

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

Mathematik

Probeklausur März 2014

Teil-1-Aufgaben

Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit A gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 13 von 20 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 13 von 20 Aufgaben richtig gelöst, werden mit A markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.
Werden unter Berücksichtigung der mit A markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 13 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
Werden auch unter Berücksichtigung der mit A markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 13 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 13 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	13–19 Punkte
Befriedigend	20–26 Punkte
Gut	27–33 Punkte
Sehr gut	34–40 Punkte

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Die Aufgaben in dieser Probeklausur haben einerseits *freie Antwortformate*, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Die im Rahmen der Probeklausur darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel: Welche Gleichung ist korrekt?	<table border="1"><tr><td>$1 + 1 = 1$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>$2 + 2 = 2$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>$3 + 3 = 3$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>$4 + 4 = 8$</td><td><input checked="" type="checkbox"/></td></tr><tr><td>$5 + 5 = 5$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>$6 + 6 = 6$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr></table>	$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>	$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>	$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>	$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>	$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>	$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>
$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>												
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>												
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>												
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>												
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>												
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>												
Aufgabenstellung: Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!													

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel: Welche Gleichungen sind korrekt?	<table border="1"><tr><td>$1 + 1 = 1$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>$2 + 2 = 4$</td><td><input checked="" type="checkbox"/></td></tr><tr><td>$3 + 3 = 3$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>$4 + 4 = 8$</td><td><input checked="" type="checkbox"/></td></tr><tr><td>$5 + 5 = 5$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr></table>	$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>	$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>	$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>	$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>	$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>										
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>										
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>										
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>										
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>										
Aufgabenstellung: Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!											

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung _____ ① _____ wird als Zusammenzählung oder _____ ② _____ bezeichnet.

①	
1 - 1 = 0	<input type="checkbox"/>
1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
1 · 1 = 1	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	a
$2 \cdot 2 = 4$	c

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Gleichungen die entsprechenden Bezeichnungen zu!

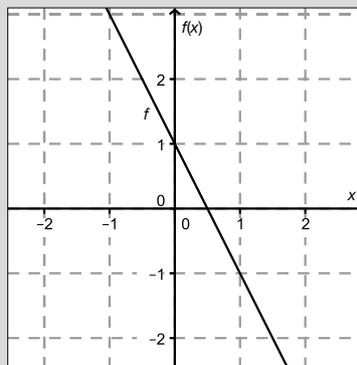
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!

Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgabe 1

Gleichung interpretieren

In einer Volksschulklasse mit 24 Kindern gibt es doppelt so viele Mädchen wie Buben. Die Anzahl der Mädchen wird mit x bezeichnet, die Anzahl der Buben mit y .

Aufgabenstellung:

Zwei der nachstehenden Gleichungen beschreiben Zusammenhänge zwischen x und y , wie sie aufgrund der dargestellten Situation vorliegen.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$2x + y = 24$	<input type="checkbox"/>
$x + 2y = 24$	<input type="checkbox"/>
$x + y = 24$	<input type="checkbox"/>
$x = 2y$	<input type="checkbox"/>
$y = 2x$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 2

Skalarprodukt

Eine Familie fährt auf Urlaub. Die Anreise zu ihrem Urlaubsziel dauert vier Tage.

Die während der Anreise pro Tag absolvierten Fahrzeiten werden durch den Vektor $\vec{h} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{pmatrix}$,
die jeweiligen Durchschnittsgeschwindigkeiten pro Tag durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix}$ dargestellt.

Die Fahrzeiten werden in Stunden, die Geschwindigkeiten in km/h angegeben.

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die Bedeutung des skalaren Produkts $\vec{h} \cdot \vec{v}$ in diesem Zusammenhang!

Aufgabe 3

Zueinander normale Geraden

Gegeben sind die beiden Geraden g und h mit den Gleichungen $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}$ mit $t, s \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Weisen Sie nach, dass diese Geraden aufeinander normal stehen!

Aufgabe 4

Gleichungssystem

Gegeben ist die lineare Gleichung I: $5x - 3y = 0$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine zweite lineare Gleichung II so an, dass das Gleichungssystem die Lösungsmenge $L = \{(3|5)\}$ hat!

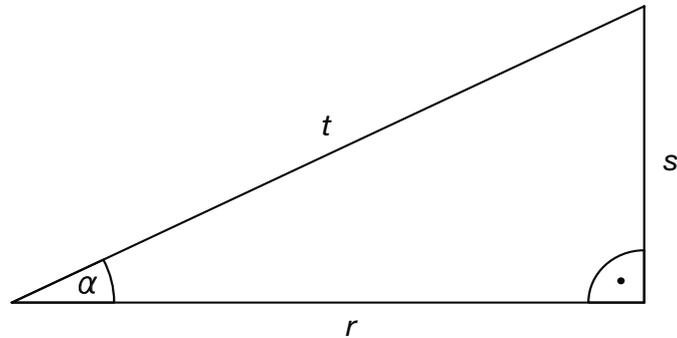
I: $5x - 3y = 0$

II: _____

Aufgabe 5

Sinus, Cosinus, Tangens

Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Seitenlängen r , s und t .



Aufgabenstellung:

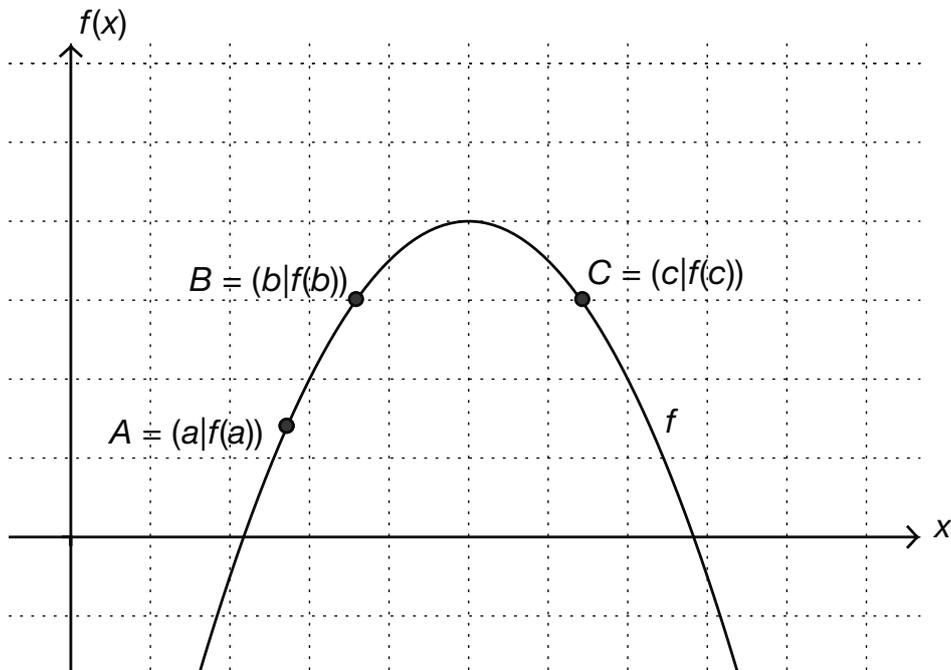
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$\sin \alpha = \frac{s}{t}$	<input type="checkbox"/>
$\cos \alpha = \frac{t}{r}$	<input type="checkbox"/>
$\tan \alpha = \frac{r}{s}$	<input type="checkbox"/>
$\sin(90^\circ - \alpha) = \frac{r}{t}$	<input type="checkbox"/>
$\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{t}{s}$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 6

Änderungsraten

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f , auf dem drei Punkte A , B und C gekennzeichnet sind.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die momentane Änderungsrate von f an der Stelle c ist positiv.	<input type="checkbox"/>
Die mittlere Änderungsrate von f im Intervall $[a; b]$ ist negativ.	<input type="checkbox"/>
Die mittlere Änderungsrate von f im Intervall $[b; c]$ ist null.	<input type="checkbox"/>
Die momentane Änderungsrate von f an der Stelle a ist größer als die momentane Änderungsrate von f an der Stelle b .	<input type="checkbox"/>
Die momentane Änderungsrate von f an der Stelle a ist kleiner als die mittlere Änderungsrate von f im Intervall $[a; c]$.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 7

Ableitungsfunktionen

In den untenstehenden Abbildungen sind die Graphen von vier Funktionen f_1, f_2, f_3 und f_4 und von sechs weiteren Funktionen g_1, g_2, \dots, g_6 dargestellt.

Aufgabenstellung:

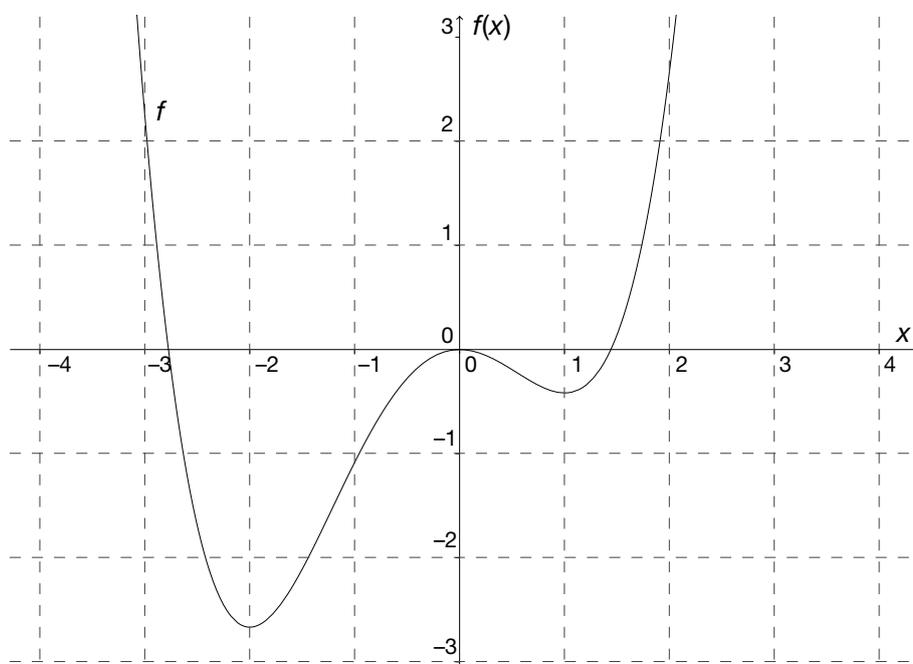
Ordnen Sie anhand der gegebenen Graphen jeder der vier Funktionen f_1, f_2, f_3 und f_4 die zugehörige Ableitungsfunktion zu!

		A	
		B	
		C	
		D	
		E	
		F	

Aufgabe 8

Eigenschaften einer Funktion

Gegeben ist der Graph der Funktion f mit $f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2$.



Aufgabenstellung:

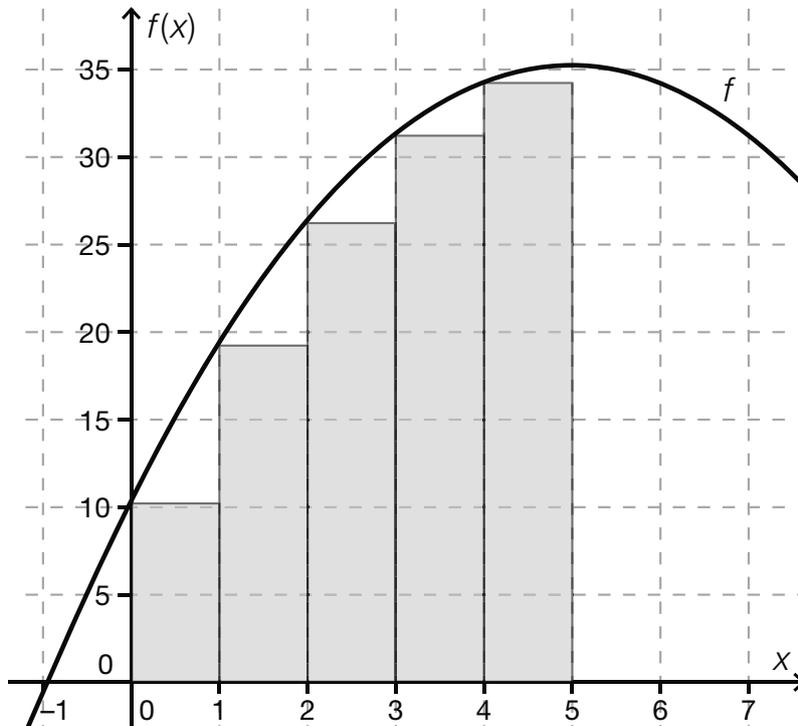
Kreuzen Sie die beiden für f' zutreffenden Aussagen an!

$f'(-3) > 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(-2) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(-1) > 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(1) > 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(2) = 0$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 9

Untersumme

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f und eine aus fünf Rechteckstreifen bestehende Fläche. Der Inhalt dieser Fläche wird mit A bezeichnet.



Aufgabenstellung:

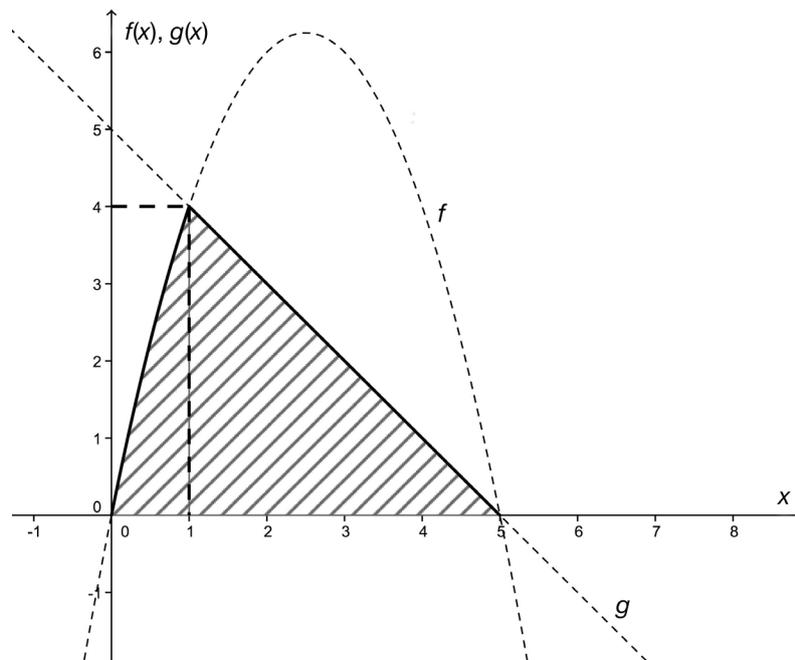
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$A = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$	<input type="checkbox"/>
$A = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^5 f(x) dx = A$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^5 f(x) dx < A$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^5 f(x) dx > A$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 10

Flächenberechnung

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der beiden Funktionen f und g .



Aufgabenstellung:

Schreiben Sie einen mathematischen Ausdruck an, mit dem die Größe A der schraffierten Fläche berechnet werden kann!

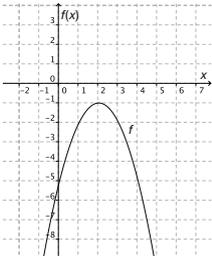
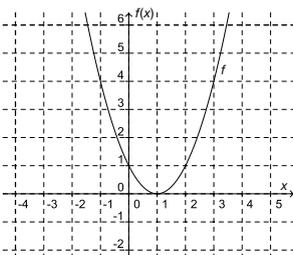
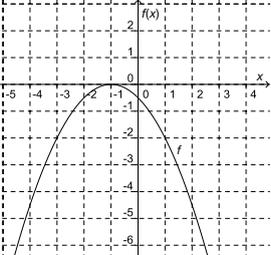
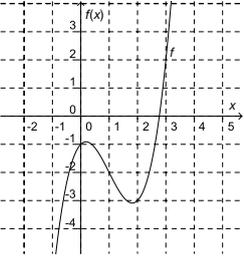
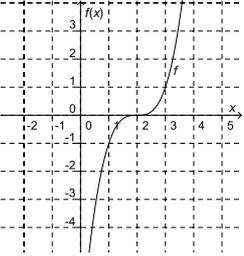
Aufgabe 11

Nullstelle einer quadratischen Funktion

Eine quadratische Funktion f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$ kann keine Nullstelle, genau eine Nullstelle oder zwei Nullstellen haben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenigen beiden Abbildungen an, die den Graphen einer quadratischen Funktion f mit genau einer Nullstelle darstellen!

	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 12

Schnittpunkte zweier Graphen

Gegeben sind die Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $f(x) = x^3$ und $g(x) = k \cdot x$ mit $k \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

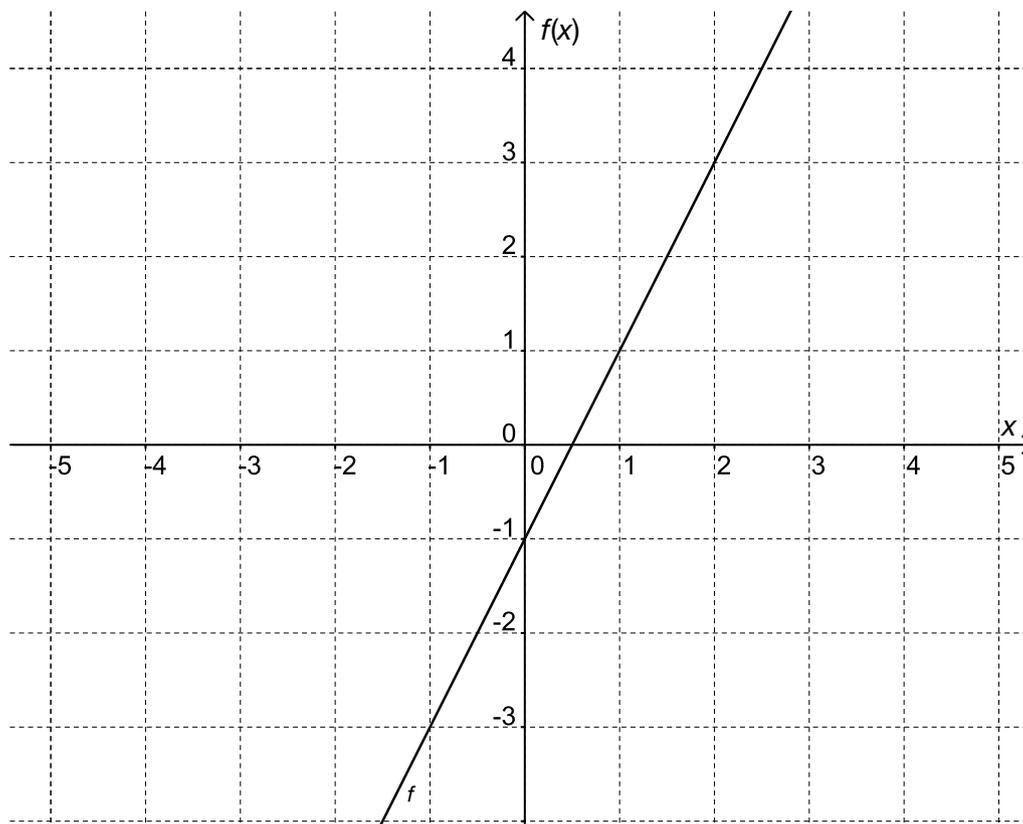
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen über die Schnittpunkte der Graphen der beiden Funktionen f und g an!

Wenn $k < 0$ ist, dann schneiden die Graphen von f und g einander im 2. und im 4. Quadranten des Koordinatensystems.	<input type="checkbox"/>
Wenn $k \leq 0$ ist, dann schneiden die Graphen von f und g einander nur im Ursprung des Koordinatensystems.	<input type="checkbox"/>
Wenn $k = 0$ ist, gibt es keinen Schnittpunkt der Graphen von f und g .	<input type="checkbox"/>
Die Graphen von f und g schneiden einander nur im Ursprung des Koordinatensystems, unabhängig von k .	<input type="checkbox"/>
Wenn $k > 0$ ist, dann schneiden die Graphen von f und g einander im 1. und im 3. Quadranten des Koordinatensystems sowie im Koordinatenursprung.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 13

Lineare Funktion

Im folgenden Koordinatensystem ist der Graph einer linearen Funktion f dargestellt:



Aufgabenstellung:

Vervollständigen Sie die Funktionsgleichung der Funktion f !

$f(x) =$ _____

Aufgabe 14

Quadratische Funktionen

Gegeben ist eine reelle Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b > 0$ und $a \neq b$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die gegebene quadratische Funktion hat _____^① und schneidet die y -Achse im Punkt _____^②.

①	
zwei reelle Nullstellen	<input type="checkbox"/>
eine reelle Nullstelle	<input type="checkbox"/>
keine reellen Nullstellen	<input type="checkbox"/>

②	
$P = (0 a)$	<input type="checkbox"/>
$P = (0 b)$	<input type="checkbox"/>
$P = (b 0)$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 15

Exponentielles Wachstum

Gegeben sind fünf Funktionsgleichungen von Exponentialfunktionen mit den Parametern a , b und c ($a, b, c \in \mathbb{R}$).

Aufgabenstellung:

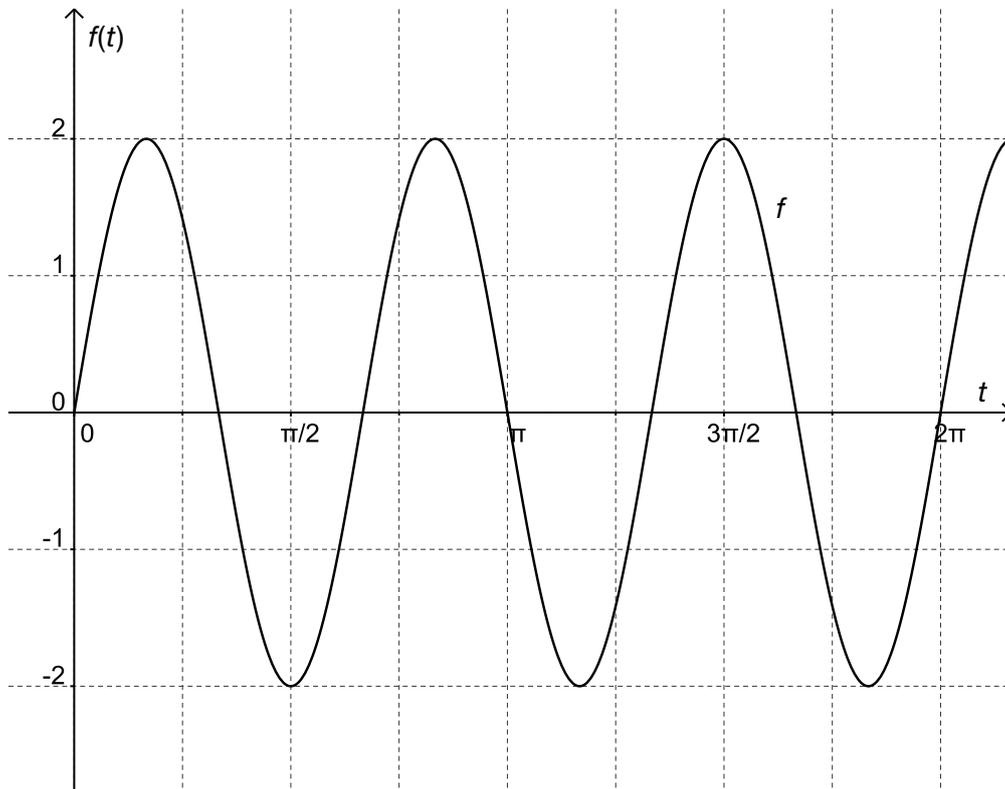
Zwei der folgenden Gleichungen beschreiben für alle jeweils zugelassenen Werte der Parameter a , b und c ein exponentielles Wachstum (streng monoton steigend). Kreuzen Sie diese beiden Gleichungen an! Dabei bezeichnet e die Euler'sche Zahl.

$f(x) = c \cdot a^x$ mit $c > 0$ und $a > 0$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = c \cdot a^x$ mit $c < 0$ und $a > 1$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = c \cdot a^x$ mit $c > 0$ und $a > 1$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = c \cdot e^{b \cdot x}$ mit $c > 1$ und $b < 1$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = c \cdot e^{b \cdot x}$ mit $c > 0$ und $b > 0$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 16

Schwingung

Eine Schwingung werde durch eine Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(t) = r \cdot \sin(\omega \cdot t)$ beschrieben. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f .



Aufgabenstellung:

Geben Sie die für den abgebildeten Graphen passenden Parameterwerte von f an!

$r =$ _____

$\omega =$ _____

Aufgabe 17

Testergebnisse

Bei einem Test werden 20 Prüfungsaufgaben gestellt, die jeweils mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet werden. Die folgende Liste gibt einen Überblick über die von den einzelnen Schülerinnen und Schülern beim Test erreichten Gesamtpunktezahlen:

7, 7, 7, 9, 9, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 16, 16, 16, 17, 18, 20, 20

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie denjenigen Boxplot (Kastenschaubild) an, der die Verteilung der erreichten Punktewerte korrekt darstellt!

	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 18

Angestelltegehälter

In einer Firma werden an ihre elf Angestellten folgende monatliche Bruttogehälter bezahlt:
€ 1.400, € 1.500, € 1.500, € 1.500, € 1.600, € 1.650, € 1.700, € 1.750, € 1.800, € 2.500, € 2.800.
Die beiden Angestellten mit den höchsten Gehältern erhalten eine Gehaltserhöhung um 5 %.

Aufgabenstellung:

Welche der folgenden statistischen Kennzahlen ändert/ändern sich in Bezug auf die Bruttogehälter aller Angestellten der Firma durch die Gehaltserhöhung?

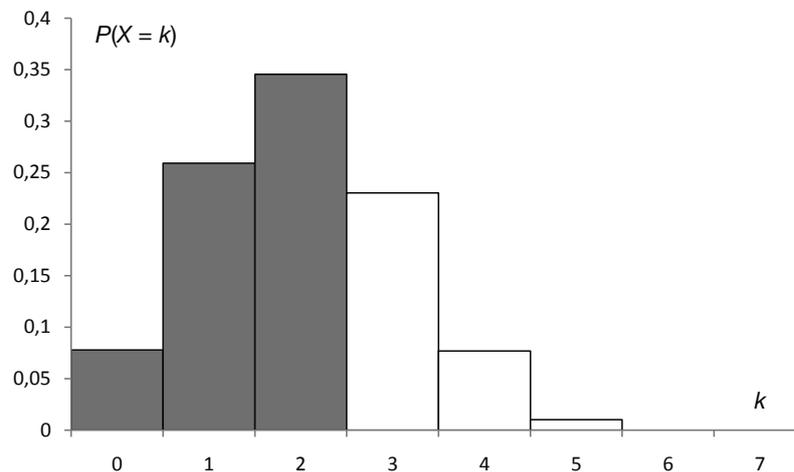
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Antwort(en) an!

arithmetisches Mittel	<input type="checkbox"/>
Median	<input type="checkbox"/>
Modus	<input type="checkbox"/>
Spannweite	<input type="checkbox"/>
empirische Standardabweichung	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 19

Histogramm einer Binomialverteilung

Das unten abgebildete Histogramm veranschaulicht die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen X mit den Parametern $n = 5$ und $p = 0,4$.



Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Ausdrücke werden durch den im Histogramm grau gekennzeichneten Bereich veranschaulicht? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$P(X \leq 2)$	<input type="checkbox"/>
$1 - P(X \leq 3)$	<input type="checkbox"/>
$1 - P(X = 3)$	<input type="checkbox"/>
$P(X = 2)$	<input type="checkbox"/>
$1 - P(X > 2)$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 20

Nachrichtenübertragung

Bei einer elektronischen Nachrichtenübertragung wird jeder Buchstabe eines Wortes einzeln übertragen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelner Buchstabe falsch übertragen wird, beträgt 1,3 %. Dabei beeinflusst ein gemachter Fehler die Richtigkeit bzw. Falschheit der Übertragung bei den anderen Buchstaben nicht.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wort mit sechs Buchstaben weniger als zwei Buchstaben falsch übertragen werden! Geben Sie das Ergebnis in Prozentschreibweise auf zwei Dezimalstellen genau an!