) + 2$ pri $x \in [a; b]$.

Ploskev med grafom funkcije g in x-osjo na intervalu $[a; b]$ se deli na delno ploskev s ploščino A in delno ploskev s ploščino B.
Velja:

$A = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ in $B = \int_a^b 2\,\mathrm{d}x$

Zastavitev naloge:

Na naslednji sliki vrišite delno ploskev s ploščino A.



[0/1 t.]

Naloga 19

Elektronski naslovi

V neki anketi so mladino in odrasle spraševali, koliko elektronskih naslovov uporabljajo. Odgovori so povzeti v naslednji preglednici.

	največ 2 elektronska naslova	več kot 2 elektronska naslova
mladina	205	295
odrasli	935	565

Relativni delež vseh anketiranih oseb (mladine in odraslih), ki uporabljajo več kot 2 elektronska naslova, označimo s p.

Relativni delež anketirane mladine, ki uporablja več kot 2 elektronska naslova, označimo s q.

Zastavitev naloge:

Določite p in q.

p = ____

q = ____

[0/½/1 t.]

Naloga 20

Statistične karakteristike

Nabor podatkov $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ sestoji iz 10 različnih števil in je naraščajoče urejen.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe pravilni izjavi. *[2 izmed 5]*

Število x_7 je 3. kvartil q_3 tega nabora podatkov.	☐
Število x_3 je 1. kvartil q_1 tega nabora podatkov.	☐
Vsota števil $x_1, \dots, x_{10}$ je 10-krat tako velika kot je aritmetična sredina tega nabora podatkov.	☐
Aritmetična sredina tega nabora podatkov je v vsakem primeru manjša od x_9.	☐
Število x_5 je mediana tega nabora podatkov.	☐

[0/1 t.]

Naloga 21

Nogometna ekipa

Zbrane so telesne višine 11 igralcev nogometne ekipe neke šole.
Zbrani podatki so urejeni po velikosti.

- Najmanjši igralec je visok 1,40 m.
- Natanko 2 igralca sta visoka 1,45 m.
- Preostali igralci so višji od 1,70 m.
- Najvišji igralec je visok 1,80 m.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe ustrezajoči izjavi. *[2 izmed 5]*

Variacijski razmik zbranih podatkov znaša 0,5 m.	☐
Mediana zbranih podatkov je večja od 1,70 m.	☐
Aritmetična sredina zbranih podatkov je večja kot 1,75 m.	☐
Več kot 60 % igralcev je višjih od 1,70 m.	☐
Manj kot 20 % igralcev je manjših kot 1,50 m.	☐

[0/1 t.]

Naloga 22

Krogle v posodi

V neki posodi se nahaja 12 rdečih in 15 belih krogel. Iz te posode po principu naključja izvlečemo 3 krogle brez vračanja.

Zastavitev naloge:

S križcem označite dogodek *E*, čigar verjetnost je podana s $P(E) = 1 - \frac{15}{27} \cdot \frac{14}{26} \cdot \frac{13}{25}$. *[1 izmed 6]*

Izvlečena je največ 1 bela krogla.	☐
Izvlečena je najmanj 1 rdeča krogla.	☐
Izvlečena je najmanj 1 bela krogla.	☐
Izvlečena ni nobena bela krogla.	☐
Izvlečena je največ 1 rdeča krogla.	☐
Izvlečeni sta najmanj 2 beli krogli.	☐

[0/1 t.]

Naloga 23

Pričakovane vrednosti in standardni odkloni

Naslednji preglednici podajata vsakokratno porazdelitev verjetnosti slučajnih spremenljivk X in Y pri $a \in \mathbb{R}$.

Slučajna spremenljivka X:

k	$a - 2$	a	$a + 2$
$P(X = k)$	0,1	0,8	0,1

Slučajna spremenljivka Y:

k	a	$a + 2$	$a + 4$
$P(Y = k)$	0,4	0,2	0,4

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Za pričakovani vrednosti velja ___①___ in za standardna odklona velja ___②___.

①	
$E(X) < E(Y)$	☐
$E(X) = E(Y)$	☐
$E(X) > E(Y)$	☐

②	
$\sigma(X) < \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) = \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐

[0/½/1 t.]

Naloga 24

Eksperiment

Neki eksperiment sestoji iz n neodvisnih izvedb nekega določenega poskusa ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).
Vsaka izvedba tega poskusa poteka pod enakimi pogoji in ima izključno naslednji dve možnosti izida A in B, z verjetnostma $P(A) = a$ in $P(B) = b$.

Verjetnost P_1 navaja, izid poskusa A pri tem nastopi največ 2-krat.

Zastavitev naloge:

Navedite izraz za izračun P_1.

P_1 = ____

[0/1 t.]

Naloga 25 (2. del)

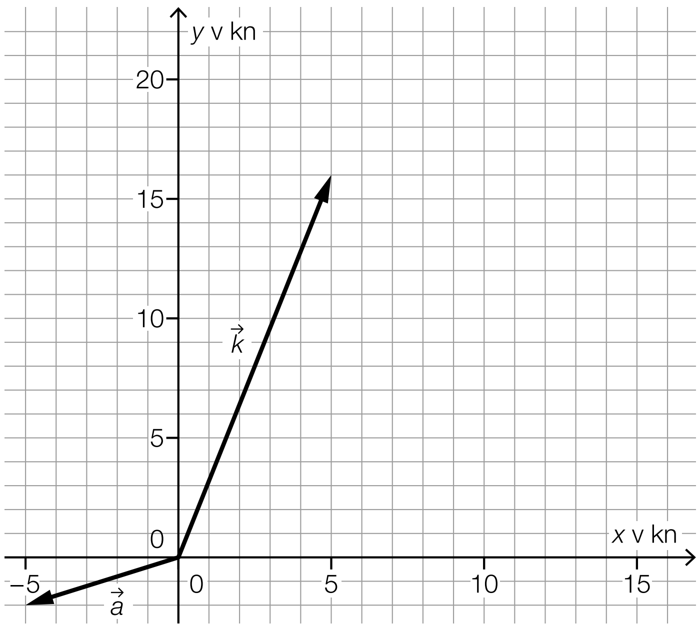
Kontejnerske ladje

Kontejnerske ladje omogočajo stroškovno ugodni transport večjih količin najrazličnejših dobrin po morskih poteh.

Pri plovbi se razdalje navajajo v morskih miljah (sm) in hitrosti v vozlih (kn).

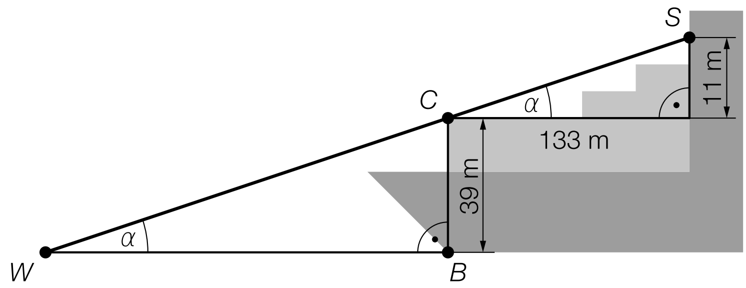
Zastavitev naloge:

a) Smer (kurz) neke kontejnerske ladje je modelno opisana z vektorji hitrosti $\vec{k}$, $\vec{a}$ in $\vec{s}$.
Ciljna smer $\vec{k}$ sestoji iz začrtane smeri $\vec{s}$ in tako imenovanega zanosa $\vec{a}$.
Velja: $\vec{k} = \vec{s} + \vec{a}$
Za neki določeni časovni trenutek sta vektorja hitrosti $\vec{k}$ in $\vec{a}$ predstavljena na naslednji sliki.



1) V gornjo sliko vrišite vektor $\vec{s}$ kot puščico, izhajajočo iz koordinatnega izhodišča. *[0/1 t.]*

b) Na naslednji sliki je modelno prikazana neka določena kontejnerska ladja v pogledu od strani. Pogled iz točke S na gladino vode je omejen s kontejnerji.



1) Izračunajte dolžino daljice BW. *[0/1 t.]*

c) Za hitrosti 10 kn do 30 kn je moč porabo pogonskega goriva neke določene kontejnerske ladje v odvisnosti od hitrosti modelno opisati s funkcijo f.

$f(v) = a \cdot v^3 + b$

v ... hitrost v kn
$f(v)$ ... poraba pogonskega goriva pri hitrosti v v kg/sm
a, b ... realna parametra

Velja:

- Pri hitrosti 10 kn znaša poraba pogonskega goriva 90 kg/sm.
- Pri hitrosti 25 kn znaša poraba pogonskega goriva 260 kg/sm.

1) Izračunajte koeficienta a in b. *[0/1 t.]*

d) Pri vsaki vožnji neke določene kontejnerske ladje se transportirajo tako polni kot tudi prazni kontejnerji.

Za 10 določenih voženj je v naslednji preglednici navedeno vsakokratno število polnih kakor tudi praznih kontejnerjev.

vožnja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
polni kontejnerji	6800	7100	7600	6900	7000	6800	6600	7800	8000	c
prazni kontejnerji	1200	1000	500	1200	1500	1300	1100	300	200	d

Aritmetična sredina števila polnih kontejnerjev pri teh 10 vožnjah skupaj znaša 7200.

Mediana števila praznih kontejnerjev pri teh 10 vožnjah je enaka mediani števila praznih kontejnerjev pri prvih 9 od teh 10 voženj.

1) Določite c in d.

c = ____________________

d = ____________________ *[0/½/1 t.]*

Naloga 26 (2. del, Best-of-vrednotenje)

Slackline

Slackline je športna disciplina pri kateri človek lovi ravnotežje na traku.

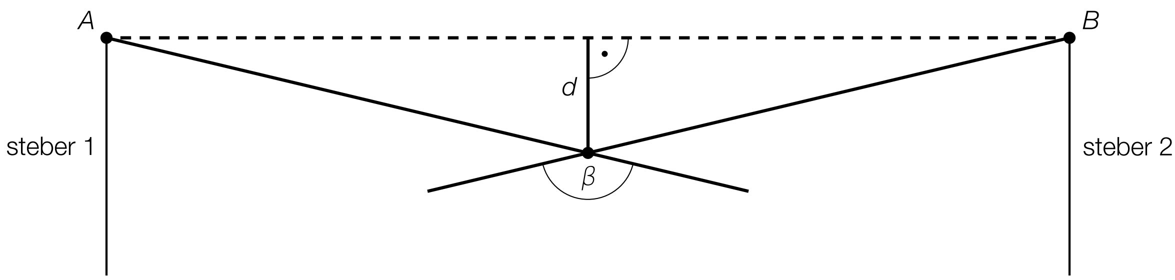
Dva, za to disciplino primerna, navpična stebra stojita med seboj oddaljena 12 m. Trak je na teh stebrih pritrjen v 2 točkah obešanja, A in B, ki se nahajata na isti višini (glej spodnjo sliko).

Zastavitev naloge:

a) Pri schlackline se namesti elastični trak vodoravno nad tlemi.

Theo stoji natančno na sredini traku, zaradi česar nastane neki določeni poves d.

Situacija je predstavljena na naslednji sliki.



Za velikost pri tem nastopajoče sile F (v N) v točki obešanja velja:

$F = \frac{10 \cdot e \cdot m}{4 \cdot d}$

e ... vodoravna razdalja med točkama obešanja A in B (v m)
m ... telesna masa (v kg)
d ... poves (v m)

Funkcija $d\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, m \mapsto d(m)$ pri konstantnem F in e, kakor tudi funkcija $F\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, d \mapsto F(d)$ pri konstantnem m in konstantnem e, opisujeta vsakič neko določeno medsebojno odvisnost.

1) V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava. *[0/½/1 t.]*

Funkcija *d* opisuje neko ___①___ odvisnost, funkcija *F* opisuje neko ___②___ odvisnost.

①	
premo sorazmerno	☐
obratno sorazmerno	☐
ne-proporcionalno	☐

②	
premo sorazmerno	☐
obratno sorazmerno	☐
ne-proporcionalno	☐

Theo ima telesno maso m, ki znaša $m = 80$ kg.

2) Za $\beta = 160°$ ugotovite velikost nastopajoče sile F (v N) v točki obešanja. *[0/1 t.]*

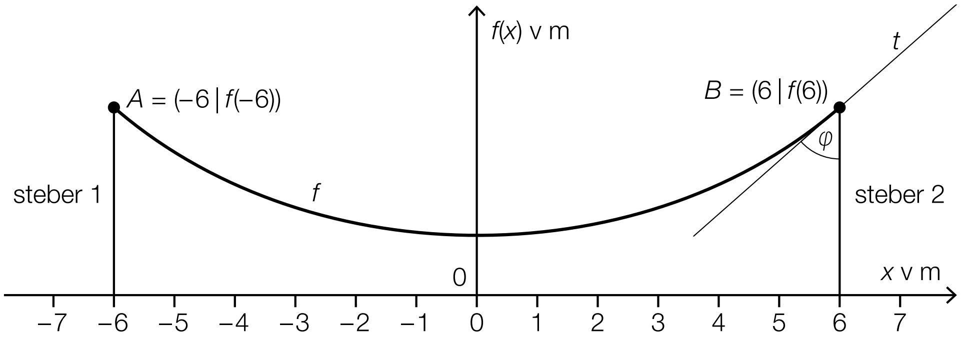
Theo večkrat poskuša prehoditi trak. Vsakič je verjetnost p, da mu prehod uspe. Modelno se privzema, da so poskusi med seboj neodvisni in da je verjetnost uspeha p pri vsakem poskusu enako visoka.

Verjetnost, da Theo pri 10 poskusih najmanj 2-krat uspešno prehodi trak, znaša 99 %.

3) Izračunajte p. *[0/1 t.]*

b) Ena različica slackline je *rodeoline*, pri kateri trak ni napet.
Funkcija $f\colon [-6; 6] \to \mathbb{R}^+$, $x \mapsto f(x)$ modelno podaja višino traku nad tlemi na mestu x (x v m, $f(x)$ v m).

Graf funkcije f je predstavljen na naslednji sliki.



Steber 2 oklepe s tangento t na graf funkcije f v točki obešanja B kot φ.

1) Nastavite enačbo, ki opisuje medsebojno povezavo med $f'(6)$ in φ. *[0/1 t.]*

Naloga 27 (2. del, Best-of-vrednotenje)

Potapljanje v Grundlsee

Mia in Laurin sta na dopustu ob Grundlsee, da bi se v jezeru potapljala.

Zastavitev naloge:

a) Celotni tlak, ki deluje na potapljačico oz. na potapljača, je vsota zračnega tlaka na gladini vode in vodnega (hidrostatskega) tlaka.

Mia naredi potop. Celotni tlak, ki pri tem deluje na Mio, v odvisnosti od globine potopa d, je modelno opisan z linearno funkcijo p.

d ... globina potopa v m
$p(d)$ ... celotni tlak na globini potopa d v milibarih (mb)

Velja:

- Celotni tlak, ki deluje na Mio, na vsak meter potopne globine naraste za 98 mb.
- Zračni tlak na vodni gladini Grundlsee znaša 930 mb.

1) Nastavite enačbo funkcije p.

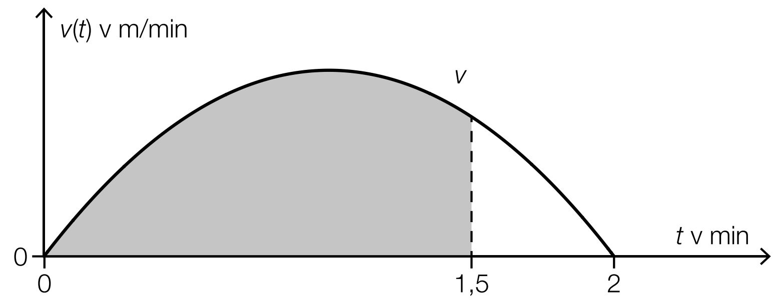
$p(d) =$ ______________________________ *[0/1 t.]*

b) Laurin naredi potop in se pri tem potaplja poševno navzdol. Njegova hitrost v navpični smeri pri potopu je pri tem modelno opisana s kvadratno funkcijo v: $[0; 2] \to \mathbb{R}$.

Pri tem velja: $v(t) = c \cdot t \cdot (t - 2)$ pri $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

t ... čas od začetka potopa v min
$v(t)$ ... hitrost v navpični smeri v časovnem trenutku t v m/min

Graf funkcije v je predstavljen na naslednji sliki.



1) Interpretirajte ploščino območja, ki je na gornji sliki označeno s sivo, v dani vsebinski povezavi. *[0/1 t.]*

2 min po začetku potopa doseže Laurin globino potopa 16 m.

2) Določite c. *[0/1 t.]*

3) Določite tisti časovni interval, v katerem znaša Laurinova hitrost v navpični smeri saj 9 m/min. *[0/1 t.]*

Naloga 28 (2. del, Best-of-vrednotenje)

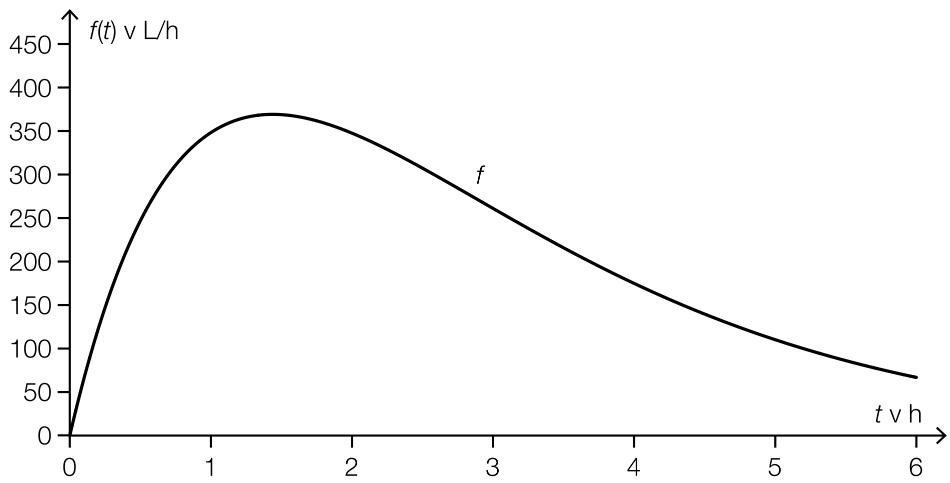
Streha

Zastavitev naloge:

a) Neki sod za deževnico prestreza deževnico, ki priteka s hišne strehe.
Od začetka nekega večurnega dežja je moč trenutno hitrost spreminjanja količine vode v sodu za deževnico modelno opisati s funkcijo $f\colon [0; 6] \to \mathbb{R}_0^+$, $t \mapsto f(t)$ (t od začetka dežja v h, $f(t)$ v L/h). Ob začetku dežja je v sodu za deževnico že 400 L vode.

1) Interpretirajte $400 + \int_0^6 f(t)\,\mathrm{d}t$ v dani vsebinski povezavi, ob navedbi pripadajočih enot.
[0/1 t.]

Graf funkcije f je predstavljen na naslednji sliki. Funkcija f ima pri $t_1 = 1{,}4$ mesto lokalnega maksimuma in pri $t_2 = 2{,}9$ prevoj (obračaj).

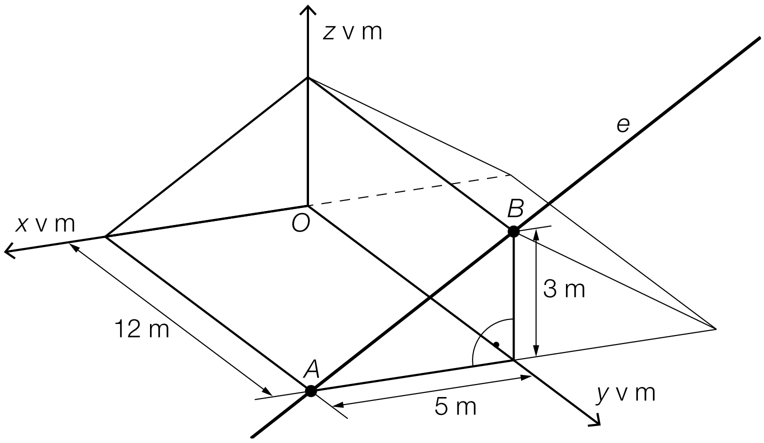


Funkcija $F\colon [0; 6] \to \mathbb{R}_0^+$, $t \mapsto F(t)$ pri $F(0) = 400$ je primitivna funkcija funkcije f (t v h, $F(t)$ v L).

2) S križcem označite obe pravilni izjavi. *[2 izmed 5]* *[0/1 t.]*

F je monotono naraščajoča.	☐
F ima pri $t_1 = 1{,}4$ funkcijsko vrednost 370.	☐
Graf funkcije F pri $t_1 = 1{,}4$ spremeni ukrivljenost.	☐
Graf funkcije F ima pri $t_1 = 1{,}4$ vodoravno tangento.	☐
F ima pri $t_2 = 2{,}9$ mesto lokalnega maksimuma.	☐

b) Na naslednji sliki je modelno, v kartezičnem koordinatnem sistemu, predstavljena streha neke hiše. Streha je omejna z robovi strehe.



Rob strehe AB leži na premici e.
Točka A leži na xy-ravnini, točka B leži na yz-ravnini

1) Navedite parametrično predstavitev premice e. *[0/1 t.]*

Dva druga robova strehe ležita na premicah g in h. Velja:

$$g\colon X = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad h\colon X = \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{pri } s, t \in \mathbb{R}$$

2) V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava. *[0/½/1 t.]*

Obe premici sta ___①___ in ___②___.

①	
med seboj vzporedni	☐
sekajoči se	☐
med seboj mimobežni	☐

②	
g poteka vzporedno z x-osjo	☐
h poteka vzporedno z y-osjo	☐
h poteka skozi točko $(0\|0\|3)$	☐