

Name:
Klasse:

Modellschularbeit

Mathematik

März 2014

Teil-2-Aufgaben

Aufgabe 1

Druckmessung in einem Behälter

Der Druck in einem Behälter ändert sich während eines 15 Minuten dauernden Experiments. Die Funktion p mit der Gleichung $p(t) = \frac{1}{64} \cdot t^3 - \frac{3}{16} \cdot t^2 + 6$ beschreibt die Höhe des Drucks in Abhängigkeit von der Zeit t . Das Experiment beginnt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$, der Druck wird in Bar, die Zeit in Minuten angegeben.

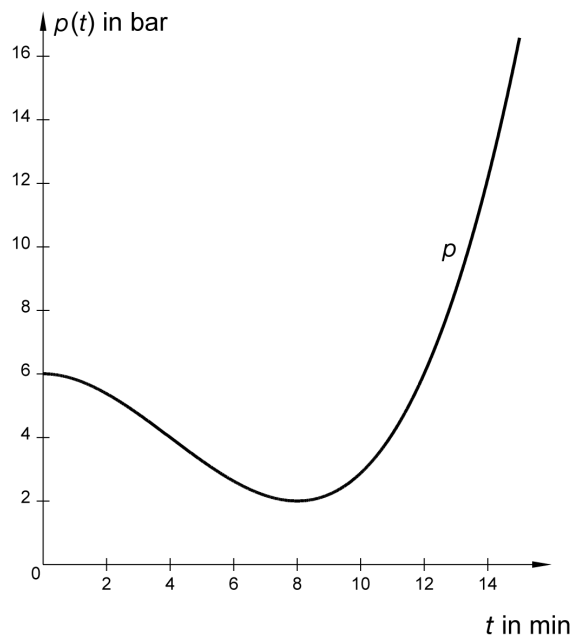
Aufgabenstellung:

- a) Berechnen Sie die momentane Änderungsrate des Drucks zum Zeitpunkt $t = 12$! Geben Sie das Ergebnis auf zwei Dezimalen genau an!

Berechnen Sie den Druck p^* am Ende des Experiments unter der Annahme, dass die momentane Änderungsrate des Drucks ab dem Zeitpunkt $t = 12$ bis zum Ende des Experiments unverändert bleibt! Geben Sie das Ergebnis auf zwei Dezimalen genau an!

- b) Lösen Sie die Gleichung $p(t) = 6$!

Zeichnen Sie die Lösungen der Gleichung $p(t) = 6$ im nachstehenden Koordinatensystem ein und interpretieren Sie die Aussage der Gleichung im Sachzusammenhang mit der gegebenen Aufgabenstellung!

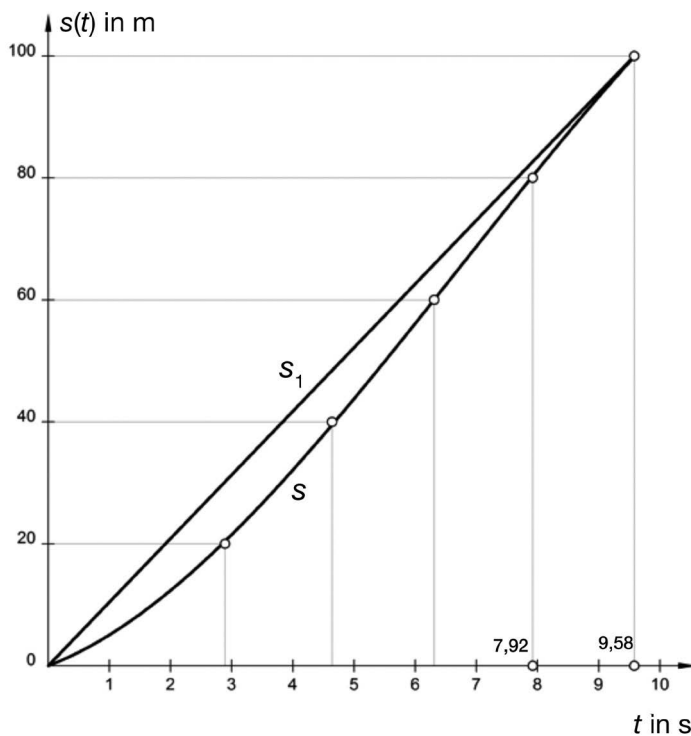


Aufgabe 2

Der Weltrekordlauf von Usain Bolt

Im Jahr 2009 stellte Usain Bolt bei der Leichtathletik-Weltmeisterschaft in Berlin einen neuen Weltrekord im 100-m-Lauf der Herren auf. Seine Laufzeit betrug 9,58 Sekunden. *(Datenquelle: Wikipedia)*

Längs der 100-m-Laufstrecke werden im Abstand von je 20 m die sogenannten Durchgangszeiten gemessen. Die beim Lauf von Usain Bolt protokollierten Zeiten können der nachstehenden Tabelle 1 bzw. dem Zeit-Weg-Diagramm entnommen werden.



t in s	$s(t)$ in m
0	0
2,89	20
4,64	40
6,31	60
7,92	80
9,58	100

Tabelle 1

Wegabschnitt in m	Zeitintervall in s	Laufzeit in s	Durchschnittsgeschwindigkeit in m/s
[0; 20)	[0; 2,89)	2,89	6,920
[20; 40)	[2,89; 4,64)	1,75	11,429
[40; 60)	[4,64; 6,31)	1,67	11,976
[60; 80)	[6,31; 7,92)	1,61	12,422
[80; 100]	[7,92; 9,58]	1,66	12,048

Tabelle 2

Aufgabenstellung:

- a) Im gegebenen Zeit-Weg-Diagramm ist zusätzlich zu den Messwerten eine lineare Funktion s_1 durch den Koordinatenursprung und den Punkt $(9,58|100)$ dargestellt.

A Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion s_1 ! Runden Sie Parameter auf zwei Dezimalen!

Interpretieren Sie die Steigung des Graphen der Funktion s_1 im Zusammenhang mit dem 100-m-Lauf von Usain Bolt!

- b) Auf Basis der Durchgangszeiten kann eine Modellfunktion s ermittelt werden, die den von Usain Bolt während des Laufs zurückgelegten Weg in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise beschreibt. Die Gleichung dieser Modellfunktion lautet:

$$s(t) = -0,066 \cdot t^3 + 1,321 \cdot t^2 + 3,789 \cdot t$$

An den Stellen $t_1 = 7,92$ und $t_2 = 9,58$ können an den Graphen der Modellfunktion s die Tangenten gelegt werden. Berechnen Sie die Steigung k_1 der Tangente an der Stelle t_1 !

Geben Sie die Bedeutungen der Steigungen der Tangenten (inklusive der korrekten Einheit) im Zusammenhang mit dem 100-m-Lauf von Usain Bolt an! Die Steigung an der Stelle $t_2 = 9,58$ beträgt $k_2 = 10,93$. Interpretieren Sie die aus der Modellfunktion resultierenden unterschiedlichen Werte von k_1 und k_2 im Hinblick auf diesen Lauf!

- c) Berechnen Sie anhand der in Tabelle 2 gegebenen Werte das arithmetische Mittel der Durchschnittsgeschwindigkeiten für die fünf Zeitintervalle! Geben Sie den Wert (inklusive der korrekten Einheit) auf zwei Dezimalstellen gerundet an!

Begründen Sie unter Berücksichtigung der in Tabelle 2 gegebenen Daten für die vorliegende Bewegung beim 100-m-Lauf, warum das arithmetische Mittel der Durchschnittsgeschwindigkeiten nicht gleich der mittleren Geschwindigkeit der Bewegung im Zeitintervall $[0 \text{ s}; 9,58 \text{ s}]$ ist!