Na kompetence usmerjen standardiziran pisni zrelostni izpit

Matematika

Korekturni zvezek poskusne klavzure marec 2014

Naloge dela 2

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Naloga 1

Kolesarka

a) Pričakovana rešitev:

$$v'(t) = -\frac{2}{9}t + \frac{4}{3}$$

$$v'(2) = \frac{8}{9}$$

Trenutna stopnja spremembe hitrosti (= pospešek) kolesarke znaša po 2 sekundah $\frac{8}{9}$ m/s^2. Ker velja $v'(2) > 0$, se v trenutku t = 2 hitrost povečuje.

Ključ:

– 1 kompenzacijsko točko je treba dati za pravilni izračun $v'(2)$.
– 1 točko je treba dati za interpretacijo kot trenutna stopnja spremembe hitrosti (= pospešek).
Odgovor je pravilen, če
– opozarja na pozitivni pospešek, ali če
– opozarja, da se v imenovanem trenutku hitrost povečuje.

b) Pričakovana rešitev:

$s(9) - s(6)$	☒
$\int_6^9 v(t)\,dt$	☒

izračun na primer: $s(t) = -\frac{t^3}{27} + \frac{2t^2}{3} + 4t$

prepotovana pot: s(9) – s(6) = 63 – 40 = 23 m

ali $\int_6^9 \left(-\frac{1}{9}t^2 + \frac{4}{3}t + 4\right) dt$ = 23 m

Ključ:

– 1 točko je treba dati za izbiro pravilnih opcij.
  Točko je treba dati natanko tedaj, če sta označeni natanko dve izjavi in če sta oba križca pravilno nameščena.

– 1 točko je treba dati za pravilni številski rezultat.
  Točko je treba dati tedaj, če je številski rezultat pravilen in sicer tudi tedaj, če je bila prvotno označena napačna nastavitev.

c) Pričakovana rešitev:

Zaradi $v'(0) = \frac{4}{3}$ in $v(0) = 4$, velja:
če bi ostala začetna stopnja spremembe hitrosti nespremenjena, bi se razvila hitrost po enačbi $v_1(t) = \frac{4}{3}t + 4$. Ker hitrost $v_1(15)$ = 24 m/s = 86,4 km/h s kolesom normalno ni dosegljiva, ta model v tem časovnem intervalu ni realističen.

Ključ:

– 1 točko je treba dati za $v_1(t)$.
– 1 točko je treba dati za zadostno argumentacijo.
  Kot pravilen odgovor je treba šteti tudi druge prepričljive argumente, ne samo v pričakovani rešitvi imenovane.

Naloga 2

Samopostrežnica

a) Pričakovana rešitev:

Seestadt: $40\,000 \cdot 0{,}3 = 12\,000$ mogočih strank
Bergdorf: $25\,000 \cdot 0{,}4 = 10\,000$ mogočih strank
$\Rightarrow$ Ker naj bo pričakovano število strank čim večje, bodo odprli podružnico v mestu Seestadt.

Diagram:
– Na 2. osi se lahko naneseta absolutni vrednosti števila prebivalk in prebivalcev;
ali
– da se prilagodita širini stolpov številoma prebivalk in prebivalcev.

Ključ:

– 1 točko je treba dati za pravilno spoznanje lokacije z računsko utemeljitvijo.
– 1 točko je treba dati za pravilen predlog spremembe (glej pričakovano rešitev).

b) Pričakovana rešitev:

Slučajna spremenljivka X šteje stranke (kupovalke/kupce) v naključnem poskusu.

$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X} = 3) = \binom{10}{3} \cdot 0{,}3^3 \cdot 0{,}7^7 \approx 27\ \%$ Toleranční interval [26 %; 27 %]

Vsaka vprašana oseba ima natanko dve možnosti odgovora. Verjetnost za pozitiven odgovor je pri vsaki vprašani osebi enako velika.

Ključ:

– 1 točko je treba dati za pravilni rezultat.
– 1 točko je treba dati za navedbo obeh pogojev za obstoj binomske porazdelitve.

c) Pričakovana rešitev:

$a = 1\,000$
$2a = a \cdot e^{3\lambda} \Rightarrow \ln 2 = 3\lambda \Rightarrow \lambda \approx 0{,}231$ Tolerančni interval [0,23; 0,24]

Ključ:

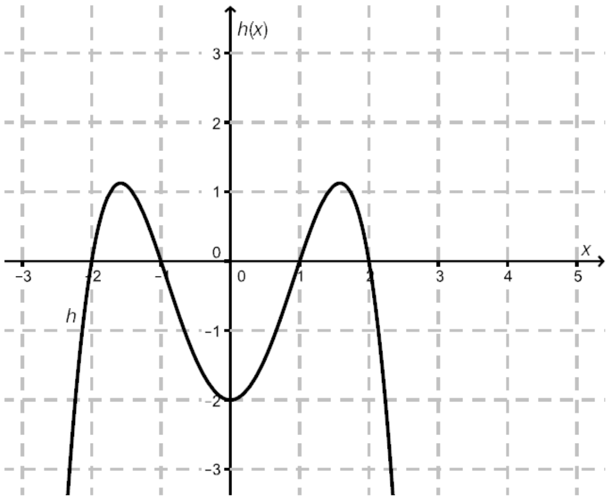
– 1 kompenzacijsko točko je treba dati za pravilno odčitanje parametra a.
– 1 točko je treba dati za pravilni izračun parametra λ.

Naloga 3

Polinomske funkcije

a) Pričakovana rešitev:

Funkcija *g* nastane iz funkcije *f* s premikom za eno enoto navzdol v smeri osi y.
Simbolični prikaz: $g(x) = f(x) - 1$ oziroma $g(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^4 - 5 \cdot x^2 + 4) - 1$ in ekvivalentne funkcijske enačbe.



Ključ:

– 1 točko je treba dati za pravilni zapis funkcije *g(x)* in za pravilno verbalno razlago povezave med funkcijama *f* in *g*.
– 1 točko je treba dati za graf funkcije *h*. Zrcaljenje funkcije *f* na osi *x* mora biti jasno prepoznavno. Ničle se morajo ujemati.

b) Pričakovana rešitev:

$$\left|\int_{-2}^{-1} f(x)\,dx\right| + \int_{-1}^{1} f(x)\,dx + \left|\int_{1}^{2} f(x)\,dx\right| \text{ oder}$$

$$2 \cdot \left(\int_{0}^{1} f(x)\,dx - \int_{1}^{2} f(x)\,dx\right)$$

$$2 \cdot \left[\frac{1}{2}\int_{0}^{1} (x^4 - 5x^2 + 4)\,dx - \frac{1}{2}\int_{1}^{2} (x^4 - 5x^2 + 4)\,dx\right] = 4$$

Ključ:

– 1 točko je treba dati za zapis matematičnega izraza. Kot pravilen odgovor je treba šteti vse izraze, ki so enakovredni izrazom v pričakovani rešitvi.
– 1 točko je treba dati za pravilni rezultat.

c) Pričakovana rešitev:

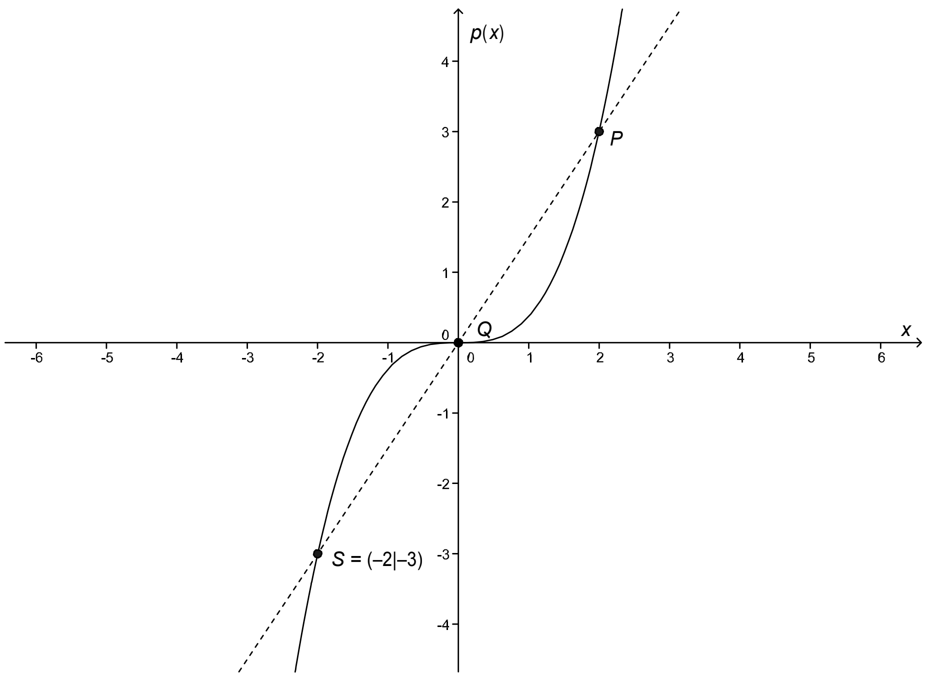
$f'(x) = 2x^3 - 5x$
$f'(-x) = 2(-x)^3 - 5(-x) = -2x^3 + 5x$
$-f'(x) = -(2x^3 - 5x) = -2x^3 + 5x$
Iz tega sledi: $f'(-x) = -f'(x)$.

Ključ:

– 1 kompenzacijsko točko je treba dati za enačbo funkcije odvoda f'.
– 1 točko je treba dati za pravilni dokaz.

d) Pričakovana rešitev:

Rešitev na sliki kaže dva mogoča funkcijska grafa.



Ploskvi med grafom funkcije in osjo x v intervalih $[-a; 0]$ in $[0; a]$ z $a \in \mathbb{R}^+$ sta med seboj kongruentni, sta pa enkrat nad in enkrat pod osjo x. Vrednosti ustreznih določenih integralov v mejah od $-a$ do 0 oziroma od 0 do a se zaradi tega razlikujeta samo v predznaku, določeni integral v mejah od $-a$ do a mora zato imeti vrednost 0.

Ključ:

– 1 točko je treba dati za vrisanje točke S in za skiciranje primernega funkcijskega grafa.
– 1 točko je treba dati za utemeljitev zgoraj navedene izjave. Kot pravilen odgovor je treba šteti tudi utemeljitev, ki se nanaša na točkovno simetrijo grafa funkcije p.